

Uso del GeoGebra como estrategia didáctica para la solución de problemas  
de ángulos de elevación y depresión

**Willinton Hinojosa.**

**Noviembre 2020.**

Universidad Católica de Manizales

Facultad de educación

Licenciatura en Matemática y Física

Copyright © 2020 por Willinton Hinojosa. Todos los derechos reservados.

## **Dedicatoria**

Al creador de todas las cosas, el que me ha dado la fortaleza para continuar cuando a punto de caer he estado; por ello, con toda la humildad que de mi corazón puede emanar, dedico primeramente mi trabajo a Dios.

De igual forma dedico este trabajo a mi madre que ha sabido formarme con buenos sentimientos, hábitos y valores, lo cual me ha ayudado a salir adelante en los momentos más difíciles.

A mi familia en general porque me han brindado su apoyo incondicional y por compartir conmigo buenos y malos momentos.

Y a un amigo, Adalberto Granja Asprilla que gracias a su apoyo, y conocimientos hicieron de esta experiencia una de las más especiales.

## **Agradecimientos**

Agradezco primero a Dios por protegerme durante todo mi camino y darme fuerza para superar obstáculos y dificultades a lo largo de toda mi vida.

Doy gracias a mis estudiantes por permitirme realizar las actividades para cumplir con el trabajo investigativo y a los docentes de la licenciatura. Dar un reconocimiento y agradecimiento muy especial a la docente Mg. Paula Andrea Osorio Gutiérrez por sus asesorías para la realización de este trabajo.

Gracias a todas las personas que ayudaron directa e indirectamente en la realización de este proyecto.

## Resumen

La investigación tiene como objetivo utilizar herramientas tecnológicas de GeoGebra y diferentes registros de representaciones semióticas de estudiantes de secundaria de la institución educativa Teófilo Roberto Potes para registrar las peculiaridades del proceso de enseñanza de ángulos de elevación y depresión.

Los métodos utilizados incluyen análisis cuantitativo. Utilice el análisis descriptivo para describir la importancia de las herramientas técnicas, su contribución a la enseñanza y el aprendizaje de ángulos de depresión alta y baja, y las dificultades que encuentran los estudiantes al lidiar con ángulos de depresión alta y baja en diferentes tipos de registros.

La población está compuesta por 33 estudiantes del área urbana. En la etapa inicial se realizó una prueba diagnóstica (conocimientos previos) y luego se implementó una guía de trabajo con el apoyo del Applet diseñado y construido por los investigadores para promover la visualización en la enseñanza de la trigonometría. La comunicación produce ideas matemáticas como elemento básico de las habilidades integrales en el campo. El subprograma se utilizó con GeoGebra y se volvió a realizar la prueba final. En las pruebas y directrices de conocimientos existentes, se utilizan dos tipos de símbolos para representar registros: álgebra y gráficos

Los resultados muestran que el proceso de enseñanza y aprendizaje con la ayuda de las herramientas tecnológicas de GeoGebra es más efectivo. Los estudiantes pueden aprender matemáticas a partir de la experiencia y reflexiones sobre las acciones realizadas con la herramienta, de manera que puedan establecer hipótesis, practicar diferentes métodos y estrategias de resolución de problemas, y tener formas de encontrar y corregir errores. El proceso también puede desarrollar habilidades matemáticas generales, como resolución de problemas, modelado e intercambio de ideas, que también pueden responder a modelos de enseñanza multidimensionales basados en las capacidades de las instituciones educativas Teófilo Roberto Potes.

### **Abstract**

The research aims to use the technological tools of GeoGebra and different records of semiotic representations of high school students from the Teófilo Roberto Potes educational institution to record the peculiarities of the teaching process of elevation angles and depression.

The methods used include quantitative analysis. Use descriptive analysis to describe the importance of technical tools, their contribution to the teaching and learning of angles of high and low depression, and the difficulties students encounter in dealing with angles of high and low depression in different types of records .

The population is made up of 33 students from the urban area. In the initial stage, a diagnostic test (previous knowledge) was carried out and then a work guide was implemented with the support of the Applet designed and built by the researchers to promote visualization in the teaching of trigonometry. Communication produces mathematical ideas as a basic element of comprehensive skills in the field. The subprogram was used with GeoGebra and the final test was performed again. In existing knowledge tests and guidelines, two types of symbols are used to represent records: algebra and graphs.

The results show that the teaching and learning process with the help of GeoGebra technological tools is more effective. Students can learn mathematics from experience

and reflections on the actions carried out with the tool, so that they can establish hypotheses, practice different methods and strategies for solving problems, and have ways to find and correct errors. The process can also develop general mathematical skills, such as problem solving, modeling and brainstorming, which can also respond to multidimensional teaching models based on the capacities of Teófilo Roberto Potes educational institutions.



## Tabla de Contenidos

Resumen.....	v
Lista de figuras.....	xi
Capítulo 1 Planteamiento del problema.....	1
1.1 Introducción .....	1
1.2 Escenario educativo .....	2
1.3 Justificación .....	3
1.4 Objetivos.....	5
1.4.1 Objetivo general.....	5
1.4.2 Objetivos específicos.....	5
1.5 Formulación del problema.....	5
Capítulo 2 Marco Referencial.....	7
2.1 Introducción .....	7
2.2 Marco de antecedentes.....	7
2.3 Marco conceptual.....	13
2.4 Marco pedagógico.....	19
Capítulo 3.....	22
Diseño Metodológico.....	22
3.1 Introducción .....	22
3.2 Descripción general del estudio.....	22
3.2.1 Enfoque .....	22
3.2.1 Tipo de investigación.....	23
3.2.2 Diseño de la investigación.....	23
3.2.3 Sujetos de estudio .....	24
3.3 Fases del estudio .....	24
Capítulo 4.....	27
Análisis de resultados .....	27
4.1 Introducción .....	27
4.2 Análisis de resultados .....	27
4.2.1 Análisis de la prueba diagnóstico o saberes previos.....	27
4.2.2 Análisis de la guía.....	32
4.2.3 Análisis descriptivo de la estrategia con el GeoGebra.....	33
4.2.4 Cuestionario evaluando la estrategia de aprendizaje .....	36
Capítulo 5.....	39
Conclusiones y recomendaciones .....	39
5.1 Introducción .....	39
5.2 Respuesta a las preguntas de investigación .....	39
5.2.1 Respuesta a la pregunta central.....	39
5.2.2 Respuesta a las preguntas auxiliares.....	40

**Lista de tablas**

Tabla 1. Fases de investigación .....	24
Tabla 2. Análisis de los saberes previos .....	31
Tabla 3. Análisis de los saberes previos .....	33
Tabla 4. Análisis cuestionario.....	37

**Lista de figuras**

Figura 1. Aplicación de los saberes previos.....	28
Figura 2. Applet 1. fundamentación de ángulos de elevación y depresión.....	35
Figura 3. Cuestionario de validación de conocimientos .....	38
Figura 4. Pantalla de inicio. Applet 1 .....	7
Figura 5. Pantalla de explicación ángulo de elevación y depresión. Applet 1.....	8
Figura 6. Pantalla actividad de simulación. Applet 1 .....	9
Figura 7. Pantalla actividad final. Applet 1 .....	10
Figura 8. Pantalla inicial. Applet 2. ....	11
Figura 9. Problema de aplicación 1. Applet 2.....	12
Figura 10. Problema de aplicación 2. Applet 2.....	12
Figura 11. Problema de aplicación 3. Applet 2.....	13
Figura 12. Problema de aplicación 4. Applet 2.....	13
Figura 13. Problema de aplicación 5. Applet 2.....	14
Figura 14. Problema de aplicación 6. Applet 2.....	14



## **Capítulo 1**

### **Planteamiento del problema**

#### **1.1 Introducción**

A través de la historia se ha observado el gran problema que tienen la mayoría de los estudiantes a la hora de ver el área de matemáticas, en la poca utilización de diferentes estrategias didácticas por parte de los docentes, ya que en ella han permanecido las metodologías tradicionales, hoy en día la matemática necesita propuestas activas que ayuden a la formación integral del estudiante. Descubrir propuestas didácticas que permitan al docente afirmar el proceso de aprendizaje y de esta forma motivar al estudiante a fortalecer sus capacidades y así aportar a su propia formación.

Al hacer el diagnóstico de los estudiantes del grado 10° del Colegio Teófilo Roberto Potes, la problemática observada lleva a plantear un camino de mejoramiento para la enseñanza y aprendizaje de las funciones trigonométricas, a través del uso de herramientas tecnológicas con el fin de desarrollar habilidades cognitivas en los estudiantes y mejorar su rendimiento académico.

Por consiguiente, aparece la necesidad de mejorar los contenidos de la trigonometría con estrategias metodológicas más didácticas y participativas para los estudiantes, la aparición de nuevas herramientas tecnológicas permite que los estudiantes se entusiasmen en buscar y hacer del aprendizaje algo dinámico y enriquecedor. Según Duval (2004), el aprendizaje de la matemática es un campo de estudio ventajoso para el estudio de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos.

Enseñar y aprender matemática hace que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el lenguaje gráfico, la utilización de diferentes formas de representación y de enunciado. El objetivo principal de la enseñanza de la matemática en el bachillerato hacer que los estudiantes amplíen sus capacidades de conocimiento, abstracción y de razonamiento lógico-matemático; que se expresa en el conocimiento de los conceptos y propiedades, su disposición para aplicarlos en la resolución de problemas diversos. Para el logro de este propósito, es necesario que los docentes que enseñan esta disciplina científica tengan un gran conocimiento profundo de la matemática, para así entregar un buen legado a sus discípulos.

## **1.2 Escenario educativo**

En la enseñanza general de trigonometría y matemáticas, es importante utilizar el lenguaje visual para traer ideas abstractas a los estudiantes, lo que significa usar herramientas, por lo que cuando no se aprende bien, la enseñanza de trigonometría no es una cosa. Además de las pizarras y marcadores tradicionales, otros recursos de presentación suelen ser herramientas utilizadas por los profesores de matemáticas en áreas especiales. Para los estudiantes, si son una herramienta, están limitados a usar una calculadora para encontrar la razón trigonométrica de un ángulo dado.

En cuanto al uso de herramientas, creen que el proceso de enseñanza de la trigonometría se volverá rutinario, mecánico y memorable sin condiciones suficientes; por otro lado, desde una perspectiva cognitiva, los estudios han demostrado que la trigonometría es No se enfatiza el concepto de razón de triángulos porque su uso se

generaliza a cualquier tipo de triángulos para los cuales los recursos de representación computacional pueden optimizar el aprendizaje. Por otro lado, señalaron que la importancia de la trigonometría en la escuela media ha disminuido, e incluso sugirieron que los estudiantes con buenas habilidades matemáticas tienen lagunas en los conceptos trigonométricos más básicos. Uno de los principales objetivos de la educación actual es desarrollar la capacidad de concebir soluciones originales e innovadoras entre los estudiantes mediante el uso de tecnologías de la información y la comunicación.

La propuesta de la investigación se aplicó en Barrio Bellavista Cra, Colombia. 47 # 5-17 Durante la jornada de la noche en la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes en Buenaventura, dos cursos de décimo grado compuestos por 33 alumnos. Hay una sala de computadoras. La escuela ofrece servicio de Internet y conexión Wi-Fi. El aula de nuestro maestro de matemáticas (un aula para cada maestro) está equipada con elementos audio visuales, que se puede usar para proyectar. De lo contrario, a veces se usa el proyector en el aula de video. Los estudiantes están en el aula de acuerdo con la rotación de clases. Tienen entre 17 y 40 años, y la mayoría se encuentra en las clases económicas 1 y 2

### **1.3 Justificación**

En el proceso de aprendizaje de la trigonometría y en general de las matemáticas, los estudiantes afrontan una gran desmotivación por el grado de dificultad y estigmatización que afronta dicha área, lo cual se convierte en un reto para el docente para procurar hacer de la enseñanza un proceso interesante, útil y motivador. Es allí

donde el docente debe dotarse de estrategias didácticas, como las herramientas tecnológicas que en este caso permitan cautivar la atención de sus estudiantes y llevarlos al maravilloso mundo de las matemáticas, y gestionar el proceso enseñanza - aprendizaje mediante prácticas pedagógicas interesantes y versátiles, que conserven y garanticen la propuesta curricular permitiendo dar paso a la innovación mediante el eje articulador de la ciencia y la tecnología.

Con el presente proyecto se busca dar prioridad al uso de herramientas tecnológicas que faciliten la comprensión de las temáticas, el desarrollo de competencias básicas para la solución de problemas planteadas en contexto. Posibles actores potenciales que favorecen los procesos académicos en la enseñanza y aprendizaje de la trigonometría en el grado 10° de bachillerato.

Quienes se verán favorecidos de la investigación serán:

- Docentes, para implementar en la enseñanza de la trigonometría el uso de la tecnología computacional.
- Estudiantes, ya que son actores activos del proceso de enseñanza, porque además de interactuar con herramientas tecnológicas, tienen la facilidad de deducir y construir su propio conocimiento a partir de un aprendizaje constructivista y/o autónomo.
- Futuras investigaciones que impliquen usar herramientas tecnológicas computacionales y material en concreto en la enseñanza de las razones trigonométricas, como una mediación pedagógica para conjeturar y deducir matemáticamente.



## **1.4 Objetivos**

### **1.4.1 Objetivo general**

Diseñar una estrategia didáctica para la solución a problemas de ángulos de elevación y depresión a través del GeoGebra.

### **1.4.2 Objetivos específicos.**

Identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes con respecto al concepto de ángulos y triángulos.

Diseñar una estrategia encaminada a la conceptualización de las funciones trigonométricas para dar solución a problemas de triángulos rectángulos.

Aplicar la estrategia didáctica que permita dar solución a problemas de ángulos de elevación y depresión.

Determinar la incidencia que tiene la propuesta didáctica en los estudiantes, documentando el avance al solucionar de ángulos de elevación y depresión.

## **1.5 Formulación del problema.**

Una de las estrategias para resolver (o incluso resolver parcialmente) los problemas en la enseñanza de la trigonometría es implementar el desarrollo de la clase a través de modelos de enseñanza, lo que nos llevó a plantear el problema de esta investigación en los siguientes términos: Con el apoyo del software GeoGebra, en el proceso de enseñanza del concepto, características y aplicación de las funciones

trigonométricas, se elabora, implementa y desarrolla el modelo de enseñanza; ¿se mejora significativamente el desempeño académico de los estudiantes de décimo grado?

A partir de todo lo mencionado se plantea el siguiente interrogante para la investigación:

¿Qué estrategia didáctica se puede implementar para solucionar problemas de ángulos de elevación y depresión a través del GeoGebra?

De la pregunta de investigación se desprenden las siguientes preguntas auxiliares:

- ¿Cómo Identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes con respecto al concepto de ángulos y triángulos?
- ¿Cómo Diseñar una estrategia encaminada a la conceptualización de las funciones trigonométricas para dar solución a problemas de triángulos rectángulos?
- ¿Cómo Aplicar la estrategia didáctica que permita dar solución a problemas de ángulos de elevación y depresión?
- ¿Cómo determinar la incidencia que tiene la propuesta didáctica en los estudiantes, documentando el avance al solucionar de ángulos de elevación y depresión?

## **Capítulo 2**

### **Marco Referencial**

#### **2.1 Introducción**

En el presente trabajo se realiza un análisis de algunos de los estudios e investigaciones realizados en la utilización de la geometría dinámica, en el proceso de conceptualización del triángulo rectángulo y sus elementos y la aplicación del modelo de las razones trigonométricas.

#### **2.2 Marco de antecedentes**

En una exploración minuciosa, es necesario expresar en el siguiente trabajo, la necesidad que tiene la humanidad y particular todo lo académico del globo terráqueo por encontrar la forma de como proponer una transposición didáctica en la trigonometría, que se pueda captar el interés y la atención de la población con el fin de dar una solución a problemas de la vida real.

Con el fin de encontrar un punto de partida en esta propuesta, se realiza una investigación a nivel regional, nacional e internacional de cómo se está trabajando actualmente la enseñanza de la trigonometría y sus conceptos, haciendo énfasis en el tema de las funciones trigonométricas y la aplicación de la geometría dinámica ya que en muchas ocasiones, se trabaja el tema, sin tener en cuenta que el mismo estudiante puede hacer conjeturas y deducciones mediante conocimientos recibidos, el cual le permiten encontrar similitudes que luego puede aplicarlas en la realidad.

Particularmente se analizan tres investigaciones realizadas a nivel de maestría que aportan algunos elementos de análisis para el presente trabajo. Carmona, J.W. (2011),

encuentra que la geometría dinámica ayuda a que los estudiantes, en general, descubran, aprendan, y comprendan las propiedades y conceptos de circunferencia, cuerda, diámetro, radio, arco y centro y la definición del objeto geométrico circunferencia.

ESTRATEGIA DIDACTICA COMO APOYO AL APRENDIZAJE DE LA  
TRIGONOMETRIA EN ALUMNOS TERCER AÑO DE ENSEÑANZA MEDIA  
(Donoso, 2012)

En esta tesis de maestría el autor da a conocer la elaboración de una estrategia didáctica para el proceso de enseñanza - aprendizaje de la trigonometría en el grado decimo con la ayuda de las Tics para evaluar su efecto, orientado al desarrollo de los contenidos de dicha unidad, apoyándose de una página interactiva y uso del internet, para los alumnos logren mejores resultados de una manera más

EL USO DE GEOGEBRA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS IDENTIDADES  
TRIGONOMÉTRICAS, UNA APROXIMACIÓN DESDE MÚLTIPLES  
REPRESENTACIONES. (Carmona, 2016)

En esta tesis de Maestría el autor busco describir las características que debe tener un proceso de enseñanza para que contribuya al aprendizaje de las identidades trigonométricas, utilizando diferentes registros de representaciones semióticas (RRS) con estudiantes de educación media. Para realizar éste trabajo tuvo en cuenta las teorías

descritas por Raymond Duval, sobre la utilización de los RRS y realizo el análisis mediante la prueba de Hake, la cual midió el factor de ganancia del aprendizaje. El proceso metodológico conto con el uso de objetos virtuales de aprendizaje (OVA) para favorecer la visualización, conjetura y comunicación de ideas matemáticas como elementos fundamentales de las competencias generales de matemáticas.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA COMO APOYO AL APRENDIZAJE DE LA  
TRIGONOMETRÍA EN ALUMNOS TERCER AÑO DE ENSEÑANZA MEDIA  
(Gormaz G. A, 2012)

La investigación se lleva a cabo en el ámbito del apoyo técnico a los docentes. Su objetivo principal es utilizar las Tics para proponer estrategias de enseñanza a los docentes en el campo de la trigonometría de educación secundaria. La investigación se basa en estrategias de enseñanza y aprendizaje significativas. Al comparar los resultados y la información obtenida, se puede comprobar que la estrategia de enseñanza utilizada por la mayoría de los docentes es la exposición. Por ello, se recomienda utilizar estrategias de enseñanza apoyadas en tecnologías de la información y la comunicación para demostrar que la propuesta es aplicable a las instituciones participantes.

**Marco legal**

La siguiente es la descripción propuesta por el Ministerio de Educación en el primer año (2015-2016) y el segundo año (2016-2017) abreviado como MEN sobre Derechos Básicos de Aprendizaje

El Ministerio de Educación Nacional viene estudiando diferentes estrategias y herramientas para mejorar la calidad de la educación en el país y desempeñar un papel en las instituciones educativas. “Una de estas herramientas es el derecho básico de aprendizaje (DBA) para todos los participantes del sector educativo, para que puedan determinar lo que aprenden los estudiantes y formular las acciones necesarias para asegurar lo necesario para el aprendizaje” (DBA. 2015. p. 3)

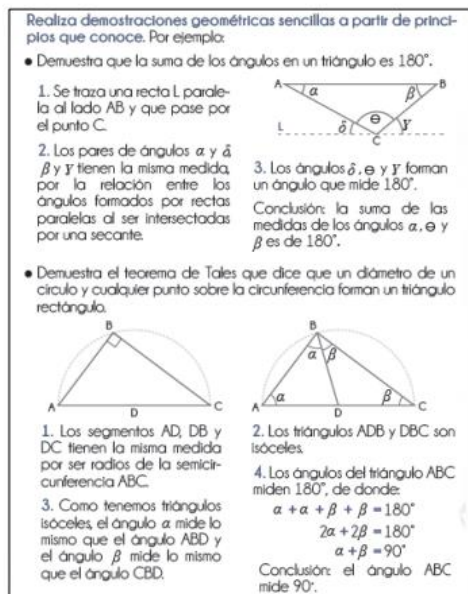
Para comodidad de los lectores, al hablar de MEN (2015), nos referiremos a la primera edición, y MEN (2016) es la segunda edición. Es importante enfatizar que los objetivos de las dos versiones son los mismos y los cambios entre ellos se pueden encontrar en su estructura de conocimiento.

El DBA en MEN (2015) plantea una propuesta de conocimientos básicos y conocimientos importantes. Cuando la propuesta se incorpora como objeto didáctico, puede garantizar las condiciones de equidad educativa; su estructura es similar a la Guía Curricular de Matemáticas MEN (1998) y Matemáticas MEN Los estándares básicos de competencia (2006) siguen siendo los mismos. La importancia es que plantearon los elementos de construir una ruta de aprendizaje estructurada para cada año académico, cuyo propósito es que los estudiantes cumplan con los estándares básicos propuestos y organizados en el campo de la lengua y las matemáticas desde el primer grado hasta el undécimo grado.

De esta forma, el derecho básico al aprendizaje busca orientar el desarrollo paulatino del docente, que es el progreso que debe realizar en la construcción de sus conocimientos matemáticos y de los alumnos en cada curso escolar. De igual forma, (DBA, 2015)

resultó ser un referente para la planificación del aula, y su estructura se basa en una serie de checklists desplegados por preguntas de aplicación que caracterizan los tipos de ejercicios en los que deben participar los estudiantes. La capacidad de comprender y desarrollarse en un año escolar. La siguiente figura muestra cómo hacer esta estructura. Ahora bien, en el caso de esta carrera, (DBA 2015) propone una estructura de conocimientos básicos que los estudiantes deben saber explicar. Este conocimiento se propone en torno a las razones trigonométricas del noveno grado. Se indica claramente que en los grados superiores, Las unidades de trabajo se modelan para conceptos como funciones trigonométricas, y estos conceptos no se considerarán en este trabajo. Es por eso que el DBA correspondiente al desarrollo de la relación triangular relevante se muestra en la Figura 35 a continuación.

Figura 1. Caracterización de los saberes para las razones trigonométricas



Responde a sugerencias (MEN, 2015) sobre el noveno grado de secundaria. Aquí se plantean una serie de preguntas y luego se dan respuestas, porque este es un ejemplo de lo que esperan los estudiantes (página 31)

Por ello, el DBA introdujo a su vez otros ejemplos correspondientes a la relación triangular, estos ejemplos se pueden evaluar según la preferencia del lector porque siguen existiendo bajo la misma distribución. A los efectos del aprendizaje en el aula, la figura anterior muestra algunos conocimientos que los estudiantes deben dominar antes del teorema para que puedan utilizar los conocimientos previamente adquiridos para demostrarlo, como usar seno, coseno y por otro lado, conocer el seno, coseno y tangente de un triángulo regular. La relación triangular es muy conveniente. Es comprensible que para un cierto ángulo  $\alpha$ , la relación  $\text{sen } \alpha$ ,  $\text{cos } \alpha$  no tenga nada que ver con el valor medido de la longitud del lado del triángulo (MEN, 2015, página 30).



### **2.3 Marco conceptual.**

La historia de los eventos que desencadenaron el concepto de matemáticas proporciona a los docentes un montón de preguntas y ricas estrategias de enseñanza. En cierto sentido, el docente da las siguientes instrucciones: “Debido a la fusión, esta situación está más allá del alcance del aprendizaje pasivo. En el proceso de enseñanza incluye principalmente los siguientes aspectos: las actividades de los estudiantes, el uso de materiales, los problemas situacionales, los grupos de trabajo, el uso de diferentes formas de expresión, la relación entre diferentes contenidos, etc. Antecedentes biográficos.

No basta con comprender las anécdotas superficiales del tema y los nombres específicos de autores importantes. Es necesario comprender su trabajo y reconstruirlo de manera rigurosa para que la historia se pueda utilizar como recurso didáctico. Esto permite a los profesores diagnosticar si los alumnos tienen obstáculos similares a los anteriores antes de consolidar la teoría que han aprendido. “La historia puede proporcionar (a los profesores) una visión humana real de las ciencias y las matemáticas, y los matemáticos también la necesitan”. En este sentido, los lectores encontrarán referencias constantes en las actividades con los estudiantes. Afirma que "Cualquiera que quiera hablar de ciencias naturales y nadie tenga que hacerlo debe comprender completamente el tema y evitar declaraciones arbitrarias sobre la ciencia o su epistemología". Esto permitirá a los profesores hacer lo que Chevallard (1991) menciona.

Los "cambios docentes", es decir, pueden adaptarse a las complejas teorías de las asignaturas científicas en el aula.

### **Aprendizaje significativo de Ausubel**

Durante mucho tiempo, la gente creyó que el aprendizaje era sinónimo de cambio de comportamiento, porque el punto de vista conductual de la educación dominaba el trabajo. Sin embargo, es seguro decir que el aprendizaje humano no se limita a simples cambios de comportamiento, sino que también conduce a cambios en el significado de la experiencia

La experiencia humana significa no solo pensamientos, sino también emociones, y solo cuando se consideran en conjunto, los individuos pueden enriquecer el significado de su experiencia.

Para comprender el trabajo educativo es necesario considerar los otros tres elementos del proceso educativo: el docente y sus métodos de enseñanza; la estructura de conocimiento que constituye el currículo, los métodos de producción y el marco social del proceso educativo.

Los contenidos anteriores se desarrollan en el marco de la educación psicológica, dado que la psicología de la educación trata de explicar la naturaleza del aprendizaje en el aula y los factores que afectan el aprendizaje en el aula, estos fundamentos psicológicos brindan al docente el principio del autodescubrimiento. Un método de enseñanza más eficaz, porque tratar de descubrir métodos mediante "prueba y error" es un procedimiento

ciego y, por lo tanto, se vuelve innecesariamente difícil y antieconómico (Ausubel: 1983).

En este sentido, la "teoría del aprendizaje" proporciona una explicación sistemática, coherente y unificada de cómo se aprende; cuáles son las limitaciones del aprendizaje; por qué se olvida lo que ha aprendido; y complementa la teoría del aprendizaje "principio de aprendizaje" que descubrimos. "Porque son los encargados de estudiar los factores que contribuyen al aprendizaje, y en ello se basará el trabajo educativo; en este sentido, si los docentes realizan su trabajo según los principios de aprendizaje establecidos, podrán elegir racionalmente nuevas técnicas de enseñanza y mejorar su labor. eficacia. En este sentido, la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel proporciona un marco apropiado para el desarrollo del trabajo educativo y el diseño de tecnología educativa consistente con estos principios, y constituye un marco teórico propicio para el proceso anterior.

Ausubel cree que el aprendizaje de los estudiantes depende de la estructura cognitiva previa relacionada con la nueva información y debe entenderse a través de la "estructura cognitiva", los conceptos que tienen los individuos en un campo específico de conocimiento, la colección de ideas y su organización.

En el proceso orientado al aprendizaje, es importante comprender la estructura cognitiva de los estudiantes. Esto no es solo para comprender la cantidad de información que posee, sino también para comprender los conceptos y proposiciones con los que tiene que lidiar, y su estabilidad. Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel proporcionan un marco para el diseño de herramientas metacognitivas. El marco permite comprender la

organización de la estructura cognitiva de los estudiantes, lo que puede orientar mejor el trabajo educativo, que ya no se considerará Una tarea se desarrolla con la "mente vacía", o el aprendizaje del alumno parte de "cero", no es así, pero el alumno tiene una serie de experiencias y conocimientos que inciden en el aprendizaje, que pueden ser utilizados en su beneficio.

Ausubel cree que el aprendizaje de los estudiantes depende de la estructura cognitiva previa relacionada con la nueva información y debe entenderse a través de la "estructura cognitiva", los conceptos que tienen los individuos en un campo específico de conocimiento, la colección de ideas y su organización.

Ausubel resumió este hecho en la inscripción de su obra de la siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".

Cuando el contenido: está conectado de manera arbitraria y sustantiva (en lugar de letras) con lo que el alumno ya sabe, el aprendizaje es significativo. A través de relaciones sustanciales y no arbitrarias, debe entenderse que estas ideas están relacionadas con algunos aspectos existentes particularmente relevantes de la estructura cognitiva del estudiante, como imágenes, símbolos, conceptos o proposiciones ya importantes (Ausubel, 1983: 18).

Esto significa que en el proceso educativo, es importante considerar las formas que el individuo ya conoce para conectarlo con lo que debe aprender. Si los estudiantes tienen conceptos en su estructura cognitiva, se producirá este proceso. Estos conceptos

son: conceptos, proposiciones, conceptos estables y claros, con los que puede interactuar nueva información.

El aporte Ausubel en el trabajo de investigación permite encontrar en los estudiantes un aprendizaje previo, si un estudiante trae consigo un aprendizaje previo muy seguramente todo un proceso donde se tenga que reaccionar un conocimiento esto va a generar un aprendizaje significativo porque se usan unas estrategias explicativas donde se inclinan por enfoques orientados ya sea por procesos o por indagación o por descubrimiento es así el aporte que da David Ausubel al trabajo investigativo es el saber previo que debe tener el estudiante para poder conceptualizar un nuevo conocimiento.

### **Las representaciones semióticas**

Según Raymond Duval (2004), el aprendizaje de las matemáticas es un área de investigación adecuada para analizar actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. La enseñanza de las matemáticas significa que, además del lenguaje natural o las imágenes, estas actividades cognitivas también requieren diferentes representaciones y expresiones.

En matemáticas hemos descubierto diferentes sistemas de escritura digital, representación simbólica de objetos, álgebra, lógica y escritura funcional, estos sistemas se han convertido en lenguajes paralelos con lenguajes naturales para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, diagramas cartesianos y redes. . Cada una de las actividades anteriores, como gráficos de barras, gráficos circulares, etc., constituyen una forma de símbolo diferente, que puede entenderse como una actividad representada por

una forma de símbolo. El campo de operaciones necesario para cambiar la forma en que se expresa el conocimiento.

Esto es fundamental porque constituye operaciones cognitivas básicas muy relacionadas con la terapia de comprensión y las dificultades de aprendizaje conceptual.

Este puede ser el motivo del obstáculo, solo la coordinación de unos pocos registros semióticos puede ayudar a superarlo, por lo que se vuelve muy importante dominar la capacidad de cambiar cualquier signo de la semiótica en el aprendizaje matemático.

En definitiva, los conceptos matemáticos no son objetos reales, por lo que deben ser investigados e implementados en diferentes representaciones, es importante recordar que no son objetos matemáticos en sí mismos, pero ayudan a comprenderlos. Si no hay diferencia entre un objeto matemático (número, función, línea, triángulo, etc.) y su representación (escritura en forma decimal o decimal, gráficos, gráficos, etc.), es posible que no sepa nada sobre matemáticas. Por otro lado, la notación semiótica no debe confundirse con la notación psicológica (es decir, las imágenes y conceptos que un individuo puede tener para un objeto, una situación, especialmente las cosas relacionadas con él).

En matemáticas, la representación semiótica es importante para la comunicación y el desarrollo de actividades matemáticas. La forma en que se manejan los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación simbólica utilizado. Cuando realizamos cálculos numéricos, nos encontramos con que el sistema de escritura seleccionado es dependiente: escritura decimal, escritura decimal, escritura binaria, etc.

Sin símbolos para indicar el sistema, no se puede realizar el procesamiento matemático. La función terapéutica solo puede realizarse mediante la expresión simbólica, pero no mediante la expresión psicológica. "El uso de la notación simbólica es esencial para las actividades matemáticas e inherente a las actividades matemáticas" (Duval-2004). El avance del conocimiento va acompañado de la creación y desarrollo de nuevos y específicos sistemas de símbolos que conviven con el primer sistema de símbolos, el lenguaje natural

Por consiguiente el aporte que me genera Raymond Duval al trabajo de investigación es todo lo relacionado a la teoría de las representaciones semióticas por que los estudiantes de cierta manera al momento de solucionar situaciones problemas que tengan que ver con ángulos de elevación y depresión los estudiantes tienen que hacer unos cambios de registro esos cambios de registros necesariamente están generando desde las necesidades matemáticas que ellos puedan comprender y transformar un nuevo registro para poder dar solución a situaciones problemas los cambios de registro fueron pensados desde un registro grafico a un registro algebraico para poder determinar una solución a un problema planteado.

#### **2.4 Marco pedagógico**

La enseñanza y el aprendizaje de la matemática siempre han estado rodeada de paradigma, que la describen como una de las ciencias más difíciles de resolver. Al mismo tiempo, es una estrategia y conocimiento básico para el desarrollo de las habilidades cognitivas, para que las personas cuenten con las habilidades necesarias. Esto demuestra

la calidad de la educación en sí. En Colombia, la educación no es ajena al entorno que restringe su desarrollo, y al mismo tiempo la hace única en cuanto a su particularidad. Al respecto, se puede observar que existen algunos retrasos en el currículo de educación matemática en Colombia, los cuales se han estado tratando de corregir desarrollando nuevas y mejores técnicas de enseñanza combinadas con el uso de procesos de mediación y agregando nuevas herramientas técnicas dinámicas. Exigir el propio desarrollo social y humano: para ello el estado a través de políticas y programas educativos, como “Colombia aprende”

Le permite trabajar duro para fortalecer el sistema educativo a través de las habilidades y nuevos conocimientos que sus docentes incorporan en el proceso de formación para reducir las brechas de calidad en la enseñanza de las matemáticas.

Con este fin, el Ministerio de Educación (MEN) ha desarrollado pautas curriculares y pautas de estándares de matemáticas. (MEN 2008), desplegados en diferentes niveles educativos. En este sentido, es necesario prestar atención para darse cuenta de la importancia de formular estrategias en el proceso de enseñanza de las matemáticas, las cuales pueden brindar a los estudiantes la capacidad de expresar diferentes representaciones de un mismo problema. En este sentido, es necesario prestar atención para darse cuenta de la importancia de formular estrategias en el proceso de enseñanza de las matemáticas, las cuales pueden brindar a los estudiantes la capacidad de expresar diferentes representaciones de un mismo problema. En definitiva, pueden



presentar, comprender y explicar problemas de diferentes formas, y al mismo tiempo generar diferentes soluciones a un mismo problema.

## **Capítulo 3**

### **Diseño Metodológico**

#### **3.1 Introducción**

En este capítulo, presentaré la metodología de investigación y desarrollo, que puede dar respuesta a cada acción diseñada para los objetivos planteados en el Capítulo 1, y utilizarla como intermediaria para coordinar el uso de herramientas informáticas utilizando el software GeoGebra para influir en la enseñanza de funciones trigonométricas en el grado 10. En pocas palabras, se refiere al tipo de investigación, diseño de la investigación, población y sujetos participantes de la investigación, y finalmente involucra la etapa con una descripción general para lograr el objetivo propuesto.

#### **3.2 Descripción general del estudio**

##### **3.2.1 Enfoque**

Este trabajo forma parte del campo de la pedagogía matemática investigado como método descriptivo, y tiene como objetivo determinar la particularidad del proceso de enseñanza de funciones trigonométricas para estudiantes de instituciones educativas Teófilo Roberto Potes a través de la tecnología informática (GeoGebra). En su análisis se utilizaron herramientas analíticas tanto cualitativas como cuantitativas, desde el punto de vista cuantitativo por que se obtiene datos susceptibles de análisis estadístico que permite medir los resultados y desde el punto de vista cualitativo por que se analiza las intervenciones y el comportamiento de los participantes sometidos al estudio desde su

entorno natural y su contexto, ambos análisis aportan elementos que permite caracterizar los factores que aporta el uso de las tecnologías para la enseñanza y aprendizaje de la trigonometría.

### **3.2.1 Tipo de investigación.**

La investigación es cualitativa y descriptiva, porque el enfoque de la investigación es comprender los fenómenos de enseñanza y aprendizaje de la trigonometría mediante el uso de herramientas tecnológicas como el GeoGebra, a partir del análisis del comportamiento, contenido y desarrollo de contenidos de los estudiantes. La intención es describir los resultados y la perspectiva de la población objeto de estudio acerca del impacto de la tecnología en la enseñanza de las funciones trigonométricas en el aula.

### **3.2.2 Diseño de la investigación**

Para esta investigación se utilizaron herramientas cuantitativas y cualitativas bajo un diseño descriptivo. El plan de trabajo con el que se pretende estudiar la incidencia del uso de la herramienta Geogebra y los procesos de cambio en una población objeto de estudio que no son asignados de acuerdo con un criterio aleatorio se realiza mediante la aplicación de un pre test que permite diagnosticar los errores conceptuales y procedimentales de los estudiantes, posteriormente el desarrollo de hojas de trabajo que permitan orientar por medio de geometría el abordaje conceptual y un postest para mirar si con el uso de las herramientas tecnológicas se corrigieron los errores detectados en el inicio del estudio.

### 3.2.3 Sujetos de estudio

El grupo seleccionado fue un grado décimo de la Institución Educativa Teófilo, de la ciudad de Buenaventura, con un modelo pedagógico de desarrollo humano Pluridimensional por competencias, con enfoque humanista de la educación. Lo conformaron 33 estudiantes, 5 chicas y 28 chicos entre las edades de 15 y 16 años con estratos económicos entre 4 y 5. Es importante aclarar, que la investigadora de este trabajo también es a la vez la docente de los estudiantes de grado 10°.

### 3.3 Fases del estudio

En la siguiente tabla se presenta de forma resumida las fases que componen el trabajo y la descripción general correspondiente a cada un objetivo propuesto para la investigación:

*Tabla 1. Fases de investigación*

<i>Fases</i>	<i>Descripción de las acciones</i>
<i>Fase inicial</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rastreo a través de los antecedentes y referencias bibliográficas que apoyan los procesos de la trigonometría, herramientas tecnológicas, enseñanza y aprendizaje, registros de representación semiótica y competencias matemáticas.</li> </ul>
<i>Diagnóstico</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseño de la actividad inicial (saberes previos)</li> <li>• Evaluar las competencias que se tienen en el conocimiento de las funciones trigonométricas</li> <li>• Reconocimiento de elementos puntuales para la caracterización en el diseño de los</li> </ul>

***Diseño y construcción del Applet***

applets

- Construcción de applets dinámicos mediado por el software geogebra para la enseñanza y aprendizaje de las funciones trigonométricas con el uso de tecnología computacional

- Diseño y construcción de las hojas de trabajo para cada applet

***Implementación***

Aplicación de las hojas de trabajo al grupo seleccionado con mediación de los applets

***Validación de instrumento***

Análisis de la información que suministraban los estudiantes de manera escrita o verbal en el diagnóstico y en las hojas de trabajo.

- Organización y análisis de los datos obtenidos de las hojas de trabajo y el postest.
- Registros fotográficos

***Implementación***

- Diseño y construcción de las hojas de trabajo para cada applet.

- Aplicación de las hojas de trabajo al grupo seleccionado con mediación de los applets.

***Validación de instrumento***

Análisis de la información que suministraban los estudiantes de manera escrita o verbal en el diagnóstico y en las hojas de trabajo.

- Organización y análisis de los datos obtenidos de las hojas de trabajo y el postest.
- Registros fotográficos

***Análisis y resultados***

- Análisis de la actividad inicial
- Análisis de los applets
- Análisis del cuestionario.

---

### 3.5.2 Diseño de la de guía

A partir de la información recolectada en los saberes previos se elabora una guía de trabajo con el objetivo de que sirvieran para el proceso de enseñanza y aprendizaje de los ángulos de elevación y depresión usando un applets de GeoGebra con el fin de trabajar diferentes registros de representación semiótica. Cada applets estuvo compuesto por:

- Objetivos generales y específicos: Hacía referencia a lo que se pretendía alcanzar con el desarrollo de los applets.
- Secuencia Metodológica: Narración del proceso que debía seguir el estudiante para desarrollar la hoja de trabajo.
- Diagnostico: Conocimiento de los saberes previos de los estudiantes
- Motivación: invitación agradable del tema desde una perspectiva cotidiana sobre el uso de los ángulos de elevación y depresión.
- Conceptos básicos: Teoría que se debía abordar para el desarrollo de las guías .
- Desarrollo de las hojas de trabajo: en este punto e tuvieron en cuenta las competencias matemáticas como la resolución de problemas y la modelación.

Las hojas de trabajo, permite desarrollar una mejor comprensión de los aprendizajes y posibilitan observar el avance de los estudiantes frente al tema para luego crear una nueva hoja de trabajo.

## **Capítulo 4**

### **Análisis de resultados**

#### **4.1 Introducción**

En este capítulo se analizarán los resultados de cada actividad que constituye este proceso de investigación. Esta investigación tiene como objetivo utilizar herramientas técnicas para evaluar el progreso del aprendizaje de los estudiantes con ángulos de elevación y depresión en la trigonometría.

El contenido de este capítulo se distribuye de la siguiente manera: Primero, muestre los resultados de la prueba de diagnóstico (conocimientos previos) y luego analice cada hoja de trabajo. En todos los casos, la información se muestra en forma de tablas y gráficos, y también incluye evidencia de las respuestas de los estudiantes a la actividad propuesta.

De igual forma, se realiza un análisis comparativo de conocimientos previos para comprender claramente el impacto de la propuesta y la relevancia de las actividades, así como las herramientas técnicas para la docencia utilizando funciones trigonométricas.

#### **4.2 Análisis de resultados**

##### **4.2.1 Análisis de la prueba diagnóstico o saberes previos**

###### **Encuesta de Salida (Saberes Previos)**

La encuesta de salida o saberes previos permitió medir los avances de los estudiantes de acuerdo con el trabajo realizado con las hojas de trabajo. Para el diseño de este test se tuvo en cuenta sugerencias de docente del área de matemáticas, la teoría de

los registros de representación semiótica y las competencias matemáticas que se pretendían desarrollar

El propósito principal del conocimiento previo es analizar los efectos que establecen los estudiantes en el desarrollo de una variedad de representaciones simbólicas en el proceso de aprendizaje del desarrollo de funciones trigonométricas, para luego elaborar hojas de trabajo en función de sus debilidades o fortalezas. El cuestionario elaborado estuvo compuesto por 4 ítems, cada uno propuesto para cumplir una competencia matemática así:

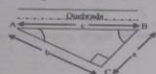
Figura 2. Aplicación de los saberes previos

INSTITUCION EDUCATIVA TEOFILO ROBERTO POTES  
AREA DE MATEMATICA  
GRADO DÉCIMO  
PRESABERES: ÁNGULOS Y RAZONES TRIGONOMETRICAS

Estudiante: OSYEN GARCIA Grado: 10 Fecha: 03/11/2020

Las preguntas de 1 a 12, se contestarán de acuerdo con la siguiente información:

Don Julián es un humilde trabajador del corregimiento de San Cipriano, hereda una parcela, después de un litigio con sus hermanos, un topógrafo le entrega el siguiente plano de la parcela con los siguientes datos:



$b=4$  Km,  $a=3$  Km,  $\alpha=41^\circ$ . Por  $c$  pasa una quebrada.

Don Julián consulta al profesor Omar López sobre los detalles entregado por el topógrafo, el profesor habilmente les formula a los estudiantes del grado décimo las siguientes preguntas:

- El triángulo ABC es:
  - Acutángulo
  - Equilátero
  - Isósceles
  - Rectángulo
- En el triángulo ABC,  $c$  representa:
  - Cateto adyacente
  - Hipotenusa
  - Cateto opuesto
  - Seno  $\alpha$
- La medida del lado de la quebrada  $c$  es:
  - 5 Km
  - 5 m
  - 25 Km
  - 25 m
- Según la situación planteada la medida del Angulo  $\theta$  es:
  - $49^\circ$
  - $90^\circ$
  - $139^\circ$
  - $229^\circ$
- Respecto a los ángulos  $\alpha$ ,  $\theta$ , una de las siguientes afirmaciones no es verdadera:
  - Son complementarios
  - Son suplementarios
  - Son agudos
  - $\alpha + \theta = 90^\circ$
- Respecto al Angulo  $\theta$ ,  $b$  representa:
  - Cateto adyacente
  - Cateto opuesto
  - Hipotenusa
  - Cateto opuesto
- De acuerdo a la información inicial con respecto al Angulo  $\theta$ , las funciones trigonométricas que se podrían calcular directamente serían:
  - Sen  $\theta$  y Cos  $\theta$
  - Cos  $\theta$  y Sec  $\theta$
  - Tan  $\theta$  y Cotan  $\theta$
  - Cos  $\theta$  y Sen  $\theta$
- El perímetro de la parcela es:
  - 12 Km
  - 12 m
  - 12 Km
  - 12 m
- el área de la parcela es:
  - 6 Km<sup>2</sup>
  - 6 m<sup>2</sup>
  - 12 Km<sup>2</sup>
  - 12 m<sup>2</sup>

Las preguntas 10 a 12 se responden de acuerdo al siguiente texto : Don Julián Desea cercar la parcela dándole 5 hiladas con alambre de púa, decide no cercar el lado de la orilla del río, si el costo por Km de alambre de púa es de \$100,000 y el costo por Km<sup>2</sup> es de \$15,000,000 entonces:

- La cantidad total de alambre de púa que necesitaría don Julián sería:
  - 60 Km
  - 60 m
  - 35 m
  - 35 Km
- El costo total de dicha cantidad de alambre de púa sería:
  - \$6,000,000
  - \$3,500,000
  - \$600,000
  - \$350,000
- El costo de la parcela de don Julián es:
  - \$600,000
  - \$60,000,000
  - \$90,000,000
  - \$6,000,000
- El punto de corte de las alturas de un triángulo es:
  - El baricentro
  - El ortocentro

Con el cuestionario de los saberes previos se puede identificar en los estudiantes algún temor por responder las preguntas que les exigían dar una justificación o que les pedían pasar de un registro a otro, debido a que siempre estaban acostumbrados a trabajar mediante una pedagogía tradicional donde solo se fijaban del resultado, pero no pedían



realizar conjeturas sobre lo que se realiza. Esto evidencia que se pueden apoyar procesos escolares enfocados en las competencias del colegio asumiendo su modelo pedagógico que permita a la vez desarrollar las competencias generales de la matemática.

Durante su aplicación se puede evidenciar los registros semióticos empleados en la prueba los cuales se describen a continuación:

- Registro verbal: Cuyo objetivo era justificar a respuesta verdadera de cuatro opciones demostrando por qué la afirmación es correcta. La pregunta empleada fue la 1.

- Registro algebraico y gráfico: El objetivo de estas preguntas era determinar lo que los estudiantes recordaban el valor de los ángulos en radianes

- Resolución de problemas y cambio de registro: Su objetivo trataba en la capacidad de los estudiantes para resolver problemas sobre la medida de los ángulos en una circunferencia con una rotación indicada.

- Modelación: con esta se pretendía que los alumnos realizaran un problema sencillo de la vida cotidiana, para ello se empleó las preguntas 4 y 5.

En el análisis a la prueba, es necesario analizar pregunta considerando con un mismo valor o peso dentro del modelo, pero se le podían adjudicar 3 valores diferentes, esto es:

*Correcta Incorrecta, No contesta= Valor Cuantitativo.*

Para el análisis cuantitativo en este grupo solo se analizó el porcentaje (%) de respuestas correctas e incorrectas, las preguntas que no fueron contestadas se asumen como incorrectas

En la tabla 2, se puede clarificar la información recolectada y analizada de los 33 estudiantes que sumieron con gran compromiso la prueba, para determinar el nivel de homogeneidad o de heterogeneidad que se tuviera por parte del grupo en el que se desarrolla el estudio.

Es importante reconocer que los estudiantes no evidencian diferentes conceptos que se requieren para el uso y el aprendizaje de la trigonometría, en el que se ve claramente que al grupo se le debe profundizar en temas importantes como definición de triángulos rectángulos y reforzar las razones trigonométricas de seno, coseno, tangente para tener un buen aprendizaje cuando se este desarrollando el tema de solución de triángulos rectángulos usando el concepto de ángulos de elevación y depresión.

A los estudiantes que obtuvieron excelentes resultados, se les enfatiza en los conceptos para que puedan comprender de mejor manera el tema que se expuso en la problematización de dicho estudio.

Al realizar el análisis por cada pregunta, también se puede verificar desde la tabla 2, la manera en que los estudiantes se enfrentan a conocimientos previos, en los que según Ausubel, les permitirá un aprendizaje significativo, por lo que la comprensión de esos procesos serán de mayor adquisición por el simple hecho de contar con saber anticipado.

Las preguntas que no fueron contestadas, se les da claridad a los estudiantes de acuerdo con una socialización hecha en clase, para que analicen la manera de dar solución y se les invita a que puedan considerar continuar con ejercicios similares para su solución, desde otros ejercicios propuestos.

Es garantía tanto para el estudiante, como para el docente y aún más para la institución educativa, que se pueda implementar las preguntas tipo prueba saber, y que los cuestionarios no limiten a los estudiantes a responder de manera acertada a preguntas de selección múltiple, sino que, se les capacite en la manera correcta de dar respuesta a este tipo de preguntas y prepararlos para las pruebas externas institucionales.

El cuestionario se propone desde tres miradas: la manera como el estudiante reconoce los conceptos de triángulos y recuerda sus tipos de ángulos, además reconocer teoremas de aplicación como el de Pitágoras y el de la suma de los ángulos internos de un triángulo, también se profundiza en el tema de razones para la comprensión de las razones trigonométricas empleadas como el seno, coseno y tangente para determinar un análisis claro al momento de resolver problemas.

*Tabla 2. Análisis de los saberes previos*

PREGUNTA	CORRECTAS		INCORRECTAS		NO CONTESTADA	
		%		%		%
1	19	62,5%	11	31,3%	2	6,3%
2	17	56,3%	15	43,8%	0	0,0%
3	17	56,3%	15	43,8%	0	0,0%
4	14	46,9%	13	37,5%	5	15,6%
5	9	31,3%	16	46,9%	7	21,9%
6	20	65,6%	12	34,4%	0	0,0%
7	24	78,1%	8	21,9%	0	0,0%
<b>TOTAL</b>	<b>120</b>	<b>56,7%</b>	<b>90</b>	<b>37,1%</b>	<b>14</b>	<b>6,3%</b>

Al realizar un análisis del coeficiente variacional, se puede determinar que existe un grupo heterogéneo que se necesita nivelar en conocimientos previos, para poder desarrollar de manera coherente problemas que apunten a la solución de triángulos rectángulos, conociendo únicamente un lado y un ángulo para hallar el lado desconocido.

El 57% de las preguntas han sido respondidas por los estudiantes de manera satisfactoria, encontrando la similitud de datos y conceptos que se requieren, además del rol que debe tener el estudiante para poder asumir el nuevo desempeño en la asignatura de trigonometría.

$$C = \frac{127}{224} * 100 = 57\%$$

Donde C es el porcentaje de respuestas correctas.

#### **4.2.2 Análisis de la guía**

Las diferentes formas de razonamiento de los estudiantes muestran que los procesos matemáticos descritos, definidos y justificados a partir de la actividad propuesta están presentes en sus comportamientos y trabajos elaborados. A través del desarrollo de actividades, se han desarrollado procedimientos para que los estudiantes mejoren su nivel de razonamiento, se observa que, a través de descripciones de documentos, los estudiantes están resumiendo atributos y utilizando definiciones que les permitan adquirir habilidades en la presentación. Si bien la actividad no se puede llevar a cabo en su totalidad, el proceso de definición y demostración de habilidades se completa en el entorno normal del aula de las instituciones oficiales debido a la descripción del aprendizaje y desarrollo.

La mayoría de los estudiantes se encuentran en el concepto y proceso, la tasa de aprendizaje y los requisitos previos para las funciones trigonométricas. Hay fallas, en comparación con los cursos anteriores, tienen importantes avances en el razonamiento, y

los cursos anteriores no han recibido la formación necesaria en geometría, ni han desarrollado un flujo de trabajo.

Inicialmente, los estudiantes mostraron algunas dificultades para analizar el taller propuesto ya que intentaron justificar los procedimientos con base en argumentos visuales, pero a medida que avanzaban sus actividades, se dieron cuenta de la necesidad de utilizar definiciones y debate. Situación presentada lógicamente.

La guía, es entonces el instrumento en el que los estudiantes pueden usar para tener autonomía en el proceso de enseñanza y aprendizaje. (Apéndice B). la cual no tiene un análisis descriptivo, ya que esta, se considera el material de estudio para que el estudiante desde casa, cuente con la herramienta de autoaprendizaje y a su vez, se puedan aclarar las dudas en caso de no contar con la colaboración inicial por parte del docente.

En la tabla 3, se puede observar la manera como los estudiantes del grado 10° comprenden mejor la información y se esfuerzan por tener un mejor conocimiento inicial, la cual permite evidenciar que al momento de aplicar una segunda prueba, los estudiantes comprenden de mejor manera la información inicial presentada.

*Tabla 3. Análisis de los saberes previos*

PREGUNTA	CORRECTA	%	INCORRECTA	%	NO CONTESTADA	%
1	32	100	0	0	0	0
2	20	62.5	12	38	38	0
3	20	62.5	5	16	16	21.9
4	32	100	0	0	0	0
5	32	100	0	0	0	0
6	32	100	0	0	0	0
7	32	100	0	0	0	0
TOTAL	200	89.3	17	7.6	7	3.1

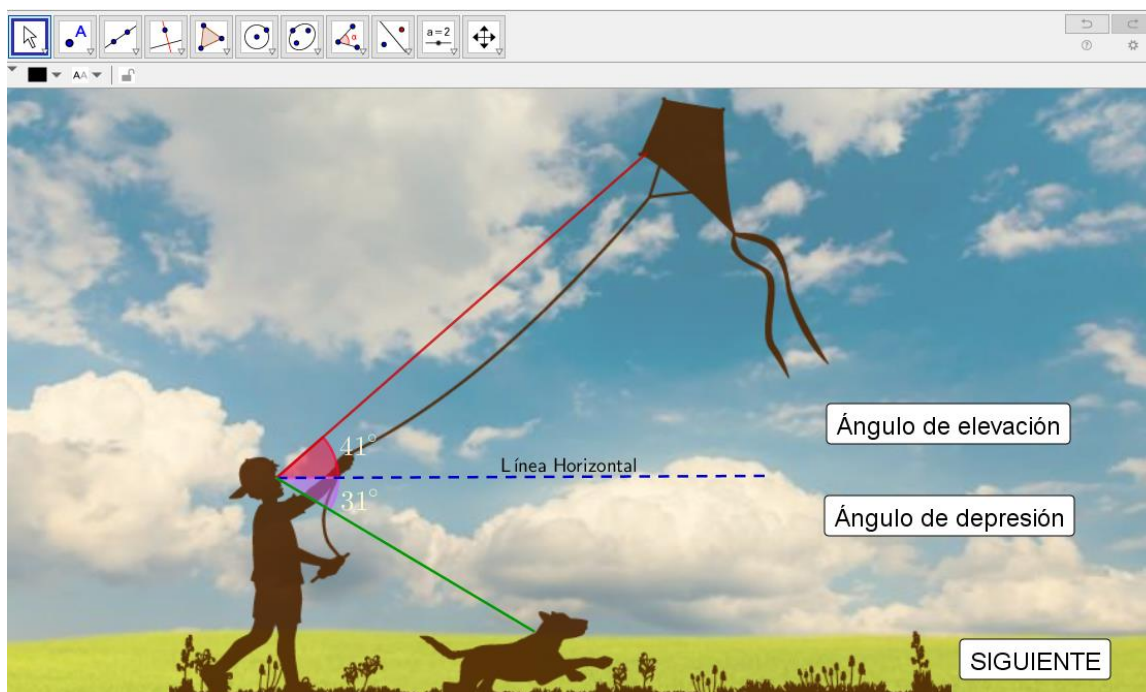
#### **4.2.3 Análisis descriptivo de la estrategia con el GeoGebra**

El diseño de los applets, están enmarcados desde la estructura didáctica referenciada en la institución educativa, la cual se usa desde el modelo educativo.

En la construcción de los applets, inicialmente se piensa en la realización del concepto de los ángulos de elevación y depresión, teniendo movimiento para que los estudiantes puedan comprender lo que sucede con la información. En el primer applet se puede evidenciar que se tiene la construcción del conocimiento, en el que se puede abordar la temática, empleando la herramienta a través del GeoGebra y la cual se evidencia en el apéndice C.

En la figura 2, se tiene un primer pantallazo del applet que cuenta con la explicación y la simulación de la temática de ángulo de elevación y depresión y la identificación de las razones trigonométricas al momento de dar solución a un dato desconocido que se tenga en un triángulo. Esto permite que el estudiante pueda identificar desde la simulación la forma de dar solución a cierta situación propuesta y pueda determinar la solución a problemas reales.

Figura 3. Applet 1. fundamentación de ángulos de elevación y depresión



Finalmente, se cuenta con un segundo applet, donde se tiene solución a problemas de contexto real, donde se encuentra ubicado el colegio Teófilo, donde cada uno de los estudiantes pueden contemplar imaginativamente la zona expuesta en cada uno de los problemas que se proponen en dicho applet. Estos applets pueden visualizarse a través de pantallazos en el Apéndice C, y también se puede verificar el applet empleando el software GeoGebra en el enlace que aparece en el apéndice D.

Algo que se debe resaltar es la gran participación por parte de los estudiantes, los cuales mostraron interés, motivación y esfuerzo para el desarrollo de las actividades, lo que puede considerarse que, de cierta manera, los estudiantes son capaces de realizar un trabajo de manera autónomo con respecto a un momento de aprendizaje, donde la interacción con el medio, le permita aplicar sus conocimientos adquiridos.

#### **4.2.4 Cuestionario evaluando la estrategia de aprendizaje**

El cuestionario final, permite verificar la información desarrollada a través de las teorías implementadas en este trabajo investigativo, el cual ha sido de gran satisfacción porque ahora los estudiantes, tienen una mejor manera de interpretación a la solución de problemas, además les ha permite reflexionar sobre ese nuevo conocimiento y ponerlo en práctica.

Haciendo una comparación con el presaber inicial, puede observarse que los estudiantes de cierta manera no comprendían algunos conceptos, lo que hubiese dificultado haber llegado a este momento sin tenerlos claros, los cuales fueron socializados por el docente.

En esta última prueba, se destaca la importancia de las representaciones semióticas, las cuales permite al estudiante hacer cambios de registros, los cuales le ayudarán a solucionar situaciones problemas en contextos reales.

En la tabla 4, se puede evidenciar los resultados expuestos por los estudiantes, los cuales superaron las dificultades iniciales sobre los conocimientos previos que debían tener y la manera como se abordan los problemas desde su contexto real.



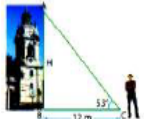
*Tabla 4. Análisis cuestionario*

COMPETENCIAS	ACTIVIDADES	CORRECTAS	ENCUESTA	NO RESPONDIDAS	TOTAL
Razonamiento	1	30(94%)	2(6%)	0(0%)	32(100%)
comunicación y representación.	2	32(100%)	0(0%)	0(0%)	32(100%)
	3	18(56%)	14(44%)	0(0%)	32(100%)
Modelación	4	22(69%)	10(31%)	0(0%)	32(100%)
	5	32(100%)	0(0%)	0(0%)	32(100%)
Resolución y planteamiento de problemas.	6	32(100%)	0(0%)	0(0%)	32(100%)
	7	21(65%)	6(19%)	5(16%)	32(100%)
	8	21(65%)	6(19%)	5(16%)	32(100%)
	<b>TOTAL</b>	208(81,2%)	38(14,8%)	10(3,9%)	32(100%)

A continuación se presenta el cuestionario final, como estrategia de aprendizaje, con el que se valida la información suministrada al estudiante.

Figura 4. Cuestionario de validación de conocimientos

1. Desde un punto en el suelo, un estudiante observa la parte más alta de la catedral de Lima con un ángulo de elevación de  $53^\circ$  cuando se encuentra separado 12 m de su base. ¿Cuál es la altura de la catedral?



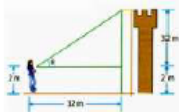
R. 16m

5. Desde lo alto de un faro, cuya altura sobre el nivel del mar es de 120 m, se observa una embarcación con un ángulo de depresión de  $37^\circ$ . ¿A qué distancia del faro está la embarcación?

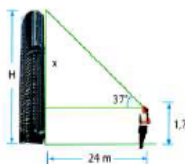


R. 160m

2. Una persona de 2 m de estatura ubicada a 32 m de la base de una torre, que tiene una altura de 34 m, divisa la parte más alta con un ángulo de elevación de

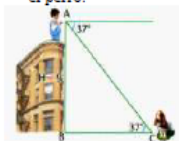
R.  $45^\circ$ 

6. Una persona de 1,7 m de estatura, divisa la altura de un edificio con un ángulo de elevación de  $37^\circ$ . Si la persona está a 24 m del edificio, ¿cuál es la altura de edificio?



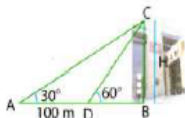
R. 19.7m

3. Desde la parte más alta de una vieja casona, un niño observa un perro que se encuentra en la calle con un ángulo de depresión de  $37^\circ$ . Si la altura de la casa es de 9 m, ¿a qué distancia de la base de la casa se encuentra el perro?

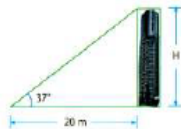


R. 12m

7. El ángulo de elevación de la parte superior del Museo de la Nación es de  $30^\circ$ . Si acercándose 100 m, se encuentra que el ángulo de elevación es de  $60^\circ$ , ¿cuál es la altura del museo?

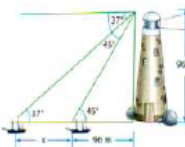
R.  $50\sqrt{3}$ 

4. Si desde un punto en tierra, ubicado a 20 m de la base de un edificio, el ángulo de elevación para la parte más alta mide  $37^\circ$ , calcula la altura del edificio.



R. 15m

8. Desde lo alto de un faro, se divisan dos barcos de 96 m de alto a un mismo lado con ángulos de depresión de  $37^\circ$  y  $45^\circ$ . ¿Cuál será la distancia entre los barcos?



R. 32m

## Capítulo 5

### Conclusiones y recomendaciones

#### 5.1 Introducción

El método original de ciertas preguntas de investigación está relacionado con la enseñanza y aprendizaje de funciones trigonométricas para estudiantes de décimo grado, lo que despierta el interés de las personas en implementar este trabajo de investigación, y mediante la implementación de intermediarios de enseñanza apoyados por el docente para dar respuesta a las características de la trigonometría. Software de matemáticas gratuito. Estos problemas se convirtieron en el foco principal de las actividades aquí documentadas. Es en este capítulo donde se dan respuestas a las preguntas que motivaron este trabajo. Por otro lado, además de responder preguntas de investigación, también se hacen algunas sugerencias para la docencia y la investigación de seguimiento.

#### 5.2 Respuesta a las preguntas de investigación

En el primer capítulo de este trabajo se mencionan las cuestiones de orientación de la investigación, una de las cuales se considera la cuestión central y las otras tres son preguntas auxiliares o complementarias. La respuesta a cada pregunta es la siguiente

##### 5.2.1 Respuesta a la pregunta central

La pregunta central es la siguiente: **¿Diseñar una estrategia didáctica para la solución a problemas de ángulos de elevación y depresión a través del GeoGebra?** Observando el aprendizaje y la enseñanza de funciones trigonométricas mediadas por GeoGebra se puede descubrir que los estudiantes aprenden matemáticas de la experiencia

y reflexionan sobre las acciones que realiza la herramienta, de modo que puedan proponer hipótesis y probar diferentes formas y estrategias. Resolver problemas y encontrar y corregir errores.

Para aprender funciones trigonométricas a través de GeoGebra, es importante evaluar el conocimiento previo de la materia y el conocimiento técnico, y brindarle libertad y confianza para expresar sus ideas, explicar su experiencia, utilizar la herramienta para realizar pruebas sin preocuparse por cometer errores y así ayudarlos. Modelado de desempeño psicológico De esta manera, puedes intentar organizar el programa, puedes cometer errores y corregirlos, en lugar de sentirte abrumado por los errores, sino estar inspirado y motivado para organizar el descubrimiento y mostrar tus logros.

El aprendizaje y la enseñanza con Geogebra debe ser mediado y promovido por un docente que asuma el rol de orientador. Puede hablar con los demás y brindar los conocimientos adecuados para aprovechar al máximo las herramientas, pero lo más importante es que los alumnos se sientan satisfechos con el aprendizaje y El diálogo con los demás se basa en la confianza para enfrentar sus opiniones, comunicar los procedimientos y la capacidad de aprender de los demás

### **5.2.2 Respuesta a las preguntas auxiliares.**

**¿Identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes con respecto al concepto de ángulos y triángulos?**

Antes de realizar el proceso de investigación, los estudiantes tenían muy poca comprensión de trigonometría, abordaron el concepto de la relación entre trigonometría y

geometría, asociaron la complejidad de la investigación al percibir la dificultad de los estudiantes anteriores en el procesamiento de fórmulas matemáticas. No comprenden las herramientas técnicas que se utilizan para estudiar la ciencia y rara vez se refieren a modelos matemáticos en otros campos de investigación.

**¿Diseñar una estrategia encaminada a la conceptualización de las funciones trigonométricas para dar solución a problemas de triángulos rectángulos?**

Las investigaciones sobre los problemas más comunes en la enseñanza de trigonometría de décimo grado, han demostrado que la falta de métodos de enseñanza adecuados es la razón de las dificultades de enseñanza de décimo grado. Además, existe una tendencia a homogeneizar los recursos sin prestar atención a las necesidades específicas de cada alumno. Debido a muchos errores en el aprendizaje, no dará lugar a errores en conceptos anteriores ni a un aprendizaje deficiente. El objetivo principal que se indica al principio de este documento es presentar y verificar el método de enseñanza del décimo grado basado en el software GeoGebra. Debido a las dificultades que trae la trigonometría a los estudiantes, estos los hacen reaccionar pasivamente a las actividades propuestas, por lo que se propone un método de motivación eficaz tanto para docentes como para estudiantes. Los resultados de este trabajo demuestran la efectividad de utilizar los recursos TIC (GeoGebra en este caso) para que los estudiantes adquieran conocimientos trigonométricos de una forma más atractiva, los hagan más adaptables a la sociedad actual y trabajen siempre con los profesores. Utilice el método adecuado a cada situación para un entrenamiento adecuado. A través de este nuevo método de trabajo, se ha demostrado que el uso del software GeoGebra puede procesar de manera efectiva

funciones trigonométricas, por lo que se ha logrado el propósito principal. Con los recursos disponibles para nosotros, personal docente bien capacitado y métodos apropiados, los estudiantes se sentirán inspirados y animados a seguir aprendiendo.

### **¿Aplicar la estrategia didáctica que permita dar solución a problemas de ángulos de elevación y depresión?**

El uso de estrategias didácticas posibilita un trabajo consciente, responsable, activo con libertad y autonomía del estudiante; tanto en forma individual como grupal, el docente tiene la misión de motivar y orientar el aprendizaje en clase. Así mismo, la relación profesor-estudiante, estudiante-estudiante es positiva, de cordialidad tanto que se manifiestan en el cambio de conducta y los hábitos de estudio desarrollados dentro y fuera del aula. El desarrollo de la clase es ameno y se nota el deseo y ganas de aprender y adquirir conocimiento. Al desarrollar ejercicios prácticos dentro y fuera del aula los estudiantes manejan roles, evidenciando el trabajo en equipo y el acompañamiento del docente que permite aplicar lo aprendido y lograr en forma satisfactoria resultados en las pruebas aplicadas, Quiz y evaluación por competencia. La implementación de estrategias didácticas apoyada en herramientas tecnológicas estimula el aprendizaje de la trigonometría tanto en su aspecto formativo, funcional e instrumental. Comprobado en el análisis de las evaluaciones modeladas, virtuales y del Post test “los resultados arrojados son muy significativos, tanto que se logra que ningún 122 estudiante tenga resultados bajos y sobresalgan los altos y superior”; con ello se rompe el paradigma de que la trigonometría es una asignatura difícil estableciendo un ambiente escolar dinámico

inspirador y favorecedor del aprendizaje de la matemática. La investigación permitió develar algunas fortalezas pedagógicas en el uso de herramientas tecnológicas para abordar el eje temático de trigonometría. Desde un punto de vista cualitativo, el contenido anterior se combina con motivación, disciplina, entretenimiento y aprendizaje. Además, es posible respetar la heterogeneidad del trabajo de los estudiantes, lo que permite la colaboración entre estudiantes y profesores emparejados.

**¿Determinar la incidencia que tiene la propuesta didáctica en los estudiantes, documentando el avance al solucionar de ángulos de elevación y depresión?**

El uso de GeoGebra facilita el trabajo de los profesores y estimula el entusiasmo de los estudiantes, por lo que debe utilizarse de forma regular y sistemática en el aula. Cabe destacar también que si bien se han encontrado algunos inconvenientes al usar GeoGebra para esta operación, como por ejemplo considerar que ciertos conceptos deben ser operados manualmente; si los comparamos con las enormes mejoras que nos puede brindar el aprendizaje geométrico, estas mejoras son insignificantes. La motivación mostrada por los estudiantes, los importantes resultados de aprendizaje que muestran y su facilidad de operación son solo algunos de los beneficios observados. Por tanto, se cumple el objetivo de las ventajas que aporta el software Geogebra en la función trigonométrica de  $10^\circ$

### **5.3 Hallazgos de la investigación en la trigonometría**

Los resultados que arroja esta experiencia del trabajo investigativo necesariamente inducen a conclusiones desde la perspectiva cualitativa descriptiva de cada uno de los procesos evidenciados por la docente y los estudiantes.

Se producen efectos positivos en el desarrollo los aprendizajes mediados por las herramientas tecnológicas y las hojas de trabajo durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones trigonométricas, logrando así mejores resultados en los conocimientos de los contenidos relacionados con la unidad de trigonometría. Con el recurso de las herramientas tecnológicas permitió articular la enseñanza tradicional que realizaba las gráficas mediante hojas milimetradas que no permitían establecer semejanzas y diferencias entre funciones, caso contrario que ocurre con la ayuda de las herramientas tecnológicas que involucran al estudiante para realizar conjeturas sobre lo que visualiza de forma dinámica.

En el punto de vista del estudiante que llevó a cabo un proceso de aprendizaje con las herramientas tecnológicas muestran mayor motivación y predisposición para abordar los temas desarrollados como lo evidencia el pretest y el postest obteniendo un factor de ganancia de aprendizaje alto.

#### **5.4 Recomendaciones para futuras investigaciones**

Es importante reconocer el rol del docente de matemáticas y el grado de comprensión en el proceso de acompañamiento del pensamiento matemático de los estudiantes. Es necesario potenciar el proceso de enseñanza y aprendizaje para resolver temas y utilizar problemas generando confianza. El uso de esta herramienta es resolver el misterio y el problema. Los factores clave de las creencias falsas, estas creencias y creencias hacen que el gusto del razonamiento matemático aplicado en el razonamiento trigonométrico sea muy diferente, obstáculos cognitivos que requieren acciones específicas e integrales para superarlos. Por ello, es importante identificar estas creencias



a través de un diagnóstico adecuado, de manera que se puedan obtener de los libros de referencia de diseño instruccional de diferentes hojas de trabajo y la referencia para la formación en el uso de herramientas técnicas. La implementación de herramientas técnicas como GeoGebra es una buena opción para apoyar la enseñanza de la trigonometría al permitir la combinación de álgebra y representación gráfica, y establecer diversos experimentos en poco tiempo para colaborar con los estudiantes, haciendo así la actividad más amena y divertida. La diversión brinda la posibilidad de concentrarse en hacer que la práctica sea una experiencia de aprendizaje más significativa.

Dado que GeoGebra es una herramienta de uso gratuito, brinda a estudiantes y profesores la posibilidad de mejorar el aprendizaje y la práctica de las matemáticas en las escuelas y las familias, además, la herramienta también se puede utilizar con diferentes registros representativos. Se recomienda utilizar los métodos utilizados en la investigación, comenzando por el diagnóstico y diseño de hojas de trabajo dinámicas, para facilitar la interacción con el Applet, y permitir el registro gráfico y algebraico simultáneo a través de la herramienta GeoGebra para estimular el desarrollo. La habilidad matemática depende no solo de la aplicabilidad de la tecnología, sino también de la dinámica interna de la clase, el trabajo personal y en equipo, la atención, el descubrimiento o la difícil participación y socialización.

También es importante diseñar hojas de trabajo relacionadas con problemas matemáticos. Estos problemas están relacionados con el contexto. Puede ver la aplicación de las matemáticas a situaciones prácticas y útiles, para que los estudiantes puedan encontrar significado y valor en el modelado y buscar aplicar sus conocimientos a Vida

diaria y trabajo.

### Lista de referencias

- Carmona, L. (2016) El uso de GeoGebra para la enseñanza de las identidades trigonométricas, una aproximación desde múltiples representaciones. Tesis de maestría, Universidad de Caldas. Repositorio Institucional.
- Donoso, G. (2012) Estrategia didáctica como apoyo al aprendizaje de la trigonometría en alumnos tercer año de enseñanza media. Tesis de maestría, Universidad de la Frontera. Repositorio Institucional <http://bibliotecadigital.ufro.cl/>
- Duval, R. (1999) Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía, grupo educación matemática.
- Fiallo, J. Estudio del proceso de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica, Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Valencia. 2010.
- Gutierrez, Á., Fiallo, J. (2009) Enseñanza de la trigonometría con ayuda de SGD. En T.
- JANVIER, C. (1987) Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Hillsdale N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Recio, Ed. (2009). Geometría Dinámica. Madrid, España: Anaya
- Rios, Olaya (2016) Comprensión De Las Razones Trigonometricas Mediante El Software Geogebra En El Contexto Del Modelo Van Hiele
- Samper C. Leguizamon C. Camargo I. Razonamiento en geometría Revista EMA. Vol 6, No 2. Universidad de Utrecht, Utrecht (Traducción al español para el proyecto de investigación Gutiérrez y otros, 1991).

## Apéndice

En este espacio encontrará toda la información aplicada durante la investigación

### Apéndice A. Saberes previos

INSTITUCION EDUCATIVA TEOFILO ROBERTO POTES

ÁREA DE MATEMATICA

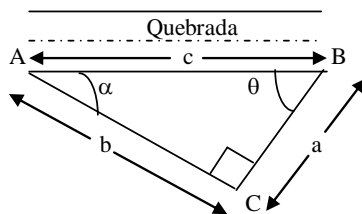
GRADO DÉCIMO

**PRESABERES: ÁNGULOS Y RAZONES TRIGONOMETRICAS**

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Las preguntas de 1 a 12, se contestarán de acuerdo con la siguiente información:

Don Julián es un humilde trabajador del corregimiento de San Cipriano, hereda una parcela, después de un litigio con sus hermanos, un topógrafo le entrega el siguiente plano de la parcela con los siguientes datos:



$b=4$  Km,  $a=3$  Km,  $\alpha=41^\circ$ , Por  $c$  pasa una quebrada.

Don Julián consulta al profesor Omar López sobre los detalles entregado por el

topógrafo, el profesor hábilmente les formula a los estudiantes del grado décimo

las siguientes preguntas:

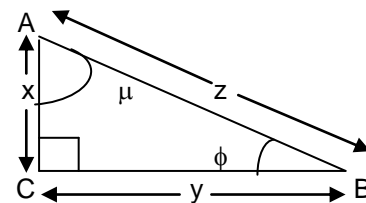
- El triángulo ABC es:
  - Acutángulo
  - Equilátero
  - Isósceles
  - Rectángulo
- En el triángulo ABC  $c$  representa:
  - Cateto adyacente
  - Hipotenusa
  - Cateto opuesto
  - Seno  $\alpha$
- La medida del lado de la quebrada  $c$  es:
  - 5 Km
  - 5 m
  - 25 Km
  - 25 m
- Según la situación planteada la medida del Angulo  $\theta$  es:
  - $49^\circ$
  - $90^\circ$
  - $139^\circ$
  - $229^\circ$
- Respecto a los ángulos  $\alpha$ ,  $\theta$ , una de las siguientes afirmaciones no es verdadera:
  - Son complementarios
  - Son suplementarios

- c. Son agudos  
d.  $\alpha + \theta = 90^\circ$
6. Respecto al Angulo  $\theta$ , b representa:  
a. Tan  $\theta$   
b. Cateto adyacente  
c. Hipotenusa  
d. Cateto opuesto
7. De acuerdo a la información inicial con respecto al Angulo  $\theta$ , las funciones trigonométricas que se podrían calcular directamente serian:  
a. Sen  $\theta$  y Cosc  $\theta$   
b. Cos  $\theta$  y Sec  $\theta$   
c. Tan  $\theta$  y Cotan  $\theta$   
d. Cos  $\theta$  y Sen  $\theta$
8. El perímetro de la parcela es:  
a. 12 Km  
b. 12 m  
c. 12 Km  
d. 12 m<sup>2</sup>
9. el área de la parcela es:  
a. 6 Km<sup>2</sup>  
b. 6 m<sup>2</sup>  
c. 12 Km<sup>2</sup>  
d. 12 m<sup>2</sup>
- b. \$60.000.000  
c. \$90.000.000  
d. \$6.000.000
13. El punto de corte de las alturas de un triangulo es:  
a. El baricentro  
b. El ortocentro  
c. El incentro  
d. El circuncentro
14. El punto de corte de las medianas de un triangulo es:  
a. El baricentro  
b. El ortocentro  
c. El incentro  
d. El circuncentro
15. El punto de corte de las mediatrices de un triangulo es:  
a. El baricentro  
b. El ortocentro  
c. El incentro  
d. El circuncentro
16. El punto de corte de las bisectrices de un triangulo es:  
a. El baricentro  
b. El ortocentro  
c. El incentro  
d. El circuncentro

Las preguntas 10 a 12 se responden de acuerdo al siguiente texto : Don Julián Desea cercar la parcela dándole 5 hiladas con alambre de púa, decide no cercar el lado de la orilla del río, si el costo por Km de alambre de púa es de \$100.000 y el costo por Km<sup>2</sup> es de \$15.000.000 entonces:

10. La cantidad total de alambre de púa que necesitaría don Julián sería:  
a. 60 Km  
b. 60 m  
c. 35 m  
d. 35 Km
11. El costo total de dicha cantidad de alambre de púa sería:  
a. \$6.000.000  
b. \$3.500.000  
c. \$600.000  
d. \$350.000
12. El costo de la parcela de don Julián es:  
a. \$600.000

Las preguntas del 17 a 21, se contestaran de acuerdo a la siguiente información; dado el triangulo ABC con  $\phi = 29^\circ$



17. La medida del ángulo  $\phi$  del triángulo ABC en radianes es:  
a.  $\frac{180\pi}{29}$   
b.  $\frac{90\pi}{29}$   
c.  $\frac{29\pi}{180}$

- d.  $\frac{29\pi}{90}$
18. La medida del ángulo  $\mu$  del triángulo ABC en radianes es:
- a.  $\frac{61\pi}{180}$
- b.  $\frac{180\pi}{29}$
- c.  $\frac{180\pi}{61}$
- d.  $\frac{29\pi}{90}$
19. La  $\text{Cotan } \phi$  en el triángulo ABC es:
- a.  $\frac{y}{z}$
- b.  $\frac{z}{x}$
- c.  $\frac{x}{y}$
- d.  $\frac{y}{x}$
20. La  $\text{Tan } \mu$  en el triángulo ABC, una de las siguientes expresiones es falsa:
- a.  $\text{Tan } \mu = \text{Cotan } \phi$
- b.  $\text{Tan } \mu = \frac{x}{y}$
- c.  $\text{Tan } \mu = \frac{\text{Sen}\mu}{\text{Cos}\mu}$
- d.  $\text{Tan } \mu = \frac{y}{x}$
21. El suplemento del ángulo  $\mu$  en el triángulo ABC es:
- a.  $29^\circ$
- b.  $151^\circ$
- c.  $119^\circ$
- d.  $61^\circ$
22. Si el perímetro de un cuadrado 16 m, su diagonal es:
- a. 4 m
- b. 16 m
- c.  $\sqrt{32}$  m
- d.  $\sqrt{32}$  cm
23. Un cono circular recto tiene como radio  $r=2$  cm y su altura es  $h=4$  cm,  $\rightarrow$  su volumen es:
- a.  $\frac{16\pi}{3}$  cm<sup>2</sup>
- b.  $12\pi$  cm<sup>2</sup>
- c.  $\frac{8\pi}{3}$  cm<sup>2</sup>
- d.  $\frac{32\pi}{3}$  cm<sup>2</sup>
24. Un tanque esférico tiene un radio  $r=3$  m  $\rightarrow$  su capacidad de almacenamiento es:
- a.  $27\pi$  m<sup>3</sup>
- b.  $3\pi$  m<sup>3</sup>
- c.  $36\pi$  m<sup>3</sup>
- d.  $9\pi$  m<sup>3</sup>
25. El volumen de la esfera anterior es un número:
- e. Natural
- f. Entero
- g. Racional
- h. Irracional

**Apéndice B. Guía de trabajo****INSTITUCION EDUCATIVA TEOFILO ROBERTO POTES****ÁREA DE MATEMATICA****GRADO DÉCIMO****Guía de trabajo: Ángulos de elevación y depresión**

NOMBRE ESTUDIANTE \_\_\_\_\_ FECHA DE ENTREGA \_\_\_\_\_

Sugerencias

1. El contenido y la actividad de la siguiente guía debes transcribir en tu cuaderno de matemáticas.
2. Los ejercicios y problemas propuestos debes enviarlos ya resueltos a mi correo [willyh605@gmail.com](mailto:willyh605@gmail.com)
3. Lee detenidamente cada uno de los apartes y los ejemplos resueltos que aquí aparecen. Luego, resuelva los ejercicios propuestos en la actividad.

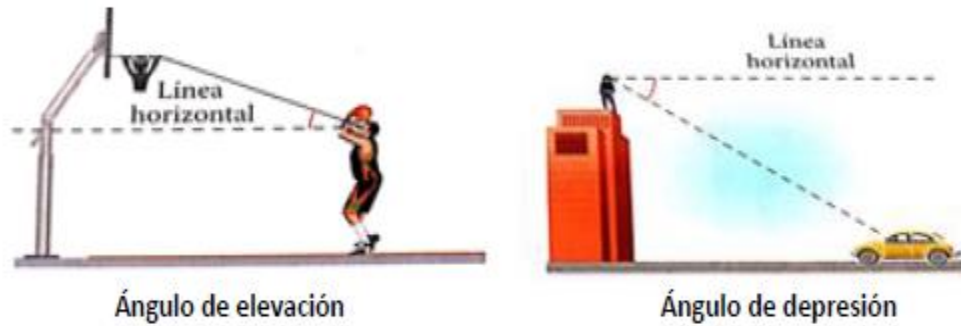
TEMA:

1. Ángulos de elevación y ángulos de depresión

Algunas situaciones que se resuelven con triángulos rectángulos, involucran ángulos de elevación o ángulos de depresión.

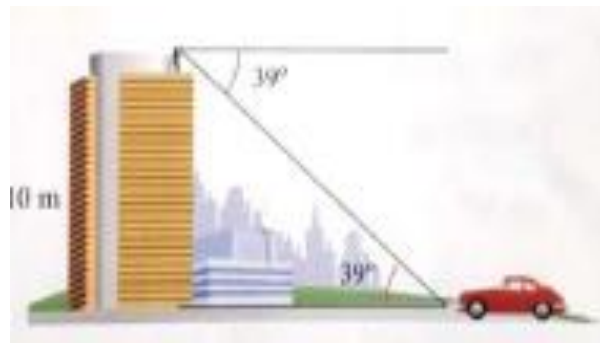
Cuando un objeto es observado, la recta imaginaria que se forma entre el observador y el objeto, se denomina línea visual.

- La línea visual forma con la horizontal imaginario, un ángulo cuyo nombre depende de la ubicación del objeto con respecto al observador.
- Si el objeto está a un nivel más alto que el observador, el ángulo se denomina ángulo de depresión.



### Ejemplos

1. Resolver los siguientes problemas
  - a. Una persona se encuentra en la terraza de un edificio de 10 m de alto y observa un automóvil que se encuentra estacionado cerca del edificio. Si el ángulo de depresión que se forma con la línea visual de la persona y el automóvil es de  $39^\circ$  ¿ a qué distancia se encuentra el automóvil del edificio?



Se trabaja con la tangente ya que se va a hallar la medida de un cateto y se tiene la medida del otro cateto y un ángulo.

$$\tan 39^\circ = \frac{10}{x} \quad x = \frac{10}{\tan 39^\circ} = \frac{10}{0.78} = 12.34 \text{ m}$$

El automóvil se encuentra a 12.34 m del edificio.



- b. Un árbol proyecta una sombra de 1.25 m y forma un ángulo de elevación con el sol de  $58^\circ$ , ¿Cuál es la altura del árbol?



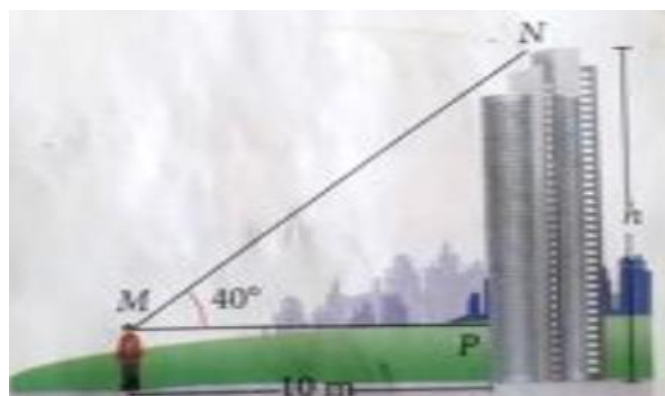
El ángulo de elevación es congruente con el ángulo  $\theta$ , así que para determinar la altura del árbol se tiene en cuenta que  $\theta = 58^\circ$ , y se utiliza la siguiente razón trigonométrica:

$$\tan \theta = \frac{h}{1.25} \quad h = 1.25 * \tan 58^\circ \quad \text{se despeja } h$$

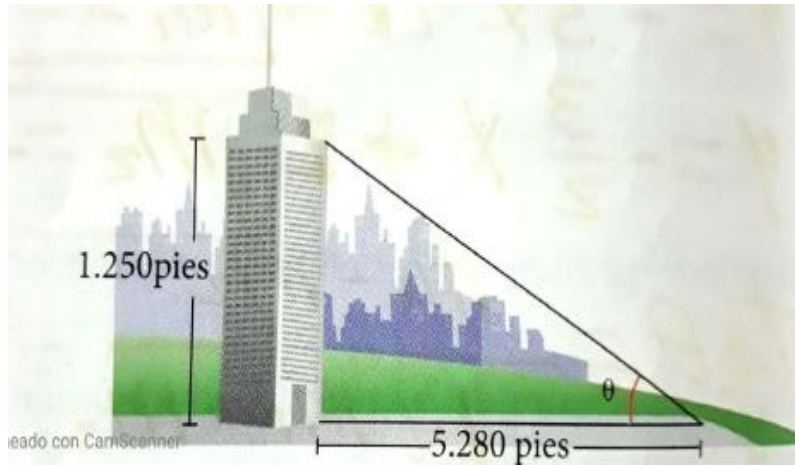
$$h = 2 \text{ m}$$

### Actividad

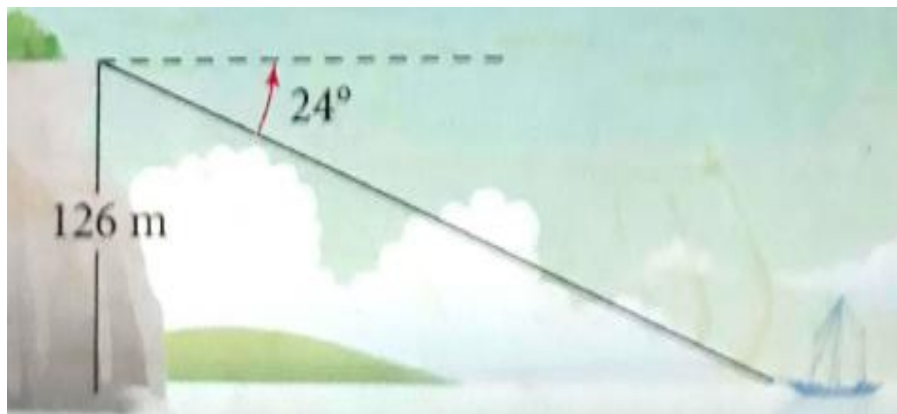
- 1) Para determinar la altura de una torre, Jose ubica a 10 m de la torre y mide el ángulo de  $40^\circ$  como se muestra en la figura. Si la estatura de Jose es 1.74 m, determinar la altura de la torre.



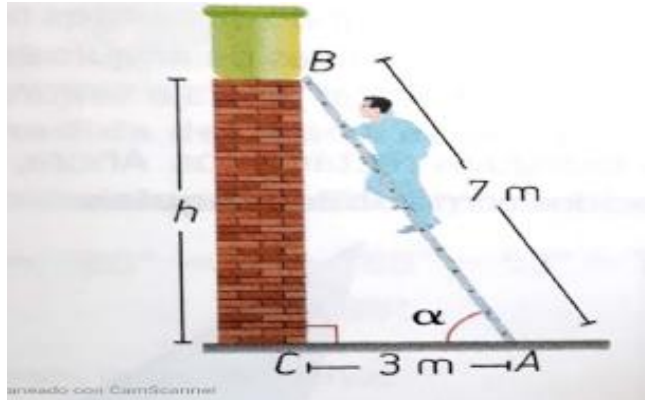
- 2) El edificio de Nueva York Empire State tiene 1.250 pies de altura. Encuentra el ángulo de elevación de su último piso desde un punto de la calle que está a 5.280 pies de la base del edificio.



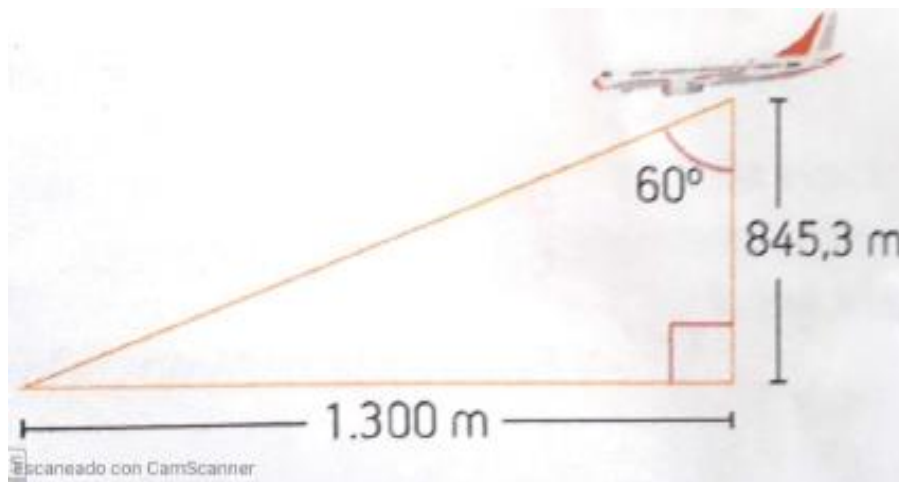
- 3) Desde el borde de una acantilado el ángulo de depresión de un velero es  $24^\circ$  encuentra la distancia que hay desde el pie de acantilado hasta el bote.



- 4) Juan, el celador del colegio, debe revisar el tanque del agua que se encuentra ubicada sobre un muro como muestra en la figura. Para esto, ubica una escalera de 7 m de longitud contra el muro; la distancia y el extremo inferior de la escalera es de 3 m. ¿A qué altura se encuentra el tanque? ¿cuál es la medida del ángulo  $\alpha$ ?



- 5) Un avión debe iniciar el desenso para aterrizar en una pista que se encuentra a 1.300 m de distancia horizontal el ángulo de depresión para iniciar el proceso debe ser de  $60^\circ$ . La altura que vuela el avión.



- a) 1.700 m aproximadamente.
- b) 1.300 m aproximadamente.
- c) 840 m aproximadamente.
- d) 750 m aproximadamente.

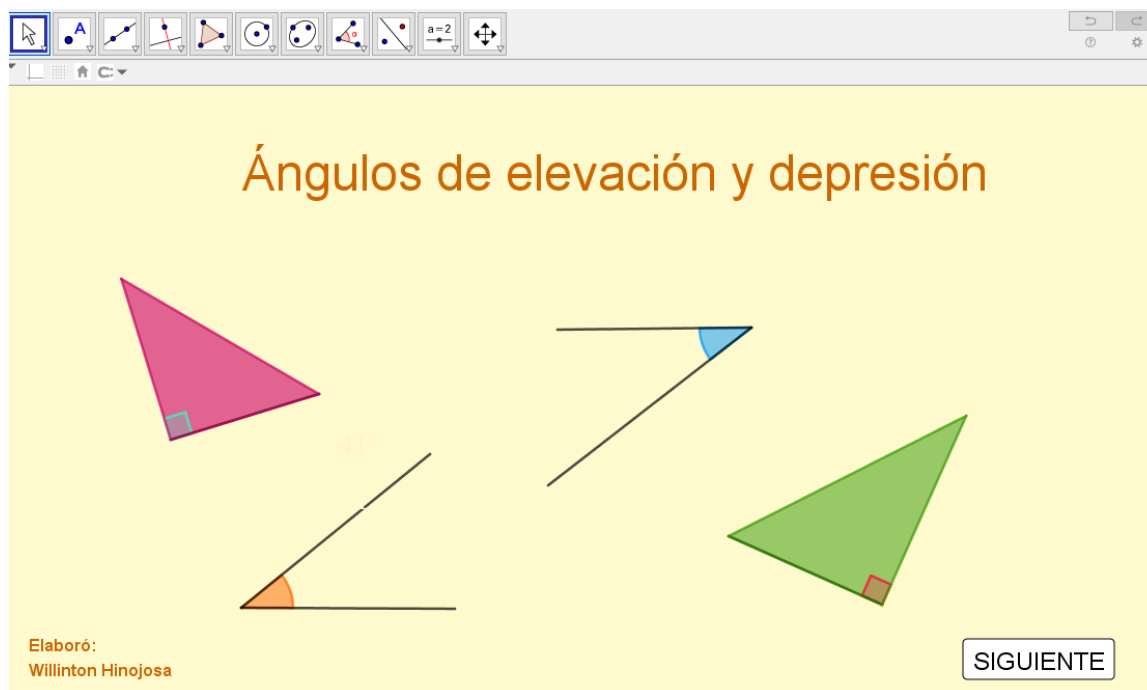
### Apéndice C. Diseño y construcción de applets

La construcción de los dos applets, permiten la simulación y asociación del conocimiento a conceptos contextualizados a partir de situaciones reales que viven y experimentan los estudiantes en el día a día.

A continuación, se presentan pantallazos de los applets para su verificación y que son de gran ayuda como estrategia didáctica para la elaboración de una guía clase o simplemente un diseño de laboratorio matemático que permite al estudiante enfrentarse a una temática a partir de la observación, comprensión, simulación y desarrollo de situaciones del contexto.

En la figura 3, simplemente se puede observar un inicio a la aplicación, donde se dan el docente da las instrucciones de como usarse y emplearse a sus estudiantes.

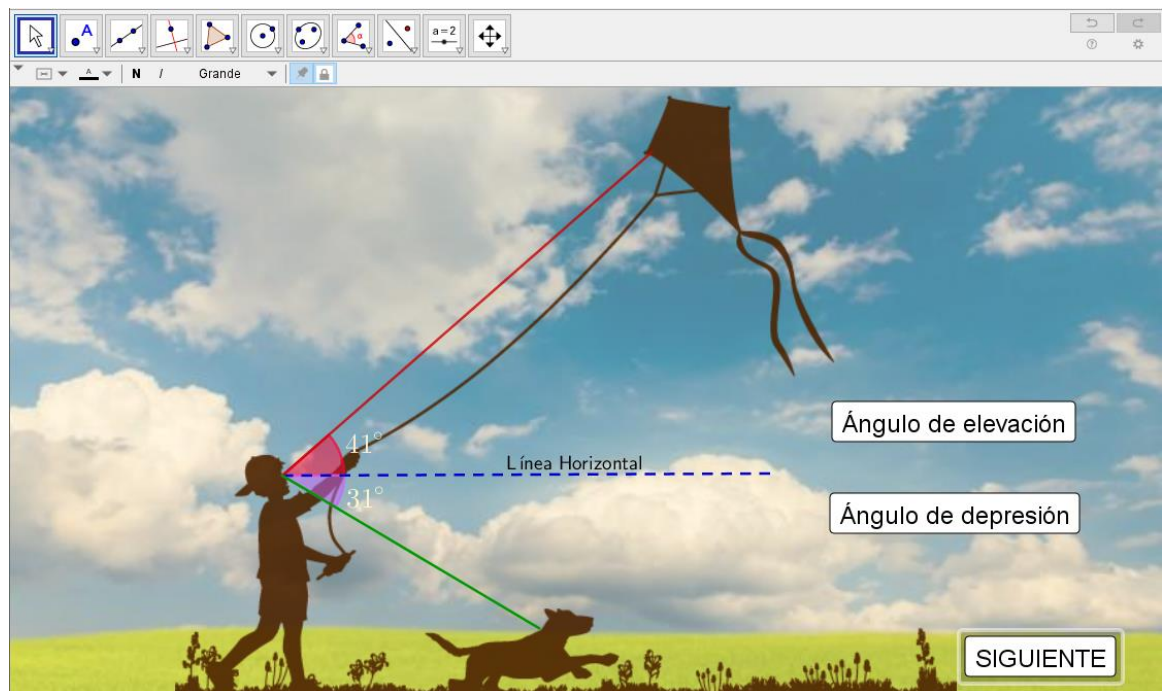
Figura 5. Pantalla de inicio. Applet 1



Usando el boton SIGUIENTE, se puede tener una segunda parte del applet 1, (figura 4), donde es fundamental para comprender la temática de ángulos de elevación y depresión a partir de lo ya visto anteriormente en clase por los estudiantes, solo que este aplicativo, le facilita al estudiante considerar movimiento y dinamismo al momento de determinar bien sea un ángulo de elevación dando clic al botón o un ángulo de depresión, también dando clic al botón.

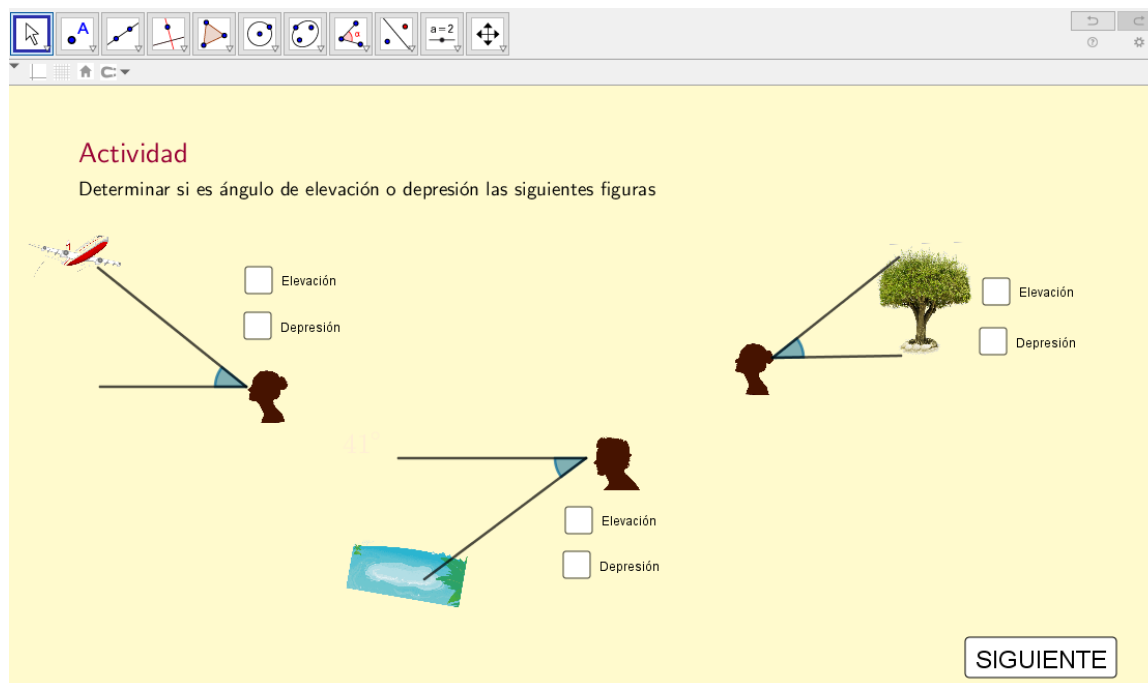
El estudiante a partir de lo que observa puede contemplar la definición de manera categórica, ya que le permite identificar, conjeturar y tener sus propias conclusiones.

*Figura 6. Pantalla de explicación ángulo de elevación y depresión. Applet 1.*



Al dar en el botón siguiente, se puede apreciar en la figura 5, una actividad de simulación, donde el estudiante indica a través de la casilla de entrada, tener el concepto claro de ángulo de elevación y depresión.

Figura 7. Pantalla actividad de simulación. Applet 1



En la figura 6, ya se puede evidenciar ejercicios de reconocimiento de datos conocidos y desconocidos, para un análisis en cuanto a la elección de la razón trigonométrica que se deben resolver para que se puedan desarrollar problemas de contextos reales.

En esta parte, los estudiantes identificando el dato que se tiene que encontrar, entonces podrán despejar y hacer uso de la calculadora científica para obtener el valor del dato desconocido, una vez esto se de, el estudiante estará en la capacidad de verificar si el resultado arrojado es adecuado para la situación problema que se propone.

Una vez finalizado el ejercicio, el estudiante podrá retomar el applet y volver a la pantalla de inicio.

Figura 8. Pantalla actividad final. Applet 1

Determinar en las siguientes figuras las funciones trigonométricas que corresponde a los datos del triángulo rectángulo

Recuerde  $\Rightarrow$   $\text{sen } x = \frac{\text{co}}{\text{hip}}$        $\text{cos } x = \frac{\text{ca}}{\text{hip}}$        $\text{tan } x = \frac{\text{co}}{\text{ca}}$

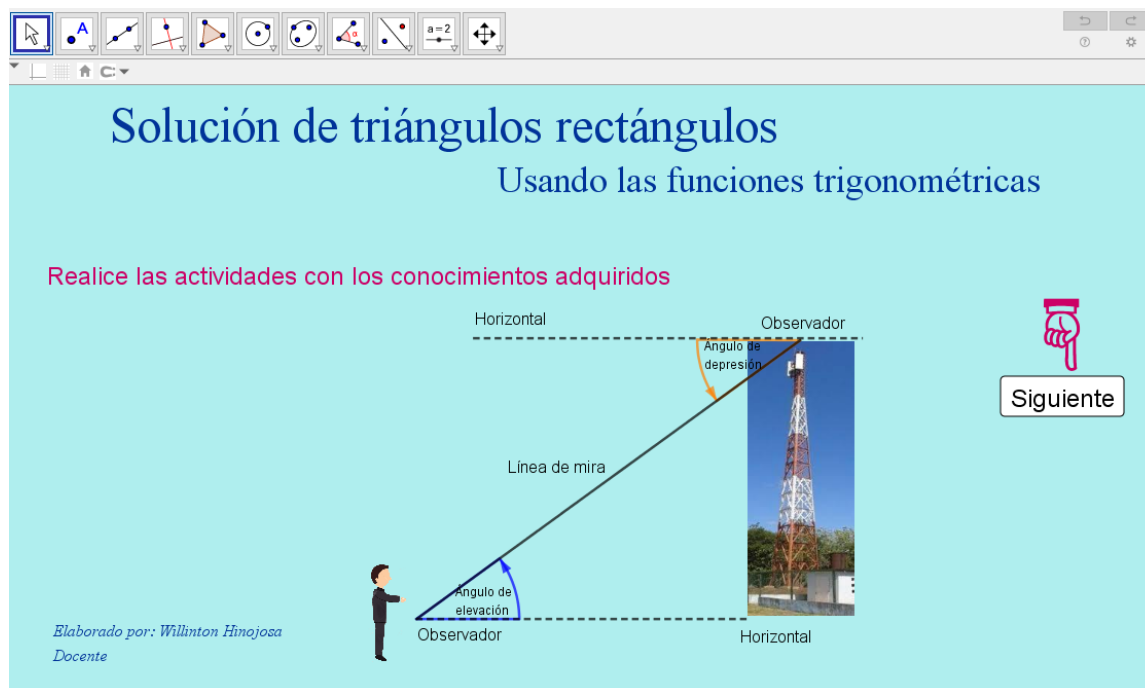
INICIO      SIGUIENTE

Una vez desarrollado el applet 1, el estudiante esta en la capacidad de solucionar situaciones problemas del contexto, esto permite profundizar en la temática aprendida y reconocer la aplicación del tema con hechos reales que dan pie para reconocer desde su observación, la significancia del tema expuesto.

En la figura 7, el estudiante podrá observar la manera de reconocer la conceptualización de la temática expuesta desde el applet anterior, reconociendo que el observador con su línea horizontal, verifica el tipo de ángulo que le permite determinar si es un ángulo de elevación o depresión.

El applet se mueve a través del boton SIGUIENTE, el cual le va marcando la ruta de trabajo para la realización de los ejercicios.

Figura 9. Pantalla inicial. Applet 2.



En la figura 8, se puede ver de fondo el faro de la ciudad de Buenaventura, es algo conocido para los estudiantes, los cuales podrán identificar fácilmente la aplicación de los ángulos de elevación y depresión.

En cada uno de los problemas planteados en el applet, puede analizarse la manera como el estudiante, deberá poner a prueba los conocimientos aprendidos en trigonometría para resolver triángulos rectángulos, conociendo un lado y un ángulo y uno de los lados por identificar a partir de las razones trigonométricas.

Una vez el estudiante haya realizado el ejercicio de manera correcta, entonces deberá teclear la respuesta en el espacio destinado para ello y en el caso de que sea correcta, saldrá un chulo de color rojo, el cual le indica que el ejercicio se realizó de manera adecuada.



Figura 10. Problema de aplicación 1. Applet 2.

Problema 1:

Una persona ubicada a 32 m de la base del faro de Buenaventura, divisa la parte más alta con un ángulo de elevación  $45^\circ$ . ¿Cuál es la altura del faro?

Respuesta

Siguiete

De igual manera en la figura 9, sucede la misma descripción que con la figura anterior. El estudiante debe desarrollar el ejercicio y analizar si la respuesta es la correcta.

Figura 11. Problema de aplicación 2. Applet 2

Problema 2:

Una palmera con una altura de 16 m proyecta su sombra en el suelo. Si el ángulo de elevación que se forma desde la punta de la sombra hasta la palmera es de  $42^\circ$ , entonces, calcule la longitud aproximada de la sombra.

Respuesta

Siguiete

Figura 12. Problema de aplicación 3. Applet 2

Problema 3  
La distancia de un observador al pico de la barca de un pescador es de 12 metros y el ángulo de elevación que se forma es  $24^\circ$ . Hallar la distancia aproximada del observador a la base de la barca del otro pesquero

Respuesta

Siguiente

Figura 13. Problema de aplicación 4. Applet 2

Problema 4.  
Una persona de 1,7 m de estatura, divisa la altura del edificio de la DIAN con un ángulo de elevación de  $37^\circ$ . Si la persona está a 24 m del edificio, ¿cuál es la altura de edificio?

Respuesta

Siguiente

Figura 14. Problema de aplicación 5. Applet 2

**Problema 5**  
 Desde la parte más alta de una vieja casona, un niño observa un perro que se encuentra en la calle con un ángulo de depresión de  $30^\circ$ . Si la altura de la casa es de 9 m, ¿a qué distancia de la base de la casa se encuentra el perro?

Respuesta ??

Siguiete

Figura 15. Problema de aplicación 6. Applet 2

**Problema 6**  
 Desde un punto en el suelo, un estudiante observa la parte más alta de la catedral de Buenaventura con un ángulo de elevación de  $53^\circ$  cuando se encuentra separado 12 m de su base. ¿Cuál es la altura de la catedral? R/: 16 m

Respuesta

Siguiete

## **Apéndice F. Applets en el software GeoGebra**

Los applets pueden encontrarse en el enlace que se muestra de *Google drive*

[https://drive.google.com/file/d/1bDOayFfprMTW\\_FOQGonkmb2Bd6317OG/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1bDOayFfprMTW_FOQGonkmb2Bd6317OG/view?usp=sharing)

[https://drive.google.com/file/d/1bDOayFfprMTW\\_FOQGonkmb2Bd6317OG/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1bDOayFfprMTW_FOQGonkmb2Bd6317OG/view?usp=sharing)

**Apéndice E. Evaluando la estrategia de aprendizaje**  
**INSTITUCION EDUCATIVA TEOFILO ROBERTO POTES**  
**ÁREA DE MATEMATICA**  
**GRADO DÉCIMO**

**Cuestionario: Evaluando la estrategia de aprendizaje**

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**El siguiente cuestionario esta pensado a partir de unas preguntas que deberá leer y en su defecto profundizar con el docente, sobre los conocimientos adquiridos en cuanto a los contenidos enseñados del tema de ángulos de elevación y depresión.**

**Conteste de manera sincera el siguiente cuestionario para validar la información de manera acertada o errada.**

1.       ¿En las temáticas dadas, le ha quedado claro el concepto de triángulos rectángulos para solucionarlos por funciones trigonométricas con el concepto de ángulos de elevación y ángulos de depresión?
  
2.       ¿La manera como fue explicado por el docente la temática y comparándola con el uso del GeoGebra, con cual de las dos estrategias le genero un mejor aprendizaje?
  
3.       ¿Al usar el software GeoGebra, fue más sencillo comprender el tema de los ángulos de elevación y depresión
  
4.       Describa la importancia de que la matemática sea enseñada con ayudas de programas matemáticos como el GeoGebra

5. ¿Qué fue lo que más le gustó de la clase de matemáticas cuando se hicieron las aplicaciones de los applets?
6. ¿El applet presentado fue llamativo y didáctico para el desarrollo de las actividades propuestas?