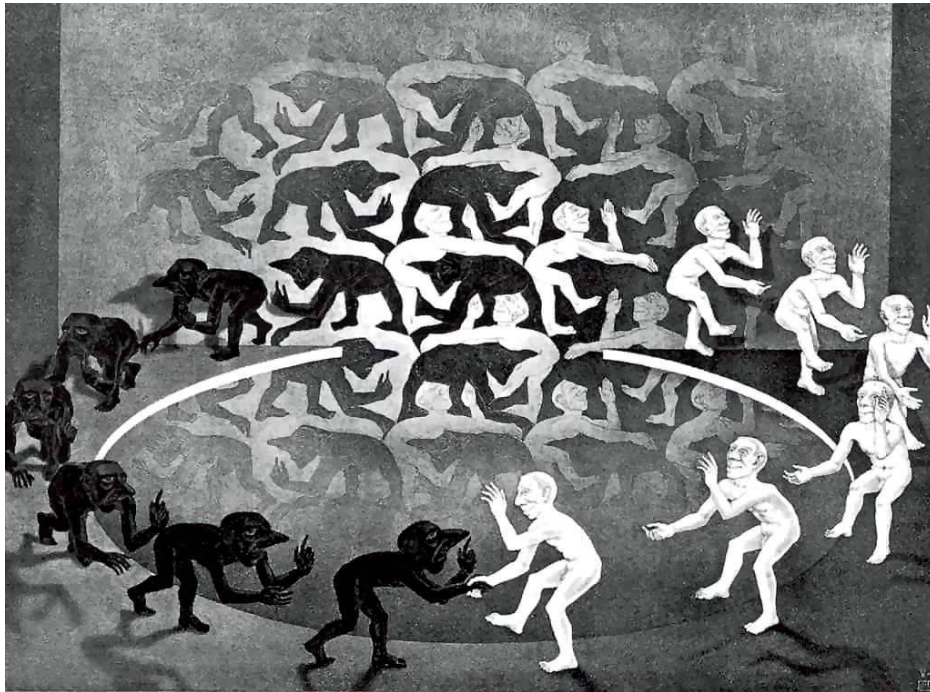


***DIÁLOGOS ENTRE LO CONOCIDO Y LO DESCONOCIDO, UNA REFLEXIÓN  
SOBRE LA COMPRENSIÓN DE LA MATEMÁTICAS***



**DORIS OMAIRA PASAJE CEPEDA  
JAVIER ANDRÉS DELGADO PASAJE**

**OBRA DE CONOCIMIENTO**

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

## Nota de aceptación

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

\_\_\_\_\_  
Firma del Presidente del Jurado

\_\_\_\_\_  
Firma del Jurado

\_\_\_\_\_  
Firma del Jurado

Manizales, 25 de Noviembre de 2016

## AGRADECIMIENTOS

A nuestras familias, Jaime, Reyzon, Alejandra, Valentina, Mauricio, por haber sido nuestra compañía en este hermoso camino, siempre hace falta una voz de aliento, un hombro firme, una mano dispuesta para afrontar las adversidades que se convierten en la felicidad del recorrido.

A nuestros compañeros sentimentales, por su apoyo incondicional y paciencia en cada momento de este proceso trans-formativo que transcurrió en medio de tantos devenires.

A los estudiantes, sujetos activos en este proceso investigativo, que supieron vincularse como agentes reflexivos y propositivos frente a las emergencias que se produjeron en la búsqueda de la transformación del ejercicio comprensivo alrededor de las matemáticas. Quedamos profundamente agradecidos, pues son ustedes los protagonistas de este proceso.

A la Institución Educativa Técnico de Comercio Santa Cecilia, por permitir sus espacios y facilitar la realización de este proceso investigativo.

A la Universidad Católica de Manizales por brindarnos la oportunidad de alcanzar esta meta, a través de este proceso investigativo mejoramos como personas, aprendimos a ser más sensibles, recordamos la belleza de la vida, apreciamos la conciencia con que se debe afrontar cada problema y cada éxito, pero sobre todo, aprendimos a AMAR cada proyecto que emprendemos. El Amor traduce la pasión con que se debe realizar cualquier actividad.

A Dios, creador de cada motivo, momento, espacio, inspiración y situación que se ha convertido en una aventura para nuestras vidas. Permítenos continuar creciendo como seres humanos en favor del servicio hacia los demás y encontrar la felicidad en cada acción que nos permite superarnos cada día.

## TABLA DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS .....	3
TABLA DE ILUSTRACIONES .....	6
1. RESUMEN .....	7
2. ABSTRACT .....	9
3. EPÍGRAFE .....	10
4. EXORDIO .....	11
5. TÓPICOS DE INDAGACIÓN .....	12
5.1. Antecedentes .....	14
5.2. Justificación.....	16
6. PROBLEMATIZACIÓN.....	18
6.1. Área Problemática .....	18
6.2. Intereses gnoseológicos .....	19
7. FUNDACIÓN Y DIALOGICIDAD.....	21
7.1. Recorrido Dialógico y recursividad emergente .....	21
7.2. Plano Gnoseológico General.....	22
BORROSIDAD PURA.....	24
7.3. El mural, lo conocido, lo desconocido, una sola borrosidad .....	24
DIVERGENCIA AGÓNICA .....	31
7.4. Reflexión, un camino divergente de encuentro hacia el otro .....	31
CONVERGENCIA ESPERANZADORA.....	38
7.5. Génesis dialógica, un camino de convergencia alrededor del círculo reflexivo hacia la comprensión .....	38
8. EMERGENCIAS Y HALLAZGOS - ORGANIZACIÓN CREADORA .....	44
8.1. Desarrollo Pragmático - Triangulación Múltiple .....	44
8.2. Emergencia sobre la Borrosidad Pura .....	45
8.3. Emergencia sobre la Divergencia Agónica .....	50
8.4. Emergencia sobre la Convergencia esperanzadora .....	57
EL ENCUENTRO FINAL.....	64

8.5. Emergencia Final - La comprensión, el diálogo entre el conocido y el desconocido. ....	64
8.5.1. El amor como reflexión y diálogo - Dialogar es amar.....	65
8.5.2. La comprensión es mutua .....	67
8.5.3. Comprender es practicar reflexivamente .....	68
8.5.4. Emergencias diversas.....	69
9. CONCLUSIONES .....	79
10. RECOMENDACIONES PARA LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA.....	80
11. BIBLIOGRAFÍA .....	81
10. ANEXOS .....	84

## TABLA DE ILUSTRACIONES

ILUSTRACIÓN 1. EL ENCUENTRO DE ESCHER.....	11
ILUSTRACIÓN 2. CIRCUITO RELACIONAL BASADO EN EL ENCUENTRO DE ESCHER. ADAPTACIÓN DE LOS AUTORES .....	23
ILUSTRACIÓN 3. PESIMISMO Y OPTIMISMO DE ESCHER .....	24
ILUSTRACIÓN 4. NUBE DE PALABRAS, BORROSIDAD PURA .....	30
ILUSTRACIÓN 5. DIVERGENCIA AGÓNICA. ADAPTACIÓN DE LOS AUTORES. ....	31
ILUSTRACIÓN 6. NUBE DE PALABRAS. DIVERGENCIA AGÓNICA. ....	37
ILUSTRACIÓN 7. CONVERGENCIA ESPERANZADORA. ADAPTACIÓN DE LOS AUTORES .....	38
ILUSTRACIÓN 8. NUBE DE PALABRAS, CONVERGENCIA ESPERANZADORA.....	43
ILUSTRACIÓN 9. EL ENCUENTRO FINAL. ADAPTACIÓN DE LOS AUTORES .....	64

## 1. RESUMEN

*“Mis ideas están basadas en mi asombro y admiración por las leyes contenidas en el mundo que nos rodea. Quien se maravilla de algo, toma conciencia de algo maravilloso” Maurits Cornelius Escher (1898 – 1972).*

La Obra “*El encuentro*” del pintor Francés Maurits Cornelius Escher, ha generado la inspiración para que en la presente obra de conocimiento se examine el sentido de la *comprensión en matemáticas* a partir de la reflexión continua desde la inmersión realizada con estudiantes de grado décimo de la I.E.T.C Santa Cecilia; no obstante, los autores cavilaron entre situaciones educativas pasadas, con el fin de evidenciar dificultades acerca de este mismo tema y a partir del sistema didáctico propuesto por Chevallard, lograr comprender y develar aspectos integradores de los elementos que describen las esencias de sus actores y las relaciones entre ellas.

El recorrido dialógico y la emergencia recursiva, son parte fundamental del diseño metodológico que se realizó bajo un enfoque cualitativo. Se usaron instrumentos de la etnografía (diarios de campo, grupo focal, encuestas y entrevistas) y elementos de la Investigación Acción Participación (conocer y actuar, teoría y praxis), con el fin de generar conciencia crítica sobre la realidad de la población de estudio que puede trascender a otras disciplinas, a otros contextos y otras poblaciones. En esta *investigación* se usó un procedimiento reflexivo, sistemático, controlado y crítico que tuvo por finalidad estudiar y analizar la comprensión en matemáticas. En este caso en particular, La *acción* no fue la finalidad última de la investigación, sino que representó una fuente de conocimiento, al tiempo que la propia realización del estudio fue en sí una forma de intervención. Finalmente, la *participación* muestra que en el proceso se involucraron los investigadores profesionales y la comunidad destinataria del proyecto, que son considerados como sujetos activos que contribuyen a conocer y transformar su propia realidad. Los hallazgos de este proceso investigativo, permiten evidenciar los nodos presentes en el proceso de la comprensión, traducidos en los capítulos de este documento como las esencias que posee todo individuo; *el enseñante, el enseñado y el saber*. Más aún, surgen como emergencias relevantes, las relaciones que se presentan en tal recorrido; *la reflexión, la acción y el diálogo*.

Todo esto, para develar que en la comprensión de este sistema didáctico se revela una premisa, tal vez conocida, pero poco practicada, que consiste en actuar con pasión por las matemáticas, pasión que solamente puede obtenerse a través de procesos reflexivos en la propia disciplina, pero también de procesos de amor que involucren al otro, teniendo siempre presente que el educar significa amar, que la relación que puede producir el aprendizaje es aquella en la que se genera confianza, amor y pasión.



## 2. ABSTRACT

In the present Work the point of the comprehension in mathematics is examined; starting from the continuous consideration of this process that so many people find difficult. Using the studies of the didactic system proposed by Chevallard, many integrating aspects of elements can be found, that describe the essence of its actors and the relations between them.

Dialogical paths and the recursive emergency are used as a fundamental part of the methodological design that is developed under a qualitative approach. Ethnography tools (field journals, polls and interviews) and elements of the action-participation research (Knowing and acting, theory and praxis) were used, with the goal of raising critic awareness of the reality of many individuals. In this investigation a reflexive, systematic, controlled and critic process was used to study and analyze the comprehension of mathematics. The action is not the final goal of the investigation, but it represents a source of knowledge. The participation shows that in the process, the professional investigators and the target community of the research who are considered to be the active subjects of the research, also contribute to changing their own environment.

The findings of this research project, allow to show the nodes and relations present in the process of comprehension. The cores present in every individual; The teacher, the taught and the knowledge. The relations between those cores; the thought, the action and the dialogue.

### 3. EPÍGRAFE

*“We adore chaos because we love to produce order”*

*“Se ama al caos tanto como se puede amar al orden”*

*M.C.Escher*

#### 4. EXORDIO

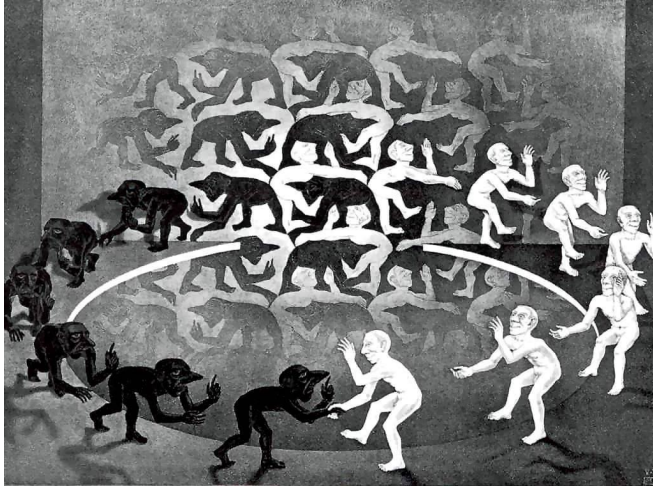


Ilustración 1. El encuentro de Escher

*La partición regular del plano y el uso de patrones que rellenan el espacio sin dejar ningún hueco.*

**M. C. Escher.**

Inspirados en la fina línea divisoria que separa al estudiante del maestro de matemáticas, los autores de esta obra de conocimiento evocan la constante dualidad que nos rodea; ser o no ser

(SHAKESPEARE, 1948), el algo y la nada

(HEGEL, 1974, p40), el bien y el mal ,

verdad y falsedad (RUSSEL, 1928), el error y el acierto, conocer y no conocer, comprender y no comprender, aprender y enseñar, vivir y morir, ...estas no son sino dos caras de una misma moneda. Esta obra de conocimiento utiliza el principio dialógico como generador de método para contrastar las voces de los objetos de estudio que hablan de la comprensión -tan lejana, tan cercana- con elementos teóricos de la complejidad, para describir la magnificencia resultante del diálogo a susurros ensordecedores entre la esencia que enseña “lo conocido” a otro que aprende “lo desconocido”. Se resalta en este trabajo el aporte *El encuentro* de Maurits Cornelis Escher quien luego de abonar por un largo tiempo el terreno de nuestra reflexión, nos ha permitido describir a través de los capítulos -estados- de esta investigación un posible camino hacia la comprensión de las matemáticas.



## 5. TÓPICOS DE INDAGACIÓN

En Colombia la educación se define como un proceso de formación permanente, personal cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes (Ministerio de Educación Nacional, 2016). Para fines del desarrollo de esta obra de conocimiento, se concibe la *educación* como ecosistema en el que habitan los actores fundamentales del sistema enseñanza - aprendizaje y todas sus posibles relaciones, convirtiéndose en el primer tópico de indagación. En él, las relaciones entre los elementos que lo componen, dan vida a una red que se hace comprensible desde la perspectiva del pensamiento complejo. Escuelas, colegios, institutos, universidades, normas jurídicas, programas curriculares, instituciones sociales, recursos humanos, tecnológicos, metodológicos, materiales, administrativos y financieros, son los escenarios y elementos que componen este ecosistema, y sus habitantes pretenden descubrirlo y comprenderlo todo a través de la exploración e investigación.

Un eco retumba las paredes de nuestro entorno describiendo el segundo tópico, y dice que *las matemáticas* como práctica natural hacen más fácil el entendimiento del mundo; no obstante, algunas voces se levantan en protesta a esta precoz afirmación y aseguran que su comprensión es difícil y lejana y es un acto suicida aventurarse a alcanzarla. La matemática (Ecured, 2016) (del latín *mathematica*, y este del griego *μαθηματικά*, derivado de *μάθημα*, “lo que se aprende”) es una ciencia que, fundamentada en unas nociones básicas y usando como herramienta el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones cuantitativas entre los entes abstractos (números, figuras geométricas y símbolos). Mediante las matemáticas conocemos las cantidades, las estructuras, el espacio y los cambios.

Al parecer, el problema reside en la codificación que se ha dado al mundo a través de un lenguaje que usa signos y símbolos y que en su perfecta aleación estructural resuelven cualquier problema que se presenta. Sin embargo, una mirada más profunda a los elementos funcionales que componen este escenario, suscita una inquietud hacia sus relaciones. Tres entidades han cobrado importancia y son ellas las protagonistas del análisis que se describe en esta obra: 1) *el que conoce* (el enseñante), 2) *el que no conoce* (el enseñado) y 3) *el saber* (las matemáticas). Este conjunto de elementos definidos por Chevallard (1998) como *el sistema didáctico*, constituyen el tercer tópico de indagación. Desde el principio dialógico enunciado por Morín (1994), se permite la acepción de los conceptos opuestos pero dependientes, tal como lo describe Hegel (1947), una entidad puede tornarse como lo otra, porque son la misma cosa y a la vez diferentes, así: el enseñante en ocasiones juega el papel del enseñado, y el enseñado se pone en los zapatos del enseñante sin abandonar los propios.

Para comprender las relaciones integradoras de estos tres elementos, es necesario recurrir a un cuarto tópico que se define como un conjunto de reflexiones sobre la esencia de las cosas naturales, especialmente sobre el hombre y el universo; *la filosofía* como catalizador de reflexión, retomando las palabras de Hegel, nos ubica en el carácter dialéctico de los polos de discusión (enseñaste/enseñado).

Crisis y desolación, en medio de este ambiente lleno de relucientes sonrisas, algunas carcajadas, confunden los rostros de quienes procuran vivir en armonía en medio del caos. Una frustración por parte de un maestro, motivada por desesperanzas resultadistas, describen el sentimiento que origina esta obra. Emancipar las mentes a través de *prácticas de aula* que trascienden lo que nos rodea y nos permite reflexionar el propio saber desde *la didáctica* para ponerlo en diálogo con el saber que se nos entrega, definen el quinto y sexto tópicos que brindan herramientas primordiales en el develar de misterios que se encapsulan en el tránsito de dialogicidad entre los actores del sistema didáctico.

Situaciones indescriptibles en medio de la heterogeneidad de esencias en un espacio reducido en el que una sola luz pretende iluminar el espíritu de los demás, aun conociendo que cada luz provee un haz particular que contribuye a la búsqueda del conocimiento. El camino para el encuentro entre el sistema didáctico y el conocimiento, en esta obra, se denomina *la comprensión* y es el séptimo tópico de indagación. La comprensión se percibe como la capacidad que tiene una persona para llegar a una conclusión en una situación con la que nunca se había enfrentado antes. El individuo suele demostrar su adquisición de comprensión a través de las frases: "¡Ah, ya!, o sea que si..." y a continuación formula una conclusión. Lo característico de la comprensión es que se van tanteando nuevas situaciones. En términos matemáticos, la comprensión puede ser entendida por secuencia lógica una serie de silogismos en la que la conclusión de un silogismo supone la premisa del siguiente. El objetivo de estas secuencias es partir de un determinado dato para llegar a conclusiones que se encuentran alejadas de este primer dato.

A modo de reflexión, podemos decir que los actores de estos tópicos interactúan bajo las órdenes de un sistema transmisionista, con una estructura de difícil asimilación, pero de fácil sumisión. Un currículo que encasilla las libertades de quienes quieren y no quieren investigar y aprender. Y en el mismo escenario, flotan preguntas que de resolverse, evitarían tantas angustias donde debería reinar la felicidad. El primero, un ser que dice conocer, un individuo formado para enseñar, con una rúbrica que le dicta el camino a seguir; el segundo un pequeño con ansias de aprender, un actor "pasivo", que además de órdenes, debe seguir procesos sin sentido. En un mismo ser, los dos actores, el que conoce (en adelante EL CONOCIDO) y el que desconoce (en adelante EL DESCONOCIDO), una esencia que se amarra a su sabiduría ancestral, y la otra que se forma a partir de currículos y escenarios que encierran sus ser.

## 5.1. Antecedentes

Las categorías sobre las cuales está fundamentada esta obra de conocimiento son: *lo conocido, lo desconocido, la reflexión y el diálogo* que giran en inmediaciones a la *comprensión*. Al respecto, se puede decir que sobre la comprensión se han elaborado diferentes investigaciones que permiten dar algunas luces para la elaboración de esta obra de conocimiento, así pues, Van Hiele (1957) en su trabajo *El Problema de la comprensión* en donde problematiza sobre el aprendizaje de la Geometría se examina el significado y las funciones de la comprensión durante un proceso de aprendizaje. En vista de la extensión del tema, este trabajo de investigación doctoral se limita al análisis de la comprensión matemática en general y de la comprensión geométrica en particular.

Como aporte a la realización de esta obra de conocimiento, la investigación describe la comprensión como resultado de un proceso de aprendizaje, los estudiantes reaccionan de forma adecuada ante situaciones que no se habían incluido en ese proceso. Esta inferencia, sin embargo, sólo es admisible si el alumno ha ejecutado la acción con intención deliberada, es decir si podemos asumir sin riesgo que en ella no ha tomado parte el azar. Con lo anterior se da línea para que se reflexione en torno al ejercicio comprensivo con vías hacia el aprendizaje.

De otra parte, Meel (2016) en su trabajo *Modelos y Teorías de la Comprensión Matemática* argumenta que a pesar de que existen varios marcos teóricos sobre la comprensión matemática como el modelo de Piere y Kieren y la teoría de APOE, parece que los dos incluyen solamente las características más importantes; la comprensión como un proceso conectivo de varios estratos no lineales y como un proceso recursivo con características fractales. Desde esta perspectiva, el desarrollo de la comprensión se involucra con la organización y la reconstrucción de las estructuras de conocimiento de la persona. Para efectos de este trabajo de investigación, aquellas estructuras no solo refieren a la estructura social externa que rodea al estudiante y que promueve el aprendizaje y la comprensión, sino también las estructuras internas que abonan un terreno para que la comprensión se produzca. De aquí que resulta interesante cavilar no solo el contexto exterior de quien comprende sino también sus interacciones internas en favor de esa comprensión.

Igualmente, Gallardo y otros en su trabajo *Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración*. Este trabajo estudia el significado de la comprensión en matemáticas. Desarrolla una propuesta para la interpretación del aprendizaje comprensivo que se sustenta en un modelo operativo para la valoración de la comprensión del conocimiento matemático. Su potencialidad práctica se pone de manifiesto en su aplicación, mediante un estudio realizado con profesores en formación, en el contexto de las fracciones. Las evidencias obtenidas en el uso de algunos significados de la fracción, sustentan una caracterización de la comprensión elaborada con base en las distintas prioridades de elección y disponibilidad de empleo de este objeto matemático, en su espacio fenomenológico y epistemológico. Con esto se da importancia a la disciplina desde un escenario práctico, no solo desde el uso disciplinar que se le dé a las matemáticas, sino como herramienta de interacción con el mundo al igual que pudiera ser el lenguaje u otra disciplina.

En la investigación de Gallardo se expone la interpretación de las acciones de los estudiantes durante la resolución de un problema individual. Aun cuando el problema de la interpretación de la comprensión en matemáticas es complejo, se aproxima a su estudio desde una perspectiva constituida por un planteamiento teórico operativo y una estrategia metodológica sustentada en el análisis fenómeno–epistemológico. El planteamiento teórico ofrece la posibilidad de sortear algunas fronteras internas de la comprensión. De aquí que en esta obra de conocimiento, más que ofrecer elementos aislados desde la teoría, acompañados con ideas producto de la casuística, se busca generar un panorama que logre incorporar las bondades de la retórica y la practicidad del trabajo de campo para potenciar en sus lectores un escenario de comprensión de las matemáticas.

El desarrollo de conocimiento; teoría y estrategias metodológicas orientadas a la comprensión, plantea retos significativos a las investigaciones en la enseñanza de las Matemáticas, el Lenguaje, las Ciencias y otras disciplinas. Sin embargo, para el caso específico de la Comprensión en Matemáticas sobresalen autores como Chevallard, Godino y Freire que no se mencionan en este apartado, debido a su gran aporte a través del diálogo en la construcción de este obra de conocimiento y cuyas contribuciones se verán reflejadas durante todo el transcurso de la investigación, retomando como ya se mencionó anteriormente, las voces de la población



objetivo de investigación que han sido el factor motivacional para el desarrollo de esta investigación.

## 5.2. Justificación

El proceso de investigación que da como resultado esta obra de conocimiento se fundamentó en el acto contemplativo de más de 10 años de experiencia en las aulas y al observar lo frustrante que suele llegar a ser el acto comprensivo. Desde las áreas de las matemáticas y la filosofía entonces, se confluyen esfuerzos para analizar *la comprensión* en un sentido humanizante y esperanzador, paralelo al proceso de *aprender*. Lo anterior gana importancia, en tal sentido lo afirma Gadotti (2007) el acto de aprender a leer y escribir no implica por sí mismo el desarrollo de la capacidad de reflexión y por tanto algún tipo de comprensión.

Esta investigación retoma la experiencia del sujeto que para aprender repite procesos, y da prevalencia a la transmisión de conceptos y poco valor a la esencia innata del ser humano de pensar, relegando a segundo plano la *comprensión* que consiste en tener una idea clara de lo que se dice para llegar al sentido profundo de lo que se estudia. Así, para el caso de las matemáticas, se escuchó voces que claman por una fórmula mágica que ayude a comprenderlas y se trata por tanto, de ofrecer desde la reflexión, un panorama para quien emprende el camino de enseñar o aprender.

Este estudio se realizó motivado en el concepto de un mundo globalizado y ahogado en la superproducción de todo y a todos los niveles; se prioriza en los resultados y no se da importancia al disfrute del camino que conduce a aquellos resultados. Así pues, lo afirma Paulo Freire (2008), al expresar la relación entre texto y contexto, para explicar que el aprender a leer las letras no implica el desarrollo de la capacidad reflexiva. De igual manera que la sociedad capitalista consagra la separación antinatural entre las funciones de las manos y las funciones propias de la cabeza, existe por tanto una separación entre el texto y el contexto. (p.17) Con esto se da argumentos para la realización de esta obra de conocimiento puesto que el trabajo de investigación gira entorno a la *comprender* y trasciende el *aprender* y el *leer* como ejercicios propios del ser humano los cuales desde el aula usualmente se confunden.





Esta obra de conocimiento se realiza porque la comprensión matemática no debe ser descrita únicamente como un concepto abstracto y teórico, sino como un ejercicio liberador y que desde la razón se escuche a aquellos que sufren al chocar con una barrera de incompreensión y otros que apenas han logrado romper ese muro. Con esto se manifiesta la necesidad de resignificar el aprendizaje de las matemáticas y naturalizarlas en un mundo resultadista desde la reflexión y el diálogo. Al respecto, *dialogar* no significa plantear preguntas por el placer de preguntar y contestar por el placer de contestar, quedando satisfechos al rozar de un modo desordenado la periferia del objeto de nuestra curiosidad.

El acto cognoscitivo del diálogo se produce cuando los que desean conocer algo logran aprehender lo que se intenta conocer y ese algo se rinde como un mediador ante los dos exploradores en su crítico develamiento del objeto a ser conocido (Freire & Íllich, Evangelizadoras de los Apóstoles, 2014). Así, se busca fortalecer los procesos pedagógicos desde una postura liberadora que ayude a maestros y estudiantes a comprender y estudiar las matemáticas de forma conjunta y resignificar el acto pedagógico y didáctico desde una postura que piense más en las necesidades de los estudiantes y no tanto en los afanes de los maestros.

## 6. PROBLEMATIZACIÓN

Habiendo tomado distancia del mero hecho de enseñar y luego de permitirnos divisar las matemáticas como una práctica natural pero alejada de los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Santa Cecilia, se observa cómo estos destacan mayores intereses por campos de conocimiento como las humanidades, abandonando tal vez, con justa causa el camino pedregoso que implica la comprensión matemática. Al realizar una introspección y detallando que en el pasado, ese mismo camino pedregoso, fue quien impuso a los autores de esta investigación la más grande de las barreras, encontramos en el hoy la oportunidad para ver hacia atrás y hacia adentro para preguntarnos tal vez, ¿cómo convertir la educación en un ecosistema propicio para aportar a los estudiantes desde el ejemplo? ¿Cómo enriquecer las prácticas de aula para que estas trasciendan el todo que rodea a los estudiantes? ¿Cómo encontrar desde la reflexión el camino preciso hacia la comprensión? ¿Cómo vincular el diálogo en los procesos de aprendizaje, de tal manera que se convierta en una herramienta fundante en la búsqueda del conocimiento? Se busca con esto brindar herramientas desde lo filosófico y su constante reflexión para un acercamiento hacia tan anhelada comprensión de las matemáticas para transformar algunas realidades y superar frustraciones.

Por su parte, desde nuestra acción formativa tendremos que preguntarnos si la reflexión sobre el propio saber apoya a la construcción no solo de un mejor estudiante, sino de un mejor maestro. Se espera que el entramado que ofrece la complejidad, permita a los autores de esta obra de conocimiento y a sus lectores develar los cuestionamientos centrales que se exponen en la siguiente área problemática.

### 6.1. Área Problemática

Las principales categorías de esta obra de conocimiento giran en torno a la comprensión matemática y los elementos reflexivos que componen el sistema didáctico, conformado a su vez por la relación ternaria entre quien enseña, quien aprende y el saber (Chevallard, 1991). Desde una perspectiva sistémica no es deseable que se busque dar explicación a cada uno de los

elementos mencionados de forma independiente, por su parte es de gran trascendencia dar cuenta de cada uno de ellos a la luz de las relaciones que se entretengan y los unen para dar paso a la siguiente pregunta orientadora de investigación:

*¿Qué elementos reflexivos, entre el enseñante y el enseñado, se deben dar como antesala a la comprensión?*

Para dar consistencia a la organización compleja del conocimiento en este trabajo, en donde se tiene el principio dialógico como generador de método, es necesario construir un quid problémico que permita conducir el ejercicio investigativo desde el aspecto organizativo y a su vez permita crear una ruta de reflexiones intencionadas. Igualmente, se pretende generar objetivos que conduzcan a concretar el desarrollo de cada uno de los capítulos. Las preguntas secundarias a resolver son:

1. *¿Qué relación dialógica existe entre el enseñante y el enseñado en el escenario de lo conocido y lo desconocido que antecede a la comprensión matemática?*
2. *¿Qué papel juega la reflexión en el camino de divergencia hacia la comprensión matemática?*
3. *¿Qué relación existe entre la reflexión y el diálogo en inmediaciones de la comprensión matemática?*

## **6.2. Intereses gnoseológicos**

Los intereses gnoseológicos de esta obra están orientados por un principio emancipador y cuyos productos intelectuales pueden ser utilizados por estudiantes y maestros en todos los niveles educativos para la enseñanza de las matemáticas. Indudablemente el sentido crítico social de esta investigación pretende fomentar una estructura de conciencia que permita incorporar la disciplina matemática con esfuerzos, con frustración pero con una convicción alentadora de que siempre se puede. El diálogo permanente entre las disciplinas invitadas, se abre paso a través de las imperfecciones crecientes en los modos dominantes de construir conocimiento y permite vislumbrar en esta obra, un camino que inicialmente se percibe como interdisciplinar, aunque observado en la dirección de sus conclusiones, refleja interpretaciones del conocimiento desde la perspectiva de la vida humana y del compromiso social, generando resultados transdisciplinarios.

Los intereses gnoseológicos que se proponen para esta obra son:

### **Interés Gnoseológico Abismal**

Develar los elementos reflexivos emergentes entre el enseñante y el enseñado que giran en torno a la comprensión matemática.

### **Intereses Gnoseológicos Derivados**

- Identificar la relación dialógica entre enseñante y el enseñado en inmediaciones de la comprensión matemática
- Describir aspectos de la reflexión que posibilitan la comprensión matemática
- Reconocer la relación entre la reflexión y el diálogo en inmediaciones de la comprensión



## 7. FUNDACIÓN Y DIALOGICIDAD

### 7.1. Recorrido Dialógico y recursividad emergente

El recorrido metodológico que se propone en este trabajo de investigación parte de un principio *dialógico* puesto que los autores se permiten asumir una racionalidad de nociones contradictorias para concebir un mismo fenómeno complejo (Morín, 1999). En este sentido, durante todo el trasegar de la obra se discutirá sobre dos esencias presentes en el complejo proceso de la comprensión del ser humano en torno a los saberes matemáticos. Es *dialógico* puesto que se ha propuesto retomar la participación activa y decisoria de los sujetos involucrados, en este sentido han participado de esta obra de conocimiento tanto estudiantes como maestros, tanto aquellos que se destacan por su participación asertiva en clase de matemáticas como aquellos que no logran hacer lo mismo, maestros poco destacados por su incipiente reflexión sobre el saber cómo aquellos comprometidos con su acción pedagógica, por otro lado y para reafirmar este sentido dialógico en el transcurso de los cuatro capítulos se contrasta las voces de los actores anteriormente mencionados con la reflexión teórica producto de la investigación.

Es preciso anotar que durante el recorrido dialógico se darán pistas de algunos elementos producto de las emergencias y hallazgos de los investigadores, pero que estos serán mencionados y resaltados en un capítulo especial para tal fin. Por su parte y para rescatar las metodologías de investigación cualitativa se retoma la investigación acción participativa -IAP- por cuanto “incorpora los presupuestos de la epistemología crítica, organiza el análisis y la intervención como una pedagogía constructiva de disolución de los privilegios del proceso de investigación como punto de partida para un cambio social de alcance indeterminable” (Espadas Alcazar & Moreno Pestaña, 2016) y liberador desde un punto de partida de construcción colectiva circunscrito siempre a un contexto abierto, crítico y complejo.

El método de investigación implementado se vale de un principio de *recursividad* puesto que se da un valor importante a la autoproducción y auto organización descrita por Morín, quien afirma que es “... un bucle generador en el que los productos y los efectos son en sí mismos productores y causantes de lo que los produce” (Morín, Revista de Ciencias de la Educación,



2004). En este sentido se percibirá que en el entramado del texto se alude al diálogo interno del que aprende -entre su esencia conocida y desconocida- y adicionalmente de forma externa al diálogo que este mismo tiene con su maestro. Se deberá recordar prematuramente en este punto que el maestro también posee diálogos internos entre su esencia de conocido y desconocido, para dar acompañamiento a su estudiante quien parece no reconocer este sistema didáctico y sacar partido del mismo.

## 7.2. Plano Gnoseológico General

Se presenta a continuación el plano gnoseológico en donde se relacionan las categorías más importantes de esta obra de conocimiento. Se resalta en ella la *metáfora* como dominio simbólico predilecto al utilizar *El Encuentro*, pintura del autor Neerlandés Maurits Cornelis Escher, quien a través de sus aportes desde mundos imaginarios, figuras imposibles y teselados describe y representa la dualidad del ser humano y la fina línea que divide el estudiante del maestro. Se aprovecha cada uno de los elementos de la pintura para representar en ella las categorías que se convierten en capítulos para desarrollar esta obra de conocimiento.

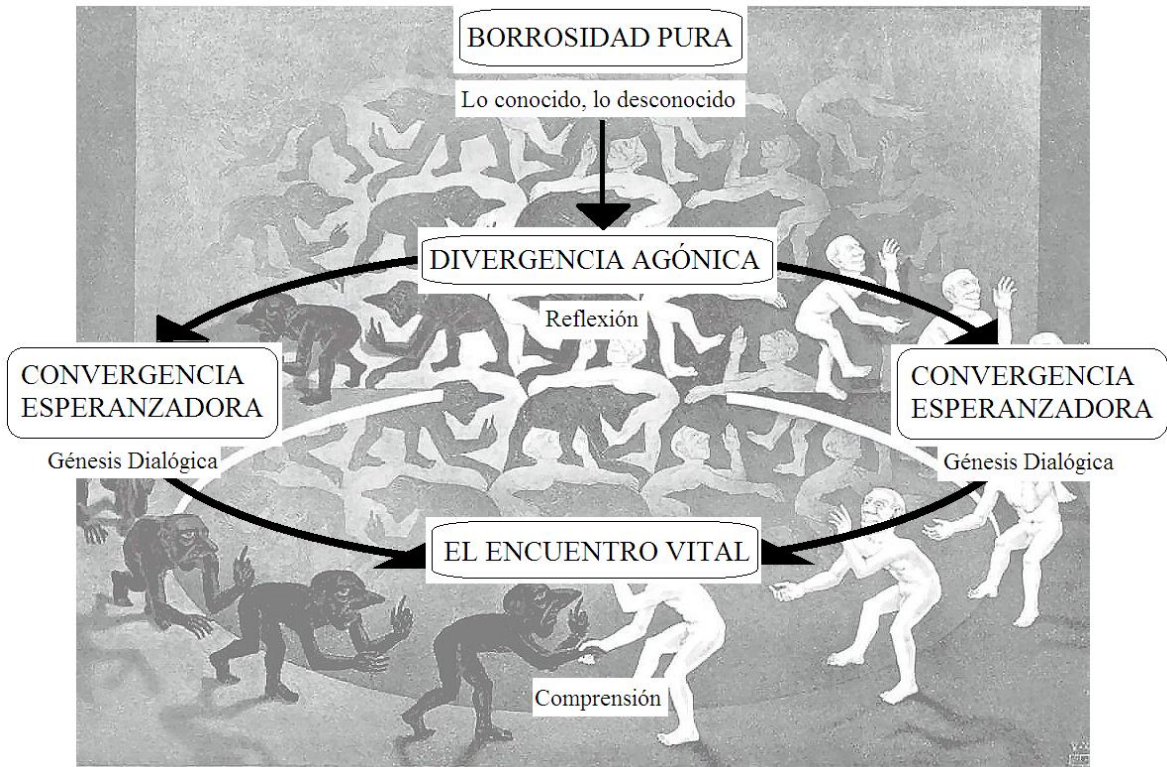


Ilustración 2. Circuito relacional basado en El encuentro de Escher. Adaptación de los autores



## BORROSIDAD PURA

### 7.3. El mural, lo conocido, lo desconocido, una sola borrosidad



Ilustración 3. Pesimismo y Optimismo de Escher

*“To have peace with this peculiar life; to accept what we do not understand; to wait calmly for what awaits us, you have to be wiser than I am - M.C. Escher*

*“Para tener paz con esta peculiar vida; para aceptar lo que no entendemos; para esperar con calma por aquello que nos espera, es necesario ser más prudente de lo que soy” - M.C. Escher*

Basados en el análisis polisémico de la obra de Escher e intentando dilucidar las ideas detrás de la frase expuesta anteriormente se retoma el significado que existe alrededor del término usado; *prudente*. Procedente de la palabra prudencia, éste es el adjetivo que describe la persona capaz de pensar, ante ciertos acontecimientos o actividades, sobre los riesgos posibles que estos conllevan, y adecuar o modificar la conducta para no recibir o producir perjuicios innecesarios. Con esto se





comprende que la prudencia es una característica fundamental para observar acontecimientos del ser humano y sus riesgos. Naturalmente la osadía de asumir los riesgos de una actividad básica de *comprensión*, es aquella que expresa Escher e invita a aceptar un estado natural y dialógico asociado a la idea de comprensión; es decir la *incomprensión*. En un sentido filosófico se comprenderá que la prudencia aporta al ser humano la virtud que consiste en discernir y distinguir lo que está bien de lo que está mal y actuar en consecuencia. Así pues, esta misma prudencia llevará a tratar de detallar aquello que se comprende de aquello que no se comprende, entendiendo metafóricamente que la comprensión y la incomprensión son dos procesos hermanos, dialógicamente necesarios entre sí.

La *borrosidad* denota el estado en el cual el sujeto es incapaz de observar en detalle las fronteras de cada esencia. De esta manera, emerge la inhabilidad que posee el individuo para distinguir *lo que conoce* de *lo que desconoce*, su esencia *conocida* (enseñante) de su esencia *desconocida* (enseñado) y vivir en consecuencia de descubrir que posee dos esencias opuestas pero necesarias, que conviven sin dialogar.

La borrosidad se manifiesta en la obra *Pesimismo y Optimismo*<sup>1</sup> porque simboliza el estado bidimensional en el que se encuentran las esencias del ser. En esta obra, el *conocido* y el *desconocido*<sup>2</sup> son incapaces de verse al rostro porque la disposición en el espacio no se los permite. Chevallard (1998) lo expresa al hablar del *sistema didáctico* el cual se compone del que enseña, el que aprende, un saber y sus relaciones; de igual manera, cuando menciona la conciencia didáctica entendida como “la forma vivida de la condición de posibilidad de la enseñanza” en tanto “es cerrada porque el sistema didáctico es abierto”. Así pues, el sistema didáctico surge de la relación entre quien enseña, quien aprende y el conocimiento a aprender para dar paso a una *conciencia didáctica*, que al ser cerrada posibilita que a un sujeto se le enseñe un saber. Por otra parte, el enseñante con su conciencia didáctica cerrada permanece sin comprender el saber, mientras que al intentar comprenderlo (no para sí mismo, sino para poder salir del sistema didáctico como lo afirma Chevallard), transforma el saber sabio en *saber a*

---

<sup>1</sup> Refiere a la pintura de Escher que se presenta al inicio de este capítulo.

<sup>2</sup> imágenes de los individuos que se encuentran de espaldas sobre un plano.

*enseñar*<sup>3</sup> y este es el resultado de su comprensión y posterior aprendizaje. El *tratar de comprender en matemáticas* genera la apertura de la conciencia didáctica para que exista la activación del sistema didáctico interno del sujeto.

La borrosidad ayuda a explicar la relación entre el conocido y el desconocido, como lo describe Kosko:

*No hay límites definidos en el todo y que es cuestión del grado de aproximación; a medida en que nos acercamos a las cosas, sus bordes se tornan más borrosos, a mayor borrosidad mayor precisión. Cuanto más se parece una cosa a su contrario, más borrosa es. (Kosko, Zadeh)*

Observe que las dos categorías (lo conocido y lo desconocido) son opuestas, sin embargo en la *borrosidad* son similares entre sí.

En lo que respecta a la pregunta orientadora de este capítulo y el objetivo que lo define, se entiende que la relación está demarcada por la correspondencia o conexión que hay entre lo conocido y lo desconocido. Para esto habrá que discutir sobre los *elementos*<sup>4</sup> del sistema didáctico contextualizados a esta obra.

En este capítulo empezamos reflexionando sobre *el saber*. Según Chevallard (1998) “es inadecuado hablar de génesis y filiaciones, de rupturas y reformulaciones del saber, pues supondría dar cabida legítima a una cuestión que no puede sostenerse” y esto supone que desde un punto de vista objetivo el saber es uno solo. Para el caso de las matemáticas el conocimiento y la comprensión a la que se pretende llegar también son una sola entidad. Ahora el *saber sabio* y el *saber enseñado* son la percepción que logran cada uno de los actores del sistema didáctico.

Al reflexionar sobre el *enseñado*, Freire (1999) afirma que “nadie educa a nadie, los hombres se educan entre sí, mediatizados por un mundo”, permitiendo comprender que todos los seres humanos están dotados de una capacidad enseñante que se debe explorar y cosechar en un

---

<sup>3</sup> Entiéndase para esta obra de conocimiento que el *saber a enseñar* es el saber que queda para mí antes de proceder a enseñar.

<sup>4</sup> el saber, el enseñado y el enseñante

diálogo permanente con los otros. De esta manera, se incorpora el *sentido recursivo* de la conexión entre el enseñante y el enseñado. Recordemos que el sistema didáctico tiene tres elementos; ahora bien, en el *sujeto que aprende* también se encuentran tres elementos, una *esencia enseñante* y una *esencia enseñada* que dialogan en torno a *un saber*.

La conexión entre la esencia conocida y desconocida trasciende a los confines de lo biológico. El placer y la ternura son elementos que permiten apreciar que existe esta correspondencia para que surjan momentos de comprensión. De esta manera lo manifiesta Assman (2002):

*El placer y la ternura en la educación significan el deseo profundo por «reencarnar» la educación, por imbuir de un nuevo encanto la hermosa tarea de educar. Significa vivenciar las implicaciones pedagógicas del hecho de que los procesos cognitivos y los procesos vitales son, en el fondo, una misma cosa*

El afán de comprender la posibilidad de enseñanza del ser humano ha llevado a contemplar que los procesos de aprendizaje y de enseñanza guardan una relación dialéctica dentro de la persona.

Edgar Morín (1994) apoya esta postura al citar su texto “*The Origine of Conciousness*” (El origen de la conciencia) que:

*En las civilizaciones antiguas, los individuos tenían dos cámaras no comunicantes en su espíritu. Una cámara estaba ocupada por el poder: el rey, la teocracia, los dioses; la otra cámara estaba ocupada por la vida cotidiana del individuo: sus ansiedades personales, particulares. Más tarde, en un momento dado, en la ciudad griega antigua, hubo una ruptura del muro que separaba ambas cámaras. El origen de la conciencia proviene de esa comunicación.*

En donde define que el estado de conciencia, permite describir la comprensión a partir del diálogo que puede ocurrir entre lo conocido y lo desconocido.

Con lo anterior, el que enseña debe asumir una esencia desconocida que en todo momento dialoga armónicamente con su esencia conocida y a través de este ejercicio continuo, gestar las

comprensiones más importantes para el sujeto. Por otro lado, quienes no han explorado su esencia conocida asumen una postura de pasividad ante el acto comprensivo. Por el momento, se dirá únicamente que quien enseña, en algún momento era quien aprendía y para su suerte, su capacidad de aprendizaje surgió reflexiva y *prudentermente*<sup>5</sup>, porque aceptó lo que no entendió, esperó con calma y continuó trazando un camino de reflexión hacia la comprensión.

La relación entre el conocido y el desconocido *al interior del que aprende* y a la vez la relación entre quien aprende, su maestro y el aprendizaje<sup>6</sup>, sugiere la unión que hay entre las entidades participantes. Como lo afirma Chevallard (1998), existe una antigua relación con el saber de la que sin duda, enseñante y enseñado no podrán deshacerse completamente. Esa relación permite vivir una conquista de la verdad como una victoria obtenida, no sobre la ignorancia -porque de esta todos somos responsables-, sino sobre cierta voluntad<sup>7</sup> de secreto, entendiendo esto como “la posibilidad de discernir sobre lo que se desea hacer y lo que no”. Ahora, esta voluntad podría referir a lo que se hace correcta e incorrectamente en el camino de la comprensión, ante lo cual, los autores de esta investigación no profundizan, debido a la claridad expuesta en las reflexiones anteriores, que se resume en que el error producto de la incomprensión es tanto válido como necesario en el devenir de la comprensión.

Finalmente, la relación mencionada por Chevallard es aquella que existe entre *el saber con quién intenta saber*. El saber implica reconocer que existe *ignorancia* sobre el saber, cuyo principio y fin son desconocidos, sin embargo, somos responsables de su cambio. En este punto del desarrollo de esta obra de conocimiento se observan atisbos de que la reflexión puede ser interpretada como la antesala al diálogo entre el enseñante y el enseñado sobre aquello que se pretende saber.

---

<sup>5</sup> Refiriéndose a la prudencia que menciona Escher en la frase introductoria de este capítulo.

<sup>6</sup> En un sentido recursivo se pueden configurar varios sistemas didácticos; uno al interior del que aprende, otro al interior de quien enseña y el mismo que conforman el que aprende, el que enseña y el saber.

<sup>7</sup> Capacidad humana para decidir con libertad lo que se desea y lo que no

Al indagar a los estudiantes con la pregunta *Describe algunas características que te identifique como estudiante*. Se obtuvo diversas respuestas que dan luces de algunas categorías emergentes. Al usar un generador de nubes de palabras se obtuvo el siguiente resultado. En esta imagen se observa una persona descrita a través de características de un estudiante, a través de un proceso de reflexión e introspección, evidenciando la puesta en escena de una categoría importante en el desarrollo de esta obra al servicio de la identificación de una esencia presente en dicho individuo. Este ejercicio es relevante, pues demuestra la existencia de uno de los elementos que Chevallard describe en su sistema didáctico.





## DIVERGENCIA AGÓNICA

### 7.4. Reflexión, un camino divergente de encuentro hacia el otro

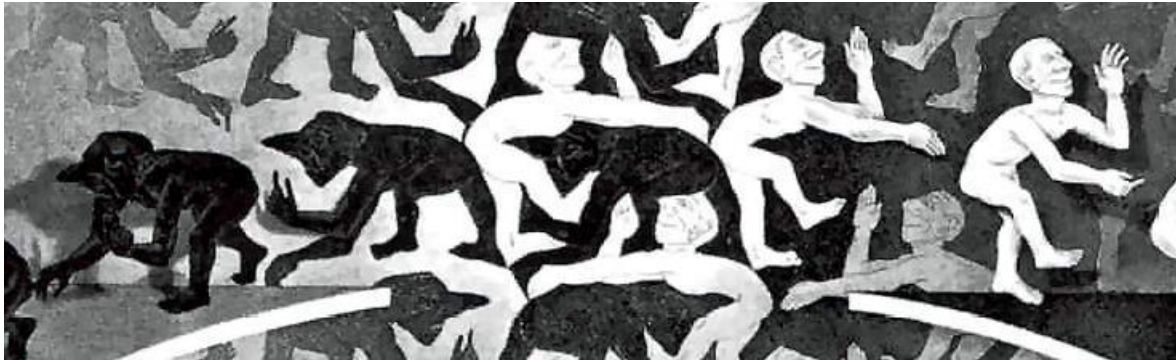


Ilustración 5. Divergencia Agónica. Adaptación de los autores.

*“He who wonders discovers that this in itself is wonder” - M.C. Escher*

*“El que se pregunta descubre que esto en sí mismo es de extrañar” - M.C. Escher*

Desde la semántica de la frase citada por Escher, se manifiesta la profunda extrañeza que evoca para los lectores el hecho de que el sujeto haga *preguntas* y el valor que esta tiene en las transformaciones del mismo. En primera medida, el autor propone que es de extrañar que un sujeto se haga preguntas y en segunda instancia, que la pregunta convoca cierta sensación de *descubrir* y esto representa un cierto sentido invaluable. En lo que respecta a la imagen que produjo el circuito relacional, la *divergencia* en el sujeto inicia cuando este se pregunta a sí mismo sobre el sentido de algo. Es *agónica* porque simboliza el periodo de transición entre la vida y muerte<sup>8</sup> y *divergente* porque como se explicará más adelante, el desdoblamiento a que el sujeto llega le permitirá identificar su esencia *conocida* de la *desconocida* para poder hacer que estas dialoguen una con la otra. Por otro lado, la divergencia apoya el sentido recursivo de esta obra de conocimiento puesto que en la relación que se establece entre el estudiante y el maestro se debe reconocer que no siempre estos estarán de acuerdo y que esto se convierte en el primer insumo cuando se recorre el camino hacia la comprensión en matemáticas.

---

<sup>8</sup> en el sentido figurativo del paso de la vida a la muerte, del paso hacia la luz eterna...

Desde el análisis de la imagen se observa cómo luego de que el conocido y el desconocido<sup>9</sup> estuvieran en un estado bidimensional, incomprensible, caótico y angustiante,<sup>10</sup> el sujeto sale al espacio tridimensional para iniciar un recorrido que los separa, pero que los conduce por un camino común. Este camino es el resultado de la *reflexión* que requiere el reconocimiento de dos esencias en un solo ser, que además deben tomar caminos cíclicos inicialmente opuestos pero convergentes al final. Para este estudio la transición agónica es la garantía de la reflexión y por tanto representa su grado de valor.

Con el ánimo de describir los aspectos de la reflexión que posibilitan la comprensión matemática, se habla de lo que Chevallard (1998) denomina la clausura de la *conciencia didáctica*, al explicar que esta “responde subjetivamente a la autonomía relativa del sistema didáctico” y que además “es la forma vivida de la condición de la posibilidad de enseñanza” para develar la dificultad del sujeto de conocer su propia existencia en cuanto a sujeto de aprendizaje refiere y su potencial de enseñanza. No obstante, esta conciencia didáctica es cerrada dado que el sistema de tutelaje desde la formación tradicional en las escuelas ha enseñado que el estudiante aprende por el esfuerzo que realiza el maestro y no por el esfuerzo del estudiante mismo.

De acuerdo a Chevallard la condición de posibilidad de enseñanza es la cerradura de la conciencia didáctica, sin embargo dado que el sistema didáctico incluye un sujeto enseñante que puede hacer que el estudiante comprenda, al usar el concepto de recursividad, se entenderá que el sujeto que aprende además de tener una condición de posibilidad de enseñanza, también tiene una condición de posibilidad de producción e enseñanza para sí o para otro sujeto dentro del sistema didáctico. Lo anterior permite evidenciar que la conciencia didáctica y el sistema didáctico conviven. Por lo anterior se puede decir que se comprende para aprender y para enseñar y se enseña para comprender y para aprender. El comprender para aprender ha de suponer un trabajo intencionado que busque que quien aprende de una u otra forma esté dotado de cierta capacidad de enseñar. Con esto se puede afirmar que la comprensión es individual e intransferible y da cabida, al menos desde lo teórico, a la posibilidad de enseñanza de un maestro

---

<sup>9</sup> optimismo y pesimismo en palabras de Escher

<sup>10</sup> sentimiento propio de la agonía





y la capacidad enseñante del estudiante. Por otro lado es claro que en un sistema didáctico se encuentran las conciencias didácticas de quien enseña y de quien aprende y como usualmente estas suelen resultar diferentes, aquellos sistemas en los que la conciencia didáctica del maestro interlocute con la conciencia didáctica del estudiante habrá mayor posibilidad de comprensión y aprendizaje por cada uno de los participantes, esta interlocución requerirá por tanto de un elemento que posibilite una mayor compenetración entre estudiante y maestro y posteriormente un acercamiento de cada uno de los mismos con el conocimiento.

El acto reflexivo en cierto sentido tiene dos ámbitos que deben analizarse y de los cuales es posible sacar partido y que se deben definir para los propósitos de este capítulo; el primero es la reflexión sobre los saberes asociados al contenido matemático, su contextualización y conceptualización. Estos contenidos de saberes que para Chevallard (1998) están designados como aquellos a enseñar, en general preexisten al movimiento que los designa como tales. Sin embargo, luego de un proceso de meditación este mismo saber se convierte en una verdadera creación didáctica, suscitadas por la necesidad de aprendizaje o de enseñanza”, en cualquiera de los dos casos que se considere, se requiere una necesidad y una intención que procuren la comprensión.

Con lo anterior, es posible que quien esté en la tarea de comprender haga adaptaciones de acuerdo a su estructura cognitiva y que a su vez le permitan aprender. Aquí, el papel de la reflexión es encontrar aquel estado natural donde preexisten los saberes designados a comprender. También es posible y según Chevallard que estas creaciones didácticas sean elaboradas para que se produzca diálogo. Los autores de este trabajo de investigación consideran particularmente que el encuentro de este estado natural deben tener conexión con la esencia naturalizante del saber para que pueda ser enseñado. Esto obliga a que el estado naturalizante de quien se enfrenta a la comprensión se sintonice con el saber de tal manera que se posibilite algún tipo de conexión dialogante con otro sujeto y así sea posible tratar sobre asuntos problemáticos que exhorten a algún tipo de solución. Sin lugar a dudas, la primera conexión entre *reflexión* y

*diálogo* es el camino que traza la reflexión permitiendo crear herramientas conceptuales y metodológicas<sup>11</sup> que agilizan el diálogo y la comprensión.

El segundo ámbito de la reflexión como aspecto que posibilita la comprensión, refiere a la cavilación del aspecto metodológico, que le permite al sujeto que aprende llegar a un punto de conciencia de lo que realmente *se hace bien* y lo que *no se hace bien*, al comparar los procedimientos propios con los de otros pares en forma sistemática y experiencial. Lo anterior confirma lo dicho por Godino y Batanero (2009), quienes resaltan el valor de la reflexión sobre la experiencia como un medio para estimular el aprendizaje. Al respecto, se tiene en cuenta el impacto positivo de *la reflexión sobre la acción* que requiere el aprendizaje en matemáticas; una experiencia vivencial, naturalizante y de significación sobre los asuntos tratados. Sobre esto afirma Schön (1983) citado por Godino que la reflexión es “una continua interacción entre el pensamiento y la acción” (p. 281) y además sostiene que el “práctico reflexivo” es una persona que “reflexiona sobre las comprensiones implícitas en la propia acción, que las hace explícitas” para la comprensión. Sin lugar a dudas esta apreciación explica un aspecto más que emerge en el discurso pedagógico en el marco global de esta investigación; *la conciencia y la intencionalidad*.

Sobre esta situación, Freire realiza una importante reflexión al señalar que la experiencia y el saber que se dialectizan en el sujeto<sup>12</sup> que inventa sus técnicas pedagógicas, le permiten redescubrir el proceso histórico del qué y por qué se constituye la conciencia humana, así pues, afirma que este es el entorno donde opera la pedagogía. Ahora, para aplicar ese conocimiento a este trabajo de investigación se dirá que la comprensión en matemáticas requiere un alto grado de concienciación, pues esta transgrede los límites del conocimiento y el reconocimiento. Además, según Freire (2005) este proceso implica decisión y compromiso. Dada la observación contextual y de acuerdo a la experiencia educativa de los autores de esta obra de conocimiento, dado lo conflictivo que resulta para muchos el tránsito de la comprensión matemática, se requiere una amplia concienciación de las masas a través de una educación que haga posible la autorreflexión sobre su tiempo y su espacio y que además despierte un grado de intencionalidad

---

<sup>11</sup> saberes que son creaciones didácticas

<sup>12</sup> educador en palabras textuales de Freire

en el sujeto, sin el cual quien intenta comprender está lejos de salir del espacio bidimensional y su borrosidad, para adentrarse en un tránsito tridimensional. Este espacio se encuentra lleno de preguntas, muchas con respuesta, otras tantas por replantear, pero en común, con un grado de comprensión que permite reflexionar al sujeto sobre un saber naturalizante, cercano, cotidiano y observado desde un plano matizado por relaciones lógicas, operatividad y sintáctica sencilla pero confusa.

La reflexión tiene tal incidencia sobre la actuación del sujeto, que le permite asumir una postura crítica de sujeto cognoscente cuyo término no es el objeto cognoscible, sino otro sujeto cognoscente, ambos mediatizados por la realidad (Reyes, 1995), de esta manera *conocido* y *desconocido* entran en un juego dialógico en el que la palabra se torna como principal herramienta para unir dos dimensiones indicotomizables; la reflexión y la acción. En este sentido Freire sostiene que, “decir la palabra es transformar la realidad. Y es por ello también por lo que el decir la palabra no es privilegio de algunos, sino derecho fundamental y básico de todos los hombres”. Con esto, un estudiante no podría transformarse en maestro y un maestro no podría pensarse como estudiante para dar sentido al acto pedagógico. Así pues, el mismo Freire afirma que “la educación verdadera es praxis, reflexión y acción del hombre sobre el mundo para transformarlo” como instancia secundaria al acto de transformación personal en el cual tanto enseñante como enseñado, en lo conocido y desconocido, requieren un espacio que privilegie la palabra, no solo para reconocer los saberes asociados al contenido matemático y los aspectos de la metodología utilizados por cada uno, sino también, de una esencia común que los une y un contexto humanizante donde circundan situaciones reales, que pueden ser comprendidas a través de la palabra y el diálogo.

En un sentido recursivo, es admisible afirmar que para que la enseñanza de un determinado elemento de saber sea meramente posible, ese elemento deberá haber sufrido ciertas transformaciones que lo harán apto para ser enseñado (Chevallard, 1998). Dichas alteraciones producto de la reflexión permiten reconocer que la enseñanza debe tener asociada una capacidad intrínseca de aprendizaje, puesto que no se es posible enseñar sin haber aprendido, lo cual también sugiere que la transposición didáctica usada para la enseñanza debe aplicarse de manera

inversa a la hora de haber aprendido. La transformación del saber se logra con la reflexión y esta a su vez, transforma al ser humano tanto si es enseñante o si es enseñado.

Al indagar en la población objeto de estudio ante las preguntas:

1. *Describe cómo debe ser el prototipo de estudiante que comprende fácilmente lo que se le enseña.*
2. *Describe algunas características que identifiquen al profesor de la asignatura que mejor comprendes.*
3. *¿Qué características identificas en un estudiante que no comprende una actividad?*

Se obtuvo diversas respuestas que dan luces de algunas categorías emergentes alrededor de las categorías iniciales presentadas en este documento. Al usar un generador de nubes de palabras se obtuvo el siguiente resultado. Estas categorías muestran las características alrededor del diálogo que se presenta en el sistema didáctico que describe Chevallard, además, permite identificar la necesidad de que las esencias se encuentre como pares para que se pueda generar el diálogo y entre algunos elementos descritos en la imagen, algunos que permiten la sinapsis final entre los nodos de dicho sistema.



Ilustración 6. Nube de palabras. Divergencia Agónica.

## CONVERGENCIA ESPERANZADORA

### 7.5. Génesis dialógica, un camino de convergencia alrededor del círculo reflexivo hacia la comprensión



*Ilustración 7. Convergencia esperanzadora. Adaptación de los autores*

*“I believe that producing pictures, as I do, is almost solely a question of wanting so very much to do it well” - M.C. Escher*

*“Creo que producir imágenes, como yo, es casi exclusivamente una cuestión de querer muchísimo para hacerlo bien” - M.C. Escher*

La tercera estación del circuito relacional devela el siguiente punto crítico del recorrido visual a que obliga la obra de Escher. En este punto, donde se experimenta la mayor distancia entre conocido y desconocido, también vislumbra una posibilidad esperanzadora de conexión entre ellos. Aunque solo visual, esta conexión es suficiente para que uno identifique al otro como es; saberes e ignorancias identificadas, errores y aciertos asumidos, fortalezas y debilidades plenamente reconocidas, interrogantes y respuestas empiezan a querer tener conexión. Sin lugar a dudas, haber llegado hasta este punto requiere haber realizado un trabajo consciente e intencional como se mencionó en el apartado anterior, pero esto fue necesario porque de acuerdo a la interpretación de la pintura, es aquí donde se da paso a una convergencia que genera esperanza a quien es capaz de asumir un estado de praxis contemplativo y a la vez pragmático, tal y como lo manifiesta Freire en su reflexión y Escher en la premisa que da inicio a este



capítulo ... “producir ... es cuestión de querer”. De esta manera los autores de esta obra de conocimiento inician un camino hacia el diálogo en inmediaciones de la comprensión, por tanto este mismo será protagonista del apartado sin dejar de lado el recorrido reflexivo que permite llegar a él, entre ires y venires como se desarrollará a continuación.

En los puntos diametrales del recorrido circular, están ahora el sujeto de saber y el sujeto de enseñanza<sup>13</sup>. Al respecto afirma Chevallard (1998) que comúnmente la distancia entre estos dos es inmensa, pero la reflexión hace posible el acercamiento entre el uno y el otro, que bien pudieran comprenderse como la misma cosa, sin embargo, están separados por una línea de reflexión que conduce hacia la comprensión. Así, la reflexión es en sí misma, el distanciamiento del que hablaba Freire al expresar que solo el hombre es capaz de distanciarse frente al mundo, sólo hombre puede alejarse del objeto para admirarlo, y que en la objetivación, los hombres son capaces de actuar conscientemente sobre la realidad objetiva; no obstante, aquí se encuentra el sentido de la praxis humana. Con esto, el concepto de distanciamiento no es el de olvido o desapego; por el contrario, el distanciamiento es el que toma el maestro del tablero cuando siente que debe detenerse en algo. Este mismo distanciamiento que toma el profesor cuando al preparar una clase, asume en su imaginario a un individuo y su entorno, que recrea al estudiante y sus necesidades futuras. Un distanciamiento de esperanza comprensiva, porque el maestro se separa del tablero para recuperar el aliento y continuar con su objetivo, recrea el estudiante no para descontextualizar la enseñanza, sino por el contrario, en ambos ejemplos, para dar claridad, para ver las cosas desde otro punto de vista, para tener un panorama general de la situación.

La objetivación de la que habla Freire conduce a pensar que la dupla *reflexión y acción* son una unidad indisoluble, como par constitutivo de la misma y por lo tanto imprescindible para la comprensión en matemáticas. La negación de uno de los elementos del par desvirtúa la praxis. Así, la praxis al ser reciprocidad entre la reflexión y la práctica exige que en el sistema didáctico; entre el estudiante y el maestro exista cierta correspondencia que permita conexión, pues resulta vacío el ejercicio pedagógico de aquel maestro que intenta hacer praxis sin estudiante, de la misma manera, resulta abismal la comprensión en matemáticas de aquel estudiante que no tenga

---

<sup>13</sup> además de quienes ya se mencionó en el párrafo anterior.

la posibilidad de diálogo sobre lo que intenta comprender con otros que asuman la postura de par. Buber (1995) lo explica en sus análisis al decir que “mi TÚ me afecta a mí como yo le afecto a él. Nuestros alumnos nos enseñan, nuestras obras nos edifican... ¡cuán grandemente somos instruidos por los niños, por los animales! Vivimos inescrutablemente incluidos en la fluyente reciprocidad universal”. De esta forma, tanto como estemos prestos a dar, estaremos listos para recibir. La reciprocidad como ley universal permite que en el sistema de enseñanza y aprendizaje, los actores desempeñemos roles diferentes en todo momento y de alguna manera nuestra conciencia didáctica no permita reconocer cuando soy aprendiz y cuando soy maestro. Tal vez, cuando más nos empeñemos en enseñar, será cuanto más preparados estemos para aprender. Dado que nuestras obras nos edifican, existe una profunda dependencia entre lo que decido hacer y lo que espero transformar, pues no existen obras carentes de sentido, sino talvez caminos mal estructurados por conseguir tales o cuales fines de comprensión. Siempre que optemos por aprender o por enseñar, estaremos sometidos al acto puro de la reciprocidad que nos ubicará según sea la circunstancia.

La reflexión sobre el saber, sobre lo metodológico en el aprender y enseñar, sobre el rol de estudiante y de maestro, posibilitan la existencia del diálogo. El diálogo de saberes, de metodologías, entre estudiantes y maestros, es esencial para comprender el mundo lógico que rodea al sujeto. Las matemáticas<sup>14</sup> por su parte, no pueden plantearse en términos de transmisión de información e imitación de procedimientos estándar, sino como un proceso de intercambio, de diálogo y transformación que favorece las posibilidades de construcción de significados de los estudiantes (Melgar, 2007). Estos significados refieren a la concepción de comprensión matemática la cual se ve como la creación de ideas que representan o evocan elementos lingüísticos y naturales, también como un proceso de transacción entre el educando y las situaciones en matemáticas<sup>15</sup>. La relación entre la reflexión y el diálogo es lo que posibilita la construcción de significados y que trasciende a la mera transmisión de información e imitación de procedimientos.

---

<sup>14</sup> Se define como la ciencia formal y exacta que, basada en los principios de la lógica, estudia las propiedades y las relaciones que se establecen entre los entes abstractos.

<sup>15</sup> Estas situaciones en matemáticas no tienen que tener siempre una pregunta o problema. Su mera existencia natural exige que existan una serie de relaciones que desde la lógica y mediatizadas por lo lingüístico deben ser comprendidas como tal para su manejo.



En términos de Chevallard (1998), la reflexión y el diálogo juegan un papel importante para responder a la pregunta que originó este capítulo, por cuanto define el concepto de transposición didáctica, en términos del tránsito del saber sabio al saber enseñado, y por lo tanto refiere a algún tipo de reflexión que reduce la distancia eventual y obligatoria que los separa. El cuestionamiento central en esa reflexión se convierte en la principal herramienta para el sujeto. Para el didacta; llámese estudiante o maestro, el cuestionamiento constante de cómo transformar un saber sabio (desconocido) en un saber enseñado (conocido) es una herramienta que permite recapacitar, tomar distancia, interrogar las evidencias, poner en cuestión las ideas simples, desprenderse de la familiaridad engañosa del objeto de estudio y lo hacen adentrarse en un diálogo apacible y esperanzador, en términos de Chevallard, lo que le permite ejercer una vigilancia epistemológica.

Lo recursivo toma fuerza en este momento desde lo interdisciplinar puesto que Chevallard propone desde la transposición didáctica la *vigilancia epistemológica*, mientras que esta obra lo hace paralelamente al definir el *diálogo esperanzador* que describen el estado en el que la persona reflexiona en torno al saber. Ahora, ese saber no tiene que ser necesariamente el saber matemático, si se ubica *la reflexión, la acción y el diálogo* en inmediaciones de un hecho intencionado de transacción del sujeto y cualquier saber, se experimentará posiblemente, comprensión representada de diferentes formas. Estas mismas se convierten entonces, para este trabajo, en una ruta de apertura para continuar una posterior investigación.

Mencionado sutilmente, pero no menos importante, *el cuestionamiento* se abre paso en esta reflexión, puesto que en el sujeto, desacelera toda apariencia de comprensión para replantear posturas, reconfirmar acciones concretas y en el sistema didáctico dosifica el diálogo entre los participantes, al poner en duda lo que parece aceptarse y deriva las situaciones problema de las que supuestamente se componen las matemáticas, sin sospechar que tal vez, existan datos y relaciones lógicas que no son evidentes y por lo tanto son desconocidas. Así, el cuestionamiento y las situaciones problema se direccionan hacia el desafío que pone a prueba nuestros saberes, nuestra capacidad de interpretar, de detectar la información relevante, de relacionar, de operar, de anticipar, de organizar y de validar procedimientos (Melgar, 2007) y cargan a su vez el sujeto



de intencionalidad. De esta manera, el cuestionamiento exige que el diálogo esperanzador no se circunscriba a los elementos de saber de la situación problema, por el contrario, exige que se tome en cuenta su exterior; su naturalización y compatibilización con su medio. (Chevallard, 1998)

Se puede decir que mientras no se acaricie la esencia naturalizada de los saberes, no podrá haber ningún tipo de diálogo, pues no habrá puntos comunes y objetivos entre los dialogantes.

Al indagar en la población objeto de estudio ante las preguntas:

1. *¿Cómo te gustaría que sea una clase de matemáticas?*
2. *¿Qué es un problema matemático?*
3. *¿Qué es lo más difícil de resolver un problema en matemáticas?*

Se obtuvo diversas respuestas que dan luces de algunas categorías emergentes. Al usar un generador de nubes de palabras se obtuvo el siguiente resultado. Esta imagen revela la habilidad que han desarrollado las matemáticas para establecer símil con conceptos que representan inquietud, duda, pregunta, problema, sin embargo también se asocia con sus respectivas soluciones y respuestas. Estos elementos se dinamizan a través procesos de acierto y error, que trazan un camino hacia la comprensión en matemáticas.



## 8. EMERGENCIAS Y HALLAZGOS - ORGANIZACIÓN CREADORA

### 8.1. Desarrollo Pragmático - Triangulación Múltiple

El *proceso metodológico de triangulación* (Arias , 2000) usado en esta obra, relaciona la triangulación de datos, por cuanto las observaciones se realizaron alrededor de las tres dimensiones, persona, tiempo y espacio. El nivel de análisis de persona es interactivo, pues hay una unidad interactuando en el campo natural, en donde las interacciones de las personas en el grupo son la unidad de análisis. Se evidencia también la triangulación de investigador, pues hacen parte de este estudio, investigadores con diferentes procesos formativos en exploración del mismo fenómeno. Además se realiza triangulación entre y dentro de métodos, ya que se usaron inicialmente, datos cuantitativos, para la formulación del problema, posteriormente se usaron aproximaciones cualitativas como encuestas y entrevistas con el fin de codificar, analizar, comparar y validar los hallazgos.

Todas las voces que representan a los estudiantes que hicieron parte de este estudio, fueron puestas en escena a través de preguntas realizadas en una encuesta semiestructurada y posteriormente validadas a partir de un grupo focal. Estas voces han sido codificadas con letras y números, con el fin de presentar la organización del texto con el uso adecuado de una nomenclatura clara. Por ejemplo, *E1* corresponde a la participación de estudiante número 1, de acuerdo a la organización de las fichas de entrevista y posición en el grupo focal. En cada una de las categorías emergentes del presente estudio se exponen dos o tres voces que manifiestan las categorías descritas. Se entrevistaron 20 estudiantes con un instrumento de 10 preguntas, cada una de ellas relacionada con los objetivos de la obra.

Las entrevistas se realizaron hasta que se alcanzó la saturación y el análisis del contenido se condujo inductivamente hasta que las categorías fueron emergiendo, generando un argumento riguroso de investigación sobre los resultados. Para este caso en particular, los participantes experimentaron el fenómeno en descripción y lograron articular sus experiencias, por lo tanto



podemos decir que la muestra seleccionada es la adecuada ya que la saturación de los datos está enriquecida.

## 8.2. Emergencia sobre la Borrosidad Pura

Las diferentes voces que representan a los estudiantes que hicieron parte de esta investigación, permiten reconocer algunas características fundamentales en inmediaciones de la borrosidad, y habilita la posibilidad de una aproximación contextualizada de las descripciones teóricas de este capítulo, en donde los elementos del sistema didáctico y sus relaciones son el insumo que da origen a la reflexión sobre la prudencia metafóricamente enunciada por Escher.

Al preguntar ¿qué características te describen como estudiante?, se identificaron las siguientes categorías que emergen en relación con la esencia del desconocido.

En 11 voces se identificó que la principal característica que describe a la esencia desconocida es la *responsabilidad*, siendo una categoría que demuestra una formación en disciplina muy seria por parte del núcleo social más básico que es la familia. Los estudiantes demuestran ante esta respuesta, que aunque no han logrado la comprensión, se esfuerzan por entregar sus tareas y cumplir con sus obligaciones académicas en los tiempos solicitados por los maestros. Esta responsabilidad también es asociada a la asistencia a clases, y aunque en ocasiones las clases son aburridas y monótonas, ellos están dispuestos a la asistencia paulatina y cumplida de sus clases.

*E1. Soy responsable porque cumplo con todos mis deberes, entrego las cosas a tiempo. Soy puntual a la hora de ingresar al colegio y llego a tiempo a las actividades extraordinarias que se realizan.*

*E2: Considero que las características que me identifican como estudiante son: mi responsabilidad, mi compromiso, mi dedicación, mi determinación y mis deseos por ser una profesional y una buena ciudadana ante la sociedad.*

*E3. Responsable, Comprometida, presto atención a clases y tengo buena comunicación con trabajo en equipo.*

Otra categoría que emerge en medio de esta pregunta corresponde a la *atención* mencionada por 6 voces, que demuestra una vez más la disposición de parte de los enseñados a estar muy pendientes de lo que el profesor está impartiendo. Una emergencia que requiere un análisis más profundo se relaciona con la metodología del maestro, pues se observa que esta atención no es bien correspondida cuando el maestro continúa con sus prácticas de aula en sentido tradicionalista, sin producir motivación hacia sus estudiantes, quienes desgastan sus

*E4. Responsable, respetuosa, atenta, interesada en aprender, amigable, activa, proactiva, visionaria. Algunas veces desinteresada, y perezosa.*

*E5. Una de las características que tengo como estudiante es la actitud que le pongo a las clases y la disponibilidad que presenté ante ellas, otra podría ser mi cumplimiento con tareas y trabajos, estas son las características que podría decir que me representan como estudiante.*

Otras voces que se manifestaron dan razón de algunas subcategorías emergentes, tales como: el cumplimiento, el deseo de aprender, la determinación, el interés, la dedicación, la disciplina, la necesidad del diálogo, la voluntad, la motivación, la curiosidad, los contenidos amigables y la iniciativa, dan fe de estudiantes que se reconocen desde sus propias características y que en ellas también pueden lograr identificar los elementos que componen esa esencia desconocida en medio de la borrosidad. identificarlas y posteriormente impulsarlas, puede guiar el camino correcto hacia la comprensión, tanto de las matemáticas, como de cualquier situación que involucre el desarrollo del sistema didáctico, permitiendo una mirada reflexiva hacia su interior con consecuencias manifiestas en el exterior, de tal manera que el diálogo con el maestro partirá de procesos reflexivos que seguramente provocarán la comprensión.

*E6. Una de las características que tengo como estudiante es la actitud que le pongo a las clases y la disponibilidad que presenté ante ellas, otra podría ser mi cumplimiento con tareas y trabajos, estas son las características que podría decir que me representan como estudiante.*



*E7. Algunas de las características que me identifican como estudiante es el poder cumplir normas establecidas por parte de la institución donde estudio y de los profesores, la responsabilidad que debo tener para entregar mis tareas y mis trabajos al debido tiempo y por supuesto la voluntad y la motivación que no debe faltar para poder realizar mis metas y mis sueños al debido momento.*

*E8. Me destaco por ser una de las mejores estudiantes por mi disciplina, dedicación y responsabilidad. Usando mis diferentes habilidades y potenciales al máximo para lograr grandes resultados.*

*E9. Me identifico como estudiante por gustarme aprender, ser en lo mayormente posible responsable, por querer mejorar cada día más y por ponerle empeño a mi aprendizaje.*

*E10. Tener una meta a seguir, tener iniciativa en algunas materias para así llegar hasta esa meta.*

Por otra parte, las premisas teóricas que rigen esta investigación, hacen especial énfasis en las relaciones que se establecen entre la esencia desconocida y conocida, entendiendo que su armonía es necesaria en inmediaciones de la borrosidad, dado que es muy importante reconocer la incomprensión que existe en cada individuo con el fin de trazar una ruta correcta hacia la comprensión. Las siguientes voces permiten reconocer las características de quien se presta a comprender, con descripciones personales de estudiantes que empiezan a reconocer la esencia conocida.

Ante la pregunta, ¿Cómo debe ser el prototipo de estudiante que comprende fácilmente lo que se le enseña?

Las primeras categorías que se identifican en 15 voces, en donde se mencionan estudiantes con buena capacidad de *atención* y con habilidad encaminada hacia la formulación de *preguntas*.

*E1. Debe ser muy atento para lograr entender siempre el tema del que se está hablando, debe participar en clase y hacer preguntas cuando no entienda algo, nunca debe quedarse con dudas si no tiene quien las resuelva en casa.*

*E2. Ese prototipo de estudiante debe ser atento, responsable, cumplido con los deberes que se le pida, competente, que se cuestione e indague con referencia a lo que se enseña.*

*E3. Debe ser una persona que sepa lo que quiere, que preste atención a lo que se le enseña, que pregunte si tiene alguna duda, que mantiene con la actitud y disposición para comprender todo lo*



*que se le está explicando además de ser una persona responsable y que se interese por tener más conocimiento.*

La responsabilidad, la disciplina y el interés vuelven a tornarse como características que debe poseer la esencia que conoce, pues a través de estos elementos se logra el camino que dirige a la comprensión. Estos elementos pueden pertenecer a las dos esencias, pues pueden constituirse como conjuntos no necesariamente excluyentes.

*E4. Que sea muy atento a las explicaciones que se den en cada área y también que sea disciplinado y que en casa apliquen lo que ha aprendido.*

*E5. El estudiante prototipo que comprenda fácilmente lo que se le enseña, debe estar predispuesto a querer aprender, atento, interesado, saber a qué va a estudiar y nunca olvidarlo, no distraerse por pequeñeces, y sobre todo muy responsable y disciplinado.*

*E6. Un estudiante que comprende fácilmente lo que se le enseña es aquel que está atento a la clase, que toma nota, responsable y disciplinado.*

No obstante, lo conocido y lo desconocido se hacen presentes también en la esencia del maestro y es eminentemente necesario resaltar la visión que los estudiantes tienen frente a estas esencias que hace parte de otro sistema didáctico que tiene el mismo comportamiento del ya descrito con anterioridad. Para lograr el objetivo de identificar estas características, se utilizó el grupo focal en el que se realizaron preguntas encaminadas al cumplimiento de tal fin.

A la pregunta, ¿qué opinión tienes sobre la ignorancia del maestro? Se identifican algunas categorías emergentes; por ejemplo, que hace falta reflexión ante los actos didácticos de los maestros en las prácticas de aula; no se logra una empatía robusta a través de ciertos valores, que llamen la atención de una manera tan fuerte que sea digna de emular; no se le impregna a las disciplinas un valor contextual de tal manera que se despierte el interés de los estudiantes. No obstante, estas categorías permiten la descripción de la esencia desconocida en el sistema didáctico externo que se estudia de la misma manera que el interno, en virtud del principio de recursividad.

*E1. Yo opino que, tanto en la ignorancia de los profesores para mí, esta como en la cuestión de que yo creo que un profesor obviamente en la temporada que nosotros tenemos en el colegio, tanto primaria como bachillerato, si no saben, prácticamente nosotros nos vamos formando aquí*



*en este lugar, entonces, yo creo que los profesores más que ir a su trabajo como tal a enseñarnos cierta materia, también deberían ellos mismos aplicar lo que enseñan con ciertos valores, que nos enseñan a nosotros no solamente la cuestión de matemáticas, y etcétera, sino que también en la forma en la que nos tratan, cómo lo enseñan, porque por medio de eso nosotros estamos aprendiendo muchas cosas más, porque de que sirve que un profesor te enseñe de una mala manera, nosotros no vamos a aprender del todo, o tal vez aprendemos, es de lo que vemos reflejado en ellos.*

El estudiante identifica una relación jerárquica con su maestro. Cuando el estudiante manifiesta que los profesores deberían aplicar lo que enseñan con ciertos valores, está indicando que los profesores no han logrado identificar una didáctica propia que les permita demostrar con el ejemplo la forma en que aprendió. También se observa que el estudiante reconoce que la enseñanza de cualquier disciplina por sí sola carece de sentido, si no se amarra a un comportamiento que sea digno de emular. Solicita un maestro que esté en la capacidad de autorregularse. Además, se reclama claramente la reflexión en el profesor, hacía la manera en la que se acerca al estudiante. Insiste en que lo que se aprende depende de lo que el profesor es capaz de reflejar, dando vital importancia a la reflexión como acto creador y multiplicador de aprendizajes.

A la pregunta ¿cómo crees que el maestro hace para preparar su clase?

*E2. Si me preguntan ¿Qué hace un profesor para venirmos a enseñar? Eh, debo reconocer que nunca me había preguntado eso. Considero que en ocasiones yo le enseño a él. También he escuchado de ellos mismos, algunos se sientan con anticipación y dicen algo como “yo voy a hacer eso, voy a tratar de hacer tal cosa para conseguir que hagamos una mejor clase”. Estoy de acuerdo con un compañero cuando dice que ellos hacen aquí el mismo apunte que hicieron con anticipación.*

El estudiante E2 reconoce cierta cerradura de su sistema didáctico al reconocer que nunca se formula este tipo de preguntas. Es importante que en la voz del estudiante el asume una postura activa y comprende que él mismo puede enseñarle algo al profesor. El estudiante identifica que

para declarar el aprendizaje en la enseñanza ha sido necesario un paso previo de diálogo interno al decir "yo voy a hacer eso..." y que esto lo hacen con un propósito y es el de "hacer una mejor clase" en otras palabras, hacer una mejor declaración de aquello que comprendió. Esto sin lugar a duda requiere cierta repetición que se admite al hacer en clase aquello que ya se escribió con anticipación a manera de apunte.

*E3. Yo creo que de pronto, o sea, los profes que llevan mucho tiempo enseñando, yo creo que ellos ya se fijan más que todo en sus procesos anteriores, eh, digamos, estos muchachos entendieron ayer así, a estos les voy a enseñar así a ver si de pronto, pero hay unos nuevos, por ejemplo, que yo creo que se meten ya en el papel de estudiante;  
Bueno, yo soy el estudiante y como puedo enseñarle una clase a un muchacho de 15-16 años, y me imagino que pensarán en proyectos didácticos para que la clase no se torne aburrida o así.*

El estudiante E3 identifica que los maestros usan sus métodos de enseñanza establecidos en diferentes escenarios y tiempos. La comprensión se logra en la experiencia y una muestra de ello, es que los profesores observan la forma más acertada para alcanzarla, para multiplicarla con otras personas que se conviertan en multiplicadores de esta esencia. Es claro que existen maestros que se comprometen tanto con su labor, que son capaces de ponerse en los zapatos de los estudiantes y comprender que cuando la clase está aburrida, se debe realizar un proceso de transposición didáctica en favor del desarrollo de la disciplina.

### **8.3. Emergencia sobre la Divergencia Agónica**

En cuanto a este capítulo, las voces que se expresaron en nombre de los estudiantes que permitieron esta investigación, dan cuenta de algunos elementos fundamentales en el momento de la divergencia agónica, y generan la oportunidad para analizar el papel de la reflexión en el camino hacia la comprensión matemática.

Al solicitarles a los actores que dan origen a la creación de esta obra, que *describan cómo es el prototipo de estudiante que comprende fácilmente lo que se le enseña*. Las respuestas apuntan a la descripción de características reflexionadas desde la trayectoria académica que los ha ubicado

en diferentes situaciones problema, y que permite un reconocimiento de sí mismos como esencias dispuestas a la comprensión. Sin embargo no deja de sorprender, que sus descripciones correspondan a elementos que ya poseen dentro de su estructura de estudio. Recordemos que nos encontramos con una población de estudiantes de una institución que se ubica en el cuarto puesto frente a las pruebas Saber y que sus procesos disciplinarios tienen efectos sobre sus procesos académicos, sin con ellos decir que ya se ha logrado la comprensión sobre la que se da cuenta en esta obra de conocimiento.

*E1. Aquel que tiene una clara sus metas de vida y quiera ver más allá de lo que le enseñan, el que presta atención, el que está pendiente de todo como se desarrolla, ¿qué se hace?.¿ cómo se hace?, el que pregunta si tiene duda, el que responde y ayuda, mejor dicho el que no se conforma , el que quiere aprender ese se le enseña más fácilmente.*

*E2. Tiene conocimientos previos del tema o temas que se le relacionen y no se conforma con entender más o menos sino que busca la manera de entender mejor.*

*E3. Para mí el prototipo de estudiante que comprende fácilmente lo que se le enseña es el tipo de estudiante que tiene una buena relación con el docente, aquel estudiante dedicado, responsable, atento.*

*E4. En primer lugar debe gustarle lo que se le enseña para que de esta forma no se le torne muy difícil comprender el tema y llegue al punto de desviar su atención. Debe ser muy aplicado y centrado en lo que quiere.*

*E5. El prototipo de estudiante que comprende fácilmente lo que se le enseña es alguien aplicado, atento a la enseñanza y si no entendió llega a su casa y busca en internet el tema no entendido.*

*E6. Considero que debe ser una persona responsable, critica, que preste atención a la clase y tome buenos apuntes, que tenga interés por lo que se le enseña y retroalimente a sus compañeros de lo aprendido.*

*E7. Dispuesto a la clase, prestar atención, pedir explicación a su profesor de lo que no entendió.*

*E8. Pues para que comprenda fácilmente lo que le enseñan debe ser: atento a la clase, responsable de cierta manera, hacer los trabajos que le mandan a hacer, estudiar en casa, etc.*

*E9. El prototipo de estudiante que comprende fácilmente lo que se le enseña, es él que le pone empeño a aprender.*

*E10. El prototipo de estudiante que entiende fácilmente lo que los maestros nos enseñan son los que escuchan, prestan atención, y respetan las clases.*

Por otra parte, es importante resaltar que el proceso de reflexión que se hace sobre sí mismo, permite también identificar la otra esencia, la que enseña, y sus características en el proceso de aprendizaje posterior a la comprensión. De esta manera, las descripciones que se hacen en este apartado, reflejan las características de la esencia del enseñante, y haciendo uso del principio de recursividad, se hablaría de la esencia interior y de la persona que representa esa esencia desde el exterior, es decir, el maestro. Al pedir, que se describa algunas características que identifiquen al profesor de la asignatura que mejor se comprende, se obtienen las siguientes voces representativas.

*E1. Es el que nos habla de su trabajo, no solo por enseñar sino por la pasión que tiene en su asignatura, no trata de lanzarnos esto es así y así, da conocer cada detalle de lo aprendió y nos quiere mostrar es tranquilo, paciente, duro al poner notas ya que es necesario, es alegre, también es serio, con un carácter neutro el cual controla muy bien y eso es muy bueno en verdad, porque comprende las situaciones he incluso a veces al estudiante, pero enseña disciplina de la vida y eso no te hace querer dejar ahí, te hace llegar y decir que podemos hacer, que grandes hay que ser, por eso le entiendo bien, porque sabe bien que el estudio no se trata de tirar libros y aprendan, se trata de ven aprendamos tienes dudas aquí me tienes pregunta, de ayudarse al uno al otro.*

*E2. Es dinámico las clases no se vuelven ni monótonas ni muy aburridas, siempre tiene una buena actitud y una manera de hablar que nos motiva como estudiantes, tiene una buena disposición para las clases y siempre está listo para cualquier duda.*

*E3. Es un profesor muy dedicado a su materia, intenta de que los demás comprendan los temas con distintos métodos de enseñanza, muy respetuoso hacia sus alumnos y compañeros de trabajo y es muy sociable*

*E4. Es extrovertido, sus clases no son monótonas siempre busca nuevas estrategias para enseñarnos de una manera divertida para nosotros los estudiantes, nos corrige siempre haciéndonos una reflexión en lo que estamos fallando y sus clases nunca caen en la monotonía porque siempre nos enseña de una manera distinta y divertida.*

*E5. El profesor es muy responsable, atento, interesado por su asignatura, da buenas reflexiones, es un ejemplo a seguir, se preocupa por sus estudiantes y le fascina lo que enseña.*

*E6. Es auténtico, hace las clases muy divertidas es alegre y le gusta usar medios audiovisuales para tener el mayor contacto posible con sus estudiantes, respetuoso y tiene un fácil manejo de los temas.*

*E7. Por alguna razón todos están atentos y eso ayuda a que todos comprendamos mejor, el profesor usa métodos didácticos para algunos temas que nos ayuda a comprender el tema a cabalidad, siempre se preocupa de que entendamos y se toma el tiempo de repetir la explicación si no quedó claro. Deja, además, que los estudiantes investiguemos la temática y luego resuelve dudas, es un método excelente.*

*E8. Un hombre que dialoga que pone videos y deja enseñanzas que intenta dar una explicación a algún fenómeno con la física, que por medio de ella trasmite sabiduría y aprendizaje sobre la vida.*

*E9. Una de las mayores características que tiene, es que es muy paciente; hasta que todos no entiendan no sigue con el tema y se preocupa porque los estudiantes de verdad aprendan. También me gusta mucho que nos ponga a trabajar en clase y nos de muchas oportunidades para aprobar su materia.*

*E10. Las características que identifican al profesor que mejor comprendo son: la forma en que nos presenta los temas, de una forma didáctica, interactiva, incluyente, creativa. Además nos muestra cómo esos temas influyen en la actualidad.*

Es necesario evocar las palabras de Gadamer cuando menciona que el educador participa de manera modesta, porque quien verdaderamente educa es la esencia propia que está siempre dispuesta a enseñar.

Así pues, nos preguntamos: ¿Quién educa aquí? ¿No es esto un educarse? Es un educarse como el que percibo, en particular, en la satisfacción que uno tiene de niño y cómo alguien que va creciendo empieza a repetir lo que no entiende. Cuando por fin lo ha dicho bien, se siente orgulloso y radiante. Así, debemos partir quizá de estos inicios para no olvidar jamás que nos educamos a nosotros mismos, que uno se educa y que el llamado educador participa sólo, por ejemplo como maestro o como madre, con una modesta contribución. Veremos todavía todo lo que esto implica. Gadamer (2000).

Esta premisa inquieta frente al proceso mismo de enseñanza y al de aprendizaje, y su reflexión muestra que quien educa busca educarse a sí mismo, de tal manera que los participantes de esta obra están realizando un descubrimiento importante en la forma personal en la que se comprende y posteriormente se aprende.

Desde la perspectiva diametral, se preguntó ¿Qué características identificas en un estudiante que no comprende una actividad?, con el fin de dar cuenta del proceso de reflexión desde las dos orillas en descripción y reconocimiento de las esencias que componen a nuestro individuo participante en este estudio.





*E1. Para mí un estudiante que no comprende a las clases es el que no está interesado en aprender sino en hablar y no prestar atención.*

*E2. Que no está predispuesto a aprender "ay, es que las matemáticas no me entran", que no está atento y se distrae por todo, no tiene disciplina, puede ser muy inteligente pero sin ella y la responsabilidad no podrá comprender la actividad o en defecto la área.*

*E3. La falta de atención es la característica que influye en nosotros a la hora de entender una actividad ya que por estar en la recocha o hablando con los compañeros dejamos pasar por alto la explicación. La falta de interés también se ve reflejada mucho en este caso.*

*E4. La pereza, el que se conforma fácilmente, claro algunos casos el estudiante querrán aprender dicha actividad, pero sus falencias académicas le hacen no poder comprender muy bien y es aceptable, pero eso es por falta de dedicación, no en el estudio, si no en sí mismo y eso es pereza.*

*E5. Un estudiante que no comprende una actividad es aquel que en las clases recocha, que no presta atención, irresponsable y en su cara siempre se le ve ¿de a dónde salió eso?*

*E6. Generalmente esto ocurre o porque tienen una capacidad de entendimiento más lento que la de los demás o porque sencillamente no le prestan la atención que se requiere a la clase. Y la segunda se caracteriza por ser indisciplinado, por estar distraído, por estar hablando, entre otras cosas.*

*E7. No está atento nunca en las clases, se distrae muy fácilmente y habla mucho con sus compañeros, no toma apuntes de la clase y se muestra muy desinteresado de la explicación.*

*E8. Pienso que sería una persona que se distrae con facilidad, ya sea hablando o mirando al vacío, y por lo tanto no comprende la actividad que debe desarrollar. O por otra parte, puede ser que le dé pena o miedo preguntar acerca de lo que no entendió; y por consiguiente, no comprende en su totalidad la actividad.*

*E9. Lo identifico por su desorientación porque no sabe cómo empezar ni que hacer en la actividad.*

Los aportes logrados a partir del grupo focal desde la pregunta ¿cómo crees que hace el maestro para preparar una clase?, muestran que el estudiante reconoce cierta cerradura de su sistema didáctico al identificar que nunca se formula este tipo de preguntas. Es importante que en la voz del estudiante el asume una postura activa y comprende que él mismo puede enseñarle algo al profesor. El estudiante identifica que para declarar el aprendizaje en la enseñanza ha sido necesario un paso previo de diálogo interno al decir "yo voy a hacer eso..." y que esto lo hacen con un propósito y es el de "hacer una mejor clase" en otras palabras, hacer una mejor declaración de aquello que comprendió. Esto sin lugar a duda requiere cierta repetición que se admite al hacer en clase aquello que ya se escribió con anticipación a manera de apunte.

*E1. Si me preguntan ¿qué hace un profesor para venimos a enseñar? Eh, debo reconocer que nunca me había preguntado eso. Considero que en ocasiones yo le enseño a él. También he escuchado de ellos mismos, algunos se sientan con anticipación y dicen algo como "yo voy a hacer eso, voy a tratar de hacer tal cosa para conseguir que hagamos una mejor clase". Estoy de acuerdo con un compañero cuando dice que ellos hacen aquí el mismo apunte que hicieron con anticipación.*

Por otra parte, frente a la pregunta ¿Cómo se hace un maestro? La observación permanente de los estudiantes frente a la tarea que desarrollan sus profesores, incluye la atención que se presta a las angustias o victorias manifiestas después de cada, clase, en cada una de ellas el maestro muestra su satisfacción o su desilusión y es comparada con estrategias abordadas por los mismos, que en ocasiones tienden a ser repetidas en otros escenarios, dando a entender que las mismas clases pueden generar momentos de aprendizaje para abordar una nueva tarea de enseñar. este tipo de reflexiones son realizadas tanto por quienes enseñan, como por quienes aprenden, que no solamente están pendientes de las temáticas que corresponden a una asignatura en particular, sino también a los comportamientos que pueden ser principios de nuevas formas de actuar. Dichas reflexiones no podrían hacerse presentes si los participantes de este proceso



educativo, no están en constante diálogo consigo mismo y con los demás, incluso entre los demás, se cuentan los mismos profesores.

*E2. No sé si interpreté bien, creo que se basa en que obviamente no todos sabemos lo mismo, cada persona siempre va a tener como algo para lo que es mejor y otra persona algo diferente, eh, yo creo que obviamente de eso se trata, todos conocemos algo completamente diferente, y antes yo creo que esa es la gracia, porque al tu saber acerca de un tema más que otro, se lo puedes enseñar a otra persona, e ir así repartiéndolo y entre todo el mundo irse compartiendo eso como lo que ya conoce o lo que conoce más que otro.*

A la pregunta ¿qué opinión tienes al saber que todos los estudiantes tienen un maestro dentro de sí que puede enseñar?, se describe que un elemento relevante para acercarse a la reflexión que antecede a la comprensión, es reconocer la importancia del otro, también lleno de conocimientos propios que pueden ser compartidos a través del diálogo. Se menciona nuevamente lo valioso de la enseñanza entre pares, pues el estudiante hace referencia a otro compañero proporcionando conocimiento de otra disciplina que el primero desconoce.

*E3. Yo lo tomaría como el ejemplo que ellos decían de que, yo sé un conocimiento, le puedo aportar algo a los demás, o sea, cada quien se basa en algo, que se especializa, por ejemplo, yo tengo conocimiento sobre la fotografía, y le puedo enseñar a alguien más, sobre eso, al igual que E1, tiene conocimiento sobre fútbol y me puede explicar sobre eso.*

#### **8.4. Emergencia sobre la Convergencia esperanzadora**

La participación obtenida alrededor de las consultas realizadas para este capítulo, generan una emergencia de vital importancia para esta obra de conocimiento, pues se detalla el camino de convergencia hacia la comprensión después de reconocer la relación existente entre reflexión y diálogo. Esta relación suscita la enarbolación de circunstancias, elementos, características, comportamientos e ideas que dirigen el descubrimiento, tal vez no de un antídoto mágico, sino de un engranaje hacia la comprensión matemática, y también a la comprensión de cualquier

disciplina, en la que deba identificarse con una postura radical, la importancia del otro, la importancia del amor como elemento generador de situaciones armoniosas para el aprendizaje, la importancia del encuentro como catalizador del diálogo que encierra en sí mismo un proceso de reflexión previa.

Al indagar entre los participantes de esta investigación, ¿Cómo te gustaría que sea una clase de matemáticas?, se identificaron las siguientes categorías que emergen en relación con los elementos que dan cuenta de la relación entre el diálogo y la reflexión.

Aunque 9 voces reclaman una clase *dinámica* y que esté en la capacidad de *involucrar a todos*, además, se escuchan entre todas las demás voces, la necesidad de generar momentos *divertidos* que tengan actividades en las que se logre identificar la creatividad del maestro, a este ejercicio, los estudiantes lo llaman *clase no tradicional*. Las evidencias muestran cierta apatía frente a la *monotonía*, sugiriendo para apartarse de ella trabajar a partir de *experimentos sencillos*, en *espacios tranquilos*, usando diferentes métodos, se mencionan *actividades lúdicas*, que cautiven el espíritu de los estudiantes, proponen que se usen *preguntas curiosas* que permitan la oportunidad de fallar para después corregir y así lograr la comprensión...

*E1. Tradicional pero con una transcendencia en cómo se puede enseñar y cómo nosotros podríamos también enseñarla unificando ideas en grupo, darlas a conocer, teniendo charlas y prácticas, y hablar en lo que fallamos y no fallamos, fortaleciendo falencias en la materia.*

*E2. Haciendo experimentos sencillos en clase, con una pregunta o dato curioso de las matemáticas al final, con algún tipo de juego, etc.*

*E3. Dinámica, yo pienso que aunque sea una materia compleja no quiere decir que tenga que ser siempre monótona, existen muchas maneras de explicar los temas de maneras diferentes para que las clases no sean aburridas.*

*E4. Las clases de matemáticas me gustaría que fueran divertidas, es decir, que mi profesor de cálculo se tomara la molestia de hacer un cambio en su rutina, que se tomara el tiempo de*

*organizar una actividad física y no en un aula de clase dos horas sentada. Por lo general el ser humano aprende más con lo físico, lo práctico, que con lo escrito solamente.*

*E5. Me gustaría que sea más interactiva, que nos incluya a todos, y que nos cautive el tema por la forma en que sea presentado.*

*E6. Que saliéramos a un espacio tranquilo, una zona verde en la cual podamos relajarnos y así aprender con cada cosa que haya en el ambiente.*

*E7. Aclarar primero el tema, como se puede aplicar los diferentes métodos, no solo el método más largo para llegar al resultado. También material para utilizar en clase. Realizar ejercicios en clase, que el profesor explique bien un tema y no varios temas en los cuales se ven por encima y los estudiantes no les queda claro ninguno, por el profesor cumplir un cronograma.*

*E8. A mí, personalmente me gustaría que fueran más dinámicas, porque por medio de estas me parece que aprendemos más fácil, también que no sean tan monótonas, ya que para todo hay tiempo y en nuestro colegio se dan los espacios pero muy reducidos para distraerse.*

*E9. Me gustaría que no fuese tan pesada, que se propicie un ambiente más relajado sin el afán de tener que entregar con rapidez un trabajo, y que no dejaran tantos ejercicios repetitivos para poder aprender.*

Es relevante regresar nuestra mirada a la premisa que se plantea en el objetivo de este capítulo, en donde se da vital importancia a la relación establecida entre el diálogo y la reflexión como punto neurálgico en la convergencia hacia el encuentro que pretenden tomar nuestros actores. Sus manifestaciones son muestra clara de los análisis que podrían ser tildados de ligeros o carentes de argumentos, no obstante, este trabajo se realizó siendo conscientes de que ocurriría un proceso de transformación, incluso en la mentalidad de los propios estudiantes, quienes optaron por hacer parte del proceso de construcción de las clases que manifiestan a partir de sus expresiones.

Por otra parte, a través de la pregunta ¿Qué es lo más difícil de resolver un problema en matemáticas? es posible identificar la reflexión detallada acerca del saber particular, las matemáticas, desde la posibilidad que tienen de ser contextualizadas y puestas en servicio de avances sociales, económicos, científicos y culturales.

A través de las voces se manifiesta su preocupación por no entender, los problemas requieren en la búsqueda de su respuesta un procedimiento que desconoce, bien por falencias presentes en la temática del mismo curso o por carencias y vacíos de cursos anteriores. La reflexión de los estudiantes muestra que es importante saber que se está preguntando en un problema de matemáticas, y se plantea desde esta perspectiva, una emergencia que se planteará en el cierre - apertura, en cuanto a la incidencia del lenguaje en la comprensión de las matemáticas.

*E1. En lo problemas matemáticos siempre hay una serie de pasos que le permiten llegar a la respuesta y que uno sigue para poder lograrlo, cuando se añade algo más complejo al ejercicio y ya no podemos seguir guiándonos solamente en los pasos anteriores necesitamos pensar en de qué otra forma puedo lograr resolverlo, y aquí es cuando los estudiantes se rinden debido a la pereza de pensar y analizar el problema o porque en grados anteriores no quiso obtener algunos conocimientos básicos que le permitieran resolverlo. Pero más exactamente porque en los primeros años de educación se preocupan por pasar y no por entender lo que en años posteriores se ve reflejado con una mala consecuencia.*

*E2. Como estudiante mi opinión sobre lo más difícil de resolver en un problema matemática son las ecuaciones, en algunos casos saber factorizar, para mí es algo frustrante*

*E3. Lo más difícil de resolver un problema matemático es cuando no tienes la información necesaria para desarrollar este. Cuando no entiendes el tema o no encuentras la información necesaria para poder llegar a la conclusión de este.*

*E4. Lo más difícil es cuando no se entiende bien el enunciado del problema y no se logra saber con qué procedimiento es que se debe desarrollar.*

*E5. Las fórmulas que hay que a veces se nos olvidan y por un error todo el procedimiento se nos viene abajo.*

*E6. Lo que más se me dificulta a la hora de resolver un problema matemático son los despeje de ecuaciones, eso sin mencionar las incontables veces que no entiendo un problema o un tema y a la hora de solucionar un ejercicio no tengo la menor idea de cómo hacerlo.*

*E7. El análisis de la pregunta, saber que nos están preguntando y que información y condiciones se nos da para poder encontrar la solución. Porque ya hecho el análisis, lo que se debe hacer con los números es mecánico.*

*E8. El desenlace que muchas veces es muy largo y con cosas no comprendidas exactamente sobre el tema.*

*E9. No saber qué identidades matemáticas se pueden aplicar a dicha incógnita, no tener un razonamiento matemático mejor dicho y pues si ya tiene unas buenas bases no creo que se haga difícil.*

Es el momento preciso para recordar la premisa planteada desde el enfoque teórico, en donde se plantea que el comprender para aprender supone un trabajo intencionado que busque que quien aprende de una u otra forma esté dotado de cierta capacidad de enseñar, poniendo al estudiante en la posición de maestro, desde su propio sistema didáctico.

Respecto a la información que se analizó desde el grupo focal, las voces manifiestan una relación muy estrecha entre la reflexión y el diálogo, pues en sus manifestaciones dan muestra de percibir tanto angustias como victorias de sus maestros producto de un trabajo realizado en los escenarios de aprendizaje.

Al preguntar, ¿cómo se hace un maestro?, los estudiantes reflexionan.

*E1. Una cosa que escucho regularmente en los maestros es: “ustedes aprenden de nosotros y nosotros aprendemos de ustedes” ustedes los maestros aprenden en todo momento, no solamente de la metodología que aprendí en la universidad y que aplican en los salones, sino también de lo que pasa en cada grado; ustedes dicen, hoy me pasó tal cosa en este grado y de eso aprendo para aplicarlo en otro salón.*





La observación permanente de los estudiantes frente a la tarea que desarrollan sus profesores, incluye la atención que se presta a las angustias o victorias manifiestas después de cada clase, en cada una de ellas el maestro muestra su satisfacción o su desilusión y es comparada con estrategias abordadas por los mismos, que en ocasiones tienden a ser repetidas en otros escenarios, dando a entender que las mismas clases pueden generar momentos de aprendizaje para abordar una nueva tarea de enseñar. Este tipo de reflexiones son realizadas tanto por quienes enseñan, como por quienes aprenden, que no solamente están pendientes de las temáticas que corresponden a una asignatura en particular, sino también a los comportamientos que pueden ser principios de nuevas formas de actuar. Dichas reflexiones no podrían hacerse presentes si los participantes de este proceso educativo, no están en constante diálogo consigo mismo y con los demás, incluso entre los demás, se cuentan los mismos profesores.

En medio de la discusión se manifestó; imagínate algo sobre lo cual no sabías y ahora ya lo sabes ¿Cómo hiciste para comprender ese algo que ahora conoces?

*E2. No sé, preguntando, indagando a los demás.*

En este comentario se da mucha importancia al diálogo con el otro, el estudiante manifiesta que la comprensión necesita de la participación de otras personas que permitan, a través de preguntas, un proceso que genere aprendizaje.

Al preguntar, ¿crees posible que una persona que no comprende un tema, para explicarlo, pueda explicarse a sí misma para luego explicarlo a otra?, sus respuestas fueron.

*E3. No pues, yo creo que él sí puede preguntarse a sí mismo, pero si tiene harta confianza en sí, pero si la persona no se tiene harta confianza en sí, creo que no, no lo puede explicar a otras personas.*

A través de la reflexión se percibe la confianza como un elemento fundamental para poder entablar el diálogo entre el enseñante y el enseñado. Se evidencia como la confianza es un instrumento eficaz para que se logre esa comunicación que se desea, atendiendo a que en cada

individuo existen estas dos esencias de enseñante y enseñado, de tal manera que podría lograrse la comprensión de un tema a través de la activación del sistema didáctico que se lograría a través de la confianza.

*E4. Yo creo que podría, un ejemplo personal, quizás, la pueda aplicar la pregunta cómo un día antes de yo hacer una exposición dependiendo de cuál sea la materia o el tema, por ejemplo yo cuando estoy repasando para tratar de explicar al otro día siguiente lo que yo voy a exponer, yo comienzo todos los días, me hago solo en mi cuarto y empiezo a decirme en voz alta y a decirme yo mismo, ¿Cómo me voy a dirigir al público?, entonces yo empiezo a decir en voz alta, bueno, yo voy a decir esto y lo voy a decir de la siguiente manera, empiezo a repetir en voz alta, hasta que yo lo tenga bien claro, ahí me explique yo mismo, al otro día lo voy a intentar explicar a los demás, que es cuando ya realizo mi exposición.*

Cada que utilizamos la conversación conmigo mismo, estamos activando el sistema didáctico en todos sus elementos, tanto aquellos que se identifican como nodos (enseñante, enseñado y saber) como todas sus posibles relaciones, entre ellas, la reflexión y el diálogo. La conversación permanente hace parte de ese proceso en el que el enseñante se comunica con el enseñado para compartir una serie de hallazgos realizados después del proceso reflexivo y analítico que hace que todo sea claro, y es a través de la investigación continua, que se logra una serie de descubrimientos que hacen parte de ese proceso de aprendizaje que lleva a la comprensión,

## EL ENCUENTRO FINAL

### 8.5. Emergencia Final - La comprensión, el diálogo entre el conocido y el desconocido.



Ilustración 9. El encuentro final. Adaptación de los autores

*“At moments of great enthusiasm it seems to me that no one in the world has ever made something this beautiful and important” - M.C. Escher*

*“En momentos de gran entusiasmo me parece que nadie en el mundo ha hecho algo tan bello e importante” - M.C. Escher*

El encuentro final, el momento en el que conocido y desconocido, maestro y estudiante, ignorancias y sapiencias, errores y aciertos se encuentran y se miran cara a cara, develan el momento de entusiasmo en el que Escher siente que nadie en el mundo ha hecho algo tan bello e importante. Ciertamente la experiencia de entusiasmo proviene de encontrarse consigo mismo, de comprender algo que antes no se había comprendido. Esto en cierta manera es una experiencia humana por lo que reflexionar, dialogar y comprender son manifestaciones de dicha condición. Manifestaciones que dan cuenta de una esencia bella e importante y que es deber de todo sujeto, maestro y estudiante, reconocerla y activarla para poder desempeñarse plenamente como sujeto de conocimiento en una naturaleza que requiere reflexión, comprensión y diálogo.

En este capítulo se hace un cierre a la obra de conocimiento, generando un encuentro de explicaciones en torno al diálogo y comprensión desde las posturas teóricas y las voces de la población objeto de investigación. Los autores de esta obra creen, que no es posible separar el diálogo de la comprensión, por lo que no se podría definir en cuál de los actores se da esta

última. La comprensión es una experiencia mutua que se da en la interacción de por lo menos dos elementos; un agente que intenta comprender y un objeto a ser comprendido. Estos mismos elementos encierran el sistema didáctico del que habló Chevallard y Godino.

En primera instancia, se dirá que, *el comprender* parte de establecer *diálogos* en el sistema didáctico interno y externo; su problema no radica en la disciplina misma, sino en las habilidades para comprender procesos metacognitivos que trazan el camino hacia la propia comprensión. El poder dialogar consigo mismo disminuye la brecha hacia la comprensión, sin embargo a veces no es suficiente con dicho diálogo, sino que también es necesario que exista ese diálogo con el contexto, con la naturaleza, con las teorías, con los otros.

### **8.5.1. El amor como reflexión y diálogo - Dialogar es amar**

Para Sócrates, el diálogo debe ser un diálogo hermenéutico que sirva para articular interanímicamente, por unión de los ánimos, la realidad; mientras que para Platón, el diálogo es un diálogo eidético (referido al mundo de las ideas platónico) que sirve para distinguir la realidad según el Ser de las ideas (teóricamente) (Consultores, s.f.). Con estas posturas se interpreta que el diálogo conceptualizado desde la filosofía clásica suscita cierta capacidad humana de despertar emociones ligadas a las ideas. *El amar y dialogar* son una pareja indisoluble de la cual habla Freire (2005) al explicar que el amor es el fundamento del diálogo, y que por tanto al hablar de amor se habla también de diálogo. Esta tarea es esencialmente de sujetos y no podrá verificarse en una relación de dominación, por lo tanto debe ser manifiesta por una genuina comunicación entre pares.

Al respecto, Buber (1995) afirma que quien habla en el amor, quien contempla en el amor, a ese, los seres humanos se le aparecen fuera de su enmarañamiento en el engranaje; buenos y malos, sabios y necios, bellos y feos, con una existencia individualizada y autónoma. A este tipo de personajes, le surge maravillosamente una realidad exclusiva, que para efectos de este trabajo se denomina *comprensión* y a través de ella la persona puede ayudar, sanar, educar, elevar y liberar. De acuerdo a lo anterior, el principio para educar, como lo es para vivir, siempre será el amor, en donde *el otro* adquiere vital importancia para la aprehensión de enseñanzas que se obtienen a

través de acciones, pero no cualquier tipo de acciones, sino de aquellas que exigen que exista un desarraigamiento de sí mismo, en donde el otro prima tanto como la propia existencia, en donde su formación se convierte en una tarea de dos, porque tanto quien se forma, como quien pretende formar, pasan planeando las estrategias y trazando el camino estratégico y con sospechas asertivas para lograr una buena formación. De esta manera, cuando se haya logrado el objetivo se producirá por ley de trascendencia, un nuevo personaje que pretenderá la formación de otro, que estará en pos de su ayuda, en pos de su libertad.

Las voces de la población objeto de estudio consideran igualmente que el amor tiene un potencial enorme en el ejercicio de comprender, enseñar y aprender pues afirman que en el rincón de aprendizaje es deseable un profesor que no solo piense en él, sino también en el grupo que acompañe y tenga en cuenta los intereses compartidos. Un docente para compartir nuestro espacio de aprendizaje es aquel que con alegría ejerce su labor, que sienta amor por sus estudiantes para que les facilite la comprensión de los contenidos. Por supuesto un maestro lleno de paciencia para acompañar aquellos cuya comprensión no se les da con gran facilidad.

Los estudiantes actores de esta investigación afirman que su potencial por aprender de forma autónoma se expande, cuando se les contagia de amor y se brinda la suficiente confianza por aquello que hacen, confirmando que es posible siempre y cuando encuentren un sentido y una pasión, un gusto por los contenidos y por aquello que intentan aprender.

El *diálogo entre pares* del que se habló en un párrafo anterior no existiría, si no existiera una intensa fe en los hombres. Fe en su capacidad de reflexión, de comprensión, de acción, de evaluación, de creación y evolución. Fe en que se pueden alcanzar las metas, en que se puede descubrir el mundo por sí mismo, en saber y comprender que esto no es privilegio de algunos elegidos sino derecho de todos los hombres. Una emergencia desde las voces que participaron en este trabajo de investigación, manifiesta que es necesario regresarles a los estudiantes esa fe en la comprensión de la que está provista el sujeto. Esta fe, ya fue descrita por Freire (2005), al explicar que, sin embargo, no es una fe ingenua. El hombre dialógico que es crítico sabe que el poder de hacer, de crear, de transformar, es un poder de los hombres y sabe también que ellos pueden, enajenados en una situación concreta, tener ese poder disminuido.

Frecuentemente los estudiantes reclaman de sus profesores acciones que demuestren fe, una fe que permita el ensayo y el error, una fe que brinde la posibilidad del aprendizaje en medio de los acuerdos como de las discordancias, una fe que no diferencie raza, ni género, la misma fe que seguramente los estudiantes brindan a sus profesores cuando deciden creer en sus palabras o cuando intentan emular sus acciones.

El amor y el diálogo del que trata este apartado también requieren de esperanza para subsistir. Así lo sostiene Freire (2005) al explicar que la esperanza está en la raíz de la inconclusión de los hombres, a partir de la cual se mueven éstos en permanente búsqueda por lo que al parecer, no basta con tener fe, sino que es necesario mantener un estado de ánimo positivo sin el cual no se lograría la comprensión. Por tanto, es necesario pensar de antemano que todo saldrá bien, que a pesar de los errores, todos los movimientos que generen los estudiantes serán en favor de su constante aprendizaje. La esperanza tiene excelentes relatos en medio de la complejidad, pero también los tiene en medio de sorprendentes historias que narran la cantidad de formas que posee el hombre para resolver cualquier tipo de problemas.

### **8.5.2. La comprensión es mutua**

La relación dialógica entre el conocido y el desconocido, entre el maestro y el estudiante ha de ser mutua y en doble sentido, por cuanto para amar a otro, es necesario el amor por sí mismo. Así pues, el diálogo que manifiesta el amor y que posibilita la comprensión debe fluir en forma recurrente entre enseñante y enseñado y de estos hacia el objeto a ser comprendido. Las voces de la investigación revelan que un maestro debe ser dinámico, pero también, tolerante y paciente con el estudiante que no comprende, recordando que él, como actor del proceso, también debe aprender de sus estudiantes, retroalimentando el sistema didáctico y evitando disminuirlo a un sujeto que aprende, sino permitiéndole ser un sujeto que genera aprendizaje. De esta manera, para el maestro y para el estudiante, el reconocimiento mutuo de sus potencialidades y la comprensión de las mismas se identificará como el primer reto a superar. Esta emergencia resulta de las voces que identifican como un requisito importante para que

exista comprensión en el diálogo, que el maestro se exprese correctamente, usando un lenguaje adecuado y comprensible para los estudiantes. Que use ejemplos para darse a entender como producto de su preocupación por los estudiantes y para que verdaderamente aprendan. Por su parte, las voces reconocen que para que se produzca comprensión, el estudiante requiere de alguien o algo que le brinde información para así tener conocimiento y crear algo nuevo.

### **8.5.3. Comprender es practicar reflexivamente**

El diálogo al que refiere la comprensión en palabras de Freire (2005) es el encuentro de los hombres mediatizados por el mundo, no agotándose, por lo tanto en la mera relación yo-tú. Con esto, es necesario una relación estrecha entre estudiantes y maestros en un medio en el que se incorpore el acto mismo de comprender. El medio exige de una relación desde la emoción y desde la acción, en este aspecto Freire define el diálogo como *la acción de encontrarse*, acción misma que permite el acercamiento y antecede a la comprensión, sin olvidar que es en participación activa de sus elementos, es decir, la acción y la reflexión en un mundo que rodea.

La enseñanza de la matemática ganaría en significatividad si incorpora elementos de la práctica cotidiana a sus actividades típicas porque en esencia las matemáticas están alejadas de la realidad de quien intenta comprender y no se promueve el encuentro con el ser mismo, no se promueve, por tanto, la reflexión. La práctica añade al trasegar comprensivo elementos que facilitan el proceso. En la reflexión, el sujeto debe permitir el encuentro de su esencia que comprende, con su esencia que no comprende, en torno a los elementos que configuran la situación problema y estos elementos sin lugar a duda han de ser cotidianos y naturales.

El ejercicio dialógico que es la base de esta obra de conocimiento conduce a pensar en la práctica reflexiva que requiere la comprensión. Godino (2007) llama *práctica* a toda actuación o manifestación realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas con lo cual se observa que la naturalización también incluye la capacidad generalizadora que procede de una verdadera práctica reflexiva, que en la comprensión de la situación problema a resolver y en la forma en que esta ayuda a resolver otras situaciones similares. Igualmente lo explica Aguayo (2013) al



decir que el docente debe contextualizar los conocimientos que desea que los alumnos aprendan, vincularlos con una gran variedad de situaciones en las que puedan emplearse, sólo así permitirá que logren construir su significado. Al respecto, las voces de la población objeto de estudio sostienen que es necesario que el maestro enseñe de manera didáctica y de distintas formas donde no sea solo explicar un contenido y asignar tareas, sino que además, su forma de evaluar sea espontánea, diversificada y divertida.

#### **8.5.4. Emergencias diversas**

Teniendo presente que el diálogo es el escenario propicio para lograr la comprensión, es necesario mencionar en detalle la importancia de los elementos constitutivos del mismo, que según Freire, son la acción y la reflexión; dimensiones que se observan como principios de la comprensión y en la misma relación que Freire menciona, íntimamente relacionadas, de tal manera que no se podría lograr la comprensión en ausencia de alguna de ellas; si la reflexión no está presente, el ser sería de alguna manera un autómata que realiza actividades sin sentido; por otro lado si la acción no está presente, se cae en un escenario pasivo en el que no es posible la interacción con las prácticas que permitan la evolución del ser en la comprensión.

Este apartado final pretende dar muestra de las voces concluyentes de este estudio, las voces que se manifiestan en esta etapa tienen la obligación de presentar de manera detallada el resultado a cuestionamientos como ¿Qué características se deben identificar en un profesor cuya metodología facilite el aprendizaje? ¿Crees que un estudiante puede aprender por sí mismo? ¿Cómo lo lograría? y posteriormente emitir un mensaje alentador, tanto para maestros, como para estudiantes, en el propósito de lograr la comprensión en matemáticas y en lo posible develar elementos fundamentales para la comprensión en general.

A la pregunta ¿Qué características se deben identificar en un profesor cuya metodología facilite el aprendizaje? Los estudiantes manifiestan necesitar un ser dinámico, apasionado, paciente, dedicado, con buena actitud, con carácter para aprender para que se le note en la manera de enseñar; buscan una persona creativa, innovadora, comprensiva, extrovertida, con alegría por ejercer su labor, espontáneo, pero sobre todo que se le note al amor por su labor y por sus estudiantes. Pareciera que todo lo



expuesto anteriormente, lo supiéramos de memoria, sin embargo, debemos reconocer que estas categorías emergen de respuestas de los actores principales en el proceso del aprendizaje. Son aquellos que se encuentran día a día con la insatisfacción de no poder acceder a la comprensión de los contenidos, quienes manifiestan que no es basta con una buena preparación teórica de una clase, sino que se necesita de buenos seres humanos que logre entablar una excelente relación con ellos. Se trata de personas que enseñen la pasión a través de la pasión, que contagien alegría, que se deleiten en el diálogo, permitiendo una estrecha comunión donde la premisa fundamental sea la confianza. Son estudiantes que piden a gritos confianza en el proceso de dejar aprender, que piden a gritos ser los protagonistas de la película, pero necesitan personas sinceras a su lado, honestas, responsables, que encarnen todos estos principios bajo la lupa de la realidad real de la vida y no bajo la doble moral de la sociedad.

*E1. Siempre debe tener una buena actitud que motive las clases, debe ser dinámico y no se debe dejar llevar por la monotonía, todo es cuestión de la actitud que tenga para dar las clases y responder las preguntas.*

*E2. Sería un profesor muy dinámico, ser claro al momento de explicar, ser comprensivo y paciente con el estudiante que no entiende el tema y recordar que él también debe de aprender de sus estudiantes.*

*E3. Que se exprese correctamente, use un lenguaje adecuado que los estudiantes puedan comprender. Utilizar ejemplos para dar entender el tema. Que se preocupe por sus estudiantes verdaderamente aprendan. Que sea el profesor un ser humano integral.*

*E4. Que enseñe de manera didáctica o simplemente de distintas formas donde no sea solo explicar un tema y dejar tareas, que su forma de evaluar sea de manera más espontánea en donde no se utilice solo una hoja de papel y un lapicero.*

*E5. Que es un profesor que no solo piensa en él, piensa en nosotros como estudiantes, piensa en que nos puede facilitar el aprendizaje, que nos gusta y cosas así.*



*E6. La dedicación que quiera dar a conocer, la responsabilidad, debe tener un carácter que pueda controlar, tener una actividad o metodología de estudio que ya tenga la forma de enseñar, e incluso poder expandir y mejorar si es posible, y creencia en lo que quiere enseñar y la pasión de lo que hace, fortalezas académicas y filosóficas, enfoque, trascendencia, respeto en todo lo ya explicado, aprendido, y el valor que le dé a su metodología.*

*E7. Primero que toda la seguridad que demuestra a los alumnos a la hora de explicar un tema, el tipo de vínculo que se crea entre el profesor y el alumno, es facilitador, se manifiesta tal y como es y aprende de los demás*

*E8. La metodología es una característica importante, ya que al momento en el que el estudiante ve que sus clases no son solamente monótonas con lectura, escrituras, trabajos, y lo más aburrido, ver al docente todas las clases en un tablero hablando. Al estudiante ver que sus clases se convierten en un espacio de diversión se facilita el aprendizaje. El docente que haga de la clase algo divertido como yincanas, juegos, videos, etc. Podría facilitar el aprendizaje y darle gusto y pasión al estudiante por aprender*

*E9. A un profesor cuya metodología facilite el aprendizaje debe ser creativo, didáctico, interactivo, tener una buena disposición para la clase, y que ame la profesión que está ejerciendo, así dará lo mejor de él.*

*E10. Debe ser un profesor que haga uso de medios tecnológicos ya que de esta forma nos sentimos más cómodos y no nos distraemos tanto. La monotonía es un grave problema que afecta a muchos profesores y no entienden que nosotros queremos aprender explorando conociendo si fuera así todo sería mucho mejor.*

*E11. Pienso que lo debe identificar su buena comunicación con los estudiantes, ya que, debe saber plasmar sus conocimientos a los demás estudiantes; y también su creatividad, como saberle llegar a un estudiante para que de verdad tenga un aprendizaje.*

*E12. Alegría con la cual ejerce la labor. Amor por sus estudiantes para que de la manera más fácil comprendan el tema. Paciencia para aquellos que no comprenden muy bien.*

*E13. Métodos didácticos que permitan a los estudiantes elegir el método donde más se les facilite aprender. Como mencioné anteriormente, un método que permita a los estudiantes averiguar el tema con anticipación y resolver dudas así quedando tiempo para realizar actividades que amplíen el conocimiento.*

*E14. Que es extrovertido al hacer probablemente la clase más dinámica, es alegre, es directo al hablar, es decir que no se desvía del tema a menos que sea necesario o para decir algo entretenido si ve que la clase está aburrida, tiene carácter pues los estudiantes respetan la clase independientemente de que sea de forma lúdica .*

Finalmente, a la pregunta ¿Crees que un estudiante puede aprender por sí mismo?, ¿cómo lo lograría?, las opiniones de los estudiantes estaban divididas, algunos responden que NO, argumentando la necesidad del otro para emprender la travesía de la comprensión, para poner en práctica el diálogo, para ponerse de acuerdo en los intereses, para establecer metas juntos, poner en evidencia las bondades de la experiencia, para entender la didáctica de quien dirige y transponerla desde las conductas de quien aprende, para impregnarse de pasión alrededor de la disciplina conceptualizada desde las acciones que se manifiestan cuando se enseña. Por otra parte los del SÍ, manifiestan seguridad ante el reto de aprender por sí mismo, creen firmemente en sus propios procesos, aseguran saber cómo se comporta el maestro que llevan por dentro, demuestran haber identificado las relaciones en el sistema didáctico interno que genera reflexión y diálogo propio y consigo mismo. Esta determinación, aunque expresada por pocos, demuestra que es posible dar a conocer las bondades de la transposición recursiva a través de la didáctica y despertar el maestro interior de tal manera que la apertura y la cerradura del sistema se convierta en una acción consiente de cada estudiante y con ello pueda encontrar el camino hacia la comprensión. Es de vital importancia para el maestro, motivar el aprendizaje autónomo, quiere decir un aprendizaje con planeación y seguimiento, pero lleno de retos, de enigmas, de problemas por resolver, a través del acompañamiento amoroso y sencillo que la vida permite a quienes no se han formado para ser maestros, pero lo son por carisma y esencia. *Dejar aprender* es una emergencia fundamental en el



develar de los devenires de la comprensión, pues estas nuevas generaciones creen más en sí mismos y nos quieren enseñar que el proceso de enseñanza es un proceso vital, tal y como lo es el proceso de aprender.

*E1. Sí, lo logra poniéndose una meta, esforzándose, teniendo disciplina y enfoque en la vida y en el estudio.*

*E2. Si es un estudiante interesado por lo que hace puede lograr entender fácilmente algún tema por sí mismo, hoy en día tenemos muchas herramientas que nos facilitan un aprendizaje desde nuestras propias casas. Por ejemplo: están los tutoriales en YouTube y los libros que nos explican muy bien cualquier tema.*

*E3. Sí, por supuesto. Lo lograría descubriendo primero de qué forma se le facilita el aprendizaje, ya sea por medio de la lectura, algún documental, experimentando el mismo, etc.*

*E4. No, porque siempre se necesita de un docente que son los capacitados para el aprendizaje de los estudiantes*

*E5. Tal vez pueda, pero siempre él va a necesitar de alguien o algo que le brinde información para así el tener conocimiento y crear algo nuevo.*

*E6. Si, los estudiantes pueden aprender por si mismos siempre y cuando le encuentren un sentido y una pasión, un gusto por un tema o una asignatura. En los tiempos de antes el estudio, la biblioteca, y leer. Eran la manera perfecta de aprender mucho más allá de lo que le enseñaban en clases. Entonces cómo por qué no podría un estudiante aprender por sí mismo habiendo tantos medios de aprendizaje como el internet, los libros.*

*E7. Los estudiantes si pueden estudiar solos siempre y cuando esos estudiantes sean disciplinados*

*E8. No, todos necesitamos de alguien que nos oriente.*

*E9. Hoy en día hay muchos medios para el aprendizaje autónomo, tal como el Internet. Se requiere de ganas y disciplina y claro, interés por el área estudiada. Aunque el aprendizaje en general es autónomo, los profesores deben ser una guía. Alguien por ahí decía algo así: "Como profesor le daré el 10% de lo que debe saber mi estudiante, y si es un estudiante digno de apreciar él conseguirá el otro 90%"*

*E10. Si, buscando en internet sobre aquello que desea aprender. Investigando sobre temas que no comprende.*

*E11. Sí, porque él podría ver videos en casa los cuales lo lleven al conocimiento*

*E12. Cada estudiante es autónomo, es indispensable el respeto, la autodisciplina, la responsabilidad y el compromiso con sí mismo pero es necesario una guía, por ello es importante la educación.*

*E13. Si, algunos temas y conocimientos básicos si los podría aprender por sí mismo, ya que en la actualidad hay muchas herramientas para obtenerlo, como lo es Google, YouTube, Apps, entre otras cosas. Pero hay otros temas complejos que para poder entenderlos en su totalidad se necesita la ayuda de un maestro o alguien que lo guíe.*

*E14. Yo pienso que un estudiante si puede aprender por sí mismo, porque como hay cosas que los profesores se esmeran en enseñar hay otras que no, uno como estudiante tiene muchas incógnitas que necesitan ser resueltas y que no tiene quien le ayude a resolverlas y pues por medio de un análisis o algo parecido puede llegar a resolver lo que necesita saber. Y todo esto lo lograría investigando por sus propios medios.*

*E15. Creo que si puede, hoy en día hay infinidad de métodos de aprendizaje en donde hay diversidad de temas de interés y si una persona se interesa por aprender algo y le pone empeño así no tenga la supervisión de nadie más lo lograra.*

*E16. Si creo que un estudiante pueda aprender por sí mismo lográndolo buscando ayudas tecnológicas y sin necesidad que esté un profesor ahí presionándolo sino que lo haga por qué le gusta aprender y no porque le toque.*

*E17. Con ganas, determinación y un buen educador que le genere motivación en el colegio, rodeándose a su vez de otros estudiantes que quieran aprender más de lo expuesto en clases.*

En las respuestas del grupo focal podemos evidenciar que los hallazgos de este capítulo son preponderantes y se fortalecen desde las diferentes técnicas de recolección de datos. A la pregunta ¿qué opinión tienes al saber que todos los estudiantes tienen un maestro dentro de sí que puede enseñar? los estudiantes respondieron

*E1. Yo diría que es algo como el maestro que tenemos todos dentro de sí mismos, sería la experiencia, y, la constancia de intentar aprender algo, entonces cuando nosotros intentamos, digamos al coger un computador, entonces empezamos, chachareémosle, mientras por dentro el maestro interior de uno se va aumentando, y ahí es cuando nos aportamos nosotros mismos, al intentar, y todo eso.*

Este aporte muestra una reflexión profunda acerca de los acontecimientos que logran suscitarse al interior de una persona que es consciente de la existencia de las dos esencias, con un ejemplo claro, el estudiante logra explicar cómo el maestro interior se activa frente a situación problema que rete su espíritu investigador. El término cacharrear está haciendo referencia a las estrategias que hacen parte de su didáctica para alcanzar las metas de comprensión establecidas por el mismo sistema didáctico presente en el individuo. Es importante observar que el sistema didáctico se muestra cerrado y luego abierto en la posibilidad de buscar la comprensión propia a través de estrategias generadas a partir de la misma situación problema a resolver.

*E2. Yo diría que cada quien es autónomo de su propio aprendizaje, o sea, cada quien puede llegar a hacer su nivel de aprendizaje desde cero, pero ahora que tenemos tantos medios tecnológicos, uno puede ir a la biblioteca departamental y empezar a leer libros de física, bueno*



*y eso, pero claro el conocimiento teórico llega hasta cierto punto, y cuando uno ya lo quiere aplicar, ya puede necesitar de un soporte, que puede ser un profesor*

A pesar de que se reconoce la existencia de las esencias del sistema didáctico en el interior del individuo, también se pone de presente la necesidad del uso de elementos externos que son necesarios para que la didáctica presente en cada persona se desarrolle de manera asertiva para que se logre la comprensión. Además se da mucha importancia a la presencia del otro, "el profesor" para que ayude, a través del dialogo al alcance de los objetivos en términos de aprendizaje.

De tal manera que cuando un estudiante ha logrado la comprensión de algún determinado tema, esto se demuestra a través de manifestaciones fáciles de observar. Al preguntar ¿qué sientes al descubrir algo que no conocías?, los estudiantes responden

*E3. Satisfacción.*

*E4. Yo siento felicidad, porque, pues estoy aprendiendo algo nuevo.*

*E5. Pues yo al saber que hay algo nuevo que yo desconocía del todo, cada vez me daría más curiosidad, como por ir conociendo más y cada vez más, o sea no el hecho de conocer, sino que seguiría más en el tema, hasta saberlo profundamente.*

*E6. Pues después de haberlo aprendido, pues sentiría felicidad, y luego quererlo aplicar y enseñarlo a otros*

*E7. Creo que uno se encuentra con algo, bueno, desconocido como dicen todos, y pues causa una gran felicidad, y es una emoción porque la verdad a mí me paso con un examen, el cual me explique, no entendía nada y me explicaron por todo un día, me la pase repasando, y cuando al llegar al examen, eh, sentí gran felicidad porque vi el mismo taller en el examen, y pues al salir de él me sentí muy bien, me sentí con calma, una tranquilidad que jamás en mi vida había sentido*

Existen elementos que permiten identificar que se han conseguido las metas establecidas en la adquisición del conocimiento. La comprensión de algún tema, cualquiera que sea, provoca satisfacción, felicidad, ganas de seguir aprendiendo, se agudiza la intención de profundizar, son tantas las emociones como la tranquilidad y calma que describen los estudiantes a favor del logro de este tipo de metas, que podemos asegurar que estos sentires requieren ser reflexionados para poder continuar en el recorrido del aprendizaje.

¿Creen ustedes, que al igual que un video de YouTube, que al igual que una persona exterior en la calle, el maestro solamente es una forma más, el profesor del colegio es una forma más, por la cual yo puedo aprender, y a quien de verdad debo creerle es a ese maestro que llevo adentro, a ese maestro que en realidad es más sabio que todos los maestros que están afuera, a ese maestro que le permite a usted descubrir cosas, que seguramente si otro se lo hubiese explicado, no lo hubiera entendido, creen ustedes eso posible, o creen eso imposible?

*E8. Si es posible, el profesor es solo un medio para llegar a la meta del conocimiento.*

*E9. Yo estaría como un poquito, como que sí y no, porque pues, por ejemplo, si yo voy a recurrir a videos de YouTube, a ver un profesor, no voy a tener el profesor de aquí de mi colegio, que lo tengo presencial, para hacerle una pregunta, entonces, ¿si estoy viendo el video, y me surge una pregunta, a quien se la hago?*

*E10. Yo diría que sí es posible, porque un profesor es un medio, como dicen todos, y pues lo que mi compañero dice, pues puedo repetir el video cuantas veces sea necesario para entender, el ser humano, en sí, siente la necesidad de aprender cosas, así como dicen que el ser humano destruye todo lo que tiene, por sí mismo, que es su naturaleza; yo creo que eso es mentira, porque puedes aprender de todo lo que supuestamente vamos a destruir, y ganar más confianza en nosotros para aprender más cosas que no conocemos, ¿Cómo llegó el ser humano a la luna?, porque él dijo, “Eso allá es redondo, que pasa allá, como salimos de aquí, porque está allá, vamos a ver qué es”, y así llegó, con esas ganas, con esa necesidad de saber que era.*



*E11. Si es posible, porque después de que uno le pongas las ganas, y le ponga el empeño a aprender, no necesita de nadie más, de pronto de unas guías, bueno, que uno diga, teoría, entonces yo la interpreto a mi forma y ahí ya uno se va haciendo al conocimiento.*

## 9. CONCLUSIONES

- ✓ Todo individuo posee en sí mismo un sistema didáctico que alberga una conciencia didáctica, este sistema en principio es cerrado pero al generar su apertura, origina el primer paso hacia la comprensión. En términos de complejidad, el sistema es recursivo, ya que se manifiesta en el interior del individuo, pero se refleja con sus pares aprendientes.
  
- ✓ El sistema didáctico está compuesto por tres esencias que conviven y se relacionan, tales esencias son, el enseñante, el enseñado y el saber. Sus relaciones generan el segundo escenario que devela el camino hacia la comprensión.
  
- ✓ Las relaciones que se observan en el sistema didáctico son la reflexión, la acción y el diálogo, a través de ellas se comunican los actores y establecen nuevas relaciones en en mediaciones de la comprensión.
  
- ✓ Las relaciones en mediaciones de la comprensión son, la contextualización del saber, la naturalización de la teoría, la intención de acercamiento al saber. El poder de estas relaciones develan la importancia misma de los actores, en relación con su entorno más próximo.
  
- ✓ Las relaciones en el entorno próximo del estudiante definen características fundamentales desde la multidimensionalidad del ser que convergen en el amor, la pasión y la confianza. Estas características permiten entender la educación como un ejercicio vital que es ejecutable y por tanto comprensible.



## 10. RECOMENDACIONES PARA LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA

A través de este proceso de investigación que se llevó a cabo durante dos años, es necesario resaltar el compromiso por parte de los estudiantes, participantes activos, ya que cómo se mencionó en el método, se realizó investigación acción participante, por lo que se supone la participación activa en favor de la transformación del tema investigado, cuestión que se identificó en las reciprocidades de los estudiantes, al planteamiento de nuevas estrategias que permitieron las reflexiones planteadas en esta obra de conocimiento.

Por otra parte, es necesario recordar que la problematización surge de un primer encuentro con datos cuantitativos que refieren a los resultados de las pruebas saber, por lo tanto, fue menester del equipo de investigación en unión de directivos y docentes, mejorar en los resultados de dichas pruebas para el año 2017; esta meta fue cumplida, ya que se logró impactar el proceso reflexivo, de acción y diálogo de los estudiantes con el saber y con sus maestros. La contextualización de los saberes, la naturalización del conocimiento permitió observar que es posible perder el miedo ante un lenguaje que para algunos y durante mucho tiempo ha sido aterrador.

Se recomienda a la institución educativa continuar con la empatía que se logra terminar al concluir este proceso investigación. Identificar al otro como parte fundamental de mi propia formación es un eje que transversaliza la comprensión desde todas las disciplinas. A los maestros, continuar compartiendo con la misma pasión sus experiencias, hemos demostrado, tal y como lo plantea Aguilar citando a Gadamer, “La convivencia, es lo que nos eleva por encima del mundo animal, justamente por medio del lenguaje como capacidad de comunicación”, por lo cual es muy necesaria la comunicación a través de la conversación efectiva, cuyo principio sea la confianza. Maestros, los estudiantes aprenden por emulación y son ellos mismos quienes deciden a quien emular, nuestra tarea es ser espontáneos y honestos para ser identificados por verdaderos maestros, dignos de emulación.

A los estudiantes, continuar atentos y conscientes por el mundo, atentos a la comprensión de cada instante, ahora vienen nuevas evaluaciones de vida que pondrán en juego el verdadero arte de comprender y aprender.

## 11. BIBLIOGRAFÍA

- Aguayo, R. (2013). Comprensión lectora en enseñanza de las matemáticas. *Revista Iberoamericana para la investigación y el desarrollo educativo*.
- Arias , M. M. (2000). *La triangulación metodológica: sus principios, alcances y limitaciones*. Obtenido de <https://www.uv.mx/mie/files/2012/10/Triangulacionmetodologica.pdf>
- Assman, H. (2002). *Placer y ternura en la educación*. Madrid: Narcea.
- Buber , M. (195). *Yo y tú*. Caparrós.
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado*. Aique.
- Consultores, Z. (s.f.). *Tendencias21.net*. Obtenido de Tendencias21.net: [http://www.tendencias21.net/La-sabiduria-ancestral-ayuda-a-hallar-un-equilibrio-entre-la-oscuridad-y-la-luz\\_a21715.html](http://www.tendencias21.net/La-sabiduria-ancestral-ayuda-a-hallar-un-equilibrio-entre-la-oscuridad-y-la-luz_a21715.html)
- dechile. (15 de octubre de 2016). *dechile*. Obtenido de dechile: <http://etimologias.dechile.net/?matemática>
- Ecured. (10 de Octubre de 2016). *Ecured*. Obtenido de Ecured: [https://www.ecured.cu/Matem%C3%A1ticas#cite\\_ref-2](https://www.ecured.cu/Matem%C3%A1ticas#cite_ref-2)
- Espadas Alcazar, M., & Moreno Pestaña, J. (10 de Octubre de 2016). *Diccionario Crítico de Ciencias Sociales*. Obtenido de [http://pendiente-demigracion.ucm.es/info/eurotheo/diccionario/I/invest\\_accionparticipativa.htm](http://pendiente-demigracion.ucm.es/info/eurotheo/diccionario/I/invest_accionparticipativa.htm)
- Fernandez Arteaga, M. (Marzo de 2013). *Importancia de la comprensión lectora en el abordaje de la primera*. Obtenido de Centro Edumatemática: <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/447-543-1-DR-C.pdf>
- Freire , P. (2007). *La educación como práctica de la libertad*. México: Siglo XXI.
- Freire, P. (1999). *La importancia de leer y el proceso de liberación*. México: Siglo XXI.
- Freire, P. (2005). *Pedagogía del oprimido*. México: Siglo XXI.
- Freire, P., & Ílich, I. (23 de Agosto de 2014). *Evangelizadoras de los Apóstoles*. Obtenido de <https://evangelizadorasdelosapostoles.wordpress.com/2014/08/23/dialogo-paulo-freire-ivan-illich/>
- Gadamer , G. (2000). *La educación es educarse*. Obtenido de <https://www.uis.edu.co/webUIS/es/mediosComunicacion/revistaSantander/revista6/nuevasCorrientesIntelectuales.pdf>



- Gallardo, J., Gonzalez, J., & Wanceslao, Q. (Enero de 2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. (Scielo, Ed.) *Scielo*. Obtenido de scielo.
- Hegel. (20 de octubre de 2016). <http://www.bdigital.unal.edu.co/>. Obtenido de <http://www.bdigital.unal.edu.co/1433/4/03CAPI02.pdf>
- Juan , G., & Font, V. (2007). *Algunos desarrollos de la teoría de los significados sistémicos*. Obtenido de [http://www.ugr.es/~jgodino/indice\\_eos.htm](http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm)
- Masi , A. (2008). *El concepto de praxis en Paulo Freire*. Buenos aires: Clacso. Obtenido de <http://bibliotecavirtual.clacso.org.ar/ar/libros/campus/freire/09Masi.pdf>
- Meel, D. (17 de Noviembre de 2003). *Redalyc*. Obtenido de Redalyc: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33560303>
- Melgar, S., & Zamero, M. (2007). *Todos pueden aprender lengua y matemática*. Buenos aires: Noble grupo clarín.
- Ministerio de Educación Nacional. (10 de Octubre de 2016). *Ministerio de Educación Nacional*. Obtenido de <http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-233839.html>
- Morín, É. (Junio de 2004). *Revista de Ciencias de la Educación*. Obtenido de <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/a4n23/23-14.pdf>
- Morín, É., & Pakman, M. (1994). *Introducción al Pensamiento Complejo*. Barcelona: Gedisa.
- Posadas, P., & Godino , J. (2014). *Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico - matemático*. Granada: Departamento de didáctica de la matemática. Obtenido de [http://www.ugr.es/~jgodino/fprofesores/Posadas\\_reflexion.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/fprofesores/Posadas_reflexion.pdf)
- Reyes , J. (1995). *En torno a Paulo Freire, aspectos filosóficos de su pensamiento y aportes a la reflexión de raíz latinoamericana*. Santiago de Chile : Facultad de filosofía .
- Rubio, J. (10 de Octubre de 2016). *disi.unal*. Obtenido de [disi.unal](http://disi.unal.edu.co/~lctorress/PSist/PenSis52.pdf): <http://disi.unal.edu.co/~lctorress/PSist/PenSis52.pdf>
- Rusell, B. (15 de Octubre de 2016). <http://www.enxarxa.com/>. Obtenido de ENXARXA: <http://www.enxarxa.com/biblioteca/RUSSELL%20Los%20problemas%20de%20la%20filosofia.pdf>
- Shakespeare, W. (1948). *Hamlet*. University Press.
- Uywork. (2015). *concepto.de*. Obtenido de [concepto.de](http://concepto.de): <http://concepto.de/maticas/#ixzz4QF0eySeU>
- Van Hiele, P. M. (4 de Julio de 1957). EL PROBLEMA DE LA COMPRENSIÓN. Países Bajos: Universidad de Utrecht.





## 10. ANEXOS

### A. Entrevista personal semiestructurada utilizada con los estudiantes objeto de investigación

#### Institución Educativa Técnico de Comercio Santa Cecilia Ficha de entrevista

#### *DIÁLOGOS ENTRE LO CONOCIDO Y LO DESCONOCIDO, UNA REFLEXIÓN SOBRE LA COMPRESIÓN DE LA MATEMÁTICAS*

Apreciado estudiante, la presente entrevista se desarrolla para acceder a información específica en relación con la investigación, en la que sus voces son de vital relevancia. El equipo de investigación se compromete a mantener su información bajo estricta confidencialidad. La información no será entregada a terceros y será usada para estudio y los que se deriven.

Solicitamos por favor, responda cada pregunta con absoluta sinceridad y tranquilidad.

#### Entrevista personal semiestructurada

1. Describe algunas características que te identifique como estudiante.
2. Describe cómo debe ser el prototipo de estudiante que comprende fácilmente lo que se le enseña.
3. Describe algunas características que identifiquen al profesor de la asignatura que mejor comprendes.
4. ¿Qué características identificas en un estudiante que no comprende una actividad?
5. ¿Qué características se deben identificar en un profesor cuya metodología facilite el aprendizaje?
6. ¿Crees que un estudiante puede aprender por sí mismo?, ¿cómo lo lograría?
7. ¿Cómo te gustaría que sea una clase de matemáticas?
8. ¿Qué es un problema matemático?
9. ¿Qué es lo más difícil de resolver un problema en matemáticas?



**B. Guía de preguntas orientadoras para el Grupo Focal utilizada con los estudiantes objeto de investigación**

**Institución Educativa Técnico de Comercio Santa Cecilia  
Maestría en Educación  
Preguntas dirigidas para el Grupo Focal**

**Producto final de la investigación**

1. ¿Qué elementos entre el enseñante y el enseñado se deben dar como antesala a la comprensión?
2. ¿Qué diálogos existen entre el enseñante y el enseñado para que se produzca la comprensión?

**Cuestionamiento orientador:** *¿Qué elementos entre el enseñante y el enseñado se deben dar como antesala a la comprensión?*

1. ¿qué opinión tienen sobre la ignorancia del maestro?
2. ¿cómo crees que hace el maestro para preparar una clase?
3. ¿Cómo se hace un maestro?
4. ¿Qué opinión tienes al saber que dentro de cada persona hay una esencia conocedora/enseñante y otra no conocedora/aprendiente?
5. ¿cómo te imaginas a un maestro tratando de explicar algo que todavía no ha terminado de comprender?
6. ¿qué opinión tienes al saber que todos los estudiantes tienen un maestro dentro de sí que puede enseñar?

**Cuestionamiento orientador:** *¿Qué diálogos existen entre el enseñante y el enseñado para que se produzca la comprensión?*

1. ¿qué sientes al descubrir algo que no conocías?
2. imagínate algo sobre lo cual no sabías y ahora ya lo sabes ¿Cómo hiciste para comprender ese algo que ahora conoces?
3. ¿crees posible que una persona que no comprende un tema, para explicarlo, pueda explicarse a sí misma para luego explicarlo a otra?

### C. Ejemplos de a las preguntas de la entrevista semiestructurada de estudiantes.

#### ESTUDIANTE 1

1. Describe algunas características que te identifique como estudiante.

*Algunas de las características que me identifican como estudiante son: Suelo vestir de forma cómoda y relajada, cuando voy al supermercado me emociona ver la sesión de cuadernos y útiles escolares, y el uniforme cuando me dirijo al colegio.*

2. Describe cómo debe ser el prototipo de estudiante que comprende fácilmente lo que se le enseña.

*Es el que cuando le preguntan sabe responder correctamente lo que ha aprendido.*

3. Describe algunas características que identifiquen al profesor de la asignatura que mejor comprendes.

*Sus características son: habla desde la cotidianidad y usa esto para su asignatura, y trata de mantener la atención centrada en su materia cambiando constantemente el tono de su voz.*

4. ¿Qué características identificas en un estudiante que no comprende una actividad?

*Se queda atrasado, le da pereza ingresar a la clase, argumenta de que el profesor no sabe explicar, busca excusas, no hace las tareas, y cuando no pierde la materia la pasa raspando.*

5. ¿Qué características se deben identificar en un profesor cuya metodología facilite el aprendizaje?

*No se le queda ningún estudiante, suele ir al ritmo del que menos entienda, hace que sus clases sean interesantes, clases dinámicas y participativas que hagan que el estudiante este siempre atento, habla en un lenguaje fácil de comprender para sus alumnos.*

6. ¿Crees que un estudiante puede aprender por sí mismo?, ¿cómo lo lograría?

*Con ganas, determinación y un buen educador que le genere motivación en el colegio, rodeándose a su vez de otros estudiantes que quieran aprender más de lo expuesto en clases.*

7. ¿Cómo te gustaría que sea una clase de matemáticas?

*Me gustaría que no fuese tan pesada, que se propicie un ambiente más relajado sin el afán de tener que entregar con rapidez un trabajo, y que no dejarán tantos ejercicios repetitivos para poder aprender.*

8. ¿Qué es un problema matemático?

*Un problema matemático es una combinación de números y letras usados para resolver una ecuación.*

9. ¿Qué es lo más difícil de resolver un problema en matemáticas?

*Conocer su estructura adecuadamente para poder dar la mejor solución.*

## ESTUDIANTE 2.

1. Describe algunas características que te identifique como estudiante.

*Mis desarrollos en el hábito académico, mi organización de ideas para lograr el desarrollo de mis trabajos sean individuales u en equipo, mis metas, mis desafíos tengo claro mi estudios y para que serán usados dado a eso mi paciencia y constancia en mi desarrollo intelectual e disciplinario, sabiendo que incluso profesor y estudiantes no son un complemento para el estudiante como para el profesor la unidad es necesaria y el uso de mis útiles necesarios en donde estudio.*

2. Describe cómo debe ser el prototipo de estudiante que comprende fácilmente lo que se le enseña.

*Aquel que tiene una clara sus metas de vida y quiera ver más allá de lo que le enseñan, el que presta atención, el que está pendiente de todo como se desarrolla, ¿qué se hace?. ¿ cómo se hace?, el que pregunta si tiene duda, el que responde y ayuda, mejor dicho el que no se conforma , el que quiere aprender ese se le enseña más fácilmente.*

3. Describe algunas características que identifiquen al profesor de la asignatura que mejor comprendes.

*Es el que nos habla de su trabajo, no solo por enseñar sino por la pasión que tiene en su asignatura, no trata de lanzarnos esto es así y asa, da conocer cada detalle de lo aprendió y nos quiere mostrar es tranquilo, paciente, duro al poner notas ya que es necesario, es alegre, también es serio, con un carácter neutro el cual controla muy bien y eso es muy bueno en verdad, porque comprende las situaciones he incluso a veces al estudiante, pero enseña disciplina de la vida y eso no te hace querer dejar ahí, te hace llegar y decir que podemos hacer, que grandes hay que ser, por eso le entiendo bien, porque sabe bien que el estudio no se trata de tirar libros y aprendan, se trata de ven aprendamos tienes dudas aquí me tienes pregunta, de ayudarse al uno al otro.*

4. ¿Qué características identificas en un estudiante que no comprende una actividad?

*La pereza, el que se conforma fácilmente, claro algunos casos el estudiante querrán aprender dicha actividad, pero sus falencias académicas le hacen no poder comprender muy bien y es aceptable, pero eso es por falta de dedicación, no en el estudio, si no en sí mismo y eso es pereza.*

5. ¿Qué características se deben identificar en un profesor cuya metodología facilite el aprendizaje?

*La dedicación que quiera dar a conocer, la responsabilidad, debe tener un carácter que pueda contralar, tener una actividad o metodología de estudio que ya tenga la forma de enseñarla, he incluso poder*



*expandirla y mejorarla si es posible, y creencia en lo que quiere enseñar y la pasión de lo que hace, fortalezas académicas y filosóficas, enfoque, trascendencia, respeto en todo lo ya explicado, aprendido, y el valor que le dé a su metodología.*

6. ¿Crees que un estudiante puede aprender por sí mismo?, ¿cómo lo lograría?

*Sí, lo logra poniéndose una meta, esforzándose, teniendo disciplina y enfoque en la vida y en el estudio.*

7. ¿Cómo te gustaría que sea una clase de matemáticas?

*Tradicional pero con una trascendencia en cómo se puede enseñar y como nosotros podríamos también enseñarla unificando ideas en grupo, dar las a conocer, teniendo charlas y prácticas, y hablar en lo que fallamos y no fallamos, fortaleciendo falencias en la materia.*

8. ¿Qué es un problema matemático?

*Es una incógnita acerca de alguna identidad matemática.*

9. ¿Qué es lo más difícil de resolver un problema en matemáticas?

*No saber que identidades matemáticas se pueden aplicar a dicha incógnita, no tener un razonamiento matemático mejor dicho y pues si ya tiene unas buenas bases no creo que se haga difícil.*