

La enseñanza de la probabilidad mediado por las TIC y material  
manipulativo

Paola Karine Ojeda Osorio

Rogelio Andrés López Loaiza

Yasmina Moyano Romero

Asesora

Paula Andrea Osorio Gutiérrez

Universidad Católica de Manizales

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas y Física

Manizales Caldas, 2019

## **Dedicatoria**

Este trabajo es dedicado a nuestras familias, por cuanto todo su apoyo en la formación académica fue esencial para sacar adelante nuestros sueños para un futuro mejor. A nuestros amigos, y a Dios por darnos la posibilidad de llegar a esta meta

## **Agradecimientos**

Agradecemos a los profesores de la UCM, quienes fueron guía y apoyo para el desarrollo personal y en la formación académica adquirida a lo largo de estos tres años. A nuestras familias, por enseñarnos la importancia de la perseverancia en la consecución de nuestros objetivos. A Paula Andrea Osorio Gutiérrez asesora de la presente investigación quien con su apoyo, guio para direccionar y culminar el trabajo en el que se representa toda nuestra formación, igualmente al maestro Luis Hernando Carmona quien fue clave para llevar a cabo este proyecto, en general agradecemos a compañeros, familiares y maestros por la paciencia, el apoyo y comprensión durante toda esta experiencia maravillosa como estudiantes de la UCM.

## Resumen

La presente investigación describe la importancia de la enseñanza de la probabilidad en los centros educativos, apoyado en el uso de herramientas tecnológicas y material manipulativo, encontrando relevancia directa con respuesta al contexto económico, social y cultural que se evidencia en las comunidades rurales donde se desarrolló el estudio.

Se cuenta con tres instituciones educativas aliadas para la realización del proyecto: la Escuela Normal Superior Rebeca Sierra Cardona de Anserma, Isaza de Victoria Caldas y Técnica agroindustrial Leopoldo García de Palocabildo Tolima, participan estudiantes de grado noveno de una muestra representativa de los grados novenos, apuntando al desarrollo de competencias matemáticas que se evidencian desde los lineamientos curriculares y dando respuesta a pensamientos matemáticos como lo son el de sistemas numéricos, variacional y enfatizando en el pensamiento aleatorio.

Se referencian las políticas nacionales establecidas por el Ministerio de Educación MEN, al igual, que autores desde la mirada pedagógica como Piaget, una perspectiva disciplinar y didáctica como lo es Batanero (2000) y Duval (2007).

La metodología empleada es de tipo mixta, con enfoque descriptivo, el cual da prioridad a un análisis riguroso de los resultados obtenidos de acuerdo a los instrumentos aplicados en las guías de trabajo con la ayuda del material manipulativo y uso de herramientas tecnológicas como Excel y GeoGebra.

**Tabla de Contenido**

Resumen .....	iii
Introducción.....	v
Capítulo I Descripción del problema.....	1
1.1 Planteamiento Del Problema.....	2
1.2 Objetivos .....	3
1.3 Justificación .....	4
Capítulo II Marco referencial .....	6
2.1 Antecedentes.....	6
2.2 Marco legal .....	18
2.3 Marco conceptual .....	24
2.4 Marco Didáctico .....	40
Capítulo III .....	43
Diseño metodológico.....	43
Capítulo IV .....	47
Análisis de resultados. ....	47
Capitulo V.....	64
Conclusiones y recomendaciones.....	64
Referencias .....	66

## Introducción

Las necesidades de los educandos frente a los procesos probabilísticos por aprender diversos temas abren nuevos paradigmas para el conocimiento lo cual es importante para la vida cotidiana y para enfrentarse a la vida laboral, el estudiante presenta grandes dificultades en el proceso de aprendizaje probabilístico y esto se debe al poco interés y al proceso de enseñanza guiado, por tal motivo se analizó e indago tres contextos distintos como son las escuelas de Anserma Caldas, Isaza Caldas y Palocabildo Tolima y de esta forma implementar estrategias utilizando material manipulativo y las TIC que posibiliten un aprendizaje significativo en el cual el estudiante se apropie del tema e indague , utilizando un tipo de investigación descriptivo y de enfoque mixto.

El presente proyecto se realiza con el fin de construir e implementar estrategias que contribuya al proceso educativo de tal manera que se mejore aquellas falencias que se han presentado en estas instituciones , pues son muy pocas las indagaciones realizadas sobre el tema y por ende el tratamiento aplicado ha sido nulo, por esto la necesidad de actuar y transformar el aprendizaje aleatorio .

Teniendo presente teóricos tanto a nivel pedagógico, didáctico como disciplinar para fundamentar la presente investigación, sin dejar de lado los componentes legales que rige la educación Colombiana y los planteamientos propuestos por el ministerio de educación, de tal manera que a partir de estos iniciar a trabajar planteando unos objetivos por alcanzar que satisfagan la investigación propuesta , a través de los estudios realizados tomados desde los antecedente que apoyen tal estudio y permitan realizar un análisis detallado de la problemática que se tiene en el proceso educativo del aprendizaje probabilístico tomando como referencia algunos teóricos e investigaciones a nivel

internacional, nacional y local que nutran esta investigación realizada por los estudiantes de la licenciatura de Matemáticas y Física

## Capítulo I

### Descripción Del Problema

El siguiente problema se enmarca en la necesidad que se observa en los contextos referente al área de matemáticas en un caso más concreto en el pensamiento aleatorio, en el cual se ha visto desde un tiempo para acá como algo aburrido y poco llamativo para los estudiantes, es por este motivo que nos motivamos hacer la investigación en el pensamiento aleatorio y potenciarlo en los estudiantes de forma que se animen y empiecen a ver las cosas de otra manera.

Es importante saber que el pensamiento aleatorio es aquel que se desprende de la variación de los procesos o datos relaciones entre los objetos y lo que se estudia procedente de la propia elaboración del individuo. Surge a través de la coordinación de las relaciones que previamente ha creado entre los objetos. Es importante tener en cuenta que las diferencias y semejanzas entre los datos obtenidos permiten analizar y sacar conclusiones de la manera menos esperada.

Es por eso que la probabilidad en estos casos accede a poner a pensar en diversos aspectos a quien participa en los procesos y así le permite contemplar varias hipótesis al llevar a cabo un ejercicio para comprobar y sacar conclusiones, partiendo de lo anterior se vislumbra como mediante el pensamiento aleatorio y en su rama de la probabilidad el estudiante desarrolla nuevas habilidades y comprende de una manera más sencilla las cosas que se le presentan, es importante que en este proceso se les permita observar, explorar, comparar y la clasificar para así construir conocimiento significativo.



Es así, como el MEN lo define de la siguiente manera:

Este tipo de pensamiento, llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos. Partiendo de lo anterior se aprecia como mediante el pensamiento lógico el estudiante desarrolla nuevas habilidades y comprende de una manera más sencilla las cosas que se le presentan, es importante que en este proceso se les permita observar, explorar, comparar y la clasificar los objetos para así construir conocimiento significativo. (MEN, 2006)

### **1.1 Planteamiento Del Problema**

Teniendo presente el contexto de los niños, niñas y jóvenes de las diferentes instituciones y analizando uno de sus grandes problemas es la falta de desarrollo pleno en las matemáticas de la forma adecuada, por esto mismo, se ve la gran necesidad de implementar diferentes estrategias de enseñanza que posibiliten tanto al docente como al estudiante fortalecer las habilidades y capacidades para mejorar las prácticas educativas y así potenciar el pensamiento aleatorio y de esta manera mejoren sus producciones dando mayor claridad y calidad a trabajos realizados. Es con esto, que se puede conducir a la

adquisición y a un desarrollo considerado del educando, buscando que se encuentre en la capacidad de desempeñarse en un mundo diferente, que sienta gusto por ello, que no lo vea solo como una necesidad o una obligación, puesto que es fundamental para la vida del ser humano.

Se hace entonces necesario potenciar en gran parte la educación y un factor muy importante en el desarrollo del pensamiento aleatorio en los niños que les lleva a adquirir los conocimientos y hábitos necesarios para desenvolverse con éxito en una sociedad tan competitiva como la actual y de ahí nace la inquietud por darle solución al siguiente problema planteado.

### **Pregunta de investigación.**

¿Cómo potenciar el pensamiento aleatorio para que los estudiantes de grado 9° de las instituciones Escuela Normal Superior Rebeca Sierra Cardona de Anserma, Isaza de Victoria Caldas y Técnica agroindustrial Leopoldo García de Palocabildo Tolima; comprendan el concepto de probabilidad para que lo apliquen en la vida cotidiana?

## **1.2 Objetivos**

### **Objetivo general**

Potenciar el pensamiento aleatorio comprendiendo el concepto de la probabilidad a través del juego, de herramientas visuales y TIC en los estudiantes del grado 9° de las instituciones educativas; Escuela Normal Superior Rebeca Sierra Cardona de Anserma, Isaza de Victoria Caldas y Técnica agroindustrial Leopoldo García de Palocabildo Tolima.

### **Objetivos específicos**

- Diagnosticar los conocimientos previos que tienen los estudiantes de grado 9° de las instituciones educativas mencionadas, sobre el pensamiento aleatorio
- Diseñar una guía didáctica que permita a los estudiantes de grado 9° de las instituciones educativas mencionadas, fortalecer el pensamiento aleatorio para desarrollar problemas de la probabilidad.
- Implementar la guía didáctica haciendo uso de problemas de la vida cotidiana y el trabajo colaborativo para adquirir el conocimiento probabilístico
- Evaluar el aprendizaje adquirido por los estudiantes de grado 9° en las tres instituciones para analizar situaciones probabilísticas desarrolladas desde el pensamiento aleatorio.

### **1.3 Justificación**

El pensamiento aleatorio es de suma importancia para la educación y para desarrollar habilidades necesarias para la adquisición del conocimiento, sin embargo, las instituciones es poco lo que se trabaja en este tema por tal motivo es importante analizar y comprender las necesidades que se requieren para la enseñanza y el aprendizaje teniendo en cuenta los pre saberes que el educando tiene y desde allí partir para innovar y buscar una nueva estrategia que permita promover e incentivar el aprendizaje de la estadística desde los primeros años de educación, para así perfeccionarlos a través de cada nivel educativo por tal motivo al analizar tres contextos distintos con culturas y tradiciones diferentes, como lo es las escuelas ubicadas en Anserma Caldas, Isaza Caldas y Palocabildo Tolima; se evidencia como es necesario la intervención para mejorar en ciertos aspectos, como por ejemplo la utilización de las TIC pues muchos docentes que llevan muchos años

en la educación se acostumbraron en la enseñanza tradicional y no implementan nuevas estrategias, por otra parte el educando demuestra poco interés y más bien rechazo por aprender este tema tan importante para su proceso educativo, es trascendente tener en cuenta que los niños analizados son niños de colegios públicos algunos con difícil acceso y con situaciones económicas bastante dificultosa, situaciones que de una u otro forma les afecta en sus procesos de aprendizaje.

## Capítulo II

### Marco referencial

Este capítulo tiene enmarcado todo el estado del arte que se considera desde el rastreo bibliográfico, además, la búsqueda de teorías que apoyan la investigación para generar un proceso sustentado en el tema de la probabilidad, haciendo notorio el alcance de posibilidades que emergen desde los contextos educativos y propician espacios para la enseñanza y el aprendizaje en los estudiantes del bachillerato.

#### 2.1 Antecedentes

##### 2.1.1 Antecedentes Internacionales

**TITULO DEL TRABAJO: Faustino, A., & Pérez Luis, S. (2013).**

**UTILIZACIÓN DE LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR ANGOLANA. *Prisma Social*, (11), 0-31.**

En este trabajo se puede evidenciar como el procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística en los últimos años ha sido tan importante para el pensamiento de los estudiantes y a medida que pasa el tiempo es vital que las tecnologías hagan parte de este proceso, es por eso que los Institutos Superiores de Ciencias de la Educación de la República de Angola proponen que los software apoyen y dinamicen la formación de los conceptos que conlleven a que los estudiantes estén más interesados por la Estadística y al mismo tiempo sean más investigativos.

Pero según algunos maestros encuestados expresan que ellos no están capacitados para hacer uso de las TIC y por lo tanto es difícil que hagan parte de los procesos de

enseñanza y aprendizaje y en ocasiones buscan a personas especializadas para que puedan apoyar esta asignatura.

El principal objetivo de este trabajo es la implementación de un mediador didáctico interactivo<sup>2</sup>, como “Esduest@tística”, en la dinámica del proceso de enseñanza

**TITULO DEL TRABAJO: Ruiz de Miguel, c. (2015). Actitudes hacia la estadística de los alumnos del grado en pedagogía, educación social, y maestro de educación infantil y maestro de educación primaria de la ucm. *Educación xx1*, 18 (2), 351-374.**

En el trabajo presentado se tiene una investigación donde se evidencian algunas actitudes de 855 estudiantes de diferentes facultades hacia la estadística. Los resultados obtenidos evidencia que las experiencias previas que han tenido con la estadística varían en función de estas. En este proyecto se puede también observar que se ha aplicado una Escala de Actitudes hacia la Estadística según (Auzmendi, 1992), que permite identificar cuatro factores en las actitudes, que tienen que ver con la Ansiedad/Confianza, el Agrado, la Utilidad y la Motivación.

Esta investigación ha sido de gran utilidad debido a que al estudiar las actitudes de los estudiantes hacia la estadística se puede mejorar la práctica docente ya que es importantísimo que se imparta por su aporte para la sistematización, interpretación y análisis de gráficos y no es de negar que en la vida laboral se debe tener bases sobre la estadística porque diariamente es mucha la información que se encuentra y por lo tanto es mejor organizarla para interpretarla mejor.

**TITULO DEL TRABAJO: El Papel de los Proyectos en la Enseñanza y Aprendizaje de la Estadística por Carmen Batanero y Carmen Díaz (2010).**

La estadística desde siempre ha estado jugando un papel importante en la sociedad gracias a que ha proporcionado herramientas de gran utilidad para diseñar e implementar estrategias para el análisis, sistematización e interpretación de datos ya sea por medio de gráficos, de variables, en la toma de decisiones entre muchas otras situaciones.

Por lo anterior la estadística se ha convertido en una necesidad en las instituciones y de comenzarla lo antes posible para así proporcionar una cultura estadística que reúna todas las habilidades que desarrolla, y para lograrlo es vital presentar diversas formas de enseñar ya sea por medio de proyectos, problemas con la vida cotidiana, introducir los pasos para una investigación estadística y ver como se relaciona con las diferentes áreas del conocimiento.

**TITULO DEL TRABAJO: Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores por José Pedro Arteaga Cezón (2010)**

En este documento se observa como uno de los retos de la enseñanza es ser conectada con la realidad y la sociedad del momento. Sin embargo, en la enseñanza de la estadística hay un distanciamiento claro entre la escuela y la vida cotidiana. En este sentido, los gráficos son un tema privilegiado, pues se utilizan con frecuencia en la prensa y medios de comunicación, con lo que podrían usarse como medio para establecer dicha conexión (Espinel, 2007).

Los gráficos pueden utilizarse para comunicar información y como instrumento de análisis de datos, así como para retener en la memoria una gran cantidad de información en forma eficiente (Cazorla, 2002). Además, el gran desarrollo actual de las nuevas tecnologías, posibilita la realización de gráficos estadísticos de modo rápido y eficaz.

El lenguaje gráfico tiene un papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, al ser un instrumento de trans-numeración. Esta es una de las formas básicas de razonamiento estadístico definidas por Wild y Pfannkuch (1999), que consiste en Obtener una nueva información, al cambiar de un sistema de representación a otro. Por ejemplo, al pasar de un listado de datos a un histograma, el alumno puede percibir el valor de la moda de un conjunto de datos que antes no era visible en los datos brutos.

La Ciencia, utiliza para construir y comunicar los conceptos, representaciones semióticas externas (que usan sistemas de signos), como gráficas, diagramas, ecuaciones, ilustraciones o enunciados. Así, el aprendizaje de los conceptos científicos está ligado al de estas representaciones y al de sus procesos de formación y transformación. Las gráficas se usan en las ciencias como representaciones puente entre los datos experimentales y las formalizaciones científicas. Es decir, ayudan a determinar las relaciones entre las variables que intervienen en los fenómenos y así poder modernizarlos. En la enseñanza de las ciencias estas gráficas sirven para visualizar conceptos y relaciones abstractas difíciles de comprender (Postigo y Pozo, 2000).

La importancia de la formación en estadística y su didáctica de los futuros profesores de primaria se deduce claramente del papel asignado a la Estadística en los Decretos de Enseñanzas Mínimas para la Educación Primaria, donde se incluye el Bloque Tratamiento de la información, azar y probabilidad, desde primer ciclo de educación primaria. Este interés se deduce, además, de los errores detectados en la evaluación de conocimientos estadísticos elementales en futuros profesores que se han descrito, por ejemplo en las investigaciones de en Estepa (1993), Bruno y Espinel (2005) o Espinel (2007). Como ya hemos indicado estos problemas se producen en otros países y han llevado a la organización de un estudio internacional (Joint



ICMI/IASE Study; Batanero, Burrill y Reading, en prensa) sobre los conocimientos estadísticos y didácticos que debería tener un futuro profesor.

La importancia de la formación en estadística y su didáctica de los futuros profesores de primaria se deduce claramente del papel asignado a la estadística en los Decretos de Enseñanzas Mínimas para la Educación Primaria y de los errores detectados en conocimientos estadísticos elementales en futuros profesores que fueron descritos, por ejemplo, en Estepa (1993), Bruno y Espinel (2005) o Espinel (2007). Como ya hemos indicado en Batanero, Arteaga y Contreras (2009), estos problemas se producen en otros países, han sido denunciados por autores como Franklin y Mewborn (2006) y han llevado a la organización de un estudio internacional (Joint ICMI/IASE Study) cuyos resultados se recogen en Batanero, Burrill, Reading y Rossman (2008) y Batanero, Burrill y Reading (en prensa).

La evaluación del conocimiento del profesor sigue siendo un tema relevante en didáctica de la matemática, debido a la escasez de investigaciones y las demandas de que los estudiantes sean enseñados por profesores bien cualificados, la necesidad de evidenciar los resultados de los programas de formación de profesores y el debate establecido acerca de cuál es el contenido matemático para la enseñanza que debe poseer el profesor y la necesidad de definirlo (Hill, Sleep, Lewis y Ball, 2007). Consecuentemente nuestro trabajo se orientó a evaluar el conocimiento matemático de los futuros profesores de educación primaria sobre los gráficos estadísticos y su conocimiento didáctico sobre estadística.

### **2.1.2 Antecedentes nacionales**

## **TITULO DEL TRABAJO**

**Propuesta de formación para docentes del grado primero, basada en enseñanza para la comprensión, como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento aleatorio, en la Institución Educativa Villa del Socorro**

**AUTOR O AUTORES:** Diana Patricia Córdoba Zapata

Es un trabajo que resulta interesante abordarlo pues en la actualidad los estudiantes presentan un bajo rendimiento en la medición que se realizan a través de las pruebas estandarizadas y en las cuales deben mostrar sus competencias en estadística. Los maestros como parte fundamental del proceso de enseñanza aprendizaje, se convierten en el centro de esta investigación, en la cual a través de una encuesta evidencian las principales características de su práctica. Al mismo tiempo se realiza una observación de clase mediada por una herramienta creada para obtener información sobre el diseño, desarrollo y evaluación de la misma. Finalmente, y considerando la información obtenida directamente por parte de los docentes y la observación de clase, se realiza una propuesta de formación sustentada en el modelo de Enseñanza para la Comprensión, que además considera los elementos propuestos por Juan Díaz Godino en su modelo de Idoneidad Didáctica para la enseñanza de la Matemática. Se estima pues, que la propuesta da respuesta efectiva a la necesidad inaplazable de formar docentes y estudiantes capaces de utilizar en forma pertinente y en diferentes contextos sus conocimientos y transformar su entorno.

Se diseña, aplica e interpreta una guía de observación, basada en la propuesta de Juan Díez Godino y su enfoque ontosemiótico para la enseñanza de la matemática, el cual se utilizó como herramienta para recoger la información relacionada con el desarrollo de una clase de Estadística. Y a la vez evaluar las situaciones de tipo didáctico que se dan al

interior del aula y los procesos de aprendizaje y de enseñanza que allí se dan. El investigador, a mediados del segundo periodo de 2016, realiza la observación de una clase en cada uno de los tres grupos del grado primero. Previo acuerdo con las profesoras con relación a la fecha y hora. Y considerando que los temas de estadística, según planeación ofrecida por Expedición Currículo de la Secretaria de Educación de Medellín, deben desarrollarse en el segundo y cuarto periodo del año escolar.

En primer lugar, como respuesta al primer y segundo objetivo específico, y después de la realización de la encuesta que permitió la observación de una clase de Estadística en cada uno de los tres grados de primero examinados, se han encontrado grandes dificultades con relación a la fidelidad con la cual los contenidos de referencia son representados por los contenidos implementados. En general se utiliza un vocabulario que solo acerca rudimentariamente a los estudiantes al mundo de la estadística. Aunque estos temas son valorados por las docentes como importantes, no se les dedica mayor tiempo e incluso desde la planeación presentada por la institución y por la Secretaria de Educación de la ciudad, a través de Expedición Currículo, se presentan solo durante dos periodos de los cuatro académicos del año escolar. Se evidencia también la ausencia de comunidades de aprendizaje de maestros al interior del colegio en las cuales se puedan establecer diálogos productivos que permitan la socialización de: estrategias exitosas, dificultades descubiertas al momento de realizar las clases y de profundización frente a diferentes disciplinas de conocimiento. También la falta de utilización de textos específicos y avanzados de la asignatura que permitan una mayor conceptualización de los temas a tratar. Los docentes reconocen los vacíos conceptuales en este tema y la falta de formación pertinente, acorde a sus necesidades, que desde diferentes espacios se les ofrece. Lo anterior fue expuesto por los propios maestros observados en la encuesta que se les realizó. (ZAPATA, 2016)

## **TITULO DEL TRABAJO**

**Desarrollo de un ambiente virtual de aprendizaje fundamentado en la lúdica que estimule el pensamiento aleatorio en los estudiantes de grado cuarto y quinto de primaria de la institución educativa el hormiguero.**

**AUTOR / AUTORES** Diana María Quintero Calvache - Juan José Jaramillo Arcila

El presente trabajo de tesis tiene como propósito, contribuir al desarrollo de competencias matemáticas, más específicamente del pensamiento aleatorio en estudiantes del grado cuarto y quinto de la institución educativa el Hormiguero de la ciudad de Santiago de Cali, mediante la implementación de la lúdica y la utilización de ambientes virtuales de aprendizaje. Su justificación tiene como base los bajos resultados que se han presentado en estos estudiantes al momento de presentar pruebas internas y externas (internacionales) relacionadas con este pensamiento y la necesidad de mejorar estos desempeños. Para su realización, se toma como base un estudio cualitativo-descriptivo.

La investigación permitió, entre otras conclusiones, involucrar la lúdica como una estrategia didáctica de trabajo dentro del proceso matemático de los estudiantes, que acompañada de recursos, herramientas tecnológicas y una base pedagógica con fundamentos firmes, dio como resultado el diseño y construcción de una propuesta didáctica acorde a las condiciones de la población y los referentes nacionales de matemáticas, la cual con un acompañamiento adecuado permite el desarrollo del pensamiento aleatorio en los estudiantes de grado cuarto y quinto de primaria.

La investigación en la que se abarca este antecedente desarrolla un ambiente virtual de aprendizaje, fundamentado en la lúdica, que permita estimular competencias inherentes a las matemáticas, específicamente en el pensamiento aleatorio de los estudiantes de cuarto

y quinto de primaria, facilitando los procesos de aprendizaje y contribuyendo al mejoramiento de los resultados.

La institución educativa El Hormiguero, adelanta sus procesos disciplinares con base a los lineamientos curriculares del MEN y por ende en los estándares básicos, apuntando a la consecución de competencias y específicamente en el área de matemáticas; todo ello apuntando al objetivo que tenían en la investigación. (Diana Maria Quintero Calvache - Juan José Jaramillo, 2014)

## **TÍTULO DEL TRABAJO**

**Sistema de actividades metodológicas basadas en la resolución de problemas para el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistema de datos en los estudiantes de 8° y 9° del colegio anglocolombiano y la institución educativa Antonio Nariño**

**AUTOR O AUTORES** Diego Mauricio Chica Parra - Francisco Tirson Ibargüen

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) desarrolla su idea de Pensamiento estadístico a nivel de la básica secundaria, como el componente Aleatorio y Sistema de datos propio de toda enseñanza matemática, su creciente importancia radica en el auge tecnológico de las comunicaciones vivido en los últimos años que provocó mayores volúmenes de información. No obstante, en la actualidad la enseñanza de la estadística no ocupa un lugar predominante en el currículo como lo hacen las ciencias matemáticas, sin mencionar las dificultades didácticas que implica y que están íntimamente relacionadas con la visión tradicional determinista de su enseñanza, ocasionalmente esta tendencia se repite en la enseñanza de la estadística generando en la práctica una actividad limitada a la solución de ejercicios rutinarios sin un significado y que no favorecen una comprensión

profunda de conceptos. A este respecto y aprovechando la versatilidad de la estadística, surgió una propuesta de actividades basada en la resolución de problemas, que consistió en una serie de situaciones que buscaron despertar el interés del grupo de estudiantes y que además del uso de algoritmos, requirió de grandes dosis de creatividad y trabajo grupal, evitando encaminar siempre hacia la consecución de una única solución en cuanto fuera posible. Se verificó la incidencia de estas actividades en el desarrollo de pensamiento estadístico con la participación de cuatro grupos de dos instituciones educativas.

Al concluir la investigación se puede detectar como no es posible inferir significativamente la incidencia de unas actividades basadas en resolución de problemas por la metodología de Polya en el desarrollo del pensamiento estadístico, desde la perspectiva del Ministerio de Educación Nacional. Asimismo, la prueba de hipótesis no permite verificar la incidencia de las actividades sobre las tres competencias que conforman el componente del pensamiento estadístico en ninguna de las dos instituciones educativas objeto de este estudio. (Diego Mauricio Chica Parra - Francisco Tirson Ibarquén, 2014)

### **2.1.3 Antecedentes locales**

#### **TITULO DEL TRABAJO**

**Estado del arte en la enseñanza de la probabilidad para la educación media en los municipios de Pereira y Dosquebradas.**

**Autores:** Juan Luis Arias Vargas, José Gerardo Cardona Toro / Noviembre 24 de 2008

La investigación arrojó el siguiente resultado el cual es bastante preocupante pues no se está cumpliendo con lo requerido por el Ministerio de Educación Nacional para los grados décimo y undécimo, además se requiere con urgencia capacitación e inclusive educación para los docentes encargados de esta área pues se evidencia la necesidades que ellos tienen

para así apropiarse del tema, además de replantear el plan de estudio e implementar por lo menos dos horas semanales en esta labor para que el educando pueda tener el espacio requerido para adquirir las competencias y habilidades para un conocimiento significativo el cual se pueda aplicar en distintos contextos .

En esta investigación se puede apreciar que el educando posee un bajo nivel en el desarrollo del pensamiento aleatorio, pues esta área del conocimiento no es debidamente tomada en cuenta en el proceso de enseñanza y aprendizaje pues en muchas instituciones es tomada como complemento más de otras materias además los pocos temas que se tocan son muy básicos y no son profundizados como lo estipula el MEN, por otra parte algunos docentes admiten que el pensamiento aleatorio no es desarrollado en los estudiantes debido a que los mismos docentes no han consolidado esta situación que afecta a la educación en un gran porcentaje pues el estudiante requiere de estos conocimientos para enfrentarse a la vida real, universitaria y laboral.

### **TITULO DEL TRABAJO**

**La enseñanza del pensamiento aleatorio en estudiantes de grado quinto en la escuela dulce nombre en Samaná.**

**Autor:** Arcesio Lozano Franco / 2015

La aplicación de esta estrategia trajo consigo grandes resultados primero motivo a los educandos en la adquisición de su propio conocimiento, y por otra parte realizaron los talleres de manera participativa y desarrollaron capacidad para la resolución de problemas además de que las Tics fueron de gran ayuda para complementar esta actividad.

Se pudo constatar que en esta escuela para los niños y padres la educación es un privilegio que aprovechan, por eso una clase es bastante importante y más aún si esta refleja un aprendizaje significativo , aprendizaje que se logró en esta institución a partir de la

innovación y la lúdica permitiendo así que el estudiante disfrutara y a la vez aprendiera con actividades que permitan desarrollar las habilidades matemáticas y a la vez el pensamiento aleatorio, combinatorio o Estocástico aplicable en la vida diaria y construcción de nuevos conocimiento, además permite desarrollar un trabajo colaborativo en el cual intercambien ideas y enriquece conocimiento permitiendo así cumplir los logros propuestos a través de la aplicación del Principio de Dirichlet

## **TITULO DEL TRABAJO**

**Un estudio sobre el desarrollo del pensamiento aleatorio usando recursos educativos abiertos.**

**Autores:** Pinzón Triana, Yenny Patricia; Poveda Segura, Omar; Pérez Hernández, Aurora /  
Abril-Septiembre, 2015

El resultado fue bastante satisfactoria pues el impacto del REA favoreció el proceso de enseñanza y aprendizaje en el pensamiento aleatorio pues se observó la motivación y la adquisición de un conocimiento significativo a nivel práctico y conceptual lo cual permitió un acercamiento a esta área del conocimiento teniendo una perspectiva más amplia coherente en cada tema tratado y evaluado.

Por medio de esta investigación realizada en tres contextos distintos, en dos países con culturas y tradiciones propias de su región se pudo confirmar como el uso de las Tic contribuye en el proceso Enseñanza- aprendizaje del pensamiento aleatorio pues esta estrategia llama la atención del estudiante motivándolo de tal manera que se apropie de su aprendizaje y así aprender de formar innovadora y a la vez aplicarlo a la vida cotidiana pasando así de lo abstracto a lo concreto , permitiendo que el educando construya su conocimiento, partiendo desde los preconceptos adquiridos en su proceso de aprendizaje,



teniendo en cuenta que el pensamiento probabilístico es fundamental y aplicable en cualquier situación que lo requiere por este motivo es tan importante para el desarrollo cognoscitivo del estudiante.

## **2.2 Marco legal**

### **Ley 115 de 1994**

Ley 115 febrero 8 de 1994, Ley general de educación se plantea para el cumplimiento de los derechos y deberes en el servicio educativo de los colombianos

La calidad educativa es de suma importancia por esto se debe velar porque este servicio sea utilizado por todos y que sea implementado de la manera más adecuada brindándole al educando un ambiente de aprendizaje que satisfagan sus necesidades. Esta ley esta propuesta teniendo en cuenta algunos aspectos de la inclusión , siendo este uno de los primeros pasos para ampliar la legislación en este tema y de esta forma ponerla en marcha incluyendo a todas las personas con los mismos derecho y deberes. La ley 115 compromete a cada uno de los participantes del proceso educativo del estudiante pues todos son responsables del buen desarrollo e implementación de los derechos y deberes que allí proponen para así obtener una educación integral y significativa.

La ley general de educación es una ley que abarca cada punto a tener en cuenta en la labor docente y de esta manera proporcionar una educación de calidad en la que se pueda formar seres de bien que le sirva a su país y que sustente lo aprendido con su quehacer diario, siendo indispensable la claridad de esta ley para practicarla de forma correcta, tarea en la que el docente interviene para que este proceso sea satisfactorio.

Un buen estudiante y ser humano está formado teniendo en cuenta cada uno de los factores que intervienen en su aprendizaje por tal motivo es tan importante la responsabilidad del docente a la hora de dar a conocer e implementar lo reglamentado en la

presente Ley para que se tenga grandes resultados en la formación integral de cada ser. La educación Colombiana está regida por una ley que atiende factores como la sociedad, la cultura, el contexto en general y el plan educativo que permite el buen desarrollo de la educación, teniendo en cuenta las posibles mejoras que el docente día a día puede implementar para el buen cumplimiento de dicha ley. La ley 115 es un análisis de las necesidades que la educación tiene y por ende también es la llave que abre una de las puertas de la educación propuesta para todos y adquirida por todos la cual solucione las distintas problemática que se pueden presentar en el camino de adquirir el conocimiento.

De Educación, L. G. (1994). Ley 115 febrero 8 de 1994. Ediciones Populares.

Según las investigaciones de Shanghnessy, se indica que:

En los lineamientos se asume que en las matemáticas escolares el desarrollo del pensamiento aleatorio mediante contenidos de la probabilidad y la estadística debe estar inculcado de un espíritu de exploración y de investigación por parte de los estudiantes y los docentes. Debe integrar la construcción de modelos de fenómenos físicos y del desarrollo de estrategias como las de simulación de experimentos y de conteos. También han de estar presentes la comparación y evaluación de diferentes formas de aproximación a los problemas con el objeto de monitorear posibles concepciones y representaciones erradas. De esta manera el desarrollo del pensamiento aleatorio significa resolución de problemas. (1985).

El Ministerio de Educación Nacional MEN, ha estudiado e investigado durante más de una década para mejorar los procesos en la educación de los estudiantes que se tienen en las escuelas a nivel nacional. No obstante, ese esfuerzo, se evidencia en los lineamientos curriculares que enfatizan una apuesta por la transformación social del conocimiento y el desarrollo de competencias que se viven en el día a día de cada uno de los estudiantes. Para dar mayor importancia, se referencian las siguientes estructuras enmarcadas por el MEN:

## **Lineamientos curriculares**

Hablar de Lineamientos Curriculares es remitirnos a un documento que va dirigido a toda la comunidad educativa, realizado por diferentes miembros en colaboración permitiendo tener unas bases más concretas sobre los aprendizajes que debe tener el estudiante y así se describe en un aparte que cabe resaltar a continuación:

Ese documento es el resultado de un trabajo interdisciplinario e interinstitucional, que fue posible mediante la colaboración de muchas personas y organizaciones que compartieron interrogantes y se comprometieron en la búsqueda de conocimientos acerca de los lineamientos pedagógicos y curriculares que el país necesita y el Ministerio de Educación debe ofrecer para el pleno desarrollo de las comunidades educativas. (Ministerio de Educación Nacional , 1998)

Es un texto guía que permite orientarse frente al que hacer del docente y del estudiante relacionado con el la temática abordar y de qué manera se debe hacer, ayudando a la ejecución y al desempeño de cada individuo, en el documento se presenta una manera de que todas las instituciones educativas aborden las mismas temáticas y que se desempeñen de diferentes formas los conceptos o las interacciones pedagógicas, es por ello, importante el conocimiento de los lineamientos ya que son la primera base por la que se puede empezar para el desarrollo de una excelente interacción teniendo claro cómo se va ejecutar el área determinada en los establecimientos educativos, también, dan la posibilidad de que todos los entes educativos se rijan por un mismo orden y que en cada uno se aplica, dando oportunidad a un mayor aprendizaje del estudiante y un base guía para que sea una manera más fácil el desempeño del que hacer docente.

## **Estándares Básicos De Competencias**

Los estándares básicos están planteados con el fin de proporcionar la educación matemática para con equidad y calidad teniendo en cuenta que la educación matemática exige la reorganización de su enseñanza en las que se proporcionen ambientes de aprendizajes enriquecedores en el cual se ofrezcan situaciones problemas donde desarrolle un aprendizaje significativo teniendo en cuenta el conocimiento conceptual y procedimental además poniendo en práctica la formulación y resolución de problemas, la modelación de procesos y fenómenos de la realidad, la comunicación, el razonamiento, La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.

Los estándares básicos de competencias en matemáticas se dividen en cinco tipos de pensamientos matemáticos necesarios para el buen desarrollo y aplicación de dicha área, pues cada uno es importante para perfeccionar habilidades y adquirir distintos conceptos que luego se complementan en el aprendizaje de dicha área y de esta manera adquirir buenas bases para enfrentarse a las distintas problemáticas de la vida cotidiana, escolar y laboral.

El pensamiento aleatorio dio origen al desarrollo de la estadística descriptiva y al estudio de los sistemas de datos la cual lleva después a la estadística inferencial y al estudio de la teoría de la probabilidad, este pensamiento lleva al estudiante a pensar y analizar cada suceso presente en la vida diaria.

Los estándares permiten formar al estudiante con un perspectiva en la que se visualice las matemáticas como un medio para enfrentarse, entender la vida y que factores interviene sobre la naturaleza, además muestra como las matemáticas se complementa entre lo conceptual y lo procedimental permitiendo que se tomen ejemplos de la vida cotidiana

La enseñanza de las matemáticas debe tener en cuenta distintos factores que intervienen sobre ella, las habilidades y dificultades para su comprensión y las propuestas que ofrece los estándares, también indican como se debe guiar el proceso de aprendizaje y como se fundamenta a través de lo planteado teniendo en cuenta las competencias a evaluar y los contenidos temáticos los cuales trabajan conjuntamente, de tal forma que se cumpla la expectativa de obtener una educación excelente.

Los estándares es una guía para el docente, pues son estos los que dan paso para implementar distintas estrategias que cumpla con los requisitos que estipula los estándares de tal forma que permitan cubrir las necesidades de cada estudiante teniendo en cuentas los distintos ritmos de aprendizaje, teniendo en cuenta que las habilidades y dificultades son distintas para cada educando es por esto que el docente debe planear su clase de tal forma que todos puedan adquirir su aprendizaje usando una metodología en la cual pueda potenciar aquellas destrezas y reforzar las debilidades, siendo coherentes entre lo planteado y el quehacer diario.

Los estándares están diseñados de tal forma que tiene en cuenta lo conceptual y lo procedimental en el aprendizaje de las matemáticas y así ofrecer un conocimiento significativo el cual se base en situaciones de la vida cotidiana , planteado una estructura en la que cada estándar esta formulado de forma coherente y útil para el aprendizaje del estudiante. (Ministerio de Educación. Estándares Básicos de Competencias Matemáticas De Educación)

### **Derechos Básicos de Aprendizaje DBA Versión 2, (2016).**

Los derechos básicos de aprendizaje es una propuesta que va dirigida a toda la población educativa permitiendo tener bases para la articulación de diferentes modelos

educativos y entrelaces de lineamientos y estándares con el propósito de un mayor conocimiento y enseñanza hacia el otro. Es la recopilación de unos temas específicos estructurales que cada estudiante debe aprender en cada uno de los grados de la educación primaria, secundaria, básica y media, por áreas fundamentales en este texto se encuentran bases para que cada docente desarrolle su práctica pedagógica y tenga una orientación sobre lo que sus estudiantes deben manejar en cuestión de temas académicos.

En esta ocasión, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) presenta los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), un conjunto de aprendizajes estructurantes que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar, desde transición hasta once, y en las áreas de lenguaje, matemáticas en su segunda versión, ciencias sociales y ciencias naturales en su primera versión (Ministerio de Educación Nacional, 2016)

A partir del documento de los DBA se abren puertas que permiten el mejor desarrollo en el escenario pedagógico y ayudan al desempeño del estudiante, es un documento que está abierto al público en general en aras de un mejor desempeño del educando, enriquece el que hacer educativo por su variedad de contenido y de bases que se presentan para el desarrollo de los indicadores en los aprendices partiendo de unas ideas centrales como son las siguientes:

- Los DBA buscan ser de fácil comprensión tanto para docentes como para padres de familia y otros actores claves del ámbito educativo.
- Los DBA son los aprendizajes que se buscan alcanzar al finalizar el año.
- Sirven de referencia al maestro para hacer el aprendizaje observable y mejorar el rendimiento académico del estudiante y la eficacia en las pruebas saber.

Es de utilidad el contar con textos como el presente que permite el aprender y el brindar el conocimiento a los demás, ayudan a la apropiación de las temáticas y al

desarrollo de la interacción pedagógica. Los Derechos Básicos de Aprendizaje son una propuesta que se articulan con otros ámbitos educativos lo que genera un banco de ayuda para el desarrollo pleno del docente y del educando basados en pasos que se especifican en cada uno de los grados y permiten alcanzar a fin de año los estándares propuestos.

### **2.3 Marco conceptual**

La educación estadística es muy importante para enfrentarse en la vida diaria ,para estudiar los fenómenos complejos e interpretar datos, gráficos y tablas, anteriormente no era considerada tan importante y más bien era dejada aun lado, hoy en día la educación ha dado grandes pasos en la enseñanza de esta área incluyéndola y dándole la misma importancia que otra área en el proceso de enseñanza y aprendizaje del educando, teniendo presente que aún se debe mejorar para proyectarse en un futuro con una educación estadística de calidad, por tanto se pretende formar gran personal con capacidad para enseñar la estadística además proveer distintos recursos didáctico y de infraestructura permitiendo que este propósito sea satisfactorio para que cada uno tenga una concepción más clara y amplia de las estadísticas que rigen nuestra vida, debido a que esta área no es exclusivamente de la matemáticas , pues interviene en cualquier otra área del conocimiento por esto es tan indispensable conocer y aprender los conceptos básicos útiles no solo en la vida escolar sino también en el futuro.

Según señala Fischbein (1975) es el carácter exclusivamente determinista que el currículo de matemáticas ha tenido hasta hace unos años, y la necesidad de mostrar al alumno una imagen más equilibrada de la realidad: "En el mundo contemporáneo, la educación científica no puede reducirse a una interpretación unívoca y determinista de los

sucesos. Una cultura científica eficiente reclama una educación en el pensamiento estadístico y probabilístico".

El pensamiento aleatorio presenta unas etapas para su desarrollo que poco a poco se van cultivando y transformando, disponiendo al estudiante a la adquisición de este aprendizaje y es allí donde el docente debe tener en cuenta el papel que juega la estadística y la psicología, de esta forma proponer estrategias metodológicas según sus capacidades por otro lado los docentes de estadísticas no están suficientemente preparados para impartir la enseñanza de esta área pues desde su preparación como docente incluso en su proceso educativo no han adquirido un conocimiento sobre esta área y menos como se debe enseñar.

De esta manera, es que se conoce como la probabilidad surge gracias a la correspondencia propuesta por Blaise Pascal y Pierre de Fermat, pues a partir de situaciones problemas como el dado y los puntos, situación que generó a mediados del siglo XVII el nacimiento del cálculo de probabilidad por medio de juegos de azar, a partir de problemas de la cotidianidad, surge interrogantes que son estudiados detenidamente para solución del mismo, dando origen a conceptos matemáticos como la aleatoriedad y la probabilidad, permitiendo hoy en día tener una concepción más amplia de sucesos probabilísticos.

Las investigaciones en probabilidad son muy pocas y las que existen son poco conocidas lo cual no permite claridad del porqué de las distintas problemáticas que se presentan en la enseñanza y aprendizaje de esta área, un sabiendo que la estadística es un área que permite motivar al educando a su aprendizaje pues permite entender y resolver situaciones problemas de la vida cotidiana, entendiendo de esta forma por qué y para que de



las matemáticas con procedimientos sencillos que posibilitan la capacidad de análisis y la resolución de problemas.

La enseñanza de la estadística ha dado grandes pasos, incluirla como una área más del conocimiento fue uno de ellos, pero aún falta mucho pues aun la intensidad horaria es muy corta y al educando se le ofrecen conceptos muy básicos los cuales no son profundizados y son guiados de forma muy tradicional, pues a la hora de enseñar la estadística hay que tener en cuenta los recursos que pueden ser utilizados por ejemplo es recomendado utilizar material manipulativo, mostrar de manera concreta los fenómenos que se puedan presentar utilizando otros recursos para explicarlos, también existe la propuesta implementar proyectos en los que el estudiante se apropie de sus conocimientos además de la utilización de software educativos.

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15(2), 13. La formación para la enseñanza de la estadística del docente es bastante básica por no decir nula, aunque esta área se ha implementado en la educación existe una gran problemática que inicia desde el conocimiento del docente.

Según (Batanero & Sánchez, 2005; Fischbein & Schnarch, 1997). Se han caracterizado una serie de sesgos cognitivos, creencias y concepciones erróneas sobre probabilidad que se manifiestan cuando los estudiantes resuelven tareas en contextos de situaciones de incertidumbre.

Los docentes asignados para guiar el desarrollo del pensamiento aleatorio no están suficientemente preparados para ofrecer una educación de calidad en la enseñanza de la estadística y probabilidad, pues tienen conocimientos básicos y poca habilidad en el componente de El Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, por otra parte el educador debe tener en cuenta a la hora de enseñar el conocimiento histórico y las distintas

definiciones que pueden existir, las capacidades y debilidades de cada estudiante teniendo en cuenta la edad y la comunicación que posibilita la reflexión y la utilización de material educativo donde se aprecie lo conceptual y procedimental.

La estadística aun no es vista como un área educativa de suma importancia necesaria para la vida cotidiana, pues el docente no tiene la posibilidad de formarse para así transmitir este conocimiento, además las investigaciones realizadas en este tema son muy pocas, lo cual no permite utilizar estas ideas en el aula de clase y transformar la labor docente por una de calidad.

Debido a que la formación de docentes en la licenciatura de matemáticas y ciencias no ofrece el conocimiento necesario para desarrollar el pensamiento probabilístico y aún existen vacíos tanto conceptuales como procedimentales para solucionar problemas en un aula clase, pues se observa que aunque interpretan y ponen en marcha algunas estrategias para resolver situaciones problemas no utilizan la estrategia correcta en el primer intento pues no tienen la claridad tanto conceptual y procedimental, por tanto se deduce que la didáctica de la estadística debe ser ofrecida y formar docentes con capacidades intelectuales y didácticas a la hora de guiar el conocimiento del educando. (Batanero, C., Contreras, J. M., Díaz, C., & Ortiz, d. H. 2010).

En el estudio de la probabilidad se tiende a identificar más conceptos que procedimientos en el que no hay mención a propiedades, además los futuros profesores muestran algún conocimiento especializado del contenido pero aún insuficiente, pues presentan dificultad en la comprensión de secuencias aleatorias, tendencia a alternar diferentes resultados, sesgos en equiprobabilidad e indiferencia al efecto del tamaño de la muestra en el experimento por otra parte, una buena metodología a utilizar es la que consiste en identificar las respuestas correctas e incorrectas en una serie de hipótesis, lo

cual beneficia el proceso de aprendizaje de los que realizan esta tarea pues permite replantear su conocimiento y analizar detalladamente la solución para así sustentar sus respuestas.

Gran parte de la actividad matemática (y particularmente la estadística) puede ser descrita como proceso de modelización. En términos de Henry (1997) “un modelo es una interpretación abstracta, simplificada e idealizada de un objeto del mundo real, de un sistema de relaciones o de un proceso evolutivo que surge de una descripción de la realidad (p. 78).

La construcción de modelos, su comparación con la realidad, su perfeccionamiento progresivo intervienen en cada fase de la resolución de problemas estadísticos, no solo en el análisis de datos en situaciones prácticas, sino también en el trabajo de desarrollo teórico. Un ejemplo notable de modelización estadística a partir de un problema práctico son las distribuciones de probabilidad, que permiten describir en forma sintética el comportamiento de las distribuciones empíricas de datos estadísticos y hacer predicciones sobre su comportamiento. ...”

En efecto al analizar el conocimiento del docente en su proceso de formación contribuye a la transformación de la enseñanza y aprendizaje y por ende del conocimiento probabilístico de las futuras generaciones cubriendo esas falencias a nivel conceptual trabajando en gran medida lo procedimental utilizando componentes del conocimiento matemático para la enseñanza

El estudiante presenta más inclinación por la equiprobabilidad cuando le hablan de un experimento de frecuencias aleatorias, además existe una baja comprensión de la independencia, subestimación de la variabilidad en las secuencias, entonces es necesario la formación de la didáctica de la estadística más exactamente de la probabilidad, tanto en su conocimiento especializado del contenido matemático como en el conocimiento del contenido y los educandos, reforzar este conocimiento en los futuros docentes abre el

camino para una educación de calidad en los estudiantes. (Gómez, E., Batanero, C., & Contreras, J. M. (2014).

El tener presente diferentes documentos que nutren la investigación en proceso, es importante analizar el siguiente aparte de un proyecto desde el estudio de casos de estudiantes del grado quinto que nace por el bajo rendimiento que se presenta en las pruebas saber y por las dificultades que se presentan ello a partir de la observación realizada por las investigadoras donde mencionan que es poco el tiempo que se permite para el aprendizaje del pensamiento aleatorio y es considerado de poca importancia. A partir de ello es importante hacer mención de que:

El presente trabajo investigativo tiene como objetivo Analizar el estado actual de las pruebas saber de quinto grado y el tratamiento que se le da al pensamiento aleatorio desde una mirada de los registros de representación semiótica presentes en estas pruebas. ( MARTHA ISABEL CANO MARTÍNEZ - DIANA CAROLINA ZAPATA CASTRO, 2016). Análisis del pensamiento aleatorio desde las representaciones semióticas presentes en las pruebas saber grado quinto.

Es por ello que, Otros de los aspectos en los que se fundamenta la presente investigación es a partir de lo que aduce Duval sobre la representación semiótica en la que se consideran algunos aprendizajes sobre la matemática y más a fondo en lo que se relaciona a continuación, según Duval indica:

Existen por lo menos dos características de la acción cognitiva involucrada en las habilidades matemáticas. (1) Diversos registros de representación semiótica y (2) los objetos matemáticos no son accesibles mediante la visualización. Tomando como base estas posturas. (Hernández-Moreno, 2018)

A partir de ello, que el aprendizaje de las matemáticas es necesario obtenerlo desde diferentes representaciones, lo que permite una comprensión más fácil y más didáctica.

Partiendo del objetivo la investigación se presenta y demuestra como los estudiantes tienen falencias a partir del aspecto cognitivo ya que el pensamiento aleatorio que es el que se presenta en la investigación por diferentes aspectos no se estudia cómo se debe hacer o sencillamente se tiene para los últimos meses del año donde más corto plazo queda, es de vital importancia el experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza de la estadística partiendo de los pre saberes y de ahí, el ir desarrollando un proceso que permita el pleno conocimiento de lo que se exige, la investigación es pues una base que ayuda a pensar en lo que se puede mejorar y como llevarlo al aula de clase para que se ejecute de la mejor manera y sea de ayuda para el mejoramiento de las capacidades del estudiante y por ende el buen desarrollo y resultados antes las pruebas.

Si bien es visto el mundo en que estamos hoy es mucho más tecnológico que hace muchos años por lo cual es siguiente informe resulta novedoso y útil ya que ayuda a comprender y trascender desde una nueva manera del aprendizaje y el estudio del interesado; las TIC son una herramienta que se ha ido involucrado tanto en nuestro diario vivir pero que a pesar de tanta ayuda, es un medio que atrapa al educando por el cual debemos transversalizar su manejo y darle un buen funcionamiento en pro del desarrollo pedagógico. Pinzón-Triana, Poveda-Segura & Pérez-Hernández destacan que:

Este estudio presenta los resultados de un proyecto de investigación sobre la implementación de la enseñanza probabilística con recursos educativos abiertos, diseñados en una plataforma para los estudiantes de tercero de bachillerato, dinamizados para que los participantes y la sociedad esté a gusto con la estrategia por ello lo llevaron a realizarse desde una plataforma. El informe parte desde un inicio, con una estructuración teórica y referencial acerca de la probabilidad, los REA, enuncia el diseño del proyecto a partir del contexto y las necesidades establecidas. Por último, mediante un

enfoque cualitativo como método de evaluación de la intervención, expone los resultados y su análisis y ofrece al lector lineamientos académicos concluyentes. (2015)

Se resalta el desarrollo de diferentes medios a través del manejo de una plataforma que facilita el conocimiento y la ejecución de mecanismos que permiten el aprendizaje probabilístico de un suceso, involucrando herramientas tecnológicas ya que la motivación se hace mayor y la transición a los razonamientos es más rápida con el uso de las TICs.

La implementación de material tecnológico es fundamental dado que permite que el tratamiento de las temáticas sea más llamativas y de mayor conocimiento para los estudiantes, es un medio que educa y que conlleva al aprendizaje autónomo y creativo, en el cual se puede utilizar desde diferentes lugares,

También el desarrollo de la probabilidad se potencia cuando se involucran herramientas tecnológicas, ya que la motivación se hace mayor y la transición a los razonamientos con abstracciones es más rápida con el uso de las TIC; la información y las actividades en general propias del desarrollo temático fomentan el interés de los estudiantes hacia el estudio de los conceptos probabilísticos.

Hablando de probabilidad y estadística es relevante destacar el siguiente aporte en el que va dirigido a maestros en el cual se habla de la necesidad de trabajar la probabilidad en primaria y secundaria, partiendo de actividades para orientar el proceso y provocar más discusiones frente la enseñanza de la probabilidad. Se torna importante por el motivo de que permite visualizarse con procesos en otros lugares, de donde se puede aprovechar para conocer sobre lo que se tiene, el cómo se maneja y el para qué sirve y así hacer una comparación con lo expuesto en el documento sobre cómo lo ven desde el punto de vista de otras personas en el cual se manifiesta que:

En un primer momento se debe empezar a introducir, ampliar y desarrollar el concepto de "ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD". Hace algunos años se desarrollaron trabajos de investigación sobre la enseñanza del cálculo, la enseñanza del álgebra y de la enseñanza de la geometría, haciendo un análisis histórico y metodológico. Le ha llegado el momento a la enseñanza de la probabilidad. Para desarrollar trabajos de investigación en torno a la enseñanza de la probabilidad, es necesario que se planteen preguntas interesantes cuyas respuestas sea preciso determinar para continuar el estudio de dicho tema. (Jiménez M., Jiménez F., 2018)

Es cierto que la mejor forma de contribuir al mejoramiento de la educación y desde el ámbito educativo y en este momento en lo que compete como es el pensamiento aleatorio en su rama de la probabilidad es una buena investigación que genere estrategias que permitan involucrarse y obtener un mejor resultado. Para el mejor desempeño y eficiencia en las instituciones educativas es de suma importancia que se investigue y se creen nuevas estrategias para el desarrollo de las actividades, que se retroalimente unos con otros que generen nuevos espacios para el enriquecimiento de directrices para dar a conocer un mejor desempeño del pensamiento y que se le dé la importancia que ello requiere.

Es sustancial resaltar que el abarcar la probabilidad desde diferentes niveles y puntos de vista se torna interesante pues permite que como docente se cualifique y empiece a comprender desde diferentes puntos de vista la probabilidad y así llevarlas al aula de clase a un mejor desarrollo de la intervención pedagógica así lo manifiesta Carmen Batanero a través del siguiente aparte de un escrito:

“Una mirada a los diseños curriculares de matemáticas para la Educación Primaria y Secundaria nos indica un cambio, en las dos últimas décadas. Centrándonos en las orientaciones curriculares de la Junta de Andalucía para la Enseñanza Primaria, aunque la

probabilidad por sí misma no figura como bloque de contenido, encontramos las siguientes indicaciones para el tercer ciclo: “En este ciclo conviene aprovechar el interés que suelen suscitar en los niños las situaciones donde ha de analizarse y preverse la probabilidad de un suceso o repetición de un elemento. Siempre en un tono investigativo y lúdico pueden proponérseles actividades tendentes a discriminar lo seguro, lo posible. Lo probable. etc.”

(Batanero)

Partiendo de lo antes mencionado las orientaciones y las sugerencias sobre uso de diversos contextos posibilitan el introducir al estudio de la probabilidad presentándose desde sus diferentes perspectivas, la necesidad de retomar y defender la formación del razonamiento probabilístico en la educación proporcionando un rumbo a las orientaciones que sirven como mejoras para el buen desempeño académico del educando.

En aras de fortalecer el conocimiento sobre la enseñanza de la probabilidad desde el quehacer educativo en el siguiente aparte de una investigación se permite ver como se sugiera la enseñanza de la probabilidad y hacer un paréntesis para pensar sobre la ilustración que se está dando y realizar una nueva mirada partiendo desde situaciones problema y su discusión, para que así se evidencie un mejor proceso educativo y mayor comprensión de los aprendices.

La propuesta a presentar tiene su base en las teorías que se exponen a continuación, las primeras dos sumamente conocidas y actualmente importantes: Teoría de situaciones didácticas Esta teoría es propuesta por Brousseau (1986). En cada uno de los niveles de la propuesta se proponen situaciones problemas que el estudiante debe resolver a partir de su intuición y conocimientos previos. La resolución satisfactoria de estos problemas permitirá una mayor comprensión del concepto de probabilidad en ese nivel. Transposición didáctica



El fenómeno de transposición didáctica es propuesta por Chevallard (1991). (Sanabria, 2014)

Es un trabajo que permite en la reflexión desde el ámbito de la enseñanza sobre probabilidad, en la que se requiere un trabajo continuo para el pleno desempeño. Se presenta en el texto cinco niveles que permitirían la enseñanza de la probabilidad según el análisis del texto que serían: relativo, discreto, cualitativo, numérico y algebraico; estos niveles ayudarían al mejor desempeño del aprendiz. Se resalta que en cada uno de los niveles se establecieron pautas generales sobre la enseñanza de la probabilidad y algunos ejemplos, ello permite que se encuentren bases o pistas para el fortalecimiento de la probabilidad y la orientación para el grupo docente sobre algunas pautas que se pueden tener en cuenta.

La Estadística desde hace mucho tiempo ha tenido gran auge, ya que es indispensable para tener una concepción más clara y amplia acerca de los datos que se pretende utilizar, aunque esta área del conocimiento es tan necesaria es muy pobre el conocimiento que se imparte y las bases que una persona del común e incluso un educando adquiere y profundiza, el pensamiento aleatorio del estudiante no trasciende del aula quedando estancado allí por tal motivo se pretende dar un giro a esta situación e implementar estrategias educativas bien pensadas que contribuya en el desarrollo del pensamiento aleatorio, iniciando por la concientización del docente el cual comprenda que esta área no es un complemento si no un área de suma importancia que se debe trabajar para que así replantee nuevamente su metodología de enseñanza en la cual motive el estudiante y permita que el estudiante adquiriera un conocimiento significativo aplicable en la vida cotidiana, educativa y laboral.

Una estrategia de motivación que propone Piaget (1966) es el aprendizaje por medio del juego teniendo en cuenta las diferentes clases para cada etapa, pues por medio de este el niño aprende de forma divertida sin que sea una obligación además adquiere el conocimiento por medio de la práctica de juegos y adquieren el gusto por lo que están haciendo es una estrategia que se puede implementar en los diferentes grados, pues el niño sale de la rutina y aprende de forma divertida sin que la estadística se vuelva el terror a la hora de utilizarlas.

(Freire, 2003), propone que “la enseñanza rompa con esa idea en la cual los estudiantes son, solamente, recipientes pasivos de información, por medio del trabajo por proyectos educativos” como lo es la tienda escolar entre otros, en los que puedan descubrir y explorar su propio conocimiento siendo estudiantes activos en la búsqueda hacia el conocimiento de tal forma que observen y valoren la importancia de lo aprendido, además estos proyectos se deben trabajar en equipo, donde cada integrante debe adquirir una responsabilidad manejando así un aprendizaje colaborativo en el que entre compañeros se apoyen en la adquisición del conocimiento y por ende mejorar las relaciones entre compañeros además de hacer partícipes a toda la comunidad escolar.

Según (Ausubel, 1978, pág. 41) "...la esencia del proceso de aprendizaje significativo es que ideas expresadas simbólicamente se relacionen, de manera sustantiva (no literal) y no arbitraria, con lo que el aprendiz ya sabe, o sea, con algún aspecto de su estructura cognitiva específicamente relevante". Él niño en su proceso de aprendizaje matemático suele confundirse y tener grandes dificultades razón por la cual el docente debe estar para aclarar esas dudas y formar bases sólidas en este proceso por medio de diferentes estrategias que contribuyan en que el estudiante tenga un conocimiento significativo.

Las actividades manipulativas es una de las estrategias más acertadas pues el niño puede observar lo que está aprendiendo y solucionar las dudas que se le presentan, al manejar objetos tendrá una idea más concreta de lo que le están hablando y contextualizarlo con problemas de la vida real, hacer estas prácticas favorecen al niño al desenvolverse en situaciones de la vida cotidiana esta estrategia es ideal desde los primeros años de vida y se debe implementar con mayor amplitud desde el inicio de la etapa escolar además que se puede utilizar en diferentes temáticas en las que se pueda trabajar lo concreto y generar aprendizaje significativo.

Hoy en día la tecnología hace parte de la vida diaria y para las nuevas generaciones son indispensables, implementarlas en un aula de clase es de gran beneficio para la enseñanza de los estudiantes, es muy llamativa su implementación debido a que su utilización es de agrado para los estudiantes, de tal manera se propone software educativos en los que los estudiantes refuerce su conocimiento de forma didáctica por medio de herramientas que favorecen el aprendizaje del niño puede ser trabajada desde los primeros años de escolaridad siendo estos cada vez presentados con un grado mayor de exigencia y de esa forma avanzar en la temática por medio de actividades que cumplan con lo propuesto y que satisfagan los logros planteado

Otro de los aspectos importantes en los que se basa la justificación son los resultados de las pruebas saber

Un documento que ha sido fundamental en todo el trayecto que llevamos con este proyecto ha sido el libro de Carmen Batanero “Didáctica de la Estadística”<sup>1</sup>, el cual nos ha dado bases para realizar este escrito ya que encontramos que este libro refleja facetas de la estadística en donde la vemos desde como herramienta de investigación en diferentes áreas,

---

<sup>1</sup> Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Universidad de Granada.

como un campo de investigación de didáctica para formar desde la primaria hasta niveles de formación profesional. Seguidamente es un texto que nos hace pensar en nuestro que hacer como futuros docentes porque es evidente que los currículos escolares cada vez son más exigentes con los estudios de fenómenos aleatorios y de la probabilidad, en donde (Stohl, 2005) nos dice que para lograr conseguir el logro de hacer un cambio en los contenidos y metodología de los currículos escolares es necesario la formación adecuada de los futuros docentes de primaria y por lo tanto sería adecuado realizar una evaluación inicial de los saberes previos que tienen estos docentes para así proceder a diseñar una guía acorde para la formación y consecución de los objetivos mencionados. También es importante mencionar que este libro pretende ser de gran utilidad para futuros investigadores que deseen ampliar el tema de la investigación de la probabilidad ya que es un campo que ha sido poco estudiado.

Ha sido muy importante dentro de nuestro quehacer porque nos lleva a pensar en la gran cantidad de estrategias didácticas que existen para la enseñanza de la estadística y muchas veces no las vemos y nos cerramos en lo común; con este libro se descubren nuevas formas de enseñar la estadística y hacer del aula un lugar agradable para la comprensión de esta ciencia tan maravillosa.

Otro aporte importante que se pudo encontrar fue en un artículo llamado “La estadística y la probabilidad en educación infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales<sup>2</sup>” del autor Ángel Alsina en la Universidad de Girona el cual muestra como los profesores de Educación Infantil pueden incorporar en sus prácticas docentes la enseñanza de la probabilidad y la estadística de una forma divertida, eficaz y que sea

---

<sup>2</sup> Alsina, A. (2017). La estadística y la probabilidad en educación infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas específicas*, (7), 4-22

significativa para los estudiantes pero en donde el autor expone que primero que todo antes de enseñar se debe tener dominio de los temas y por lo tanto se expone una serie de saberes que son imprescindibles a la disciplina y que serán de gran ayuda a quien tenga un acercamiento con el artículo, en segundo lugar se dan algunas orientaciones en cómo enseñar y como se aprende los conocimientos de estadística y probabilidad en la educación infantil y por último se observa una serie de actividades que propone el autor para implementarlas dentro del aula como ayuda extra para quienes deseen impartir estos conocimientos con sus estudiantes.

De lo anterior se pudo evidenciar la importancia de implementar la enseñanza de la estadística y la probabilidad desde la educación infantil ya que los niños y niñas tendrán una mejor comprensión de las cosas que le rodean en su vida cotidiana y por lo tanto vimos la gran implicación que tiene en nuestro quehacer y más aún en el proyecto que va dirigido principalmente a la enseñanza de la probabilidad en niños y niñas de quinto de básica primaria.

Continuando con la búsqueda de documentos que han sido de gran ayuda para el desarrollo de este proyecto, se encontró el siguiente artículo “La comprensión de la probabilidad en los niños ¿qué podemos aprender de la investigación?”, en este documento la información aportada fue de gran ayuda ya que se da a conocer algunas conclusiones de varias investigaciones realizadas a los niños de primaria en relación a su razonamiento probabilístico como una forma de facilitarles a los profesores la enseñanza en estos niveles educativos, y tomando en cuenta lo que dice la autora de este artículo Carmen Batanero

Al comenzar la enseñanza de la probabilidad es especialmente importante analizar los razonamientos de los niños, puesto que en dichas materias tratamos con

ideas bastante abstractas y no tan ligadas a la experiencia directa del niño como pudieran ser los conceptos geométricos o numéricos<sup>3</sup> (2013)

Dicho lo anterior se evidencia la importancia de analizar los razonamientos de los niños para llegar a una enseñanza adecuada y significativa para cada uno de ellos y es que para concluir con este artículo, se debe tener en cuenta que el estudio de estas investigaciones sugiere que los niños pueden adquirir nociones probabilísticas, al introducirlas mediante actividades basadas en juegos de azar, que favorecen su adquisición intuitiva. De este modo diversos investigadores sugieren experiencias sencillas que pueden llevar a los niños a la comprensión progresiva de otras más complejas.

Para entender un poco la educación estadística en relación con la matemática, se encontró un artículo llamado “Educación estadística: relaciones con la matemática” en donde se expone la estadística como un aprendizaje necesario para que los futuros alumnos puedan ser personas eficientes en la sociedad de la información ya que representa la aplicación de principios matemáticos como la recolección, análisis y presentación de datos que están variando. Sin embargo, ella requiere además una manera diferente de pensar, pues es relevante el contexto en que surgen los datos.<sup>4</sup> Por lo anterior es notorio que en ocasiones los profesores no están viendo la gran relación que tiene la estadística con la matemática pero que al mismo tiempo es de resaltar que ambos son diferentes en cuanto a la manera de enseñarla y es ideal adecuar el contexto para una mejor comprensión del tema que se vaya a impartir dentro del aula.

---

<sup>3</sup> Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños:¿ qué podemos aprender de la investigación. Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola, 9-21.

<sup>4</sup> Del Pino, G., & Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana, 49(1), 53-64.

## 2.4 Marco Didáctico

La enseñanza y aprendizaje de la estadística requiere de estrategias en las que se implemente actividades que exijan el desarrollo del pensamiento probabilístico el cual posibilite analizar y plantear posibles soluciones a un determinado problema.

Importancia de analizar la exigencia cognitiva en el programa de estudio pues esta es una guía para el docente a la hora de implementar una actividad en el aula de clase, que dé resultados satisfactorios en el desarrollo de la capacidad del estudiante de resolver problemas de un alto nivel de exigencia cognitiva según lo propuesto por Smith y Stein (1998) desarrollan una taxonomía o guía de análisis de las tareas matemáticas.

Si el docente no está formado ni tiene las capacidades cognitivas en el saber estadístico es muy complejo que tenga la habilidad de seleccionar y proponer actividades que contribuyan a desarrollar el pensamiento aleatorio en el educando, es importante realizar un análisis detallado de todo lo trabajado y propuesto en los contenidos de estudio para así clasificar las actividades y estrategias que se debe trabajar teniendo en cuenta los niveles de aprendizaje como lo propone Smith y Stein.

La enseñanza de la probabilidad se inicia trabajando con datos, tablas y gráficos con actividades según el nivel educativo que posibilitan el análisis para luego abordar experimentos aleatorios que permitan la formulación de estrategias y desarrollo del pensamiento probabilístico por otra parte los estudiantes deben estar en disposición de razonar, buscar estrategia y resolver problemas cotidianos guiados por el docente quien propone y utiliza distintos recursos educativos que desarrolla en el aula de clase esto se cumpliría si el docente de la educación primaria exige un alto nivel cognitivo, pero la mayoría de las instituciones no está poniendo en marcha lo recomendado y desarrollan un bajo nivel cognitivo, del mismo modo al docente se le debe ofrecer la formación

necesaria para estar en capacidad de guiar un aprendizaje en el que se desarrolle la comprensión del algoritmo para luego desarrollar un pensamiento complejo en el que se dé la posibilidad de resolver problemas.

Por lo tanto es importante formar estudiantes críticos que estén en constante evaluación y reflexión para mejorar el aprendizaje además de intercambiar conocimiento por medio de una buena comunicación y de solución de problemas reales en el cual este presente la incertidumbre.

(Claudia Vásquez Ortiz, Nataly, P. H., & Díaz-Levicoy, D. (2016).

La educación probabilística muchas veces es dejada a un lado pues no le han dado la importancia que tiene o porque el profesor no está preparado en este tema pues se enseña concepto excluyendo el trabajo procedimental y la resolución de problemas, por tal motivo es importante analizar las fortalezas y debilidades del docente y desde allí partir a reforzar tanto lo matemático como lo didáctico.

El modelo CDM (Conocimiento Didáctico Matemático), propone un sistema de categorías de análisis de los conocimientos matemáticos y didácticos implementando un cuestionario de respuestas abiertas para analizar el conocimiento de quien responde, este cuestionario consta de dos fases en general la revisión de la literatura e investigaciones y la construcción y validación del instrumento, por ejemplo en un estudio se observa que el docente no maneja conceptos básicos de aleatoriedad, sucesos equi-probables e independencia orientando este pensamiento de manera a priori, definiendo el conocimiento matemático y didáctico del docente como deficiente, así mismo se analiza que el material concreto es una buena estrategia para la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad pero no se tiene claro que material se puede utilizar para aclarar y



desarrollar habilidades en el pensamiento aleatorio, mostrando debilidad en el CCREN (Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza).

Es de suma importancia contar con instrumentos de evaluación que describan el conocimiento probabilístico del docente y del estudiante, instrumentos que deben ser diseñados e implementados de manera detallada con pruebas en las que se pueda mejorar y dar un resultado final, puesto que la enseñanza y aprendizaje de la aleatoriedad debe tener una gran transformación iniciando desde la formación del docentes tanto el componente matemático como didáctico dado que un docente debe complementar el saber y la metodología de enseñanza, pues a la hora de trabajar en el aula el educando debe estar en la capacidad de trabajar lo conceptual y lo procedimental (Vásquez, C., & Alsina, Á. 2015).

## Capítulo III

### Diseño metodológico

- **Tipo de investigación:** Dialogo entre lo cuantitativo y cualitativo
- **Enfoque de investigación:** Descriptivo
- **Población:** Estudiantes de básica secundaria de tres contextos diferentes.
- **Muestra:** estudiantes de 9° de básica secundaria
- **Técnica de recolección de datos:** Pre-test, observación
- **Instrumento:** Guías de observación, Pos test
- **Plan del trabajo de campo:** Se dará una hora semanal para la aplicación de la investigación en la población escogida implementando las diferentes estrategias que serán indispensables para llegar a dar respuesta al interrogante planteado.

El presente proyecto investigativo se realiza con el fin de resolver el siguiente interrogante ¿Cómo potenciar el pensamiento aleatorio para que los estudiantes de grado 9° de las Instituciones Educativas: Escuela Normal Superior Rebeca Sierra Cardona, I.E. Isaza, e Institución Educativa Técnica Agroindustrial Leopoldo García comprendan el concepto de probabilidad y lo apliquen en la vida cotidiana?, de tal forma se plantea una investigación con un dialogo entre lo cualitativo y cuantitativo y un enfoque descriptivo, pues es fundamental para llegar a obtener los resultados deseados a partir del desglose de una información recolectada que es mas exacta e interpretable por medio del diseño aplicado y como se menciona anteriormente se aplican diferentes instrumentos como son los cuestionarios y guías de observación para llegar a tener una buena información y

respectivamente realizar las comparaciones que se deberá hacer debido a que la investigación será aplicada en tres contextos diferentes.

Es indispensable mencionar que la investigación es de carácter experimental porque se cuenta con una muestra escogida al azar en donde la variable será manipulada estrictamente por los investigadores quienes aplican las técnicas y métodos para así describir de qué modo o por qué causa se produce cierta situación o acontecimiento en particular del fenómeno a estudiar y todo lo anterior con el propósito de desarrollar un proyecto exitoso en el que se pueda estudiar de manera detallada y crítica a cada sujeto, partiendo de lo ya mencionado ( la observación, diseño de estrategias, implementación de las mismas y evaluación del proceso). Apoyados en el siguiente autor, se da un argumento al por que del tipo de investigación:

Según el autor Fidias G. Arias, define:

La investigación experimental es un proceso que consiste en someter a un objeto o grupo de individuos, a determinadas condiciones, estímulos o tratamiento (variable independiente), para observar los efectos o reacciones que se producen (variable dependiente). (2012, p.34)

Los contextos educativos que fueron punto clave para el desarrollo de la investigación se encuentran ubicados en Anserma Caldas, Isaza Caldas y Palocabildo Tolima, estos fueron escogidos ya que se evidencia la importancia de intervenir en el desarrollo del pensamiento aleatorio de los estudiantes de grado noveno de estas Instituciones y así contribuir a su mejoramiento personal, por medio de las TIC, material en concreto y el trabajo colaborativo en los niños.

Se espera que con las técnicas, los instrumentos aplicados y los tiempos previstos para la aplicación de dicha investigación puedan dar respuesta al interrogante de una manera detallada y argumentada apoyada en un marco teórico, referencial, legal según la

elaboración e información encontrada dentro del proyecto y de esta manera se beneficie a la población educativa en general.

La metodología utilizada en la investigación se planteó teniendo en cuenta el interrogante propuesto y el trabajo realizado en tres contextos diferentes, lo cual permite realizar una comparación, haciendo de esta una investigación más interesante, de igual forma, esta metodología se propone con el objetivo de analizarla desde la observación e interpretación, como también de la obtención de datos porcentuales a partir de una muestra aleatoria de estudiantes de grado noveno de tres instituciones distintas, en las cuales se realizó un pre test, aplicación de guías didácticas y por último un pos test de tal manera que se pueda estudiar y analizar con mayor claridad a esta situación problema.

Inicialmente se realizó la observación y análisis de las necesidades de los estudiantes, a partir de este estudio se planteó el interrogante investigativo, se realizaron las indicaciones como es debido para estos estudiantes, luego se realizó un pre- test el cual consta de nueve preguntas las cuales arrojaron indicadores de los conocimientos previos de los educandos, posteriormente se planteó tres guías didácticas, en las que se utilizaron elementos conocidos como la moneda, el dado y el dodecaedro para estudiar sucesos aleatorios en los que se aportó al estudiante conceptos básicos, experiencias por medio del juego al lanzar estos elementos y la comprobación de los mismos por medio de herramientas tecnológicas a través de simuladores en Excel y finalmente se presentó un pos- test haciendo uso de software matemático interactivo libre GeoGebra en el que se trabajó lo socializado en las anteriores actividades y de esta forma evaluar lo realizado y el conocimiento adquirido por los educandos.

Esta investigación permite analizar tres lugares con costumbres, ambientes y metodología de trabajo diferentes lo cual es interesante pues brinda la posibilidad de tener

perspectivas diferentes acerca de la situación problema nombrado, teniendo en cuenta desde las causas que ocasiona estas dificultades como las posibles soluciones, por tal motivo es bastante interesante interactuar con procesos de aprendizaje diversos generando así mayor precisión en la indagación el enfoque mixto se plantea con la intención de analizar y estudiar no solo la estrategias utilizadas si no también la actitud y disposición de trabajo

La muestra son 72 estudiantes en edades aproximadas de 13 a 16 años de edad de contextos diferentes lo cual permite apreciar el nivel educativo de los educandos, constatando que el nivel aprendizaje es diferente en cada una de las instituciones.

## Capítulo IV

### Análisis de resultados.

El análisis de cada uno de los datos, está pensado en el desarrollo de cada una de las actividades propuestas en el diseño metodológico.

Al hacer análisis del Pre-test, se puede inferir que en las tres instituciones fue evidente que al aplicar el pre test muchos estudiantes no tenían idea de lo que era la probabilidad o como la evidencia lo demuestra, solo en el momento de empezar a mencionar términos como azar, aleatorio o suerte, ellos identificaron factores relacionados con sus vidas como es el reproductor de música, los juegos de azar ya sean chances, baloto, casino, dados entre muchos otros que ellos han jugado como piedra, papel o tijera y toma todo.

En la figura 1, se evidencia el consolidado general de los 72 estudiantes participantes de las tres instituciones educativas, dando respuesta a cada una de las preguntas expuestas en el Pre-test, evidenciando que los estudiantes parten de un saber previo, el cual algunos ven la aplicación relevante e importante del contexto.

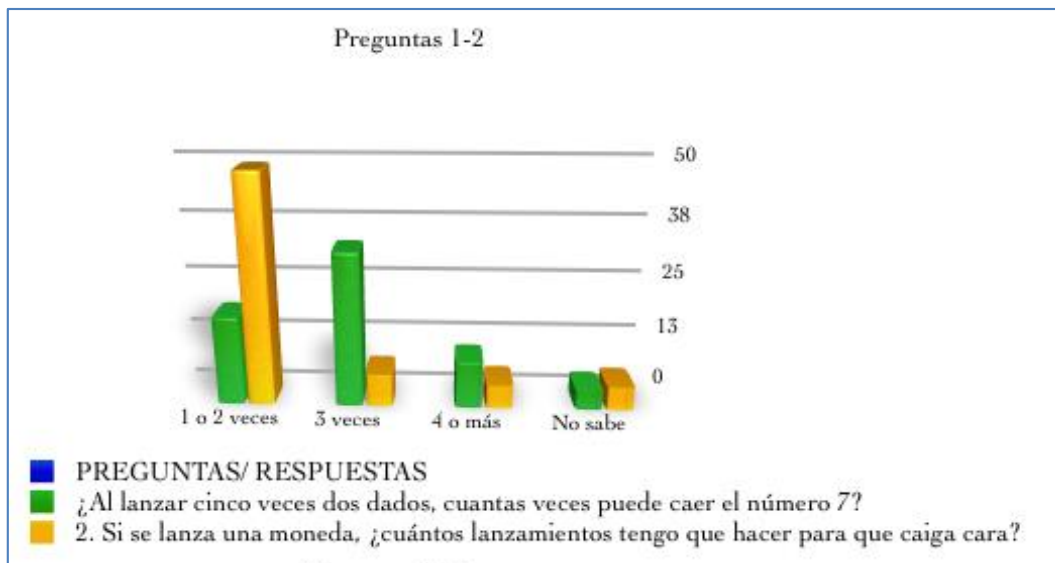


Figura 1. Análisis de pre-test

Fuente: Propia (2019)

En la figura 2, se evidencian las respuestas arrojadas por los estudiantes de grado noveno, obteniendo puntajes relevantes para las preguntas 3 y 4, generando un buen inicio a la temática de la probabilidad, percibiendo que los estudiantes conocen palabras como eventos aleatorios, característico del tema en cuestión.

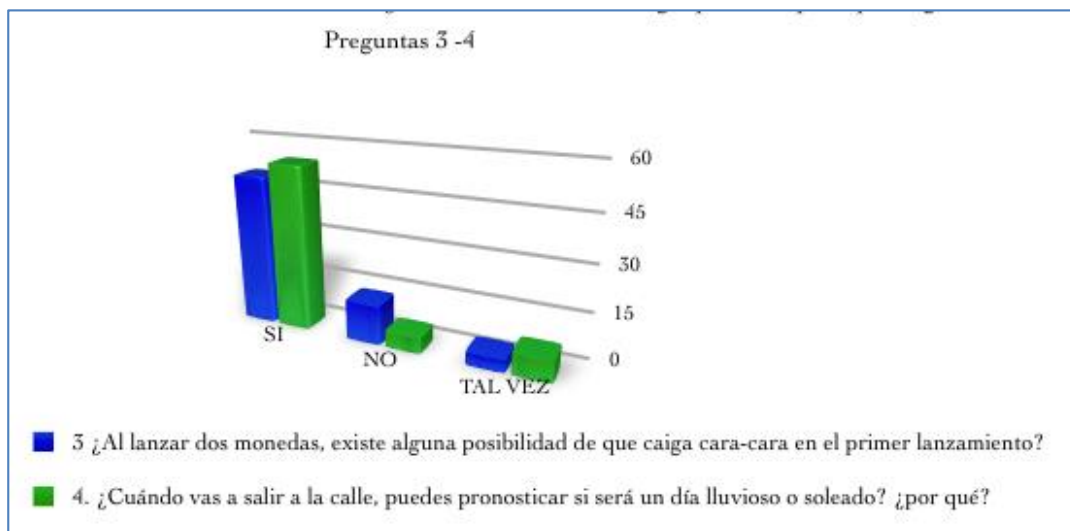


Figura 2. Análisis Pre-test, preguntas 3 y 4

Son resultados muy variados ya que al ser tres contextos diferentes se ve la diferencia de cómo algunos estudiantes tienen acceso a diversos elementos mencionados anteriormente y cómo otros básicamente lo relacionan con lo más visto en su cotidianidad. se pudo constatar las dificultades del educando en el desarrollo del pensamiento probabilístico, al realizar el pre test se observa que el estudiante no conoce el concepto de probabilidad y por ende no lo relaciona con situaciones de la cotidianidad mientras el concepto de aleatoriedad lo conocen pero no a la perfección. La relación entre aleatoriedad y situaciones de la cotidianidad no está bien constituida, también se puede apreciar que para los estudiantes este tema no es de su interés ni le dan la debida importancia considerándolo como algo común en sus vidas que no tiene una razón de ser, existe gran confusión en sus respuestas, se puede decir que la mayoría de sus respuestas fueron según criterios muy básicos sin aplicar conceptos estadísticos.

A continuación, se presentan los respectivos análisis de la aplicación de cada una de las guías propuestas para llevar a cabo una mejor comprensión del concepto de probabilidad y al mismo tiempo el potenciamiento del pensamiento aleatorio de los estudiantes de grado noveno de cada una de las tres instituciones.

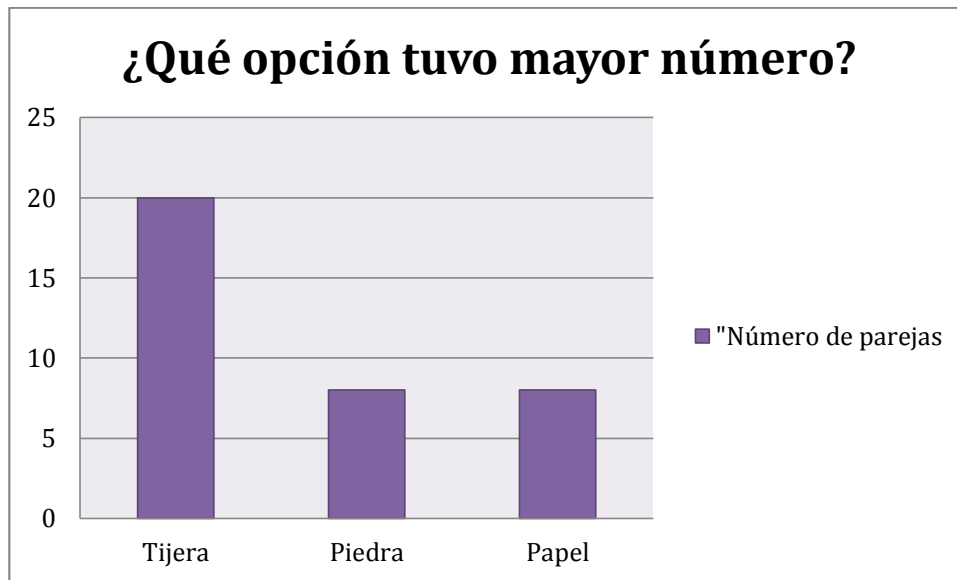
Nota: Todas las guías fueron desarrolladas en parejas.

## **5.1 GUÍA 1 – LA MONEDA**

Juego piedra, papel o tijera

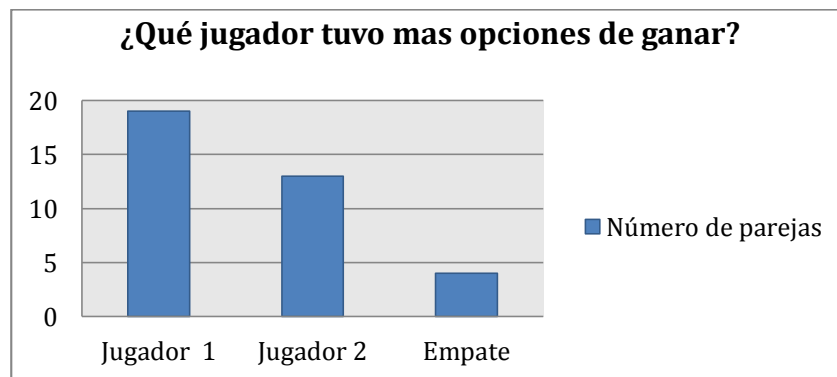
¿Qué opción tuvo mayor número de veces?





En la mayoría de las instituciones fue notorio que la opción que mas veces se repitió fue “tijera”, los estudiantes conjeturando, respondieron que tal vez se debía a que el cerebro tomaba la primera opción que se mencionaba, otros dijeron que tal vez por estrategia y práctica y los demás que a pesar de que todas tiene la misma opción de ganar o perder lo hacían por azar.

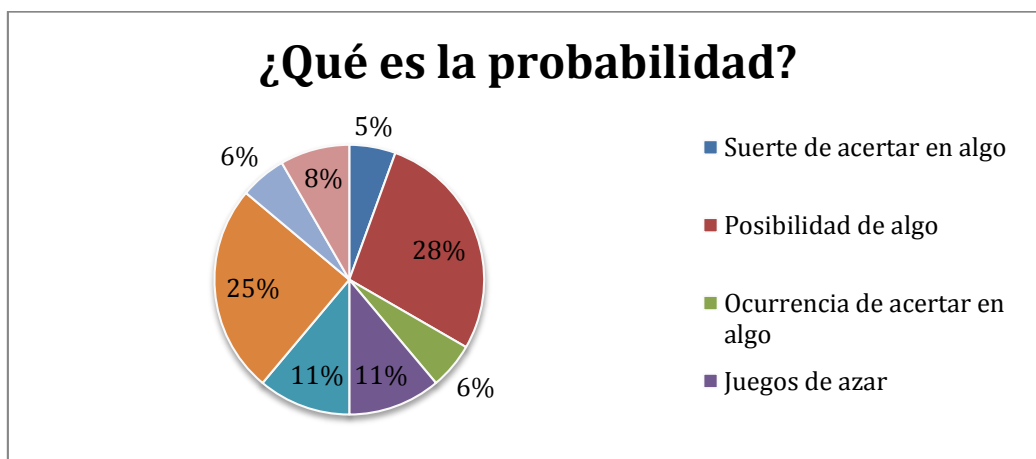
¿Qué jugador tuvo mas opciones de ganar?



Es evidente que el jugador 1 tuvo más opciones de ganar ya que por cuestiones de probabilidad siempre tenían la opción ganadora y unos dijeron que se concentraron demasiados analizando el juego del otro compañero.

¿Qué es probabilidad?

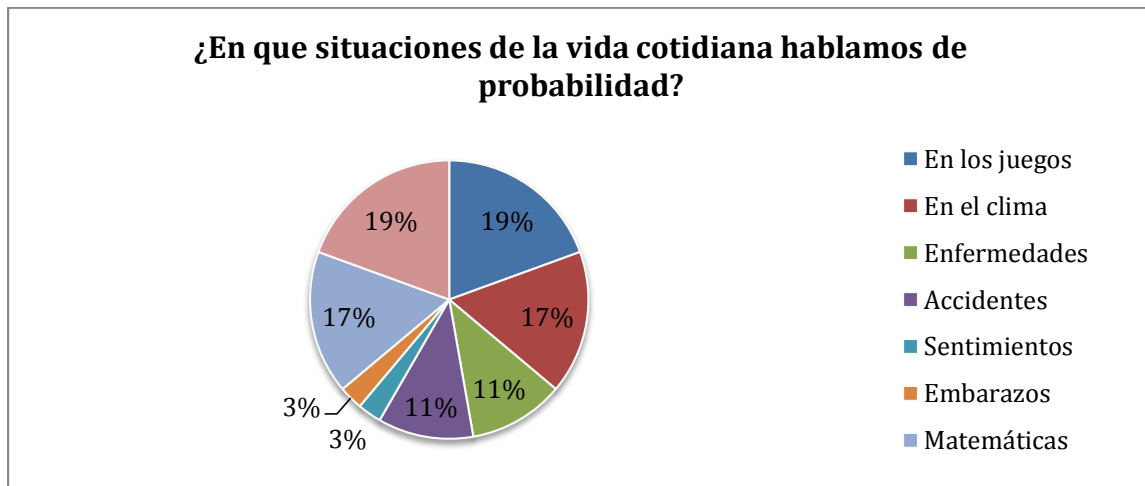
Esta pregunta fue clave para el desarrollo de las demás guías, ya que los resultados en la figura 3, evidencia que los estudiantes de una u otra forma se fueron acercando poco a poco al concepto de probabilidad y a irlo relacionando con su cotidianidad.



*Figura 3. Resultados de guía sobre probabilidad*

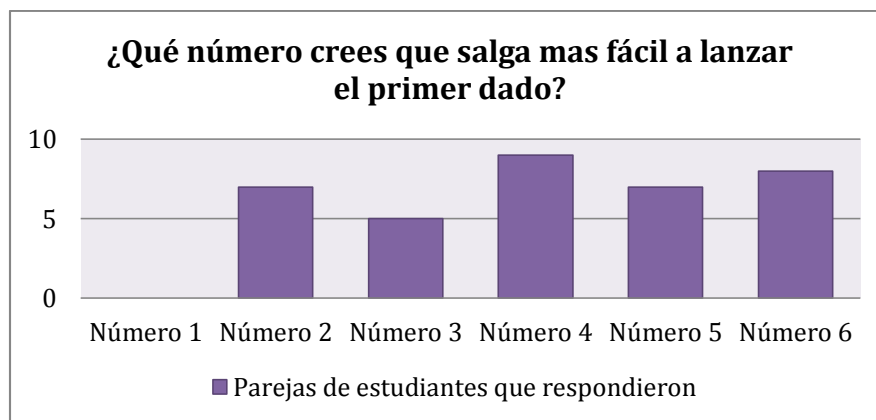
### **¿En que situaciones de la vida cotidiana hablamos de probabilidad?**

Al momento de responder esta pregunta los estudiantes se pusieron a analizar su contexto y en las diferentes situaciones donde se da la probabilidad llegando a obtener porcentaje igual tanto en los que contestaron que en los juegos como los que contestaron que en todo momento se da la probabilidad, estas respuestas pueden analizarse desde la figura 4, teniendo como mayor ponderación que lo pueden aplicar en los juegos de azar y en el pronóstico del clima.



*Figura 4. Respuesta a situaciones de la vida cotidiana*

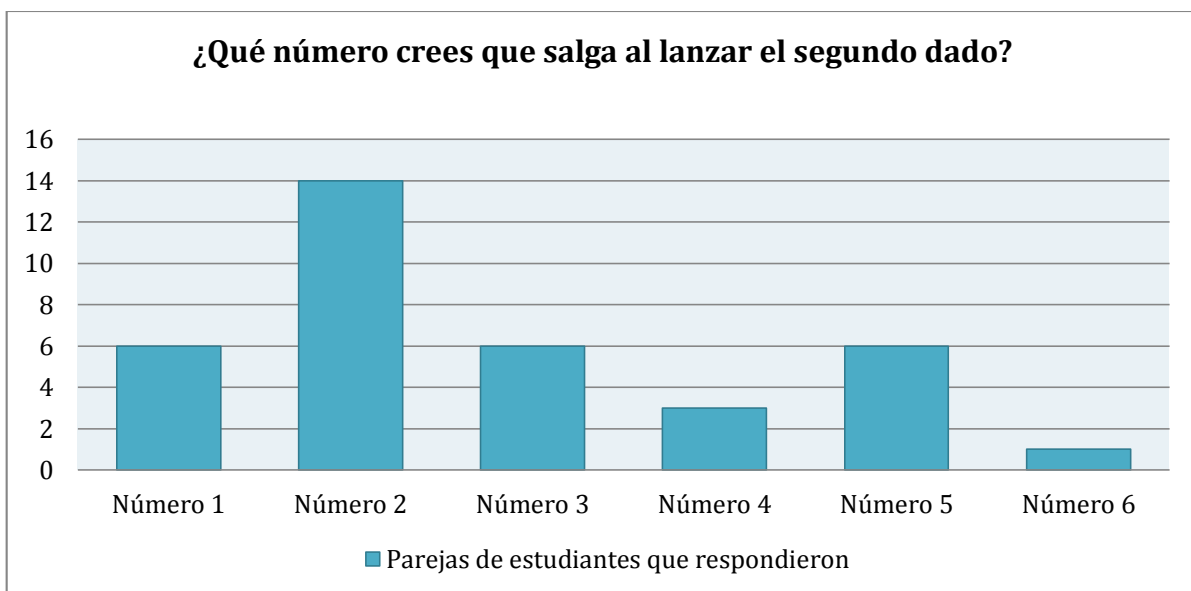
Posteriormente, se desarrolla la guía de trabajo N°2, la cual hace alusión al ejercicio aleatorio con los dados, instrumento indispensable para su ejecución, en la figura 5, se pueden evidenciar los datos arrojados por los estudiantes al lanzar un dado. En la mayoría de los lanzamientos el número 4 fue el que mayor veces salió al lanzar el primer dado, estando muy cerca el número 6, los estudiantes manifestaron que a pesar de que todos tienen la misma probabilidad de salir, los números más pequeños son difíciles de que salgan en el primer lanzamiento.



*Figura 5. Análisis al lanzar un dado*

**Para la pregunta: ¿Qué número crees que salga al lanzar el segundo dado?**

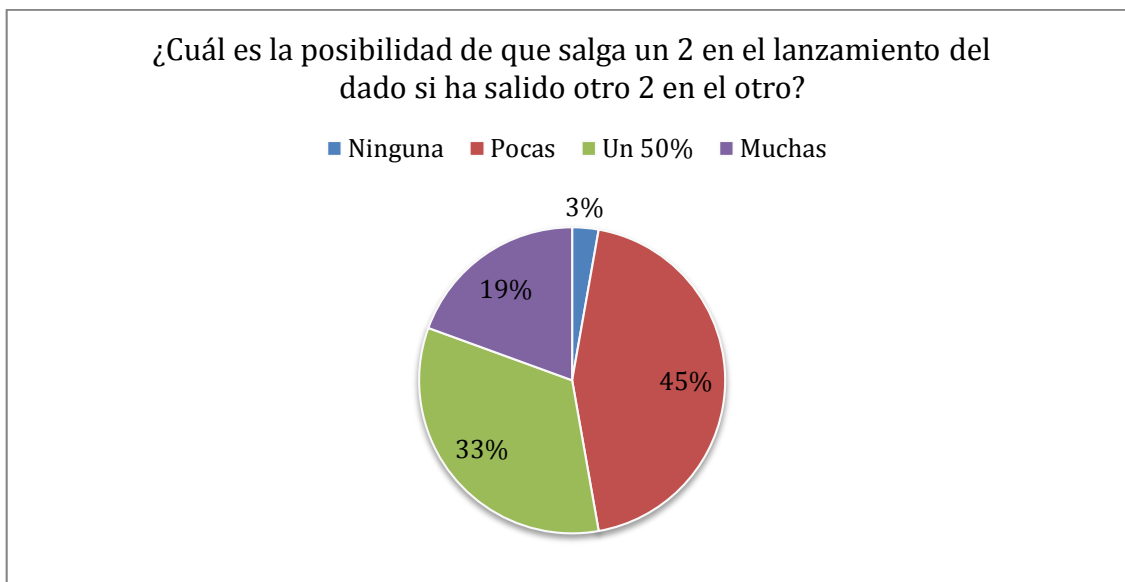
En la figura 6, se puede observar que al lanzar el segundo dado el número 2 es el que más veces salió teniendo un alto porcentaje y dedujeron que al mirar la suma del primer dado con la del segundo dado, obtendrían un 6, ya que el 4 y el 2 fueron los que más salieron en los lanzamientos y que probablemente sea uno de los números que más salen cuando están realizando un juego con dos dados.



*Figura 6. Análisis al lanzar un segundo dado*

**¿Cuál es la posibilidad de que salga un 2 en el lanzamiento del dado si ha salido otro 2 en el otro dado?**

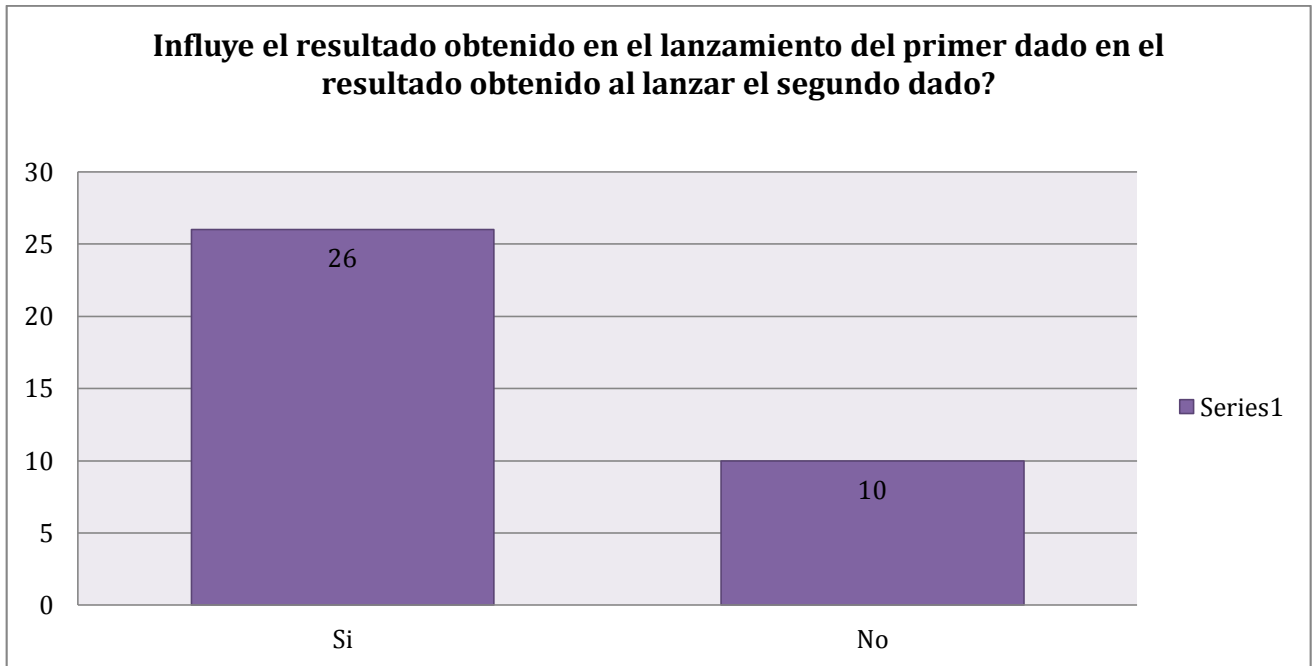
En la figura 7, la mayoría de estudiantes manifestaron que son pocas las opciones de obtener un 2 en un segundo lanzamientos cuando ya ha salido otro 2 en un primer lanzamiento ya que para que salga un número con las mismas caras es más difícil de obtener cuando se hace un determinado juego.



*Figura 7. Probabilidad o pronóstico de lanzar un segundo dado*

**¿Influye el resultado obtenido en el lanzamiento del primer dado en el resultado obtenido al lanzar el segundo dado?**

En estas respuestas se evidencia dos puntos de vista, En la figura 8 permite analizar, el primero que el resultado no influye si se está jugando con un solo dado y el segundo análisis es que si se está jugando con dos dados si influye debido a que sumaría los puntos obtenidos por lo tanto al momento de dar esta respuesta ellos tuvieron en cuenta que se estaría realizando un juego con dos dados.



*Figura 8. Influencia de un resultado obtenido otro*

**Al hacer 30 lanzamientos, ¿Cuál es el número que cae con más frecuencia?**

Al observar estas respuestas en la figura 9, los estudiantes compararon las respuestas anteriores y llegaron a la conclusión de que probablemente el 6 si podría ser el número que más veces cae cuando se juega con dos dado, aunque no descartan el número 7, por tener tal vez, mayor probabilidad de salida de eventos entre los lanzamientos aleatorios que se le dé.

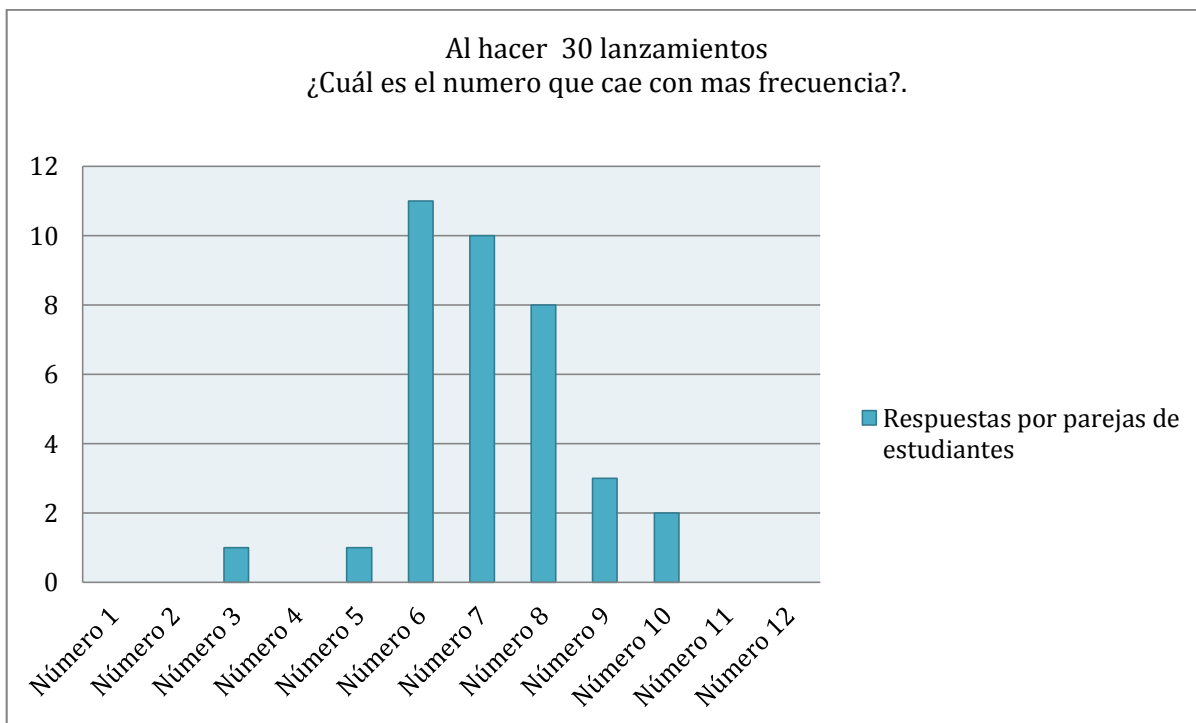


Figura 9. Resultados con 30 lanzamientos

**Número que cae pocas veces,** en la figura 10, El número que ha caído pocas veces fue el número 2, los estudiantes llegaban a la conclusión que podría ser por tener pocas combinaciones al igual que los demás número que son cifras pequeñas.

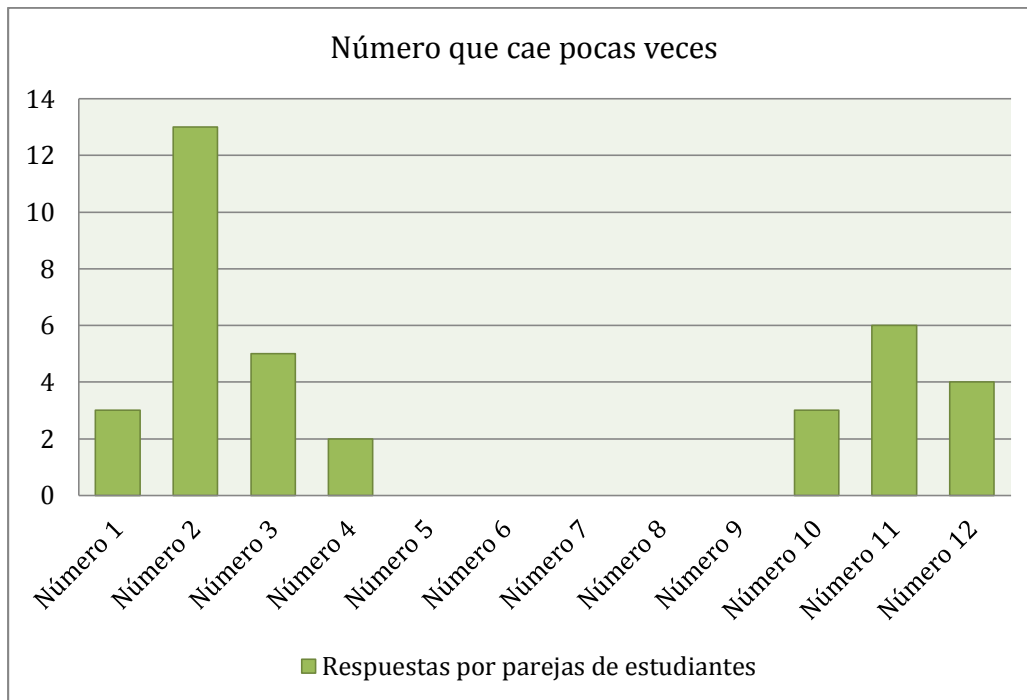


Figura 10. La menor probabilidad de salida al alzar dos dados simultaneamente

### Guía 3: Consolidado Dodecaedro- Ley de los grande números

Al nombrar la ley de los grandes números los estudiantes inmediatamente comenzaron a preguntar y otros a conjeturar sobre lo que podría significar, algunos se acercaron un poco al relacionarlo con lo visto anteriormente en cada guía, fue interesante ver como lo definieron como una ley que busca la igualdad en cada lanzamientos y más haciendo uso de un dodecaedro donde podían obtener 12 posibilidades.

#### Realiza 30 lanzamientos y observa cual es el número que cae más veces

Muchos grupos de estudiantes manifestaron que obtuvieron resultados muy parejos en cada lanzamiento por cada número y que por lo tanto la ley de los grandes números que podría estar cumpliendo pero haciendo el análisis se observó que fueron cuatro parejas las que manifestaron que el número 7 obtuvo más repeticiones sin embargo no era mucha la diferencia con los demás números.



A la pregunta, ¿Por qué crees que cualquier número tiene la misma posibilidad de salir?, la figura 11, Se evidencia que los estudiantes tienen respuestas diferentes pero muchas se acercaron a la respuesta de que todos los números tienen la misma posibilidad de salir al aplicar el cociente entre el número de casos favorables entre el número de casos posibles y por lo tanto se presentó una igualdad entre los que dijeron que todos tienen el 0.083 de probabilidad de salir y los que dijeron que por ser 12 lados tienen la misma probabilidad.

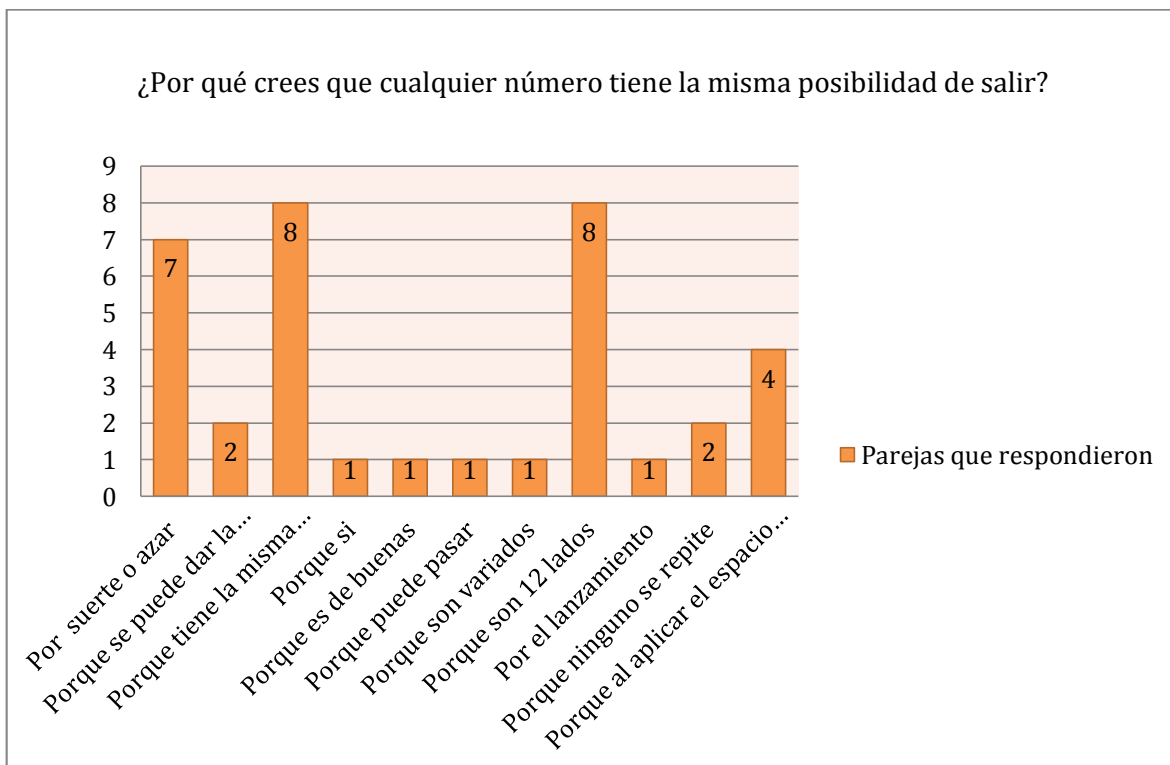
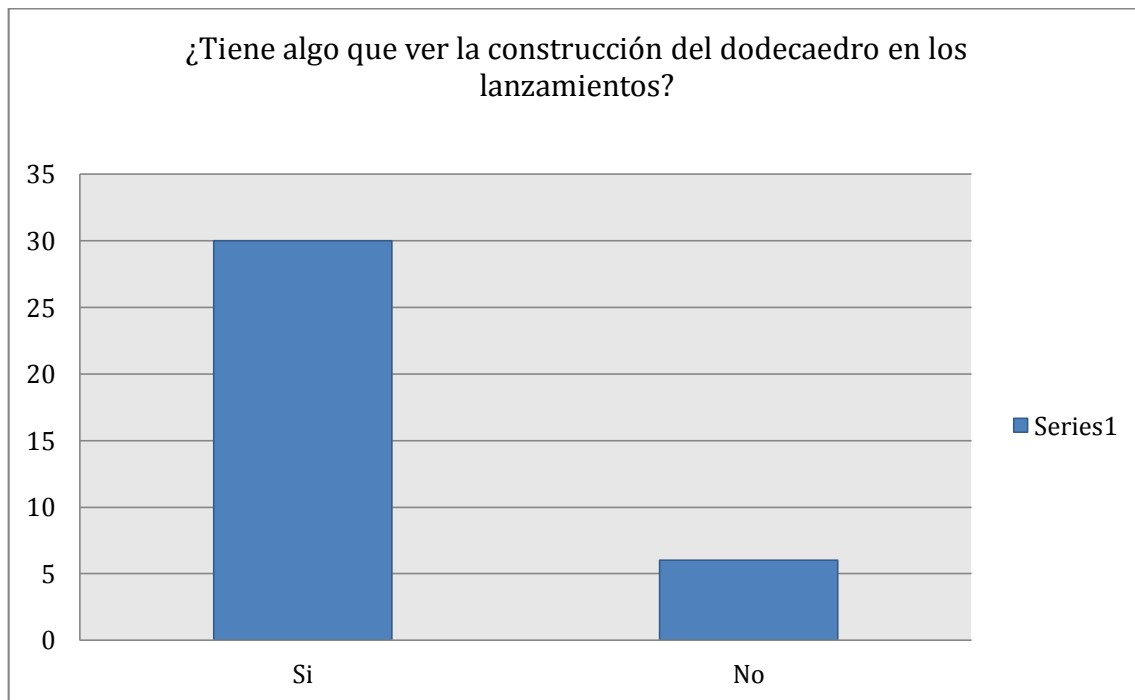


Figura 11. Análisis de probabilidad constante

🚩 ¿Tiene algo que ver la construcción del dodecaedro en los lanzamientos?

Se obtuvo diferentes respuestas del porque si y del porque no, algunas fueron las siguientes:

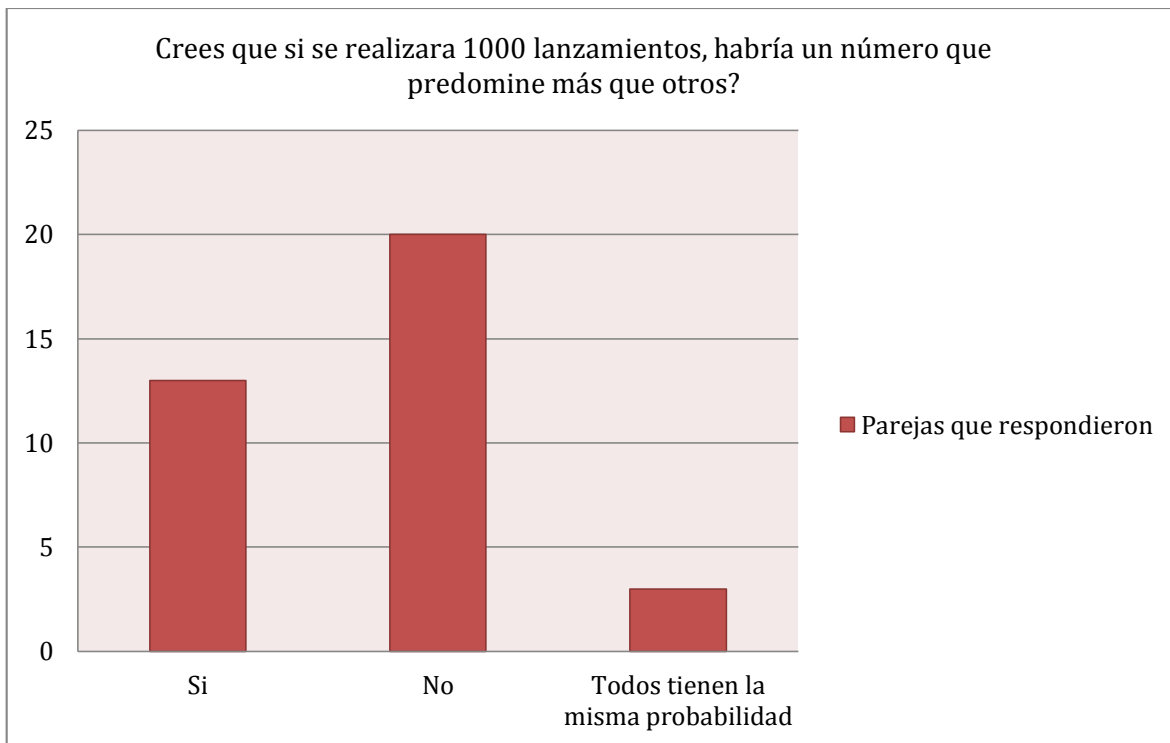
- Sí, porque el dodecaedro tiene un desvío y puede que al golpear en este sea otro número el q caiga
- Sí, porque si algún lado queda mal construido casi siempre caería en ese lado
- Sí, porque no hace que gire como debe de ser.
- Sí, porque si está mal construido tiende a caer más un número
- Sí, porque los resultados dependen del dodecaedro
- Sí, porque al estar un lado desigual ,el dodecaedro va a estar destinado a caer en un número determinado



¿Crees que si se realizara 1000 lanzamientos, habría un número que predomine más que otros?

Los estudiantes al llevar a cabo el uso de Excel para realizar estos 1000 lanzamientos pudieron observar por medio de gráficas que en muchos casos no había

diferencia entre los números que se evidenciaban en cada lanzamientos y que por lo tanto no había uno que predominara más que otros.



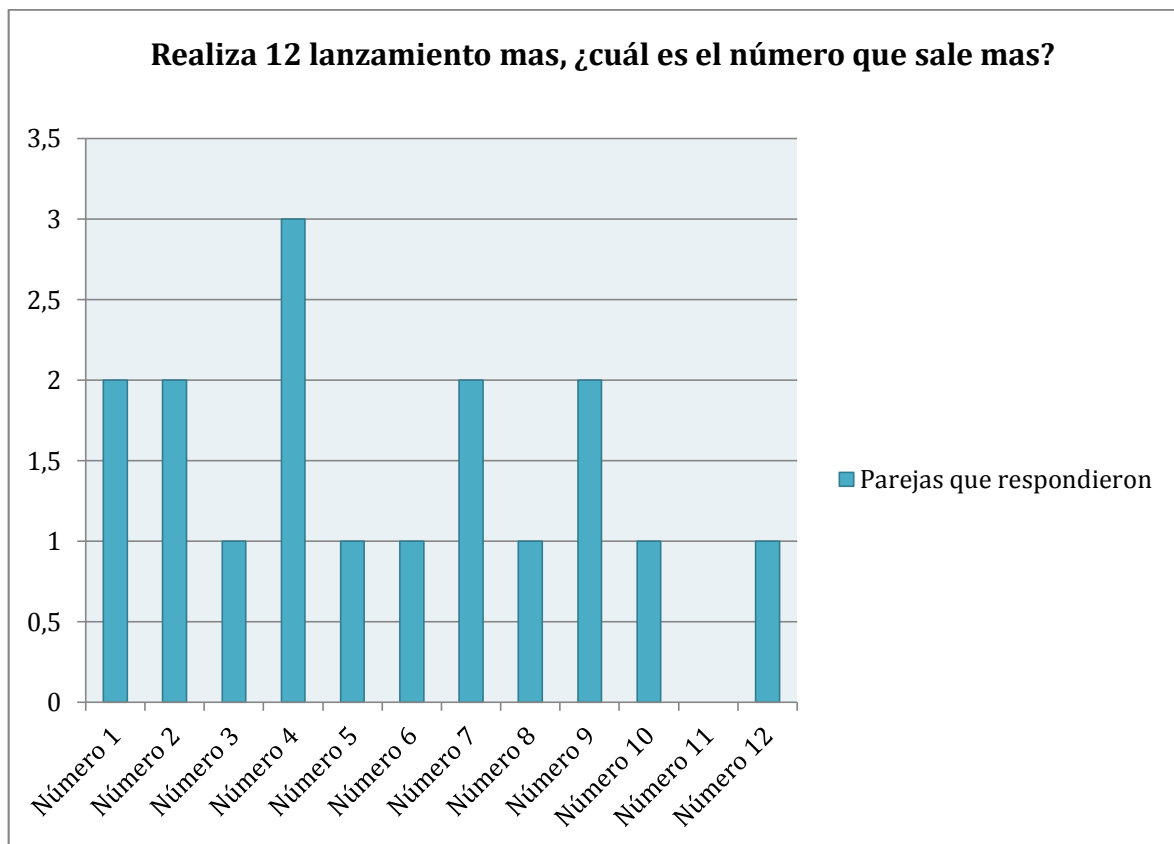
Algunas respuestas fueron:

- Sí, porque podría estar mal hecho el dodecaedro
- Sí, puede ser poca la diferencia per debe haber uno que sale mas
- Sí, porque de 1000 lanzamientos debe haber uno que predomine
- No, se mantendría la misma frecuencia de los lanzamientos de cada número
- Sí, dependiendo de la forma del dodecaedro y de la suerte
- Sí el dodecaedro está bien construido va ser muy parejo la cantidad de veces que caiga cada número
- Todos tienen la misma probabilidad
- No, porque hay se ve la ley de los grandes números todos tienen la misma probabilidad y son pocas las diferencias.

- No, todos tiene la misma frecuencia relativa

Realiza 12 lanzamientos más, cual es el número que sale más.

En la figura Se evidencia gráficamente que cada número estuvo muy cerca de salir las mismas veces que otro y por lo tanto los estudiantes se convencieron cada vez más, que la ley de los grande números se evidencio en esta actividad propuesta y fue un aprendizaje nuevo para ellos al igual que una estrategia diferentes para el maestro que estaba a cargo del grupo .



Durante la aplicación de las guías didácticas propuestas se pudo constatar que muchos conceptos que allí aparecen no son conocidos por los estudiantes o tienen dudas de ellos, también se pudo apreciar que situaciones como lanzar un dado o una moneda y obtener un determinado número no eran considerados sucesos probabilísticos.

A medida que se aplicaron estas guías fueron relacionando conceptos con situaciones cotidianas, para ellos el lanzamiento de estos elementos fue un juego en el que más adelante socializaron y entre ellos dieron sus propias conclusiones.

En cuanto a la aplicación de Excel existió gran dificultad pues para ellos el manejo de este es muy complejo, debido a que el acercamiento a un computador es restringido ya que uno de los colegios no cuenta con sala de sistemas y realizar las simulaciones en Excel para ellos fue un reto, cuando realizaron la actividad en Excel comprendieron y le dieron sentido a la lectura y explicación de la ley de los grandes números.

En el proceso de desarrollo de las guías algunos educandos no recuerdan conceptos básicos estadísticos presentando confusión y dificultad a la hora de desarrollar el tema tratado, es importante destacar que estas guías se realizaron de forma grupal lo cual permitió el intercambio de ideas y la claridad en la solución de las actividades propuesta.

Los estudiantes al iniciar demostraron desinterés por aprender, además también manifestaron que la manera tradicional de enseñarles afectó su motivación por aprender, pues objetos tan comunes como la moneda, el dado y el dodecaedro no fueran considerados para guiar su conocimiento por medio de la práctica, debido a que aún se trabaja con teoría sin que se haga demostraciones que constate lo teórico.

Al analizar las estrategias utilizadas para el desarrollo del pensamiento aleatorio y más exactamente el pos test el cual fue trabajado por medio del software libre GeoGebra se pudo apreciar que existe un gran avance desde que se aplicó el pre test hasta la aplicación del pos test este avance muestra el aprendizaje y el manejo de conceptos básicos, otro importante avance es que el educando relaciona la aleatoriedad con

situaciones cotidianas teniendo la capacidad de inferir y dar argumentos matemáticos para la solución de determinado problema.

Después de realizar la investigación en las tres instituciones se puede apreciar que el estudiante aprende de manera más sencilla y se genera mayor interés gracias a la aplicación de diferentes estrategias como el juego, herramientas visuales y la utilización de las TIC lo cual permite el desarrollo del pensamiento aleatorio, por tal motivo es importante que el docente sea innovador, que día a día se reinvente y aporte lo mejor en el proceso de aprendizaje y enseñanza del educando, a partir de estrategias útiles y divertidas que generen conocimiento.

## Capítulo V

### Conclusiones y recomendaciones

El análisis de los resultados de la investigación “Enseñanza de la probabilidad mediado por material manipulativo y las TIC” que se presentó arrojó los siguientes resultados:

- Es interesante ver como el uso de diferentes estrategias como el material manipulativo, las TIC, y el juego pudieron hacer que el estudiante comprendiera el concepto de probabilidad y al mismo tiempo hiciera uso de técnicas para hallar frecuencias y datos que se pedían dentro de cada guía.
- Algo que se debe resaltar fue la “ley de los grandes números” cuyo trabajo llamo mucho la atención de los estudiantes debido a que nunca habían oído nombrar esto dentro de una clase, por lo tanto fue satisfactorio ver los resultados que se dieron durante esta guía
- El uso de la APPLETT como medio para evaluar lo aplicado en las guías e inicialmente en el Pre-test fue muy interesante ver como los estudiantes se motivaron aún más en resolver cada una de las preguntas propuestas haciendo uso de esta herramienta diseñada en Geo-Gebra.

#### 5.2 Recomendaciones.

- Se recomienda a los futuros investigadores que deseen enfocarse en la enseñanza de la probabilidad que sigan incluyendo más actividades y diseñando Applets ya que

son clave para llevar a profundidad un tema tan importante como la estadística y más aún un tema tan complejo como lo es la probabilidad.

- La enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad es un tema bastante dispendioso a la hora de guiarlo, por tal motivo es indispensable que el docente este en la plena capacidad de orientarlo pues muchas veces es el docente quien no ha consolidado el pensamiento aleatorio o no tiene habilidades para utilizar distintas herramientas que contribuya al aprendizaje del educando, es importante guiar este conocimiento a partir de situaciones cotidianas lo cual permite afianzar de manera correcta su aprendizaje.



## Referencias

- Alsina, A. (2017). La estadística y la probabilidad en educación infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas específicas*, (7), 4-22
- Arteaga Cezón (2010). Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores.
- Batanero C. y Díaz C. (2010). El Papel de los Proyectos en la Enseñanza y Aprendizaje de la Estadística.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños:¿ qué podemos aprender de la investigación. *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*, 9-21.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística. Granada: Universidad de Granada*
- Del Pino, G., & Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 53-64.
- Faustino, A., & Pérez Luis, S. (2013). UTILIZACIÓN DE LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR ANGOLANA. *Prisma Social*, (11), 0-31.
- Mora, (2014) La Transposición Didáctica del Saber Sabio al Saber Enseñado Autor: Yves Chevallard. *Revista Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias e-ISSN: 2346-4712 • Vol. 9, No. 2 (jun-dic 2014). pp. 97-100*
- Nacional, M. d. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santa Fé de Bogotá, Colombia: Magisterio.*

Nacional, M. d. (2006). Estándares Básicos de Competencias. Bogotá, Colombia:

Ministerio de Educación Nacional.

Ruiz de Miguel, c. (2015). Actitudes hacia la estadística de los alumnos del grado en pedagogía, educación social, y maestro de educación infantil y maestro de educación primaria de la ucm. *Educación xx1*, 18 (2), 351-374.

## Apéndices

## PRE-TEST

GRADO 9°

ELABORADO POR:  
PAOLA KARINE OJEDAYASMINA MOYANO  
ROMERO

ROGELIO ANDRES LOPEZ

UNIVERSIDAD CATÓLICA  
DE MANIZALES –  
LICENCIATURA EN  
MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Nombre estudiante: \_\_\_\_\_

## LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD MEDIADO POR LA TIC Y MATERIAL MANIPULATIVO

Responde las siguientes preguntas plasmándola en la parte donde dice respuestas.

- |  |   |   |
|--|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Al lanzar cinco veces dos dados, cuantas veces puede caer el número 7?</li> <li>2. Si se lanza una moneda, ¿cuántos lanzamientos tengo que hacer para que caiga cara?</li> <li>3. ¿Al lanzar dos monedas, existe</li> </ol> | <p>alguna posibilidad de que caiga cara-cara en el primer lanzamiento?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. ¿Cuándo vas a salir a la calle, puedes pronosticar si será un día lluvioso o soleado? ¿por qué?</li> <li>5. ¿Qué posibilidad hay que te saques la lotería?</li> <li>6. ¿Qué posibilidad hay de que llueva hoy?</li> <li>7. ¿Qué posibilidad</li> </ol> | <p>tienes de que te pase un accidente en la calle?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>8. ¿Hay posibilidades de que ganes la evaluación de matemáticas?</li> <li>9. ¿Qué posibilidad hay de sacar una bola roja de 5 rojas y 5 azules que hay en una bolsa?</li> </ol> |
|--|---|---|

## RESPUESTAS

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_
6. \_\_\_\_\_

7. \_\_\_\_\_
8. \_\_\_\_\_
9. \_\_\_\_\_



### Guía N° 1

Grado: \_\_\_\_\_

Institución: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

Laboratorio N°3



**Objetivo:** Considerar una estrategia para que se comprenda el concepto de probabilidad, fortaleciendo la competencia comunicativa y argumentativa en la estadística

**Objetivo Específico:**

- Generar un ambiente de aprendizaje dinámico en el que puedan construir su conocimiento por medio de la práctica
- Relacionar el concepto de probabilidad y su aplicación con la vida cotidiana
- Comprender y aplicar la ley de los grandes números en el aprendizaje de la probabilidad

**2. Tema del currículo**

Enseñanza de la probabilidad

**3. Aprendizaje esperado**

- ✓ Seleccionar y usar algunos métodos estadísticos adecuados según el tipo de información.
- ✓ Comparar resultados experimentales con probabilidad matemática esperada.
- ✓ Calcular probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo).
- ✓ Usar conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia...).

### Actividad propuesta

#### 1. Juguemos Piedra, papel o tijera



Jugador 1									
Jugador 2									

- ¿Cuál de las tres opciones se repite más?
- ¿Qué jugador tuvo más opciones de ganar?
- ¿Qué es probabilidad?
- ¿En qué situaciones de la vida cotidiana hablamos de probabilidad?

#### 2. Leamos y analicemos los siguientes conceptos:

**La aleatoriedad:** Se asocia a todo proceso cuyo resultado no es previsible más que en razón de la intervención del azar. El resultado de todo suceso aleatorio no puede determinarse en ningún caso antes de que este se produzca. El estudio de los fenómenos aleatorios queda dentro del ámbito de la teoría de la probabilidad y, en un marco más amplio, en el de la estadística.

**La probabilidad:** Es la posibilidad que existe entre varias posibilidades, que un hecho o condición se produzcan. La probabilidad, entonces, mide la frecuencia con la cual se obtiene un resultado en oportunidad de la realización de un experimento sobre el cual

se conocen todos los resultados posibles gracias a las condiciones de estabilidad que el contexto supone de antemano.

**Ley de los grandes números:** Es un teorema fundamental de la teoría de la probabilidad que indica que si repetimos muchas veces (tendiendo al infinito) un mismo experimento, la frecuencia de que suceda un cierto evento tiende a ser una constante.

- Por medio de la siguiente actividad armamos parejas para realizar las próximas actividades:

Se realiza un círculo y se enumera cada participante, los que obtuvieron números impares dan un paso adelante y toman una figura dibujadas en una hoja se les pide que lo rasquen por la mitad sin utilizar tijeras y que luego lo depositen en una caja; se revuelve muy bien la caja donde están las partes de los figuras, se les pide a los números impares que regresen a su lugar y luego cada uno toma la mitad de la otra figura para luego unirla con su otra mitad y esa será su pareja de trabajo

4. Siguiendo las instrucciones realizo la siguiente actividad en Geogebra:



<https://www.geogebra.org/m/ZZFvsukE>

Recuerde utilizar f9 para repetir el mismo número de lanzamientos. P1. Escriba el espacio muestral del experimento aleatorio. P2. Escriba las probabilidades posibles de lanzar dos monedas P3. Escriba en la caja de entrada 4 lanzamientos. Repita varias veces con f9

- Hay algunas frecuencias relativas con la probabilidad clásica.
- Es posible que las frecuencias absolutas se obtenga 1 (C, C); 1 (S,S) y 2 (C,S). ¿La probabilidad frecuentista es igual a la probabilidad clásica? ¿Por qué?
- Repita con F9 y cuente en cuantas repeticiones se obtiene la lista con todos los resultados del espacio muestral. Compara con tus compañeros.
- Puede indicar o investigar con que distribución de probabilidad se puede asociar el experimento anterior. (Pregunta C).
- Es posible obtener frecuencia 4 en algún espacio muestral. Es decir que en los 4 lanzamientos solo se obtenga (C,C) o solo se obtenga(S,S) o solo se obtenga (C,S) o

(S,C). ¿Cuál tiene mayor probabilidad de salir y porque? Razona la respuesta. Con que distribución de probabilidad se puede asociar este experimento.

- ✦ Haz la simulación con 100 lanzamientos en 5 repeticiones. Escribe los resultados en una tabla de frecuencias luego promedie los resultados que puedes concluir.
- ✦ Haz lo mismo con 1000 lanzamientos.
- ✦ Haz lo mismo con 10000 lanzamientos.
- ✦ Haz lo mismo con 25000 lanzamientos.
- ✦ Haz lo mismo con 35000 lanzamientos.
- ✦ con 50000 lanzamientos como son las frecuencias relativas y las frecuencias absolutas de los resultados. (Explique) Regresar página: "Ley de los grandes números":

5. Socializamos la actividad en geogebra

6. Realizamos 100 lanzamientos de monedas y anotamos los datos para luego compararlos con lo trabajado en Geogebra

7. Por escrito realizamos cinco conclusiones de las actividades planteada y de los concepto tratados.

**CONCLUSIONES:**

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

**Recursos:**

- Computador por pareja
- Corazones en papel
- Monedas
- Una Caja
- Lápiz
- Cuaderno

**Metodología:** La metodología a utilizar es iniciar con una dinámica para introducir al tema planteado luego se da unos conceptos para luego realizar un laboratorio virtual socializarlo ,luego comprobarlo con material manipulativo y por ultimo socializarlo de manera escrita.

**Bibliografía:**

-<https://es.wikipedia.org/wiki/Aleatoriedad>

-<https://www.youtube.com/watch?v=r4oj93ISBas>

-<https://www.geogebra.org/m/ZZFvsukE>



INSTITUCIÓN: \_\_\_\_\_

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_

### GUIA #2



#### Objetivo:

Considerar una estrategia para que se comprenda el concepto de la probabilidad, fortaleciendo la competencia comunicativa y argumentativa en la estadística.

#### Objetivo Especifico:

- Identificar y explorar estrategias tecnológicas y material manipulativo con estudiantes del grado noveno con el fin de que conozcan y comprendan el significado de la probabilidad a partir de la experimentación.
- Participar en la construcción y en desarrollo de un laboratorio didáctico con dados para realizar actividades que conlleven a un aprendizaje sobre la probabilidad.

#### Tema del currículo

- La probabilidad



#### Aprendizaje esperado

- Identifica procesos probabilísticos a través del trabajo con material manipulativo y prácticos con dados.
- Participa y trabaja en equipo para encontrar nuevos datos y así tener diferentes aspectos para analizar.

**Actividad propuesta****Actividad 1**

Juego de dados. Para empezar se puede intentar este sencillo juego. Se divide la clase en grupos de 5 alumnos y se les entrega a cada grupo un par de dados. Cada grupo tira 8 veces el par de dados anotando en cada ocasión el resultado y entendiéndose por resultado la suma de las puntuaciones de ambos dados. Después se pone en común los resultados obtenidos, de forma que los alumnos observen qué números tienen mayor probabilidad de aparecer.

**¿Cuál saldrá más veces?**

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0													
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
									8				
									9				
									10				
									11				
									12				

**Actividad 2**

Antes de comenzar la actividad piense y responda

1. ¿Qué número cree que saldría más fácil al tirar el dado?
2. ¿Qué número cree que saldría más fácil al tirar el otro dado?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un 2 en el lanzamiento del dado si ha salido otro 2 en el dado?
4. ¿Influye el resultado obtenido en el lanzamiento del primer dado en el resultado obtenido al lanzar el segundo dado?

TABLA DE POSIBLES COMBINACIONES (ESPACIO MUESTRAL)

D1/D2	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Como podemos observar tenemos 36 posibles combinaciones, lo podemos comprobar mediante la fórmula  $6^2 = 36$  (la base 6 elevada al cuadrado ya que son dos dados, si fueran 3 sería  $6^3 = 216$ )

Soluciones (probabilidades):

Analiza lo siguiente y responde de acuerdo a la tabla

- Que sus caras sumen 8
- Que ambas caras sean impares (B)
- Que sus caras caigan pares
- Que la suma de sus lados sea 6
- Que la suma de sus caras sea mayor o igual a 4 y menor o igual a 9
- Que la suma de sus caras dé un número par
- Que la suma de sus lados sea 7

### Actividad 3

Lanzar los dados 30 veces e ir anotando las parejas que caen en los lanzamientos para luego graficar

Realicemos los apuntes en Excel para así graficar y tener mayor claridad en los procesos

NUMERO DE LANZAMIENTOS	NUMERO OBTENIDO	
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		

NÚMERO QUE CAE CON MAS FRECUENCIA: \_\_\_\_\_

NÚMERO QUE CAE POCAS VECES: \_\_\_\_\_

Nos dirigimos a excel y realizamos la siguiente actividad,

Celda	Fórmula	Explicación
A4	=ALEATORIO.ENTRE (1;12)	Genera un número al azar entre 1 y 12
M3	=CONTAR.SI(\$A\$6:J6;\$J\$2)	Cuenta los "8" (o el número que aparezca en L2) que hay desde A4.
L3	=CONTAR(\$A\$4:L4)	Cuenta los números que hay desde A4
O3	=M4/N4 Frecuencia relativa.	Número de casos favorables

### GUIA Nº 3

#### JUQUEMOS Y CONJETUREMOS CON EL DODECAEDRO APLICANDO LA LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: \_\_\_\_\_

NOMBRE ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_



#### Instrucciones

- Para comenzar se harán una serie de preguntas, en donde los estudiantes deberán conjeturar y decir cuantas veces creen que podría caer determinado número en un determinado número de lanzamientos, seguidamente con el dodecaedro ya realizado harán una serie de **30 lanzamientos** y dirán cual fue el número q salió mas veces en los lanzamientos asignados.
  - ¿Por qué crees que cualquier número tiene la misma posibilidad de salir?
  - ¿Tiene algo que ver la construcción del dodecaedro en los lanzamientos?
  - ¿Crees que si se realizara 1000 lanzamientos, habría un número que predomine mas que otros?
  - Realiza 12 lanzamientos mas, cual número cae mas veces?
- Como segundo punto vamos a hacer uso de los computadores o tablets en donde se darán una serie de instrucciones y se harán varias preguntas con respecto al tema para así realizar las actividades y evidenciar la ley de los grandes números por medio de un dodecaedro.

**Ley de los grandes números:** Es un teorema fundamental de la teoría de la probabilidad que indica que si repetimos muchas veces (tendiendo al infinito) un mismo experimento, la frecuencia de que suceda un cierto evento tiende a ser una constante.

¿Cuál es la probabilidad de sacar un "8" con un dodecaedro? Suponemos, lógicamente, un dodecaedro que es igual a 12 caras, con las caras numeradas del 1 al 12 y en el que todas los posibles resultados (sucesos elementales) son igualmente probables (equiprobables). Todos diríamos 1 de 12, es decir, un 8,3 % de probabilidad de sacar un "8", o cualquiera de los posibles resultados. Acabamos de aplicar la **Regla de Laplace** para el cálculo de probabilidades: simplemente dividiendo el número de casos favorables (1,

porque solo hay un "1" entre el número de casos posibles (12, porque hay 12 posibles valores), obtenemos dicha probabilidad.

Pero, ¿qué sucedería si repitiéramos el experimento de lanzar un dodecaedro varias veces, por ejemplo, 10? En cada lanzamiento, la probabilidad seguiría siendo del 8,3%, y podría salir el "8" o no. Podrían salir diez "12" o ninguno en los 10 lanzamientos. 10 es un número pequeño.

Sin embargo, ¿qué sucedería si en lugar de 10 lanzamientos repetimos el experimento con 100? ¿y con 1000? Bien, aquí entra en juego la Ley de los Grandes Números, que dice así:

*"La frecuencia relativa de un suceso tiende a estabilizarse hacia una constante a medida que se repite el experimento."*

Recordemos que la frecuencia relativa de un suceso A (obtener un "8"), al realizarse un experimento N veces, se obtiene de dividir la frecuencia absoluta (las veces que sale el "8"), dividido por el número total de veces que se ha repetido el experimento.

Y, ¿hacia qué valor constante tiende a estabilizarse la frecuencia relativa del suceso "obtener un 8" cuando repetimos el experimento, por ejemplo, 1000 veces. Puedes comprobarlo en la gráfica, resultado de una simulación realizada con un hoja de cálculo, y que es el objetivo de esta actividad.

Con el objetivo de comprobar que efectivamente la Ley de los Grandes Números se cumple, propongo una actividad para trabajar con las TIC, que consiste en diseñar una hoja de cálculo capaz de simular el experimento de lanzar "N" veces un dodecaedro

La hoja de cálculo agrupará los lanzamientos de 12 en 12, para ir calculando automáticamente las veces que se obtiene un determinado resultado y la frecuencia relativa de tal suceso. Finalmente, se generará con el programa una gráfica que mostrará cómo la frecuencia relativa tiende a una constante.

la Figura muestra hasta 168 lanzamientos. Para esta actividad diseñaremos la hoja de cálculo para simular hasta 1000 repeticiones del experimento.

Celda Fórmula Explicación

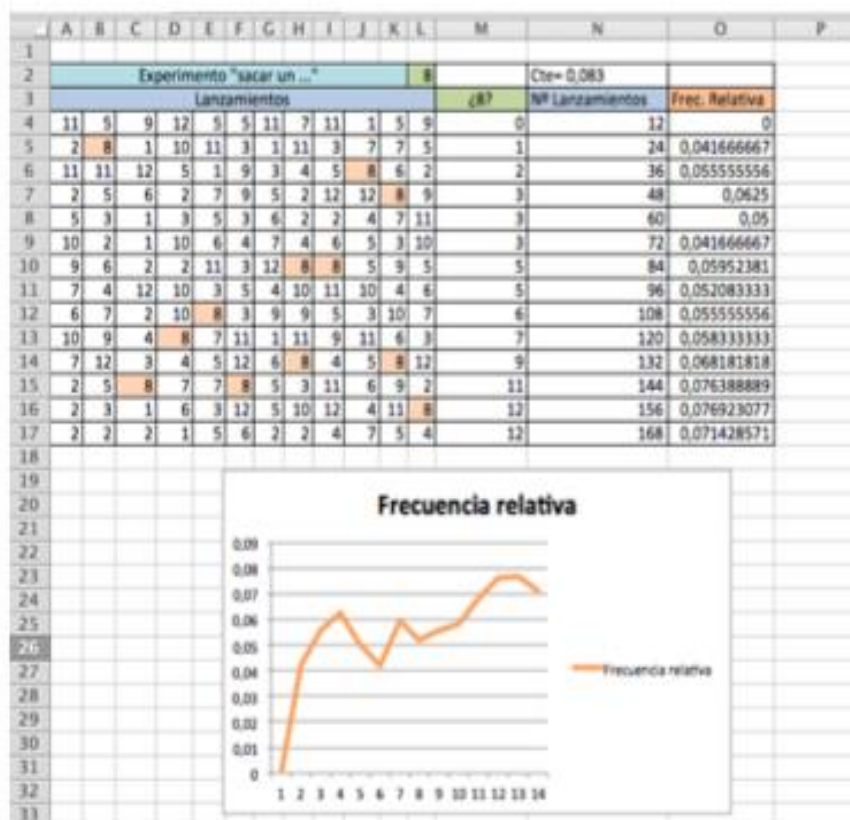
A4 =ALEATORIO.ENTRE (1;12) Genera un número al azar entre 1 y 12

M3 =CONTAR.SI(\$A\$6:J6;\$J\$2) Cuenta los "8" (o el número que aparezca en L2) que hay desde A4.

L3 =CONTAR(\$A\$4:L4) Cuenta los números que hay desde A4



O3 =M4/N4 Frecuencia relativa. Número de casos favorables



La Figura muestra hasta 168 lanzamientos. Para esta actividad diseñaremos la hoja de cálculo para simular hasta 1000 repeticiones del experimento.

Celda Fórmula Explicación

A4 =ALEATORIO.ENTRE (1;12) Genera un número al azar entre 1 y 12

M3 =CONTAR.SI(\$A\$6:J6;\$J\$2) Cuenta los "8" (o el número que aparezca en L2) que hay desde A4.

L3 =CONTAR(\$A\$4:L4) Cuenta los números que hay desde A4

O3 =M4/N4 Frecuencia relativa. Número de casos favorables



---

Hay que tener en cuenta que cuando las fórmulas en M4 y L4 se apliquen al resto de filas, la celda A4 quedará fijada (se ha indicado con los símbolos "\$" de la forma \$A\$4), y por lo tanto en cada fila se estará haciendo un recuento de forma acumulada de los lanzamientos en las filas anteriores. Podemos observarlo en la columna "M", en la que aparece en número de lanzamientos. En la hoja de cálculo de ejemplo aparecen resaltados en naranja los resultados de lanzamientos que corresponden con el número "8". Para conseguir este efecto se ha utilizado la opción de "Formateo condicional" que aparece en el menú "Formato".

3. Finalmente los estudiantes confrontaran los resultados obtenidos en los lanzamientos y podremos evidenciar cual es el número que mas veces puede salir, también dirán que paso cuando se aumento el número de lanzamientos para así llegar a diferentes conclusiones y cumplir con los objetivos de la guía.

## APPLET GEOGEBRA “APRENDIENDO

### ALEATORIEDAD?

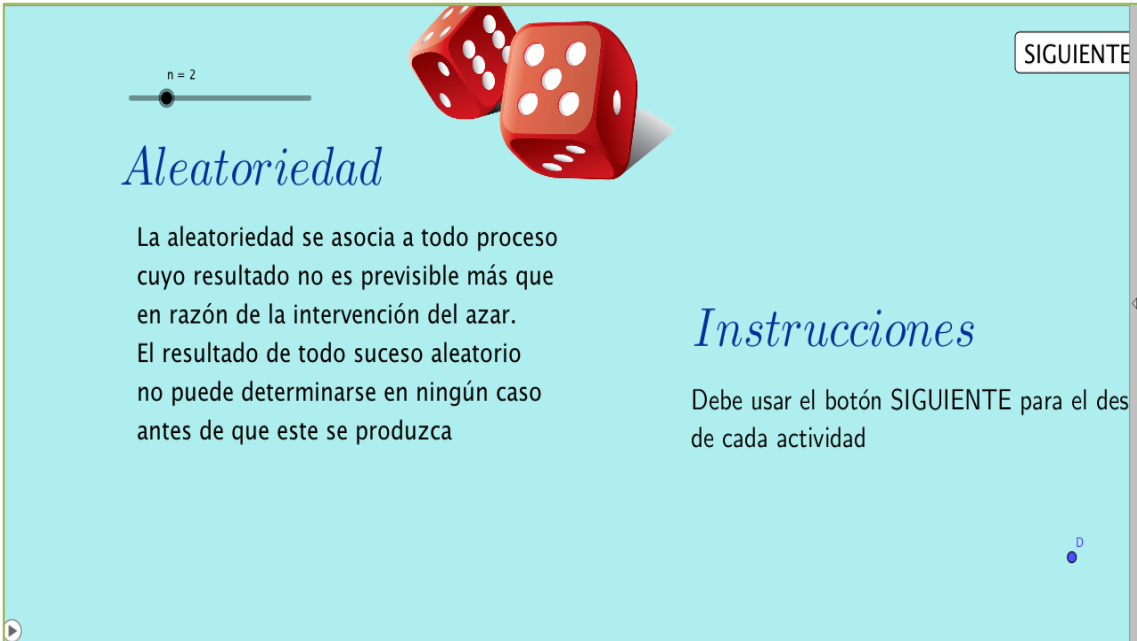


*Aprendiendo aleatoriedad*

SIGUIENTE

Trabajo de investigación  
Paola Karine Ojeda  
Rogelio Andrés López  
Yasmina Moyano Romero

Entrada:



*Aleatoriedad*

$n = 2$

La aleatoriedad se asocia a todo proceso cuyo resultado no es previsible más que en razón de la intervención del azar. El resultado de todo suceso aleatorio no puede determinarse en ningún caso antes de que este se produzca

*Instrucciones*

Debe usar el botón SIGUIENTE para el des de cada actividad

SIGUIENTE

Al realizar 10 movimientos de nuestras Balotas  
¿Cuál es la probabilidad de que salga el número 3 en alguna de estas balotas?

8 1 6

JUGAR

SIGUIENTE

Detailed description: This slide features a yellow background with a red mountain range at the bottom. Three circular balls are displayed: a purple ball with the number 8, a red ball with the number 1, and a blue ball with the number 6. A white button labeled 'JUGAR' is positioned below the red ball. In the top right corner, a white button labeled 'SIGUIENTE' is visible. The text asks for the probability of drawing the number 3 in any of the balls after 10 trials.

n = 3

Si el número de lanzamientos es alto ¿La probabilidad  
de obtener tres balotas impares aumenta?

8 1 6

JUGAR

SIGUIENTE

Detailed description: This slide is identical in layout to the first slide, with a yellow background and red mountains. It features the same three balls (8, 1, 6) and the 'JUGAR' button. The text asks whether the probability of drawing three odd balls increases as the number of trials increases. A small 'n = 3' is located in the top left corner. The 'SIGUIENTE' button is in the top right corner.

¿El resultado de la segunda y tercer balota depende de la anterior?

8 1 6

JUGAR

SIGUIENTE

The image shows a digital interface with a yellow background and a red mountain range at the bottom. Three large circles are arranged horizontally, containing the numbers 8 (purple), 1 (red), and 6 (blue). A 'JUGAR' button is centered below the circles. A 'SIGUIENTE' button is in the top right corner. The question asks if the result of the second and third balls depends on the first.

La probabilidad de obtener tres números iguales depende del número de lanzamientos?

8 1 6

JUGAR

SIGUIENTE

The image shows a digital interface identical to the one above, with the same yellow background, red mountains, and three circles containing the numbers 8, 1, and 6. A 'JUGAR' button is centered below the circles, and a 'SIGUIENTE' button is in the top right corner. The question asks if the probability of getting three equal numbers depends on the number of throws.

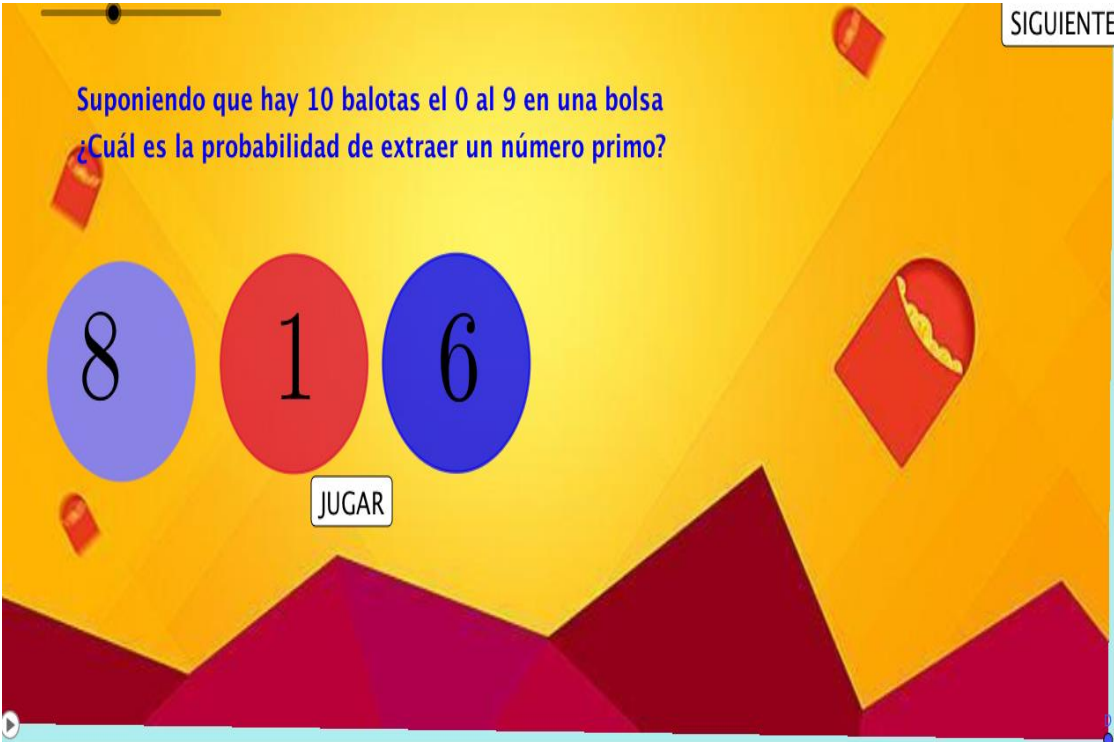


SIGUIENTE

Suponiendo que hay 10 balotas el 0 al 9 en una bolsa  
¿Cuál es la probabilidad de extraer un número primo?

8 1 6

JUGAR



SIGUIENTE

¿Cuál es la probabilidad de sacar al menos un número primo  
de la situación modelada?

8 1 6

JUGAR



¿Cuál es la probabilidad de que en las tres balotas  
saga el mismo número?

8 1 6

JUGAR

SIGUIENTE