Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericano



Trabajo de grado para obtener el título de Licenciado en Matemáticas y Física

Luis Enrique López Orozco

Asesor Oscar Javier Sánchez Sánchez

Universidad Católica de Manizales Manizales 2018 **Dedicatoria** ii

Dedico este trabajo en especial a mis padres por su apoyo incondicional en este proceso formativo.

Agradecimientos

Agradezco a Dios por la fortaleza de cada día en las adversidades, de ellas aprendí para afianzar mi crecimiento profesional y brindar a mis estudiantes alternativas de mejoramiento continuo en su aprendizaje. Finalmente agradezco a mi asesor de investigación Oscar Javier Sánchez Sánchez quien con sus retroalimentaciones aportaron significativamente en el desarrollo de la investigación.

Resumen iv

Con esta investigación se busca dinamizar el aprendizaje del concepto matemático de función lineal por medio de la herramienta tecnológica GeoGebra y sus distintas representaciones semióticas, con estudiantes de educación media, del Instituto Latinoamericano, de la ciudad de Manizales.

El enfoque de la investigación es cuantitativo descriptivo desarrollándose en un primer paso, la aplicación de una prueba diagnóstica (pretest), que permite identificar las dificultades de 30 estudiantes de grado noveno, población seleccionada para el estudio de la función lineal y un postest que permite identificar si los estudiantes alcanzaron un aprendizaje significativo al implementar una guía de aprendizaje, donde se involucran las distintas representaciones semióticas y la utilización de la herramienta tecnológica GeoGebra para dinamizar los procesos de enseñanza y aprendizaje. En las dos pruebas aplicadas se emplearon tres registros de representación semiótica, el numérico, el algebraico y el gráfico, donde se obtiene la apropiación del concepto.

Se concluye, con base en los resultados estadísticos, que al involucrar herramientas tecnológicas como el GeoGebra y al estudiar el concepto de función lineal mediante sus diferentes representaciones semióticas, se favorece la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos. La investigación permitió además el desarrollo de competencias matemáticas en la metodología escuela activa urbana, usada en algunas Instituciones Educativas del sector público, donde se crea un ambiente innovador para el desarrollo de prácticas pedagógicas.

Abstract V

The research seeks to define the learning of the mathematical concept of a linear function, through the technological GeoGebra tool and the possible semiotic representations, for middle school students of the Latin American Bilingual Institute of Manizales.

The focus of the research is quantitative, developed through a previous diagnostic test, that shows the difficulties of 30 students of ninth grade; the population selected for the study of the linear function and a post-test allows a significant view of learning; implementing a guide where the different semiotic representations and the technological GeoGebra tool are involved to dynamize the teaching and learning processes.

Three registers of semiotic representation were applied in two tests, the numerical, the algebraic and the graphic to obtain the appropriation of the concept.

To conclude based on the results that involve technological tools such as GeoGebra and the concept of linear function through different semiotic representations, the teaching and learning of mathematical objects is favored, the research of mathematical competences in the active urban school methodology and the public sector creates an innovative environment for the development of pedagogical practices.

Tabla de Contenidos

Introducción	1
1. Titulo	
2. Planteamiento del problema	
2.1 Pregunta de investigación	
2.2 Descripción del problema	
2.3 Descripción del escenario	
2.3.1. Sede Instituto Latinoamericano	2
2.3.2. Misión	3
2.3.3. Visión	
2.3.4. Modelo Pedagógico.	3
3. Antecedentes.	5
4.Justificación.	8
5.Objetivos.	9
5.1 Objetivo general	
5.2 Objetivos específicos	
6. Marco Teórico	
6.1 Referencia legal	
6.2 Fundamentación teórica.	
6.2.1. Función Lineal.	
6.2.1.1. Representaciones semióticas.	
6.2.2. Las Tic y la Educación.	
6.2.2.1. El software educativo GeoGebra.	
7. Diseño Metodológico	
7.1 Tipo de investigación	
7.2. Enfoque	
7.3.Población y muestra.	
7.3.1. Población	
7.3.2.Muestra	
7.4.Descripción del método de la investigación	
7.5. Técnicas de recolección y organización de la información	
7.5.1. Pre-test	
7.5.2. Guía de aprendizaje.	
7.5.3. Pos-test	
8. Análisis de resultados	
8.1. Análisis de diagnóstico o Pre-test.	
8.2. Análisis del pos-test	
9. Resultados y análisis.	
9.1. Hallazgos	
9.2. Conclusiones	
9.3. Recomendaciones	
Bibliografía.	
Anexos.	
Evidencias fotográficas	

Lista de tablas	viii
Tabla #1: Análisis del pre-test.	30
Tabla #2: Análisis del pos-test	32

Lista de graficos		
Gráfico #1: Análisis del pre-test	31	
Gráfico #2: Análisis del pos-test		
Gráfico #3: Análisis del pre-test v/s pos-test	33	

ix

Capítulo 1

Introducción e información general

La presente investigación pretende fortalecer el concepto de función lineal por medio del software matemático interactivo y dinámico GeoGebra, para mejorar significativamente el proceso de enseñanza aprendizaje en los estudiantes del grado noveno del Instituto Latinoamericano.

La problemática que pretendemos intervenir es de qué forma impacta en los estudiantes el uso del software GeoGebra para la comprensión del concepto de función lineal, analizando si el uso de las tic son de gran impacto en el aprendizaje.

Para analizar la problemática que existe frente a la matemática y su complejidad, como docentes debemos impactar en el aula de una manera significativa logrando así que el estudiante se sienta motivado hacia el alcance de sus competencias.

Es por esto que la investigación tiene como objetivo elaborar una guía de aprendizaje que involucre el uso del GeoGebra para explicar el concepto y aplicación de la función lineal para lograr un aprendizaje significativo en el aula.

1. Título

Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericano.

2. Planteamiento del problema

2.1. Pregunta de investigación

¿De qué forma impacta en los estudiantes el uso del software GeoGebra para la comprensión del concepto de función lineal?

2.2. Descripción del problema

Los testimonios muestran que el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas puede tornarse complejo, situación por la que se hace necesario el uso de estrategias que faciliten su abordaje, buscar maneras de captar el interés y motivar el estudiante hacia el alcance de las competencias.

En particular, para el aprendizaje de la función lineal en grado noveno, es fundamental superar la teoría y buscar estrategias que involucren diversos estilos de aprendizaje, trabajar los conceptos desde el ámbito numérico, algebraico y gráfico usando la tecnología, como ambiente en el que los estudiantes se mueven con más naturalidad.

2.3. Descripción del escenario

2.3.1. Sede Instituto Latinoamericano

La institución educativa se encuentra ubicada en la comuna la Fuente, en el barrio Colombia de la ciudad de Manizales, zona urbana, sección bachillerato, carácter oficial, calendario A, jornada mañana (Básica secundaria) y nocturna., tipo de población mixta.

Licencia de funcionamiento: Resolución 1991 del 18 de diciembre de 2009 de la Secretaría de educación del Municipio de Manizales, mediante la cual se aprueba el funcionamiento de educación formal en los niveles de preescolar, básica y media. Resolución 372 del 18 de febrero de 2013 de la Secretaría de educación de Manizales, mediante la cual se aprueba el funcionamiento de la educación para adultos, CLEI.

Código ICFES diurno: 126557 Código ICFES nocturno: 176214 Código DANE: 117001000611

Condiciones infraestructurales: La planta física está distribuida de la siguiente manera:

Sede principal: Conformada por doce salones de clase, oficinas administrativas, oficina de coordinación académica, oficina de coordinación disciplinaria, oficina de psicoorientación, dos salas de sistemas, sala de profesores, aula máxima, salón para proyecciones, laboratorio, cuatro baterías de baños, un patio en cemento cubierto y otro descubierto.

2.3.2. Misión

El Instituto Latinoamericano a través de las pedagogías activas y un enfoque humanizante, contribuye en la formación personal, intelectual y laboral de los educandos, a través de un proyecto de vida en permanente construcción que potencie el desarrollo de una sociedad autónoma, inclusiva y democrática.

2.3.3. Visión

El Instituto Latinoamericano al 2020 se consolidará como una institución inclusiva, de alta calidad académica y de formación personal, con una excelente profundización en inglés, mediante el desarrollo de competencias que proyecten a la persona profesional y/o laboralmente, fundamentado en un proyecto de vida para enfrentar los retos del mundo tecnológico y globalizado.

2.3.4. Modelo pedagógico

"El modelo pedagógico es un sistema formal que busca interrelacionar los agentes básicos de la comunidad educativa con el conocimiento científico para conservarlo, innovarlo, producirlo o recrearlo dentro de un contexto social, histórico, geográfico y culturalmente determinado. La comunidad educativa básica, para el caso de los modelos pedagógicos, la constituyen el docente y el discente quienes disponen de un proceso académico para acceder al conocimiento con el propósito de crearlo o conservarlo, el cual será utilizado en la transformación del hombre, en principio, y de la sociedad, luego. Dentro de la comunidad educativa se generan unas relaciones interpersonales y otras con respecto al conocimiento que sirven para definir los distintos modelos pedagógicos"2.

El modelo pedagógico hace referencia a la manera cómo han de tratarse los temas que se enseñan en la escuela, cómo será el proceso de enseñanza aprendizaje (unidireccional, bidireccional o multidireccional), la disposición del mobiliario, la actitud del docente respecto al alumno, las normas o ausencia de ellas, así como el papel que se desea tenga todo aquello que se enseña en la escuela.

En el ILA el modelo pedagógico que direcciona el quehacer educativo son las Pedagogías Activas, "este modelo pedagógico rescata al estudiante en su rol de conductor activo de sus propios aprendizajes y a la realidad, como el punto de partida y objetivo del

aprendizaje"1. El propósito de la labor educativa es preparar a los estudiantes para la vida, adaptar a los niños al medio social adulto.

El trabajo individual se coloca en primer plano, cada uno lo resuelve según sus experiencias y el trabajo en grupo promueve el trabajo colaborativo y cooperativo en donde cada uno de los integrantes tiene un papel específico y una responsabilidad con el grupo. El estudiante aprende a través de la manipulación, la experimentación, la invención, el descubrimiento y lo va haciendo conforme su maduración se lo permita: "manipular es aprender".

Dentro de las Pedagogías Activas resaltamos la "Escuela Nueva", la cual, parte de la propuesta llamada "nuevo paradigma" de aprendizaje de una "nueva escuela" y un enfoque de una "escuela abierta". A través del proceso de aprendizaje activo y participativo, promueve la habilidad para aplicar nuevos conocimientos a nuevas situaciones. Un conjunto de destrezas básicas en lenguaje, matemática, ciencias sociales y ciencias naturales. Los niños trabajan y estudian en pequeños equipos, desarrollan destrezas para trabajar en equipo y utilizan guías"4.

Como resultado, "el modelo puso en práctica principios válidos de teorías modernas de aprendizaje mediante estrategias cooperativas concretas en escuelas y comunidades, demostró que las prácticas tradicionales, memorísticas y pasivas, pueden transformarse en un nuevo prototipo pedagógico basado en el aprendizaje cooperativo, personalizado, comprensivo y constructivista"2.

Escuela Nueva logró modificar el modelo educativo estándar, centrado en el docente, hacia un modelo participativo y cooperativo centrado en el estudiante"5.

Para el ILA, el modelo pedagógico se concreta con la metodología de Escuela Activa Urbana, como adaptación de la escuela Nueva en un contexto Urbano cuya finalidad es buscar otras alternativas frente al modelo tradicional que se estaba llevando en la mayoría de instituciones públicas y que solo se limitaba en un repetir de conceptos, fechas y datos sin contextualización alguna.

El ILA, asume como didáctica el manejo de la guía, la cual se convierte en una mediación pedagógica efectiva en el desarrollo metodológico de una clase.

¹Torres Herrera, Nubia Astrid: Modelos pedagógicos y educación preescolar hacia una comprensión del concepto de modelo pedagógico. Bogotá, Colombia. Mayo 27 de 2007

²Ibid, Modelos pedagógicos y educación preescolar hacia una comprensión del concepto de modelo pedagógico.

3. Antecedentes

Al realizar la búsqueda de investigaciones que nos permitieran profundizar sobre la importancia del uso de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, logramos identificar un interés significativo en el uso de la tecnología y particularmente en el software GeoGebra, en nuestro caso particular, en la enseñanza y aplicación de la función lineal. La tecnología está a nuestra mano, por esto debemos aprovecharla al máximo y más aún en la enseñanza de las matemáticas, que por la experiencia se ha tornado como un área compleja pero esencial para nuestras vidas.

Se realiza una búsqueda de investigaciones actuales que relacionan la enseñanza — aprendizaje de las ciencias y la utilización de herramientas tecnológicas a nivel local, nacional e internacional, que enriquecen esta investigación.

Valente, s., & Alexandra, (2018), realizaron la investigacion: La utilización de geogebra, como recurso didáctico en el aprendizaje de funciones, para el décimo año de la unidad educativa amelia gallegos díaz.

Esta investigación expone que los temas relacionados con funciones requieren que el estudiante observe gráficos y las características en los cuales en el tablero no se pueden apreciar claramente y es por ello que pretenden utilizar el software GeoGebra como recurso didáctico para el aprendizaje de funciones. Otro punto interesante de esta investigación es cuando abordan el tema de la falta de estrategias didácticas y la innovación metodológica por parte del docente permitiendo que el estudiante demuestre poco interés por el aprendizaje matemático.

Giraldo buitrago, (2012), Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno mediada en las nuevas tecnologías.

Este trabajo es muy importante y con aportes muy interesantes y significativos en el uso de las TIC para la enseñanza de las matemáticas y como estas herramientas tecnológicas nos pueden complementar nuestra forma de enseñar más dinámica y estratégica para lograr que nuestros estudiantes comprendan el concepto de función lineal por medio del software GeoGebra. La cual se conoce como impacto de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación para la enseñanza de la matemática en la educación superior.

Martínez gómez, j. n. (2013), Apropiación del concepto de función usando el software geogebra.

En el presente trabajo se expone una estrategia por medio de la cual el autor proponer diseñar modelos didácticos e interactivos incorporando GeoGebra para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje y la apropiación del concepto de función para lograr que los estudiantes interpreten y analicen de una mejor forma el término función lineal y todas sus características.

Garijo-alonso, l. (2014), Enseñanza de funciones y gráficas en 1º bachillerato basado en el uso de geogebra.

En la presente investigación se observa la implementación y el diseño de una propuesta didáctica para enseñar funciones y graficas a los alumnos de 1° grado de bachillerato de la modalidad de ciencia y tecnología de una manera mucho más práctica y visual basada en el uso del software GeoGebra como recurso didáctico. A demás se plantean líneas de investigación para ampliar la propuesta metodológica a otras áreas de la matemática y a otros niveles educativos.

Ruiz, m., ávila, p., & villa-ochoa, j. (2013), Uso de geogebra como herramienta didáctica dentro del aula de matemáticas.

El siguiente trabajo nos presenta un cursillo con un fin en específico en el cual se crea un espacio de reflexión y análisis de la integración de las nuevas herramientas tecnológica y dinámica como el GeoGebra en el aula de clase, dentro del ejercicio docente. Este cursillo será presentado en tres momentos diferentes: en el primer momento se da a conocer que se ha construido y con qué intencionalidad, en un segundo momento como se ha construido y en un tercer momento como puede cada participante hacer su propia construcción.

Huaytacatari, e. w. (2015), Aplicación del software geogebra y su influencia en el aprendizaje de las funciones lineales en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la ie.

El presente trabajo propone una alternativa que de una u otra manera ayudara a solucionar el problema que ha generado la enseñanza tradicional en el proceso enseñanza aprendizaje. El utilizar software educativo en el aprendizaje de funciones lineales, en los estudiantes generara una motivación ya que esta acción educativa se vuelve interactiva y dinámica.

Aguilar hito, a. e. (2015), *Metodología con el software geogebra para desarrollar la capacidad de comunica y representa ideas matemáticas con funciones lineales*. En esta tesis el autor nos presenta que desde el contexto de aula es necesario aplicar una metodología utilizando el software GeoGebra como recurso didáctico para desarrollar la capacidad de comunica y representa ideas matemáticas en nuestros estudiantes, es decir, comprender e interpretar los registros de representaciones de la función lineal.

Caraballo, h., & zulema gonzález, c. z. (2009), Herramientas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática: software libre.

Esta investigación propone implementar cuatro programas que pueden servir como herramientas auxiliares en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Mediante su utilización, los docentes, pueden innovar en la forma y el diseño de actividades y situaciones didácticas, editar materiales didácticos de distintos tipos, abordar, plantear y resolver problemas geométricos, algebraicos y referidos al análisis de funciones en los entornos dinámicos que brindan estos programas.

Gay, m., Tito, j., & san miguel, s. (2013), Geogebra como facilitador del estudio de funciones de variable real.

La siguiente investigación se aplicó y desarrollo en las cátedras de matemática discreta y algebra lineal de las carreras de contador público y Lic. En Cs de la Administración, Álgebra y Geometría Analítica y Análisis Matemático I, de la carrera Lic. En Sistemas, propone unaIngeniería Didáctica, como esquema experimental basado en el diseño, implementación, análisis y evaluación de secuencias de enseñanza para el abordaje del estudio de funciones de variable real. Utiliza el entorno dinámico que ofrece el software libre GeoGebra y articula estrategias metodológicas del Nivel Superior con los recursos y metodologías que los alumnos ingresantes han utilizado durante su escolaridad Secundaria.

4. Justificación

La enseñanza magistral y los modelos tradicionales no han mostrado resultados significativos frente a la adquisición de competencias relacionadas con el aprendizaje de la función lineal, por lo que cobra importancia este trabajo.

Necesidad de un ambiente escolar cálido, motivador; donde los estudiantes construyan su propio aprendizaje entendiendo que se debe aprender por y para la vida, debe existir en la escuela un docente que vislumbre su saber cómo un apoyo ante los demás, que construya el conocimiento interactuando con las diferentes herramientas tecnológicas, las cuales rompen paradigmas tradicionales al momento de enseñar, es así como el estudiante puede desarrollar autonomía, ser crítico, reflexivo para sustentar sus ideas y proyectos con inteligencia y sagacidad, fortaleciendo la vinculación de cada una de las competencias matemáticas y trasversalizandolas con el progreso tecnológico que potencia la educación como un proceso en el cual todos deben participar activamente.

Se hace necesario valorar estrategias de enseñanza-aprendizaje que permitan aprovechar herramientas tecnológicas como el GeoGebra, para explorar formas de representación que acerquen los estudiantes a los conceptos de maneras diversas.

En la enseñanza – aprendizaje de conceptos matemáticos se debe hacer actividades de tratamiento y conversión de sus distintas representaciones semióticas, para el concepto de función lineal son la numérica por medio de tablas de valores, la algebraica, utilizando símbolos algebraicos y la gráfica en plano cartesiano, que según (Duval, 2011) garantiza el aprendizaje del concepto.

5. Objetivos

5.1. Objetivo general

Establecer una estrategia didáctica para la comprensión del concepto de función lineal por parte de los estudiantes de grado noveno, usando el software GeoGebra.

5.2. Objetivos específicos.

- ➤ Identificar las dificultades más frecuentes en los estudiantes, para el aprendizaje de la función lineal.
- ➤ Elaborar una guía de aprendizaje que involucre el uso del GeoGebra para explicar el concepto y aplicación de la función lineal.
- ➤ Valorar los alcances del uso de la guía de aprendizaje, como estrategia para el aprendizaje de la función lineal.

6. Marco Teórico

6.1. Referencia legal

Este proyecto se fundamenta legalmente a partir de la siguiente normatividad:

Ministerio de Educación Nacional (MEN)

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Proponer el inicio y desarrollo del pensamiento variacional como uno de los logros para alcanzar en la educación básica, presupone superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas.

La introducción de la función en los contextos descritos prepara al estudiante para comprender la naturaleza arbitraria de los conjuntos en que se le define, así como a la relación establecida entre ellos. Es necesario enfrentar a los estudiantes a situaciones donde la función no exhiba una regularidad, con el fin de alejar la idea de que su existencia o definición está determinada por la existencia de la expresión algebraica. A la conceptualización de la función y los objetos asociados (dominio, rango...) le prosigue el estudio de los modelos elementales, lineal, afín, cuadrático, exponencial, priorizando en éstos el estudio de los patrones que los caracterizan (crecientes, decrecientes). La calculadora gráfica se constituye en una herramienta didáctica necesaria para lograr este propósito.

Derechos básicos de aprendizaje (DBA) Matemáticas

Son un conjunto de saberes y habilidades acerca de lo fundamental que cada estudiante debe aprender al finalizar un grado, esto en concordancia con lo establecido en los lineamientos curriculares. Los DBA son herramientas que el MEN pone a disposición de toda la comunidad educativa para que sean utilizados en cualquier momento del año escolar.

Matemáticas Grado 8°

Comprende sin un lenguaje formal la noción de función como una regla f, que a cada valor x, le asigna un único valor f(x), y reconoce que su grafica está conformada por todos los puntos (x,y).

Reconoce que la gráfica de f(x) = mx + b es una línea recta.}

Usa su conocimiento sobre funciones lineales (f(x) = mx + b) para plantear y solucionar problemas. (Ministerio de Educación Nacional pag.75 – 76)

Innovación, Educación y TIC (MEN)

Las tecnologías de la Información y las comunicaciones hacen parte de la vida cotidiana de todos los ciudadanos, y por ende de nuestros maestros, alumnos y directivos docentes, es así como el sistema educativo cada día demanda el aprovechamiento eficaz de dichas tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje; esto implica una transformación. Ya no es solo formar en tecnología y en programación, sino usar las TIC en todas las áreas (cómo lenguaje, matemáticas y ciencias naturales) y mejorar las prácticas pedagógicas flexibles. Para así mejorar los procesos de enseñanza y, por ende, el desempeño de los estudiantes.

6.2. Fundamentación teórica

6.2.1. Función Lineal

El concepto función es uno de los conceptos más trabajados en Matemáticas, y su utilización no se hace únicamente en esta disciplina, su aplicabilidad se manifiesta en numerosos aspectos del conocimiento humano, pero desde el enfoque de la investigación, se refiere esencialmente a su utilización como instrumento para modelar situaciones, que desde la teoría de Vergnaud "El campo conceptual de las estructuras multiplicativas es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones" también "el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones: proporción simple y proporción múltiple, función lineal y n-lineal, razón escalar directa e inversa, cociente y producto de dimensiones, combinación lineal y aplicación lineal, fracción, razón, número racional, múltiplo y divisor, etc." (Vergnaud, 1990) es por ello que el concepto de función se encuentra en un

campo conceptual, donde obtiene múltiples relaciones con otros conceptos matemáticos y para el caso de la investigación se encuentra implícito en situaciones reales y contextualizadas, como pretexto para analizar las conversiones que realizan los estudiantes cuando se enfrentan a dichas situaciones de cambio, modeladas por este objeto matemático.

El concepto de Función lineal es muy importante porque modela una amplia variedad de fenómenos, los cuales no solo se encuentran en contextos matemáticos sino también en contextos de las ciencias; las funciones que tienen la forma f(x) = ax y

f(x)=ax+b son los modelos lineales más simples y representan para muchos estudiantes el primer contacto formal con el concepto de función.

El objeto matemático función lineal no ha sido ajeno al desarrollo social y científico de la humanidad a través de la historia, por lo cual, ha ido evolucionando simultáneamente con los avances científicos y sociales, es por ello que su definición adopta diferentes formas a lo largo de la historia.

El concepto de función responde a diferentes definiciones producto de su construcción en las etapas históricas. Estas definiciones han sido transformadas conforme al avance y construcción de las matemáticas, estas se pueden resumir en el siguiente cuadro³ Tomado de (vasquez, 2008)

Se indaga en la historia de las matemáticas las etapas relacionadas a la construcción del concepto de función con el fin de encontrar ideas que permitan resolver dificultades que se evidencian en el proceso de construcción del concepto en el contexto escolar, no se trata de averiguar la definición del concepto como lo afirma (Vasco, 1999, pág. 137) "El pensamiento variacional no consiste en saberse una definición de función. Al contrario las definiciones usuales de Función son estáticas: Conjuntos de parejas ordenadas que no se mueven ni hacen nada" se trata es de indagar como fue el proceso de construcción del concepto, como se dio ese recorrido por las etapas históricas, como se precisaron e integraron en su construcción elementos matemáticos tales como: cantidad, variable y constante.

Tabla #1 Historia de las Matemáticas (adaptado de Planchart 2005)

Se tiene conocimiento que desde la antigüedad el concepto de función era utilizado en forma intuitiva en prácticas tales como la de confeccionar tablas en las que se registraba el comportamiento de una magnitud sujeta a cambios de otra bajo una determinada relación. "A partir de las tablillas de arcilla encontradas en excavaciones arqueológicas, se ha podido verificar que en la época antigua (desde la aparición de la

³Adaptación a partirde: MathematicalandPedagogicalDiscussionsoftheFunctionConcept.SeoulApt.2- 1002, Yeoeuidodong, Yeongdeungpo-gu, Seoul 150-010, Korea; Journal of the Korea Society of MathematicalEducation Series D: Research in Mathematical Education Vol. 3, No. 1, May1999, 35-56.

escritura hasta la caída del imperio romano en el (746 d.C.) Se trabajaba con funcionescon la civilización babilónica "Los babilonios crearon tablas de cuadrados de los números naturales, cubos de los números naturales y recíprocos de los números naturales. Estas tablas evidentemente definen funciones de N sobre N

[...] Pero si concebimos una función no como una fórmula sino como una relación más general que asocia elementos de un conjunto con los elementos de otro conjunto.... Ptolomeo

Ptolomeo trabajó con las funciones, ya que calculó funciones trigonométricas pero es posible que no comprendiera el concepto de función.

Una de las preocupaciones de la edad media, fue el estudio de las cosas sujetas al cambio, y en particular del movimiento. (Fenómenos de la naturaleza)

El matemático francés René Descartes (1596-1650), en el año 1637, fue el primero en utilizar en su teoría sobre Geometría Analítica la palabra función como una correspondencia, aquí denota la idea intuitiva de variable y de función, al designar *una potencia* x^n *de variable* x

El concepto de función era relacionado con los fenómenos físicos de la naturaleza en los cuales la variable independiente era el tiempo.

El genio alemán Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) retoma el término función, desde otro punto de vista, y lo utiliza por primera vez en el 1694 para enunciar su idea general de dependencia funcional al tratar varios aspectos alrededor de las curvas, pendientes, normales, segmentos tangentes[...] Otros tipos de líneas que, dada una figura, llevan a cabo alguna función.... Leibniz 1673 (Definición no Matemática)

El matemático suizo Johann Bernoulli (1667-1748), destacó el componente analítico de una función [...] una cantidad formada de alguna manera a partir de cantidades indeterminadas y constantes. Johann Bernoulli (1698)

El suizo Leonhard Euler (1707-1783) definió que *Una función de una cantidad variable* es "una expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de la cantidad variable y de números o cantidades constantes." (Euler 1748)

Una "expresión analítica" significa para Euler, expresiones constituidas por las operaciones básicas de suma, multiplicación, potencias, raíces y demás, sin embargo él generó confusión ya que no logro distinguir el concepto de función de su representación...

Euler llegó a la definición Moderna de Función Esta se aplica ampliamente y contiene todas las formas en que una cantidad puede ser determinada por otra"

Al matemático alemán Peter Dirichlet (1805-1859), se le atribuye la definición formal moderna del concepto función, al plantear en el 1837 "[...] g(x) es una función real de una variable real x, si a cada número real x le corresponde un número real g(x)"

Si cantidades variables son unidas entre ellas de tal modo que el valor de una de ellas está dado, se puede llegar a los valores de todas las otras; uno ordinariamente concibe estas distintas cantidades como expresadas mediante una de ellas, la cual entonces toma el nombre de variable independiente; las otras cantidades expresadas mediante la variable independiente son aquellas a las que se llaman funciones de esta variable. (Cauchy 1821)

Cauchy proporcionó una definición que hace de la dependencia entre variables el centro del concepto de función.

En general, la función f(x) representa una sucesión de valores u ordenadas cada uno de los cuales es arbitrario. Dados una infinidad de valores de la abscisa x, hay un número igual de ordenadas f(x). Todas tienen valores numéricos, ya sean positivos, negativos o cero. No suponemos que estas ordenadas estén sujetas a una ley común; se siguen unas a otras de una forma cualquiera y cada una de ellas está dada como si fuera una cantidad sola. (Fourier 1822)

Aunque esta es una definición que se aparta de las expresiones analíticas pero cuando inicia la demostración de teoremas sobre la expresión de una función arbitraria como serie de Fourier, demuestra que su función es continua en el sentido moderno.

Una función de x es un número que está dado para cada x y que cambia gradualmente junto con x. El valor de la función puede estar dado mediante una expresión analítica o mediante una condición que ofrece una manera de probar todos los números y seleccionar uno de ellos o, finalmente, la dependencia puede existir pero ser desconocida. (Lobachevsky 1838)

Desde esta época pasaron 85 años hasta que (Goursat, en 1923) Dio la definición que aparece en la mayoría de los libros de textos hoy en día.

1. Se dice que y es una función de x si a cada valor de x le corresponde un valor de y.

Esta correspondencia se indica mediante la ecuación y = f(x).

 Existen diversas definiciones del concepto de función que se han deducido a partir de la Historia de las Matemáticas, algunas definiciones fueron tomados de (Planchart, 2005)

En términos de variables "cuando dos variables están relacionadas de tal manera que el valor de la primera queda determinado si se da un valor a la segunda, entonces se dice que la primera es función de la segunda". REGISTRO ALGEBRAICO

Es una forma general de expresar una función, cuando se razona en torno a la relación establecida de una variable en dependencia con otra, se habla de una variable que está en *función* de otra.

- 1. forma de conjunto de pares ordenados: Al tratarse las correspondencias de dos conjuntos que determinan un conjunto de pares numéricos ordenados. "una función es un conjunto de pares ordenados de elementos tales que ningunos de dos pares ordenados tienen tiene el mismo primer elemento. El conjunto de los primeros elementos de los pares ordenados se llama dominio y el conjunto de los segundos elementos rango de la función". REGISTRO SIMBÓLICO
- 2. Como una regla de correspondencia se explica de la siguiente manera: "una función f de un conjunto A un conjunto B es una regla de correspondencia que asignan a cada valor de x de cierto subconjunto D de A un elemento determinado de manera única f(x) de B". REGISTRO FIGURAL
- 3. En términos de máquina "una función es un procedimiento P que toma una o más entradas que salidas, y que tiene la propiedad de que cualesquiera dos llamadas a P con las misma entrada regresa a la misma salida".

Como relación entre conjuntos "Las funciones son relaciones o reglas que asocian los elementos de un conjunto con los de otro, de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y solo uno del segundo conjunto. Se pueden expresar en contextos reales mediante gráficas, fórmulas, tablas o enunciados" (Godino J. D., 2003)

La investigación contempla la representación del concepto de función en los registros:

Verbal: Con una frase que describe cómo la variable Independiente se relaciona con la variable dependiente

Tabular- numérica: Por medio de una tabla o lista de pares ordenados que hace corresponder un valor de la variable (x) con un valor de (y)

Gráfico: Con puntos sobre una gráfica en un plano cartesiano en el cual los valores de (x) son expresados por el eje horizontal (Eje de las abscisas) y los valores de (y) por el eje vertical (Eje de las ordenadas)

Algebraico: Por medio de una ecuación de dos variables.

Simbólico: Cuya representación se da en el lenguaje de Conjuntos, por lo cual para efectos de la investigación se estudia desde la representación simbólica de conjuntos por extensión, de parejas ordenadas de un conjunto ya que la representación simbólica conjuntista por comprensión ⁴ posee un alto grado de abstracción para estudiantes de grado Octavo.

En la Formación, tratamiento y conversión de estas representaciones está comprometida la acción matemática "Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos" (MEN, 1998, pág. 51)

En conclusión el eje puntual para la construcción del concepto Función lineal se halla en las acciones que se logre realizar con las diversas representaciones; esto involucra acción en un registro, "tratamiento" y posterior coordinación entre los diferentes registros "conversión" orientada a construir el concepto hasta conseguir reconocer al objeto matemático en sus diferentes representaciones. Por ejemplo, no se puede acceder al concepto de función a través de solo una definición, se requiere tener actividad con las diversas representaciones, con las expresiones algebraicas, tablas, números, gráficas y lenguaje natural; esta actividad involucra formación, tratamiento y conversión entre representaciones. Podría decirse con Raymond Duval que si no se dispone al menos de dos formas distintas de expresar y representar un contenido matemático, formas que el autor llama "Registros de representación" o "registros semióticos", no parece posible aprender y comprender dicho contenido" (MEN, 1998, pág. 54) Este proceso conduce a la construcción del concepto de función Lineal en diferentes escenarios.

_

⁴ La representación simbólica conjuntista a la que se hace referencia es la que expresa el conjunto por comprensión de esta forma $f(x) = \{(x,y)/y = 3x \}$

6.2.1.1. Representaciones semióticas

En el estudio de los fenómenos relativos al conocimiento es imprescindible recurrir a la noción de representación, ya que no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación.(Duval, 1999)

La noción de representación se ha presentado en tres periodos distintos, cada uno con una determinación diferente al fenómeno descrito.

Hacia los años 1924 – 1926, aparece por primera vez en Piaget como representación mental, sobre la representación del mundo en el niño, relativo a las creencias y explicaciones de los niños pequeños sobre los fenómenos naturales y físicos. Se recurre a la entrevista como el método empleado para su estudio. Se acoge a la noción de representación como una evocación de los objetos ausentes y se caracteriza así la novedad del ultimo estado de la inteligencia sensomotriz.

En el periodo comprendido desde el año 1955 y 1960, se presenta como representación interna o computacional, con las teorías que privilegian la transformación de información y respuesta adaptada que un sistema de la información puede realizar. Uno de los precursores parece haber sido Broadbent en1958. Esta visión de representación no tiene nada que ver con una creencia ni con una evocación de objetos ausentes, se trata de una codificación de la información. El método de estudio empleado aquí es el tiempo de reacción.

Más o menos desde 1985, aparece como representación semiótica, en el marco de los trabajos sobre la adquisición de los conocimientos matemáticos y sobre los considerables problemas que su aprendizaje suscita.

Las representaciones semióticas son relativas a un sistema particular de signos: El lenguaje, La escritura algebraica o los gráficos cartesianos, y en que pueden ser convertidos en representaciones "equivalentes" en otro sistema semiótico, pero pudiendo tomas significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza. (Duval, 1999) Estas representaciones presuponen considerar sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro, esta operación habrá de considerarse como el cambio de la forma en que un conocimiento está representado.

Desde este punto de vista se subraya la importancia de las representaciones semióticas desde algunos trabajos realizados en psicología cognitiva y en didáctica, donde ponen en evidencia:

En el caso de los símbolos en matemáticas, la importancia de la forma en relación con el contenido representado.

La diversidad de las formas de una representación para un mismo contenido representado.

La importancia de un cambio de forma de las representaciones por razones de economía de tratamiento. Esta economía de tratamiento puede considerarse como economía de memoria o como una economía heurística. (Duval, 1999)

Observaciones desde el aprendizaje de las matemáticas han probado que cambiar la forma de una representación es, para muchos alumnos de los diferentes niveles de enseñanza, una operación difícil e incluso en ocasiones imposible.

"Todo sucede como si para la gran mayoría de los alumnos la comprensión que logran de un contenido quedara limitada a la forma de representación utilizada" (Duval, 1999, p. 28).

En las representaciones semióticas, la operación de conversión y las dificultades que esta conlleva, se plantea no solo la pregunta general sobre el papel de la semiosis en el funcionamiento del pensamiento, sino también las condiciones de una diferenciación entre representante y representado.

La variedad en el tipo de signos que pueden ser utilizados al representar un objeto, es el fenómeno que ayuda a comprender el papel de la semiosis en el funcionamiento del pensamiento y el desarrollo de los conocimientos. Duval, 1999

Los sistemas semióticos considerados desde un punto de vista de su diversidad y su papel con el funcionamiento del pensamiento, Duval, 1999, plantea tres actividades cognitivas inherentes a toda representación:

La primera es las representaciones de un registro semiótico particular, la cual constituye un conjunto de marcas perceptibles e identificables que permiten expresar o evocar un objeto como una representación de alguna cosa en un sistema determinado, esta representación debe cumplir con unas reglas de conformidad, por razones de comunicación y de transformación de representaciones llamada *FORMACION*. La segunda son las transformaciones de la representación dentro del mismo registro donde se ha formado de acuerdo con unas únicas reglas que le son propias al sistema, de modo que a partir de éstas se obtengan otras representaciones que puedan constituirse como una ganancia de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales, se denomina *TRATAMIENTO* de una representación, hace referencia a la transformación de esta representación en el mismo registro donde se ha producido; se refiere a la transformación interna en un registro, debido a esto cada tratamiento requiere el reconocimiento y aplicación de las reglas propias a cada registro.

Por ejemplo, se realiza un tratamiento cuando se tiene una ecuación y se hace una simplificación de la misma. Y la tercera es la transformación de una representación dada en un registro, en otra representación en un registro diferente, que conserva parte del significado de la representación inicial pero al mismo tiempo da otras significaciones al objeto representado. A esta habilidad para cambiar de registros de representación semiótica, el poder convertir las representaciones producidas de un sistema de

representación a otro sistema, de manera que este otro sistema permita explicitar otras significaciones relativas a aquello que es representado se le denomina *CONVERSION*. Por ejemplo, se hace una conversión cuando al tener una ecuación construimos una gráfica a partir de ella.

Un ejemplo de tratamiento y conversión, se da en el siguiente ejemplo tomado de Duval (2006, p.146)

En el análisis de desarrollo de pensamiento y los problemas de aprendizaje de las matemáticas, el trabajo realizado por Duval, 1999, plantea tres fenómenos, que se encuentran relacionados entre sí, los cuales se refieren a:

- Diversificación de los registros de representación semiótica: Ya que los diferentes sistemas de representación son muy diferentes entre sí y cada uno de ellos plantea preguntas sobre el aprendizaje.
- Diferenciación entre representante y representado: O entre forma y contenido de una representación semiótica. Diferenciación que está asociada a la comprensión de lo que representa una representación y la posibilidad de asociar otras representaciones e integrarlas a los procedimientos de tratamiento.
- Coordinación de diversos registros de representación: El cual se refiere no solo a conocer las reglas de correspondencia entre dos sistemas semióticos diferentes, sino los fenómenos de congruencia entre las representaciones producidas en los diferentes sistemas.

Las representaciones semióticas son representaciones que son conscientes y externas, que permiten mirar el objeto a través de la percepción de estímulos, ya sea puntos, trazos, caracteres..., y que tienen un valor de significantes. Las representaciones mentales son todas aquellas proyecciones que reflejan los conocimientos, los valores que un individuo comparte con su alrededor.

Las dificultades sentidas y que aún incita a investigar, es la referente a la representación de los objetos matemáticos. " El transito de un concepto entre sus diversas

representaciones", pero antes que todo es necesario entender que es un concepto cuya definición requiere de la mediación de aspectos de la Ciencia y la antropología.(D'Amore, 2004)

En ocasiones se cree que el concepto se encuentra inmerso en la mente de los científicos que han dedicado una vida entera en su estudio, sin ambargo como lo afirma el autor,(por lo que en la "construcción de un concepto" intervienen tanto el aspecto institucional (el Saber) como el aspecto personal del sujeto que accede a ese Saber")(D'amore, 2004). Lo cual indica que la construcción del concepto no corresponde solamente a la comunidad científica, cada estudiante tambien esta en capacidad de construir los conceptos matemáticos.

Es de vital importancia reconocer el nivel abstracto que poseen las matemáticas, cuyos conceptos son intangibles, por esta razón "Todo concepto matemático requiere de representaciones, ya que no se dispone de "objetos" para presentar en su lugar, por ello la construcción del concepto debe darse sobre el transito entre registros representativos" (D'amore, 2004). Por lo cual las representaciones son una herramienta fundamental para promover la construcción de los conceptos matemáticos.

La enseñanza ha privilegiado procesos que tienen que ver con la formación y tratamiento de representaciones semióticas, y no con la conversión. Estando de acuerdo con Duval (2004) quien afirma que: "Lo que se observa de manera más protuberante es que el lugar dado a la conversión de las representaciones de un registro a otro es mínimo si no nulo". (p. 48). Así como los resultados de otras investigaciones planteadas por el autor, la conversión de representaciones semióticas son los procesos cognitivos más difíciles de adquirir para la mayoría de los alumnos.

La conversión es la que permite la articulación entre los registros de representación, son el resultado de la comprensión conceptual y cualquier dificultad que se presente, indica conceptos erróneos.

Según Duval (2006): "es el primer umbral de la comprensión en el aprendizaje de las matemáticas". (p. 166)

Duval (2004) plantea que generalmente los procesos de conversión entre registros de representación diferentes, es espontánea para los estudiantes cuando dichos registros son congruentes. Para ello debe cumplir tres condiciones:

- Correspondencia semántica entre las unidades significantes que las constituyen
- > Igual orden posible de aprehensión de estas unidades en las dos representaciones
- Univocidad semántica terminal, a cada una unidad significante en la representación de partida en una sólo unidad significante en la representación de llegada.

En la medida que existan condiciones de congruencia entre los diferentes registros de representación, podría decirse habría mejores procesos de comprensión en el aprendizaje de objetos matemáticos.

6.2.2. Las TIC y la Educación

La tecnología en la educación propone nuevos campos de reflexión didáctica y pedagógica. La enseñanza – aprendizaje en las aulas de clase actualmente han presentado un cambio notable a medida que se han incorporado las nuevas tecnologías de información y comunicación, lo cual conlleva a estudiantes y docentes a prepararse con mayor conciencia y eficacia.

La tecnología en la educación se identifica en este sentido con la didáctica abarcando metodologías innovadoras que producen aprendizajes y mayor disposición y apertura del estudiante frente a los desafíos del contexto.

Cabe precisar que la inadecuada aplicación y desarrollo de las nuevas tecnologías en el campo educativo presenta ventajas y desventajas que se deben tener presente al momento de interactuar con esta gran gama de posibilidades y herramientas tecnológicas. Ventajas:

- Permite encontrar información de manera rápida
- > Acceso a múltiples recursos

- Favorece el trabajo colaborativo
- Permite el aprendizaje interactivo y la educación a distancia
- Existen variedad de canales de información
- > Favorece el aprendizaje autónomo
- > Permite diseñar materiales didácticos alternativos y novedosos
- > Se elige tiempo y velocidad de estudio
- Favorece el desarrollo armónico de las clases
- > Desventajas:
- Cansancio visual
- Los estudiantes pueden volverse dependientes de la tecnología
- Mala utilización
- Problemas físicos
- Copiar y pegar y no entender nada de la información
- Costos de soporte y mantenimiento

Es así, como el trabajo del docente y directivos docentes debe estar centrado en que dichas desventajas se transformen gradualmente en procesos positivos que enriquezcan las prácticas de aula, propiciando que los estudiantes desarrollen satisfactoriamente capacidades para trabajar en equipo, creatividad, resolución de problemas y liderazgo en cada una de las actividades, encaminando además el fortalecimiento de las actitudes emprendedores como visión de futuro, comportamiento autorregulado, capacidad para asumir riesgos, materialización de ideas en proyectos, innovación, identificación de oportunidades y recursos en el entorno, autoaprendizaje y gestión del conocimiento y pensamiento flexible que hacen del estudiante un ser único y útil para la sociedad.

Según (Aguilar Hito, 2005) utilizando las tic se puede optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje y la producción de conocimiento. En la actualidad se requiere una educación que esté acorde con los paradigmas de la sociedad y la cultura.

Educación basada en el aprendizaje y conocimiento, donde se estimule la creatividad, el pensamiento y el razonamiento para desarrollar en los estudiantes capacidades que les permitan trascender con los avances de la ciencia y la tecnología.

La matemática ha presentado valiosos beneficios con el avance tecnológico, ya que permite sintetizar procesos al determinar soluciones a problemas y ejercicios de forma más rápida y precisa.

Estando de acuerdo con (Aguilar Hito, 2005) se puede concluir que el uso de la tecnología de la información y la comunicación es significativo para el aprendizaje de los estudiantes dentro y fuera del aula de clase.

6.2.2.1. Software Educativo GeoGebra

Geogebra es un software interactivo matemático que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo, desarrollado por Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores, como resultado de su proyecto de tesis en maestría en educación Matemática que inicio en el 2001y culminado exitosamente en su doctorado en la Universidad de Salzburgo.

Este software es básicamente un procesador geométrico algebraico, es decir, un compendio de Matemática con software interactivo que reúne geometría, algebra y calculo, que puede ser usado también en Física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisión estratégica y otras disciplinas.

Este software permite a bordar temáticas a través de la experimentación y la manipulación facilitando la realización de construcciones, modificaciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.

Este programa se diseñó para el área de Matemática y las asignaturas a fines como la Geometría analítica Plana, la estadística y la fisca permitiendo a los estudiantes tener una alternativa de comprobación del proceso teórico que normalmente realizan en el aula de clases, una de las cualidades que presenta este programa es que al ser de acceso libre, puede incluirse en todas las instituciones educativas, permitiendo a la comunidad educativa ampliar sus conocimientos tecnológicos. (Aguilar - hito 2015)

El software educativo GeoGebra presenta ciertas ventajas:

- Es de muy fácil aprendizaje y presenta un entorno de trabajo agradable.
- Los estudiantes pueden realizar sus graficas con alta calidad y precisión.
- Los deslizadores son elementos con un gran potencial, ya que permiten controlar animaciones con una cierta facilidad.

7. Diseño Metodológico

7.1. Tipo de investigación: Descriptiva

La investigación realizada es de tipo descriptiva, ya que pretende describir tendencias en el aprendizaje, identificando dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de función lineal, elaborara una guía de aprendizaje que involucre el uso del GeoGebra para explicar el concepto y aplicación de la función lineal y valorar los alcances del uso de la guía de aprendizaje como estrategia de enseñanza.

7.2 Enfoque: Cuantitativo

El enfoque de la investigación es cuantitativo ya que utiliza la recolección de datos para medir el alcance del uso de la guía de aprendizaje, con base en la medición numérica y análisis estadístico. Se utilizaron herramientas de recolección de datos el pre-test y el postest.

7.3. Población y muestra

7.3.1. Población Aspecto estudiantil

El Instituto Latinoamericano ofrece educación formal en los niveles de preescolar, básica, media y Educación para adultos. Los niveles de preescolar, básica primaria y la media se encuentran vinculados al proyecto de Jornada Única.

El 40% de los estudiantes del Instituto Latinoamericano pertenecen al estrato 1, un 30% al estrato 2, un 28% al estrato 3 y un 2% al estratos 4.

El 40% de las familias perciben un ingreso igual o inferior a un salario mínimo mensual, un 30% perciben ingresos mensuales entre uno y dos salarios mínimos, un 28% entre tres y cuatro salarios mínimos y un 2% con ingresos superiores a cuatro salarios mínimos mensuales.

Los padres y madres cabeza de hogar de los estudiantes se desempeñan como empleados de fábricas, obreros de construcción, conductores, vendedores, empleadas domésticas, vendedores informales y/o en empleos ocasionales. Un porcentaje bajo se desempeñan como profesionales.

El 95% de los estudiantes están afiliados a EPS o a SISBEN, sólo el 5 % no tiene seguridad social.

Aspecto vivienda

El 64% de las familias que pertenece al ILA viven en casa arrendada, mientras que el 36% posee casa propia. Todos cuentan con servicios básicos como agua, luz, teléfono y gas domiciliario.

Aspecto comunicación y transporte

La población del ILA cuenta con servicios de radio, televisión, periódicos e internet como medio de información.

El 5% de los estudiantes se desplaza a la institución en trasporte escolar, un 5% en particular, un 20% en transporte público y el 70% se desplaza caminando desde el hogar hasta el colegio.

Recurso humano

El ILA cuenta con un equipo humano de 30 docentes, dos coordinadores, un rector y 5 administrativos de alto nivel académico y con grandes capacidades para ejercer labores pedagógicas dentro y fuera del aula.

7.3.2. Muestra

En la Institución Educativa Latinoamericano se ha escogido como muestra 30 estudiantes de grado noveno de secundaria, jornada de la mañana.

Se crea la necesidad de implementar esta investigación con grado noveno, debido a vacíos conceptuales con la temática a desarrollar Función Lineal, desmotivación y poco interés en las clases magistrales; de esta manera surge la innovación y la creatividad de los estudiantes al realizar ejercicios teóricos con el software educativo GeoGebra.

7.4. Descripción del método de la investigación

La presente investigación implementar diversas etapas las cuales son:

Diseño y aplicación de un instrumentos de recolección de información pretest sobre el concepto de Función Lineal y Afín, el cual consta de 7 preguntas tipo ICFES, las cuales pretenden evidenciar dificultades conceptuales de los estudiantes.

Diseño y desarrollo de una guía de aprendizaje, estructurada según la metodología escuela activa urbana de la Institución Educativa Latinoamericano.

Intervención al grupo experimental: Aplicación de la guía de aprendizaje por medio del software educativo GeoGebra.

Desarrollo del postest para visualizar avances importantes en el aprendizaje de los estudiantes sobre el concepto de Función Lineal, utilizando el software educativo GeoGebra.

Análisis y cuantificación de resultados obtenidos para validar la eficacia de la implementación del software educativo GeoGebra en el aprendizaje del concepto de Función Lineal.

7.5. Técnicas de recolección y organización de la información

7.5.1. Pretest

A través de una encuesta inicial, se podrá tener un diagnóstico de los estudiantes; es fundamental para la investigación en la identificación de fortalezas, errores conceptuales y dificultades matemáticas que los estudiantes tienen sobre el concepto de función lineal y sobre algunos conceptos básicos necesarios en el estudio de funciones.

Para la elaboración del Pretest se tuvo en cuenta diferentes registros de representación semiótica.

El cuestionario elaborado estuvo compuesto por 7 preguntas, cada una propuesta en cumplir una competencia matemática, así: (Anexo #1)

Registro verbal. (Preguntas 1, 3 y 4)

Registro algebraico y gráfico. (Preguntas 2, 5, 6, 7)

7.5.2. Guía de aprendizaje

A partir de la información recolectada en el Pretest se elaboró una guía de aprendizaje basada en la teoría de representaciones semióticas y la utilización del software educativo GeoGebra con el objetivo del reconocimiento del concepto de función lineal, su tratamiento y conversión de diferentes representaciones y la aplicación en la solución de problemas.

La guía de aprendizaje está basada en la modalidad de la escuela activa urbana de la Institución Educativa Latinoamericano, la cual contiene: (Anexo #2)

- Motivación.
- > Indagación de saberes previos

- > Trabajo Individual. Desarrollo del pensamiento lógico
- > Trabajo grupal. Fundamentación teórica
- > Implementación
- > Trabajo Extra clase

7.5.3. Pos-test

El Pos-test permitió medir los avances de los estudiantes de acuerdo a la guía de aprendizaje. Para el diseño del Pos-test se tuvo en cuenta los resultados del Pre-test, sugerencias de la docente de matemáticas titular, la teoría de representaciones semióticas, el software educativo GeoGebra y las competencias matemáticas que se pretendían desarrollar. (Anexo #3)

8. Análisis de resultados

8.1. Análisis de diagnóstico o Pre-test

El objetivo del Pretest era analizar los saberes previos que los estudiantes tenían de función lineal y el efecto en el aprendizaje al realizar actividades de tratamiento y conversión de distintas representaciones semióticas del concepto de función lineal por medio del software educativo GeoGebra.

El cuestionario elaborado estuvo compuesto por 7 preguntas, cada una propuesta en cumplir una competencia matemática, así: (Anexo #1)

Registro verbal: Cuyo objetivo era justificar la respuesta verdadera de cuatro posibles en torno a la diferencia entre función lineal, afín y constante y el crecimiento o decrecimiento de las funciones dependiendo el valor de la pendiente. (Preguntas 1, 3 y 4)

Registro algebraico y gráfico: Cuyo objetivo era determinar saberes previos en cuanto a la realización de operaciones básicas remplazando valores numéricos para la variable independiente "x" y el reconocimiento gráfico de puntos (parejas ordenadas) sobre la recta. (Preguntas 2, 5, 6, 7)

Cada pregunta fue considerada con un mismo valor o peso dentro del modelo, adjudicando dos valores distintitos, esto es:

 $Respuesta\ correcta, respuesta\ incorrecta = Valor\ cuantitativo$

Para el análisis cuantitativo en este grupo solo se analizó el porcentaje (%) de respuestas correctas e incorrectas.

Tabla 1
Tabla pre-test

Análisis del pre-test								
PREGUNTA	CORRECTAS	%	<i>INCORRECTAS</i>	%				
1	28	93,3	2	6,6				
2	4	13,3	26	86,6				
3	23	76,6	7	23,3				
4	17	56,6	13	43,3				
5	19	63,3	11	36,6				
6	16	53,3	14	46,6				
7	1	3,3	29	96,6				
TOTAL	108	51,4	102	48,6				

Análisis del Pre-test (Elaboracion propia)

$$C = \frac{108}{210} * 100 = 51,4\%$$

Donde C es el porcentaje de las respuestas correctas

Con el Pre-test se pudo identificar en los estudiantes errores en el registro algebraico y numérico del concepto de función Lineal, evidenciando algunos temores por las preguntas que exigían justificación o que pedían cambio en la representación, debido a que estaban acostumbrados a trabajar solo con un registro y a dar solo resultados numéricos, sin la oportunidad de refutar o realizar conjeturas sobre lo que se realiza, es decir, los estudiantes siguen estudiando conceptos matemáticas desde la metodología tradicional. Esto evidencia que los procesos escolares se pueden apoyar en las tecnologías implementando software educativos como el GeoGebra, el cuál potencializa y dinamiza la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

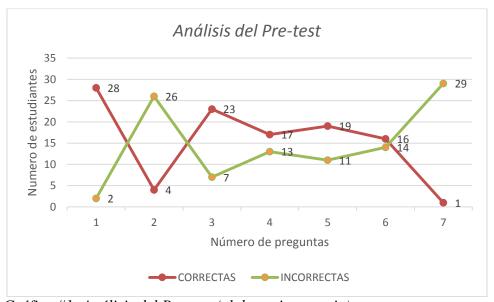


Gráfico #1: Análisis del Pre-test (elaboracion propia)



Aplicación del Pre-test

8.2 Análisis del Pos-test

El cuestionario Pos-test fue realizado con los mismos interrogantes del Pre-test del cual surgió un nuevo análisis donde los estudiantes solo presentan errores en el lenguaje verbal, en el reconocimiento del crecimiento o decrecimiento según el valor dela pendiente y de la función constante cuando la pendiente es cero y se observan algunos errores en el lenguaje algebraico.

Tabla 2
Tabla pos-test

Análisis del pos-test								
PREGUNTA	CORRECTAS	%	INCORRECTAS	%				
1	25	83,3	5	16,7				
2	28	93,3	2	6,7				
3	22	73,3	8	26,7				
4	21	70	9	30				
5	30	100	0	0				
6	26	86.7	4	13,3				
7	30	100	0	0				
TOTAL	182	86,7	28	13,3				

Análisis del pos-test (Elaboracion propia)

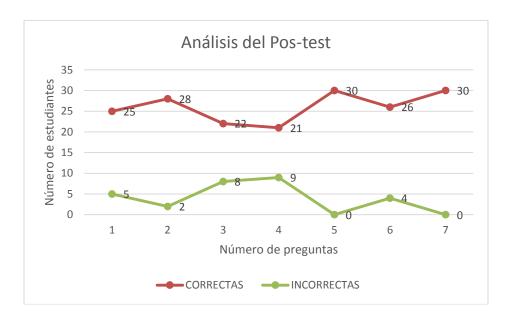


Gráfico #2: Análisis del Pos-test (Elaboracion propia)

A continuación, se muestra un gráfico comparativo con los datos del Pre-test y Pos-test con el objetivo de analizar y evidenciar las diferencias entre ellos y observar cambios positivos en el aprendizaje.

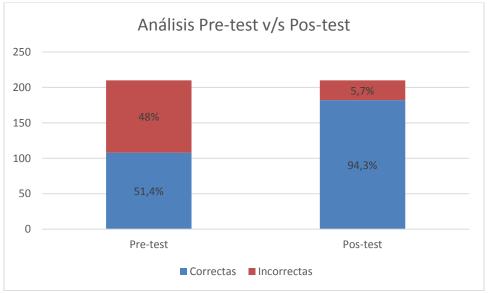


Gráfico #3: Análisis Pre-test v/s Pos-test (Elaboracion propia)

9. Resultados y análisis

9.1 Hallazgos

- ➤ Identificación de errores en el registro algebraico y numérico del concepto de función Lineal.
- Apropiación del concepto de Función Lineal y Afín en estudiantes de grado noveno por medio del software Educativo GeoGebra.
- Los estudiantes realizan actividades significativas de tratamiento y conversión de las distintas representaciones semióticas del concepto de Función Lineal.
- La aplicación de la guía de aprendizaje impacto significativamente los procesos de enseñanza y aprendizaje.

9.2. Conclusiones

- ➤ En los procesos de enseñanza es de vital importancia reconocer los saberes previos que tiene los estudiantes, de tal manera que el acto educativo se enfoque en la creación de conocimiento por parte del estudiante.
- ➤ En los procesos educativos se recomienda la utilización de herramientas tecnológicas para favorecer prácticas pedagógicas.
- La comprensión del concepto de Función Lineal fue significativo al diseñar y aplicar una guía de aprendizaje basada en registros de representación y la utilización del software educativo GeoGebra
- La comprensión de los conceptos matemáticos se evidencia al realizar actividades de tratamiento y conversión de sus distintas representaciones y en

- la interacción de estas con ayudas tecnológicas las cuales permites dinamizar los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- En la metodología escuela activa urbana se logró vivenciar la importancia y el impacto de aplicar software educativo como el GeoGebra para transformar practicas docentes y apoyarse en los recursos que llegan a la institución.

9.3. Recomendaciones

- ➤ Se recomienda a los docentes de matemáticas dejar a un lado los paradigmas tradicionales para planear clases donde se reconoce el estudiante como un sujeto activo y participante de su aprendizaje.
- Fomentar el uso de las Tic para fortalecer las competencias básicas en el área de matemáticas.
- Se hace necesario reconocer la implementación y desarrollo de guías de aprendizaje mediadas por las Tic para el desarrollo de conocimientos matemáticos.
- A futuras investigaciones se recomienda el estudio de otros software educativos que generen impactos positivos tanto para estudiantes como docentes en el desarrollo de prácticas de aula.

Bibliografía

- Aguilar Hito, A. E. (2018). Metodología con el software Geogebra para desarrollar la capacidad de comunica y representa ideas matemáticas con funciones lineal.
- Albornoz Torres, A. C. (2010). GeoGebra. Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas. Unión: revista iberoamericana de educación matemática, (23), 201-210.
- Betancur Aguirre, J. A. (2014). Un acercamiento a la noción de función lineal en entornos virtuales a través del software matemático interactivo geogebra (Bachelor'sthesis, Universidad Distrital Francisco José de Caldas).
- Caraballo, H., & Zulema González, C. Z. (2009). Herramientas para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática: Software libre. In II Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales 28 al 30 de octubre de 2009.La Plata, Argentina.
- D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética. Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipotesis sobre algunos factores que hiniben la devolución. Barcelona España: Uno pág 35-106.
- Duval, R. (1999). Semiosis y Pensamiento Humano, traducido por Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali Colombia: Artes Graficas Univalle.
- Duval, R. (2006). Un tema Crucial en la Educación Matemática: La habilidad para cambiar el el registro d erepresentación. La gaceta del RSME, 143-168.
- Duval, R. (2004). SEMIOSIS Y PENSAMIENTO HUMANO. Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de educación y pedagogía, Grupo de Educación matemática.
- Gay, M., Tito, J., & San Miguel, S. (2014). GeoGebra como facilitador del estudio de funciones de variable real. In Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Recuperado de: http://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/637.pdf.
- Garijo-Alonso, L. (2014). Enseñanza de funciones y gráficas en 1º Bachillerato basado en el uso de GeoGebra.

- Giraldo Buitrago, H. (2012). Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno mediada en las nuevas tecnologías: Estudio de caso en el Colegio Marymount grupo 9 B del municipio de Medellín (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia, Medellín).
- Godino, J. (2003). Teoría d elas representaciones semióticas. Granada: Universidad de Granada.
- HuaytaCatari, E. W. (2015). Aplicación del software geogebra y su influencia en el aprendizaje de las funciones lineales en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la IE "Clorinda Matto de Turner", Distrito SuykuTambo, provincia Espinar, Cusco-2015.
- Martínez Gómez, J. N. Apropiación del concepto de función usando el software Geogebra (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales).
- MEN, Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: Ministerio de educación Nacional de Colombia, 2003.
- Ruiz, M., Ávila, P., & Villa-Ochoa, J. (2013). Uso de Geogebra como herramienta didáctica dentro del aula de matemáticas.
- Tuirán, J. N. (2015). Estudiando las funciones polinómicas con el software educativo GeoGebra. Opción, 31.
- Vasco, C. E. (1999). Didáctica d elas Matemáticas. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- vasquez, S. y. (2008). El concepto de función a través de la historia. Revista Iberoamericana de Educación (Union) número 16, 141-155.
- Valente, S., & Alexandra, J. (2018). La utilización de GEOGEBRA, como recurso didáctico en el aprendizaje de funciones, para el décimo año de la Unidad Educativa Amelia Gallegos Díaz. Periodo 2016–2017 (Bachelor'sthesis, Riobamba).
- Vergnaud, G. (1990). Teoría de los Campos Conceptuales. Recherches en Didáctique de Mathematiques (págs. 133-170). Université René Descartes.

Web grafía

http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf.

Ministerio de Educación Nacional (DBA)

http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf.

Nuevas tecnologías al servicio de la educación.

https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-87399.htm

Innovación, Educación y TIC (MEN)

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/Libro%20Innovacion% 20MEN %20-%20V2.pdf

ANEXOS ANEXO 1



INSTITUTO LATINOAMERICANO

PRE-TEST



ÁREA: Matemáticas

TEMA: Función lineal utilizando el GeoGebra

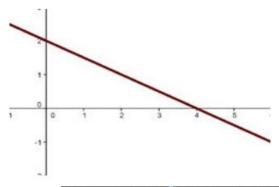
DOCENTE PRACTICANTE: Luis Enrique López Orozco

GRADO: Noveno

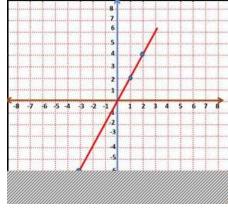
La siguiente encuesta diagnóstico tiene como objetivo conocer sobre las ideas previas que tiene el estudiante del grado noveno acerca de los conceptos básicos de la función lineal.

- 1) Las funciones cuyas gráficas son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas reciben el nombre de:
- a) Funciones afines.
- b) Funciones constantes.
- c) Funciones lineales.
- 2) La función lineal que pasa por el punto (3,6) tiene como expresión:
- a) y = 3x + 6
- b) y = 6x 3
- c) y = 2x
- 3) Si la pendiente de una función lineal es positiva, la función es:
- a) Creciente.
- b) Decreciente.
- c) Constante
- 4) Si la pendiente de una función es cero, la función es:
- a) Creciente.
- b) Decreciente.
- c) Constante.

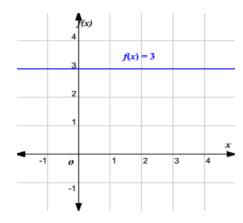
- 5) La recta de la gráfica corta al eje de abscisas en el punto:
- a) (4,0)
- b) (2,0)
- c)(0,0)



- 6) Los puntos representados en la recta son:
- a) (3,6) (-1,-2) (-2,-4)
- b) (-3,-3) (1,1) (2,5)
- c) (-6,-3) (2,1) (4,2)
- d) (-3,-6) (1,2) (2,4)



- 7) En el gráfico se observa una función:
- a) Constante
- b) identidad
- c) afín
- d) lineal



ANEXO 2



INSTITUTO LATINOAMERICANO

POS-TEST



ÁREA: Matemáticas

TEMA: Función lineal utilizando el GeoGebra

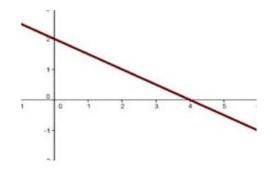
DOCENTE PRACTICANTE: Luis Enrique López Orozco

GRADO: Noveno

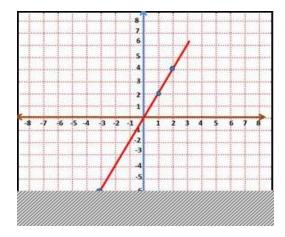
La siguiente encuesta tiene como objetivo reconocer el avance que presentan los estudiantes de grado noveno, en el aprendizaje del concepto de función lineal, utilizando el programa GeoGebra

- 1) Las funciones cuyas gráficas son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas reciben el nombre de:
- a) Funciones afines.
- b) Funciones constantes.
- c) Funciones lineales.
- 2) La función lineal que pasa por el punto (3,6) tiene como expresión:
- a) y = 3x + 6
- b) y = 6x 3
- c) y = 2x
- 3) Si la pendiente de una función lineal es positiva, la función es:
- a) Creciente.
- b) Decreciente.
- c) Constante
- 4) Si la pendiente de una función es cero, la función es:
- a) Creciente.
- b) Decreciente.
- c) Constante.

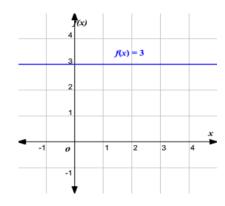
- 5) La recta de la gráfica corta al eje de abscisas en el punto:
- a) (4,0)
- b) (2,0)
- c)(0,0)



- 6) Los puntos representados en la recta son:
- a) (3,6) (-1,-2) (-2,-4)
- b) (-3,-3) (1,1) (2,5)
- c) (-6,-3) (2,1) (4,2)
- d) (-3,-6) (1,2) (2,4)



- 7) En el gráfico se observa una función:
- a) Constante
- b) identidad
- c) afín
- d) lineal



ANEXO 3



INSTITUTO LATINOAMERICANO GUÍA DE APRENDIZAJE



ÁREA: Matemáticas

TEMA: Función lineal utilizando el GeoGebra

DOCENTE PRACTICANTE: Luis Enrique López Orozco

GRADO: Noveno

NIVELES:

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA: Identifico la función lineal para solucionar problemas cotidianos.

IMPLEMENTACIÓN: Resuelvo problemas aplicando el concepto de función lineal.

PRÁCTICA: Reconozco las diferentes representaciones semióticas numérica, algebraica

y gráfica de la función lineal por medio del programa GeoGebra.

HABILIDAD: Reconozco el concepto de función lineal realizando operaciones de tratamiento y conversión de sus distintas representaciones semióticas

MOTIVACIÓN

Observar el video y reflexionar en clase el concepto de función lineal:

https://www.youtube.com/watch?v=PD45s3U9WA0

INDAGACIÓN DE PRESABERES

Responder las siguientes preguntas:

- ¿Qué es el plano cartesiano y para qué sirve?
- ¿Qué es una coordenada cartesiana?
- ¿Qué es una tabla de valores?
- ¿Qué es una función?
- ¿Cómo se representan las funciones?
- ¿Qué es función lineal?
- ¿Cómo se grafican las funciones lineales en el plano cartesiano?

A) VIVENCIA: TRABAJO INVIDIDUAL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LOGICO

Cada estudiante debe consignar el reto mental en su cuaderno y dar respuesta siguiendo un razonamiento adecuado:

Juego mental: "Piensa diferente"

Cuál es una palabra de 4 letras que tiene 3 aunque se escribe con 6 mientras tiene 8 raramente consta de 9 y nunca se escribe con 5.

B) FUNDAMENTACIÓN TEORICA: TRABAJO EN GRUPO

En matemáticas, una función, es usada para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades, este término (función) fue usado por primera vez en 1637 por el matemático francés René Descartes para designar una potencia x^n de la variable x.

Fue en 1694 que el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. Hasta que recientemente, su uso más generalizado ha sido el definido en 1829 por el matemático alemán, J.P.G. Lejeune-Dirichlet (1805-1859), quien escribió: "Una variable es un símbolo que representa un número dentro de un conjunto de ello. Dos variables x y y están asociadas de tal forma que al asignar un valor a x entonces, por alguna regla o correspondencia, se asigna automáticamente un valor a y, se dice que y es una función (unívoca) de x.

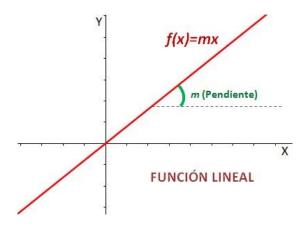
Dentro de la gran variedad de funciones existentes, la función lineal es una de las más sencilla de trabajar y es de suma importancia en el estudio de las ciencias. Ella es el punto de partida para lograr obtener buenos modelos sobre el comportamiento de la naturaleza.

Estas funciones se pueden aplicar en muchas situaciones por ejemplo en economía (uso de la oferta y la demanda) los economistas se basan en la linealidad de esta función y las leyes de la oferta y la demanda son dos de las relaciones fundamentales en cualquier análisis económico.

Una función lineal es una expresión de la forma f(x) = mx + b, donde su gráfica es una línea recta y para graficarla basta con ubicar dos puntos en el plano cartesiano. Sus características de acuerdo a la ecuación son:

- x: Variable independiente.
- y: Variable dependiente (depende de X)
- b: Intercepto con el eje Y
- m: Pendiente de la recta (grado de inclinación de la recta)





c) PRÁCTICA TRABAJO EN GRUPO

De inicio a la aplicación GeoGebra y grafica las siguientes funciones. Determinar según la gráfica si la función es lineal o afín. Determinar si la función es creciente, decreciente o constante Hallar los cortes con los ejes cartesianos

$$a)f(x) = 2$$

b)
$$f(x) = 2x$$

c)
$$f(x) = -2x$$

$$d) f(x) = 2x + 3$$

e)
$$f(x) = \frac{2}{3}x - 3$$

f)
$$f(x) = -3x + \frac{1}{2}$$

Crear un deslizador que nos permita visualizar el crecimiento o decrecimiento de las funciones lineales.

D) IMPLEMENTACIÓN: TRABAJO EN GRUPO

1. Representación numérica y algebraica de la función lineal:

Completar las siguientes tablas, tomando valores positivos, negativos y el cero para la variable independiente x y realizando las operaciones indicadas:

) a	X	y = 2x-3))	X	$y = -\frac{3}{2}x + 5$) c	Х	y = - 3
		_						

2. Representación Gráfica:

En el programa GeoGebra graficar las siguientes funciones y determinar:

- a) Tipo de función: Lineal, afín o constante
- b) Cortes con los ejes
- d) Determinar si la función es creciente o decreciente

$$y = -2x - 2$$
 $y = -\frac{3}{5}x + 5$ $y = \frac{3}{4}x - 5$

E) TRABAJO EXTRACLASE

Realizar los siguientes ejercicios en forma de trabajo escrito:

1. Graficar las siguientes funciones sin tabla

$$y = -2x - 2$$
 $y = -\frac{3}{5}x + 5$ $y = \frac{3}{4}x - 5$

- 2. Los biólogos han descubierto que el número de chirridos que los grillos de cierta especie emiten por minuto está relacionado con la temperatura. La relación es una función lineal. A 60°F los grillos chirrían 124 veces por minuto aproximadamente, mientras que a 80°F, lo hacen 172 veces por minuto.
- a) Obtener la función que relaciona el número de chirridos por minuto con la temperatura en Fahrenheit.
- b) Si la temperatura es de 72°F ¿Cuántas veces chirrían por minuto? ¿Y si es de 83°F?
- c) ¿Cuál es la temperatura si se contaron 132 chirridos?
- 3. En una experiencia realizada en invernaderos se determinó que el porcentaje de semillas germinadas depende de la temperatura ambiental. Para una variedad de semillas

de tomates el 40% germina a 12°C, mientras que a 15°C germina el 17% de las mismas. Si el porcentaje de semillas germinadas (p) es función lineal de la temperatura (t en °C):

- a) Obtener la función matemática que relaciona p y t.
- b) Calcular el porcentaje de germinación a 10°C.
- c) Hallar la temperatura necesaria para obtener un 90% de semillas germinadas.
- d) Representar gráficamente utilizando el programa GeoGebra.

SOCIALIZACIÓN:

Se hará la socialización de todas las actividades en compañía del docente

REFERENCIAS

Colegio del Uruguay "J. J. De Urquiza" Matemática: 5º 3ª T T Profesor Víctor Hugo Hutt

Garijo-Alonso, L. (2014). Enseñanza de funciones y gráficas en 1º Bachillerato basado en el uso de GeoGebra.

http://massobrefuncionlineal.blogspot.com/2016/11/problemas-de-aplicacion.html

Evidencias fotograficas:



Aplicacion del pre-test



Aplicacion del pos-test



Aplicacion guia de aprendizaje



Aplicacion guia de aprendizaje