

**Situaciones Didácticas En La Enseñanza De Las Razones Trigonométricas En Los
Estudiantes Del Grado Undécimo De La Institución Educativa “Rioarriba” Del Municipio
De Aguadas – Caldas**

Lina P. Garcés y Johny A. González

Universidad Católica de Manizales

Facultad de educación

Licenciatura en Matemáticas y Física

Magister: Rubén Darío Lara Escobar

15 de junio de 2021

Resumen

El presente trabajo, busca medir la efectividad de la implementación de una secuencia de tareas para la enseñanza de un tema matemático; en este caso un problema de la vida cotidiana a través de la solución de un triángulo rectángulo donde la secuencia de tareas desarrollada fue elaborada teniendo en cuenta las necesidades educativas, sociales y etnográficas de la institución educativa Rioarriba del municipio de aguadas caldas, institución en la cual fue aplicada la propuesta investigativa.

Es de resaltar que dicha investigación tuvo un enfoque cualitativo, donde se logró evidenciar que la metodología utilizada arrojó resultados positivos; los cuales fueron obtenidos mediante la aplicación de una prueba inicial que buscaba conocer los conocimientos previos de los estudiantes y una prueba final que evaluó los conocimientos obtenidos después de desarrollada la secuencia de tareas

Abstract

This work seeks to measure the effectiveness of the implementation of a sequence of tasks for teaching a mathematical topic; In this case, a problem of daily life through the solution of a right triangle where the sequence of tasks developed was elaborated taking into account the educational, social and ethnographic needs of the educational institution Rioarriba of the municipality of Aguadas Caldas, an institution in the which was applied the investigative proposal.

It is noteworthy that said research had a qualitative approach, where it was possible to show that the methodology used yielded positive results; which were obtained by applying an initial test that sought to know the students' previous knowledge and a final test that evaluated the knowledge obtained after developing the sequence of tasks

Tabla de contenido

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1. 1 Introducción	1
1.2 Justificación	3
1.3 Objetivo General	5
1.3.1 Objetivos Específicos	5
1.4 Formulación Del Problema	6
1.4.1 Pregunta problema	12
1.4.2 análisis situacional de la institución.....	12
2. Marco Referencial	14
2.1 Introducción	14
2.3 Marco de Antecedentes	14
2.4 Marco conceptual.	21
3. Diseño Metodológico	37
3.1 Tipo de investigación	38
3.2 enfoque de la investigación	39
4. Resultados Y Discusión	40
5. Conclusiones Y Recomendaciones	51
6. Bibliografía	53

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1. 1 Introducción

La iniciativa de éste proyecto nace con el fin de mejorar el aprendizaje de las ciencias exactas en este caso las matemáticas, para lograr su comprensión, análisis e interiorización de las razones trigonométricas en el grado Décimo de la Institución Educativa Rioarriba ubicada en el área rural del municipio de Aguadas, departamento de Caldas; buscando mejorar tanto la aplicación de las matemáticas en este caso las razones trigonométricas en la vida cotidiana, sino también como objeto principal el mejoramiento y posicionamiento de la Institución Educativa en las pruebas de estado.

Analizando se tiene como información preliminar que los estudiantes de la Institución Educativa “Rioarriba” obtienen muy bajos resultados al momento de realizar las pruebas de estado, notando en ello la falta de interpretación, análisis y comprensión en la resolución de diferentes triángulos rectángulos

Es por esto que después de haber estudiado a fondo la problemática presentada en la institución se considera que es importante el fortalecimiento en la enseñanza de las matemáticas a través de diversas estrategias lúdicas en este caso el desarrollo de una “secuencia didáctica” como mediador de la enseñanza sin dejar de lado la metodología utilizada por la institución logrando de esta manera fortalecer el aprendizaje cooperativo y colaborativo pilares fundamentales de la metodología escuela nueva.

La secuencia didáctica es material educativo que busca promover el aprendizaje autónomo en los estudiantes, pero también es apoyo para que se genere trabajo colaborativo fortaleciendo el trabajo en grupo.

Tradicionalmente las matemáticas han sido un problema para la mayoría de estudiantes, éstos la han visto cómo la materia más tediosa, esto se debe al tipo de metodologías que no han cambiado durante el paso del tiempo lo que hace que las matemáticas siempre se vean por parte de los estudiantes como monótonas, aburridas y les llame poco la atención.

Por consiguiente es importante innovar en la enseñanza de las matemáticas más cuanto se trata de estudiantes con muchas expectativas que buscan aprender con estrategias nuevas y que les llame la atención, de ahí la idea de diseñar una secuencia didáctica y en ella inmersas una serie de estrategias para desarrollar de manera creativa el tema de razones trigonométricas que puede parecer un tema complejo para los estudiantes pero que con ayuda y mediación de diferentes recursos se puede alcanzar grandes logros.

Esta investigación se realiza a través de diferentes estrategias; la principal de ellas es la elaboración de una Secuencia Didáctica; uso de material concreto, juegos didácticos, verificación de resultados; Que permitan un acercamiento más dinámico e interactivo entre docente y estudiante; logrando de este modo un ambiente de aprendizaje significativo y más agradable que logre cautivar más el interés en los estudiantes a la hora de realizar cada una de las actividades planteadas.

1.2 Justificación

Apoyados en la ley 115 de 1994, Ley General de Educación la define como *“Un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes”* en su Artículo 23 donde se aclara cuáles son las áreas obligatorias y fundamentales; sustentada en el estudio de 9 asignaturas obligatorias que respondan al cumplimiento de dicho objetivo, de las cuales sobresalen 4 fundamentales como lo son matemática, ciencias naturales, español y sociales; siendo la primera una de las más relevantes; se observa la necesidad de realizar un proyecto de investigación en el área de matemáticas para el cual a través de diferentes estrategia didácticas ayuden a las estudiantes a comprender de una forma más sencilla, un tema que es de gran importancia en el grado décimo de la media académica como lo son las razones trigonométricas.

Dichas estrategias serán aplicadas ya que después de un análisis detallado de los resultados de las pruebas externas de los estudiantes de la institución educativa Rioarriba del municipio de Aguadas - Caldas se puede evidenciar que el componente matemático es uno de los más bajos, lo cual luego de un proceso de interacción con el docente de dicha asignatura se llega a la conclusión que él no ha hecho uso de todos los recursos lúdicos como mediador del aprendizaje por lo que los estudiantes no demuestran interés a la hora de realizar tales procesos matemáticos resaltando que dichos conocimientos no son de gran aplicación para la vida cotidiana.

Por tal motivo se encuentra la necesidad de mejorar tanto el interés académico de los estudiantes en el área de trigonometría, como los resultados de las pruebas externas de la institución educativa logrando que se no solo se entienda para responder a procesos disciplinares, sino que se logre la aplicabilidad y transversalidad de esta en cualquier campo laboral.

1.3 Objetivo General

- ✓ Implementar la secuenciación de tareas como una estrategia de aprendizaje, análisis, interpretación y aplicación de las razones trigonométricas con problemas de la vida cotidiana a los estudiantes de la institución educativa “Rioarriba” del municipio de Aguadas – caldas

- ✓ Fortalecer el aprendizaje de las matemáticas a través de una secuencia de tareas como estrategia de aprendizaje, análisis, interpretación y aplicación de las razones trigonométricas con problemas de la vida cotidiana a los estudiantes de la institución educativa “Rioarriba” del municipio de Aguadas – caldas

1.3.1 Objetivos Específicos

- ✓ Determinar el nivel de conocimientos previos que tienen los estudiantes, para el aprendizaje de las razones trigonométricas

- ✓ Diseñar una secuencia de tareas basada en problemas reales del contexto para la enseñanza de las razones trigonométricas

- ✓ Evaluar la eficacia en la implementación de la secuenciación de tareas para la enseñanza de las razones trigonométrica

1.4 Formulación Del Problema

Con el fin de tener una educación de calidad direccionada a las Instituciones Educativas, el Ministerio de Educación Nacional brinda una serie de estándares de competencias y lineamientos que generalicen el proceso de fundamentación y planeación de cada una de las áreas obligatorias y fundamentales en todo el territorio nacional que permitan un equilibrio académico entre estas instituciones.

Para Martha Delgado (2014), donde define que *“Mejorar la cantidad y la calidad de la educación es uno de los desafíos fundamentales que enfrenta Colombia en su propósito de acelerar el crecimiento económico y ofrecer mayores posibilidades de bienestar a toda la población”* basados en esta definición nos encontramos que todas estas competencias las podemos obtener a través de la enseñanza de las ciencias exactas en este caso las matemáticas a través de un proceso de planeación ajustada de acuerdo a las necesidad de la población y sin olvidar los lineamientos y estándares básicos de competencias

Estudiar las ciencias exactas, es decir; las matemáticas han sido un gran desafío tanto para estudiantes como para docentes y más aún cuando se tiene el erróneo pensamiento que solo los estudiantes “inteligentes” pueden lograr comprender y analizar los problemas matemáticos

En todas las clases sociales, los estudiantes a menudo escuchan fuertes críticas sobre los problemas encontrados en el estudio de matemáticas. Numerosos investigadores señalan que estas críticas y el mismo rechazo del tema no solo se deben a aspectos relacionados con la naturaleza del tema, sino también al resultado de una serie de

estereotipos que los rodean, que se encuentran en el ámbito familiar. Este hecho hace que los estudiantes tengan ciertos prejuicios en el aprendizaje de las matemáticas, lo que afecta en gran medida su proceso de enseñanza.

En Gil, Blanco & Guerrero (2006), se afirma que con frecuencia los padres de familia, amigos o compañeros de estudiantes que ingresan a los diferentes niveles educativos, suelen comentar sus amargas experiencias y sentimientos de fracaso con relación a esta disciplina. Mencionan que este hecho provoca en el estudiante angustia y predisposición. De este modo, se evidencia que la misma sociedad se ha encargado de promover y divulgar ciertos sentimientos sobre las Matemáticas que contribuyen a que los jóvenes adquieran creencias con respecto a que “las matemáticas son difíciles, complicadas y destinadas a los «más inteligentes»” (Gil et al., 2006, p.552).

Según Hidalgo et al. Estas dificultades “objetivas” no podrían por si solas explicar el rechazo a las matemáticas por razón obvia: es la misma asignatura, la misma disciplina para todos los alumnos y, de entre éstos, hay quienes huyen de las matemáticas, pero también quienes las adora (p. 91). En efecto, aunque muchos alumnos presentan ciertas desviaciones en matemáticas, en todos los entornos educativos es posible encontrar alumnos que hayan mostrado un gran interés por ella y clasificarla como su materia preferida. Algunos expertos creen que este sentimiento de las matemáticas se debe a la experiencia y antecedentes formados por los jóvenes, muchos de los cuales están relacionados con el mismo sistema educativo.

Por ejemplo, Pintrich (1994) explica la motivación académica en la clase en función de la correspondencia de tres componentes: 1) el contexto de la clase. 2) los sentimientos y creencias de los estudiantes sobre su propia motivación, y 3) los comportamientos observables de los estudiantes. Según su propuesta, el contexto de clase influencia los sentimientos y las creencias; pero ellos a su vez, determinan los comportamientos observables.

En este sentido, Gil, Blanco & Guerrero (2005) señalan que los sentimientos de los estudiantes son factores claves al tratar de comprender las actitudes hacia las Matemáticas. Mencionan que: la relación que se establece entre los afectos y el aprendizaje es cíclica: de una parte, la experiencia que tiene el estudiante al aprender matemáticas le provoca distintas emociones e influye en la formación de creencias; por otra, las creencias que sostiene el sujeto tienen una consecuencia directa en su comportamiento en situaciones de aprendizaje y en su capacidad para aprender (p. 17)

En el caso de los docentes, donde también se convierte un reto enseñar a estudiantes cuando existen todos los obstáculos que se presentan en la cotidianidad de un estudiante donde el maestro debe tener como principal aliado la creatividad y la práctica de la pedagogía son dos procesos que deberían estar íntimamente relacionados, en donde la acción del profesor, como especialista en pedagogía, podría resultar necesaria y fundamental. Sin embargo, la creatividad requiere una preparación adecuada al tiempo que brinda posibilidades de desarrollo para el campo educativo y los docentes. Debes

entender que enseñar no es sinónimo de difundir cultura, sino de formar a los estudiantes para integrar, reconstruir y enriquecer la cultura. Si un profesor quiere educar para el cambio y capacitarse para la innovación, debe ser creativo. Tomemos como ejemplo a los profesores de ciencias naturales y matemáticas. Piensan que su trabajo es muy sencillo. Piensan que basta con tener nuevos conocimientos para aprender, entender algo de pedagogía y tener cursos de psicología educativa.

Constituye una restricción, porque revela las deficiencias y deficiencias en el desarrollo de sus actividades docentes. Ésta puede ser una de las razones que hacen que el proceso de enseñanza de las matemáticas sea monótono y tedioso. Por lo tanto, es necesario revisar las actitudes de estos docentes para minimizar los obstáculos que encuentran en la actualización docente y adoptar medidas innovadoras que puedan superar estos obstáculos. El estereotipo más común es que un científico es una persona que está abierta a cosas nuevas y está acostumbrada a razonar y discutir teorías y opiniones basadas en sus fortalezas inherentes.

En este sentido, Campanario (1997) asume que existe un paralelismo entre la resistencia de los alumnos al campo conceptual y la resistencia por parte de los profesores de ciencias a aceptar nuevas ideas. 7 De la Torre (1991), considera que la creatividad es una cualidad inherente a todo ser humano, está latente en casi todas las personas, es una cualidad sustantiva de las sociedades de empuje. La diversificación de criterios acerca de creatividad, crea limitaciones para asociar la investigación en ciencias y la pedagogía, sólo si los profesores de ciencias se disponen a proporcionar aportes integradores se

podrá, en mejores condiciones orientar a los profesores en el desarrollo de actitudes creativas.

En este sentido, Menchén (1991) afirma que la superación de esta situación sólo puede darse en el marco de un profundo cambio de enfoque, en el que se contemplen los aspectos creativos de la formación en ciencias. Por ello, es necesario incorporar la creatividad en el proceso de enseñanza, tratando de acercar las ciencias a la realidad e intereses de los alumnos, con objeto de que aprendan a resolver los problemas de la vida cotidiana. La aplicación de la creatividad en las ciencias debe poner énfasis en el método científico llevado a la práctica, destacando la incorporación de objetivos actitudinales.

Por lo tanto, los profesores de hoy se enfrentan a enormes desafíos en todas las instituciones educativas. Deben encontrar la manera de hacer que los contenidos sean totalmente elaborados e innovadores, y que los alumnos sientan curiosidad por interactuar con ellos, condición necesaria que debe poder superar y descartar la posible discriminación frente a las matemáticas

La Institución Educativa “Rioarriba” no se encuentra ajena a esta situación; ya que los estudiantes de grado undécimo preguntan constantemente porque aprender fórmulas matemáticas sino el problema enseñado no es aplicable a la vida real

Analizando profundamente la situación y ubicándonos en el rol de estudiantes, percibimos que de cierta manera ellos tienen razón, donde nos invita evaluar cómo aplicar la enseñanza de las razones trigonométricas y convertir las matemáticas en

situaciones contextualizadas, partiendo de problemas reales de la comunidad o vereda, donde los estudiantes pudieran sentir más familiar el análisis de situaciones matemáticas

Teniendo en cuenta que las matemáticas siempre han sido un tema de poco interés para los estudiantes y que los docentes que la imparten pocas veces buscan cambiar su método de enseñanza se encuentra la necesidad de diseñar material que facilite la adquisición de conocimientos y comprensión de los mismos, constituyendo así una efectiva rebelión académica y una oportunidad para transformar las instituciones educativas incluyendo este sistema en la planeación de los temas del área.

1.4.1 Pregunta problema

Por la situación anteriormente planteada nos surge la siguiente pregunta: **¿La secuenciación de tareas, partiendo de problemas cotidianos es una estrategia eficaz para la enseñanza de las razones trigonométricas en los estudiantes del grado undécimo de la Institución Educativa Rioarriba del municipio de Aguadas-Caldas?**

1.4.2 Análisis situacional de la institución

MISIÓN

La Institución Educativa Rioarriba, ofrece formación académica con Profundización en Ciencias Naturales y Educación Ambiental, desarrollando competencias básicas, ciudadanas y generales orientadas hacia el fortalecimiento armónico de los aspectos: intelectual, afectivo, ético, estético, participativo y comunicativo, mediante la implementación de la metodología Escuela Nueva, a través de la gestión de negocios, proyectos agropecuarios y emprendimiento para contribuir al desarrollo sostenible, socioeconómico y cultural de la comunidad.

VISION

Hacia el año 2.025, LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “RIOARRIBA” desde su orientación académica se encaminará hacia una formación integral enmarcada en el fortalecimiento de saberes, competencias, valores y cultura ambiental; capacitando

técnicos emprendedores, gestores de sus propias empresas mediante la autogestión de proyectos sostenibles que generen desarrollo e impacto socioeconómico en la comunidad.

NUMERO DE DOCENTES

INSTITUCIÓN

Docentes: 21

Directivos docentes: 2

Docente orientador: 1

Sede principal: 9

Primaria: 2

Secundaria y media: 7

Número de estudiantes:

Institución: 300

Sede principal: 128

Aulas: 7

ESPACIOS DEPORTIVO: Patio de recreo insuficiente para el número de personal y parque infantil en la zona de primaria

LABORATORIO: Biología, laboratorio básico

EQUIPOS DE CÓMPUTO:

Tablet: 40

Computadores portátiles: 34

2. Marco Referencial

2.1 Introducción

Se estudia el marco teórico del presente trabajo con algunas disertaciones o trabajos de investigación como antecedente, y se analiza para comparar su relación con el proyecto de investigación y su popularidad. Posteriormente, se analiza algunos aspectos del trabajo llevado a cabo, lo que conducirá al desarrollo de recomendaciones pedagógicas a la institución educativa “Rioarriba” del municipio de Aguadas y de esta manera mejorar las prácticas docentes para capturar aprendizajes significativos en los educandos en formación

2.3 Marco de Antecedentes

La investigación sobre la secuencia de tareas y su aplicación en el aprendizaje de las matemáticas muestra que es una herramienta valiosa y eficaz para comprender diferentes temas. Las matemáticas en muchas ocasiones son incomprendidas por los estudiantes, sino que en muchos casos también hay una falta de materiales que los ayuden a comprender y simplificar. Es en este punto que, a través de una secuencia estructurada, como una mediación entre profesores, el método de enseñanza es de gran significancia para el alumno quien se da cuenta que logra una mayor comprensión del problema de esta manera, es decir, diseñada específicamente, partiendo de lo particular a lo general

Uno de los pilares fundamentales para el desarrollo de todos los países del mundo siempre ha sido y será la educación como instrumento para acabar con la pobreza y la desigualdad en mundo, por tal razón en dicho proyecto se tendrán en cuenta los objetivos

y en especial el número 4 que la ONU ha propuesto para mejorar la calidad de vida de todos los habitantes de las naciones donde nos dice. “El objetivo de lograr una educación inclusiva y de calidad para todos se basa en la firme convicción de que la educación es uno de los motores más poderosos y probados para garantizar el desarrollo sostenible” (ONU). Siendo este uno de los principales objetivos en dicho proyecto el cual busca mejorar las prácticas de aula en el área de matemáticas y por ende el mejoramiento de la educación en Colombia.

Del mismo modo en la constitución política de Colombia en su artículo 67 se evidencia la importancia que tiene la educación para su desarrollo entendiéndose como: “Un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura” (Constitución Política de Colombia; 1991). Lo cual tiene gran relación con dicha investigación ya que esta tiene como objetivo, facilitar el acceso al conocimiento matemático para los estudiantes y de este modo poder contribuir a un campo tan importante como lo son las ciencias básicas en la sociedad.

Por otro lado, también es importante tener en cuenta la ley general de educación (ley 115 de 1994), la cual hace referencia a la educación como “un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes”. Que tiene como objetivo la formación de ciudadanos íntegros que permitan un equilibrado desarrollo social donde se respeten las diferencias y se permita el goce de todas las libertades

públicas que establece el estado colombiano; labor que tiene como principales responsables los docentes de las instituciones educativas.

Para finalizar es importante tener en cuenta que dicha investigación será realizada, enmarcada en los estándares básicos de competencias en matemáticas atendiendo al pensamiento espacial y sistemas métricos que tiene como quinto estándar “describir y modelar fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas”.

La matemática siempre ha estado rodeada de paradigmas que la caracterizan o señalan como la asignatura más compleja y monótona comparada con las demás materias; pero es de resaltar que el desarrollo de las habilidades matemáticas logra crear grandes competencias las cuales apuntan al desarrollo integral del ser humano. Durante el proceso de validación de información, se puede precisar la necesidad que ha tenido desde siempre las instituciones educativas por mejorar la visión que se tienen de las matemáticas, se prepondera la necesidad de evolucionar éste término a través de la transposición didáctica en la trigonometría para apuntar a una problemática que cotidianamente se vive.

Es aquí donde se indaga una realidad educativa a nivel internacional, nacional y local sobre cómo se aborda la trigonometría y su enseñanza, específicamente en el desarrollo de las razones trigonométricas, donde éste es muy común dentro de un aula de clase de matemáticas, pero es allí donde el estudiante no logra su comprensión, análisis y

mucho menos su deducción, cabe resaltar la importancia de aplicarlo a la vida real para lograr un aprendizaje significativo

***ESTRATEGIA DIDÁCTICA COMO APOYO AL APRENDIZAJE DE LA
TRIGONOMETRÍA EN ALUMNOS TERCER AÑO DE ENSEÑANZA MEDIA***

(Donoso, G. 2012)

Donoso, G. (2012). En la tesis de Maestría en educación matemática, de la Universidad de la Frontera, Facultad de Ingeniería, de Chile, denominada: “Estrategia Didáctica como Apoyo al Aprendizaje de la Trigonometría en Alumnos Tercer Año de Enseñanza Media” donde (Sandra Jeannette Baldizón Díaz), cita a Donoso donde expone en su tesis de grado que se desarrolló de forma cuasi experimental, tipo cuantitativa, de corte transversal, en el que para realizar el estudio tomaron dos grupos de estudiantes, uno de control y otro experimental, usando para el primero la metodología de enseñanza tradicional y para el segundo se le apoyó con una estrategia didáctica con uso de Tics, al final de una unidad de trigonometría, se evaluaron ambos grupos, para identificar las diferencias de conocimientos y la percepción de los estudiantes sobre los resultados obtenidos. (Méndez Hijonosa & González Ramírez, 2011) La investigación estableció como objetivos principales el conocer estrategias didácticas que apoyen el proceso de enseñanza-aprendizaje de la trigonometría; desarrollar en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la trigonometría, estrategias didácticas apoyadas con el uso de Tics y analizar el efecto en el uso de estrategias didácticas apoyadas de las

Tics. Obteniendo como principales resultados el validar la satisfacción sobre la estrategia aplicada como apoyo a la adquisición de contenidos de trigonometría; verificar que la aplicación de estrategias didácticas apoyadas en 5 de herramientas tecnológicas, mejoran sustentablemente. Así mismo, se determinó que la aceptación y complacencia de los alumnos, motivándolos a seguir trabajando con este tipo de herramientas. También fue verificable, que se producen efectos positivos en el desarrollo del modelo didáctico durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones trigonométricas a partir del uso de herramientas tecnológicas para el tercer año de enseñanza media, logrando así mejores resultados. La experiencia posibilitó el logro de otras dimensiones profesionales. Desde la perspectiva del conocimiento de contenido, permitió reforzar aquellos relacionados con la unidad de trigonometría. Desde la perspectiva del recurso informático, permitió que se formaran una idea sobre una propuesta metodológica que permite articular la enseñanza tradicional y la enseñanza en el laboratorio con tópicos curriculares del área temática. Desde el punto de vista de la percepción, los docentes tienen una visión positiva sobre la posibilidad de realizar actividades en la sala de computación, conjugando motivación, disciplina, entretenimiento y aprendizajes.

UNIDAD DIDÁCTICA: TRIGONOMETRÍA

(Javier Fernández Medina)

Dicho trabajo realizado por Javier Hernández Medina, con la supervisión de Luis Rico Romero de la Universidad de Granada, propone en su trabajo la realización de una guía didáctica la cual ayuda a mejorar y asimilar los nuevos conceptos que se tienen de la trigonometría, una guía lúdica y pedagógica donde el estudiante pueda realizar diversas actividades que apunten a su desarrollo integral.

Donde expone algunas conclusiones y/o afirmaciones, donde los procesos de enseñanza deben adaptarse a cada alumno, atendiendo en la mayor medida posible a sus capacidades individuales. Es por ello que el docente debe realizar un seguimiento lo más individualizado posible de cada alumno para detectar alumnos o alumnas que tengan problemas para seguir el normal desarrollo de la unidad, así como para detectar alumnos que tengan altas capacidades y puedan (y quieran) profundizar en la materia. Todas estas medidas de flexibilización están supeditadas a la adquisición de los contenidos mínimos, consecución de los objetivos y al logro de las competencias. Se hace entonces necesario tener preparadas una serie de actividades de refuerzo y de ampliación con las que poder atender los alumnos que lo requieran.

Las tareas de refuerzo no deben sustituir en ningún caso a las tareas propias del normal desarrollo de la unidad, serán en todo caso actividades complementarias que ayuden al alumno que tiene dificultades a conseguir alcanzar el ritmo de clase. Estas tareas deberían ir enfocadas a reforzar los contenidos mínimos expuestos en el Real Decreto de enseñanzas mínimas. Serán preferiblemente tareas de ejercitación dedicadas a la práctica con la resolución de triángulos rectángulos y su aplicación en la resolución de problemas. Las tareas de ampliación en el caso en el que hubiera algún alumno que

mostrará excesiva facilidad en el desarrollo de la unidad, se podría sugerir trabajar con unas tareas de dificultad mayor o que traten contenidos no considerados en esta unidad pero que se extienden fácilmente desde los contenidos propios de dicha unidad. Estas tareas estarían orientadas a intentar desarrollar las capacidades del alumno al máximo, pero sin que esto pudiera ocasionar perjuicio alguno al mismo.

Los contenidos que se podrían tratar podrían ser la resolución de ecuaciones trigonométricas algebraicamente, la demostración de igualdades utilizando las relaciones fundamentales, ángulos de la suma y diferencia, ángulo doble y mitad, o construcción de la función seno. En todo caso, las medidas de apoyo a la diversidad deben ser consensuadas por todos los interesados, desde el mismo alumno o alumna hasta la familia, que siempre debe estar informada de este tipo de medidas. Aparte de la familia y el interesado, los equipos de orientación pedagógica ayudarán a tomar las medidas oportunas en cada caso.

En Colombia la educación ha ido evolucionando y tratando de dar mejoras al currículo en la educación matemática, incorporando en ellas el uso de diversas herramientas tecnológicas las cuales apuntan a la necesidad de la población, es aquí donde el gobierno a través de políticas y diversos programas como el programa “computadores para educar y “Colombia aprende” (MinTic, 2003). Todas estas herramientas mediadoras de enseñanza aprendizaje para mejorar la calidad de educación en matemáticas.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) con el firme propósito de mejorar la calidad de la educación en Colombia establece los lineamientos curriculares y los estándares Básicos de Competencia en matemáticas. (MEN 2006) se hace un llamado al desarrollo de las competencias en matemáticas que tiene como propósito afirmar el proceso de enseñanza aprendizaje, es allí donde los docentes deben estar en capacidad de incorporar las diversas representaciones semióticas del mismo problema, para lograr atender a las múltiples inteligencias que pueden tener la población estudiantil.

2.4 Marco conceptual.

Sobre el aprendizaje de las matemáticas el Ministerio de Educación Nacional, MEN (s. f) dice: “La educación matemática debería conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos, desde luego sin dejar de lado los elementos de la cultura matemática universal construidos por el hombre a través de la historia durante los últimos seis mil años” (p 15)

“Esta visión de las matemáticas se fundamenta en el marco conceptual de pisa 2012 y su propuesta sobre la alfabetización matemática” (Gómez, 2018, p.1). Concepto importante en el cual está basado el proyecto de investigación donde se busca llevar a los estudiantes a dar solución a una situación problema contextualizada al quehacer laboral, social y familiar en el que se desenvuelven.

Por su parte Gómez (s. f). “Considera que los estudiantes aprenden matemáticas cuando, al abordar tareas complejas que implican problemas contextualizados, ponen en juego los conocimientos y destrezas que tienen disponibles, interactúan y se comunican con otros estudiantes y con el profesor, negocian significados, llegan a acuerdos sobre la solución de la tarea, comunican y justifican su solución” (p 1)

A partir de las consideraciones anteriores, y en acuerdo con Usiskin (2012) quien sugiere cinco dimensiones para la comprensión de un concepto en matemáticas desde el punto de vista de los estudiantes, frente a la dicotomía de Skemp, (1978) sobre la comprensión, es decir, la comprensión instrumental y la comprensión relacional que significa esencialmente comprensión procedimental y comprensión conceptual, identificamos estas

herramientas teóricas como un punto de vista para comprender la naturaleza de la implementación de las tareas en el aula de clase, con el objeto de mejorar el aprendizaje.

De igual forma también consideramos que la teoría de representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas, puede ser un aspecto teórico que permite orientar nuestra propuesta de intervención en el aula, como lo expresa (Tamayo-Alzate, 2006). (s.f)

“Hacen referencia a todas aquellas construcciones de sistemas de expresión y representación que pueden incluir diferentes sistemas de escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, esquemas, etc. Cumplen funciones de comunicación, expresión, objetivación y tratamiento. Hoy en día se considera que no es posible estudiar los fenómenos relacionados con el conocimiento sin recurrir a la noción de representación.

Se admite, además, que la pluralidad de sistemas semióticos permite diversificar las representaciones de un mismo objeto, y, de esta forma, amplía las capacidades cognitivas de los sujetos y, por tanto, sus representaciones mentales. Otro aspecto importante hace referencia al cambio de las formas de representación, como consecuencia de la selección de procesos cognitivos más económicos en el tratamiento de las representaciones”. (p.5, 2006)

Desde la perspectiva de la secuenciación de tareas presentamos algunas ideas sobre el concepto de tarea escolar; desde la perspectiva de la educación colombiana, las tareas escolares se refieren a las diferentes formas en que los docentes asignan deberes a los estudiantes en las asignaturas que imparten. De acuerdo a (Gómez et al., 2014, 2018; Pinzón & Gómez, 2018), estas diferentes concepciones de tareas, como problemas,

ejercicios, rutinas, entre otras, requieren una conceptualización precisa y amplia que permita incluir las diferentes formas presentes en las aulas de nuestro país.

Si tenemos en cuenta algunos elementos del en el proceso de enseñanza y aprendizaje, tales como la interacción con el docente, los métodos de enseñanza, el ambiente escolar y los conocimientos específicos del tema, los estilos de aprendizaje y la formas de evaluación, obtenemos un marco más amplio para entender la comprensión de las tareas escolares en matemáticas. Esto se puede resumir en una percepción activa del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, de acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional, quienes sustentan una perspectiva del aprendizaje de las matemáticas en la que el aprendizaje activo toma relevancia fundamental. (MEN, 1998, p. 24)

Todo esto nos permite adoptar en esta propuesta, la idea que el aprendizaje de las matemáticas se oriente hacia la aplicación de diferentes tipos de pensamiento matemático, a las ciencias en general, a través de la exploración de situaciones reales, es decir situaciones cotidianas relacionadas con el contexto socio-cultural de los estudiantes.

Algunos autores (Monereo, 2009; B Otero & Monereo, 2010; Pinzón & Gómez, 2018; Wiggins, 1990), manifiestan que una tarea escolar en matemáticas que cumple con estas características, es consistente con el marco conceptual de PISA, es decir, “vemos las matemáticas como una herramienta con la que el estudiante puede abordar problemas de la vida cotidiana en diversos contextos” (Gómez et al., 2018; p.197). De acuerdo a esto,

consideramos pertinente que la secuencia de tareas esté orientada de acuerdo a estos autores y la discusión presentada en los párrafos anteriores.

A continuación, se encontrarán los conceptos y autores más referentes que servirán de ayuda para sustentar la metodología utilizada en el proceso de enseñanza aprendizaje de las razones trigonométricas en el grado décimo de la institución educativa Rioarriba del municipio de Aguadas-Caldas.

Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Cuando se habla de enseñanza se hace referencias a la transferencia de conocimientos e ideas hacia personas que no los tienen o tienen una idea errónea de lo que se está transmitiendo; es por esto que no solo se puede hablar de enseñanza en entornos educativos ya que como seres humanos se está siempre en constante aprendizaje.

Al hablar de enseñanza educativa es importante mencionar a Stenhouse (1991, 53) quien citado por (Sarmiento Santana et al., 2007) entiende por enseñanza las estrategias que adopta la escuela para cumplir con su responsabilidad de planificar y organizar el aprendizaje de los niños, y aclara, “enseñanza no equivale meramente a instrucción, sino a la promoción sistemática del aprendizaje mediante varios medios”.

Es de tener en cuenta que los medios antes mencionados son todos aquellos métodos que los docentes emplean para crear en los estudiantes ese interés que les permita abrirse con mayor autonomía a todo lo que el docente desee de ahí la importancia

de citar a González (2012) quien citado por (Lores & Matos, s. f., p. 4) expresa que todo método de enseñanza es el conjunto de técnicas y actividades que un profesor utiliza con el fin de lograr uno o varios objetivos educativos, que tiene sentido como un todo y que responde a una denominación conocida y compartida por la comunidad científica.

Es de anotar que para el logro de estos objetivos es importante tener unas metas claras y bien estructuradas ya que como lo indica Stenhouse (1984) citado por (Granata & Barale, s. f., p. 4)

“... enseñar es un compromiso intencional que se orienta a fines que deben ser claramente planteados. Si el profesor propone metas precisas y expresa los cambios que espera producir en los alumnos, el camino hacia la meta puede verse bien definido y además comprobar si ha sido logrado”.

SECUENCIA DE TAREAS: PEDRO GOMEZ, MARIA FERNANDA MORA Y CARLOS VELASCO

Las matemáticas han sido y son un dolor de cabeza para la mayoría de los estudiantes sin importar la institución donde se encuentren, es por esto que como docentes estamos en la obligación de hacerles notar en primera medida; que cada uno de los temas dictados en esta asignatura son de gran importancia y utilidad para la solución a diversos problemas en cualquier contexto de la vida cotidiana, donde se desenvuelven social o laboralmente. De aquí la importancia de hacer una reflexión a las prácticas pedagógicas donde se tenga en cuenta que más que hacer que el estudiante se aprenda

una fórmula matemática es deber del docente estar en la capacidad de demostrarla y hacer que él llegue a deducir e interpretarla para posteriormente saber aplicarla.

Por esto es importante tener en cuenta que las matemáticas a pesar de su complejidad y el temor que crea en los estudiantes ellos en ocasiones las abordan poniendo en juego sus conocimientos y destrezas en la solución de algunos problemas que de una u otra manera acaparan su atención y logran, que a medida de la aplicación de conceptos o procedimientos ya conocidos surjan nuevas estrategias y por ende nuevos conocimientos que ayuden a dar solución a dicha problemática; momento en el cual el estudiante logra dejar sus limitaciones y adquiere un nuevo conocimiento. Es aquí donde entra en juego el papel del docente logrando crear tareas donde los estudiantes se superen por sí mismos y pierdan el temor hacia la asignatura consiguiendo crear un aprendizaje más autónomo y contextualizado.

Teniendo en cuenta lo anterior es importante saber que aquellas tareas creadas por el docente deben poner en juego aquellos conceptos y procedimientos ya conocidos de manera que creen confianza y ellos mismo puedan reconocer errores cometidos los cuales con una retroalimentación docente estudiante puedan ser superados. Es importante enfatizar que Aquellas tareas deben de seguir una secuencia las cuales el estudiante debe ir desarrollando en unos tiempos establecidos de forma que se logren alcanzar las metas propuestas. Para esto el profesor debe tener herramientas conceptuales y metodológicas que le permitan diseñar la secuencia de tareas y justificar que ese diseño satisface las condiciones que se muestran en la siguiente figura. [citar la figura el número de acuerdo a](#)

[APA](#)

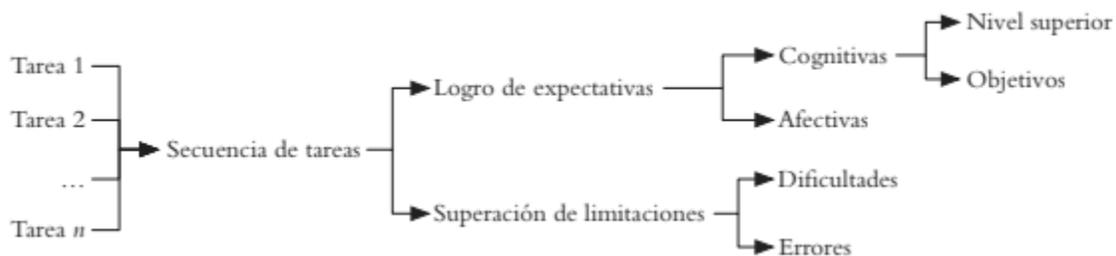


Figura 1. Gómez, P., Mora, F., & Velasco, C.

Por ende, una secuencia de tareas consiste en establecer el orden en que las tareas se distribuyen en las sesiones de clase e indicar cómo las metas de cada tarea contribuyen a los objetivos de aprendizaje ya establecidos. Que tienen como objetivo superar las limitaciones de aprendizaje encontradas en un aula de clase en este caso en el área de matemática donde el tema de razones trigonométricas en un triángulo rectángulo. Según Gómez P, Mora M Y Velasco C, “También es posible la modificación de una secuencia de tareas que se puede realizar al cambiar el orden de las tareas, al modificar o eliminar tareas existentes, o al introducir nuevas tareas. Estas modificaciones deben estar motivadas por el análisis de la secuencia de tareas en los términos de su contribución al logro de las expectativas cognitivas y afectivas, y a la superación de las limitaciones de aprendizaje”

ELEMENTOS DE UNA SECUENCIA DE TAREAS

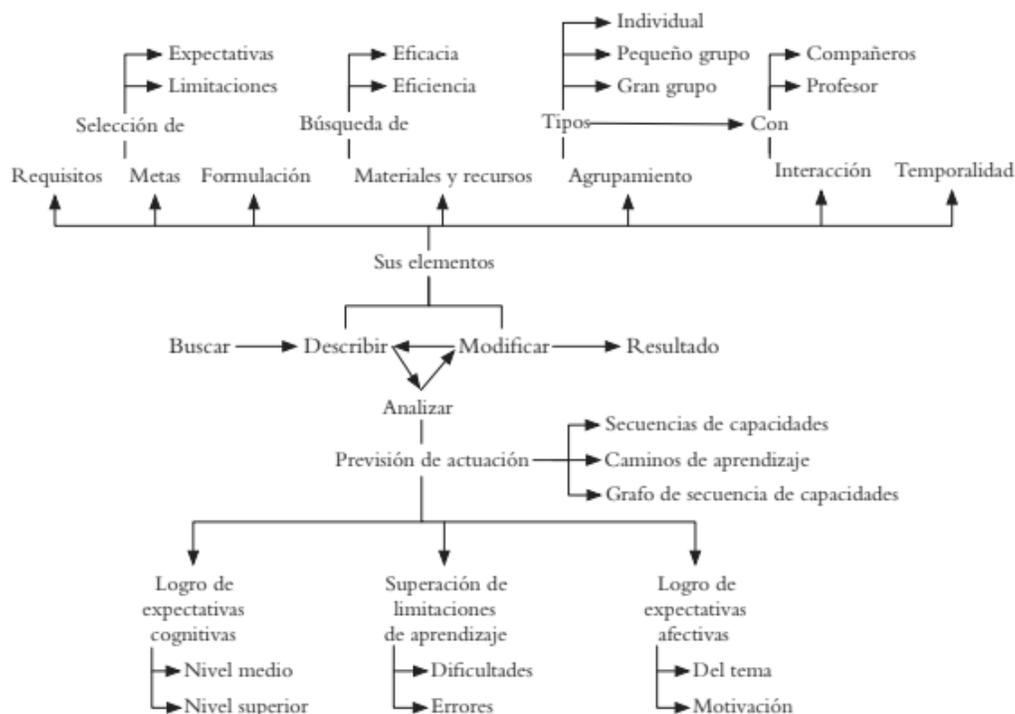


Figura 5. Descripción, análisis y modificación de una tarea

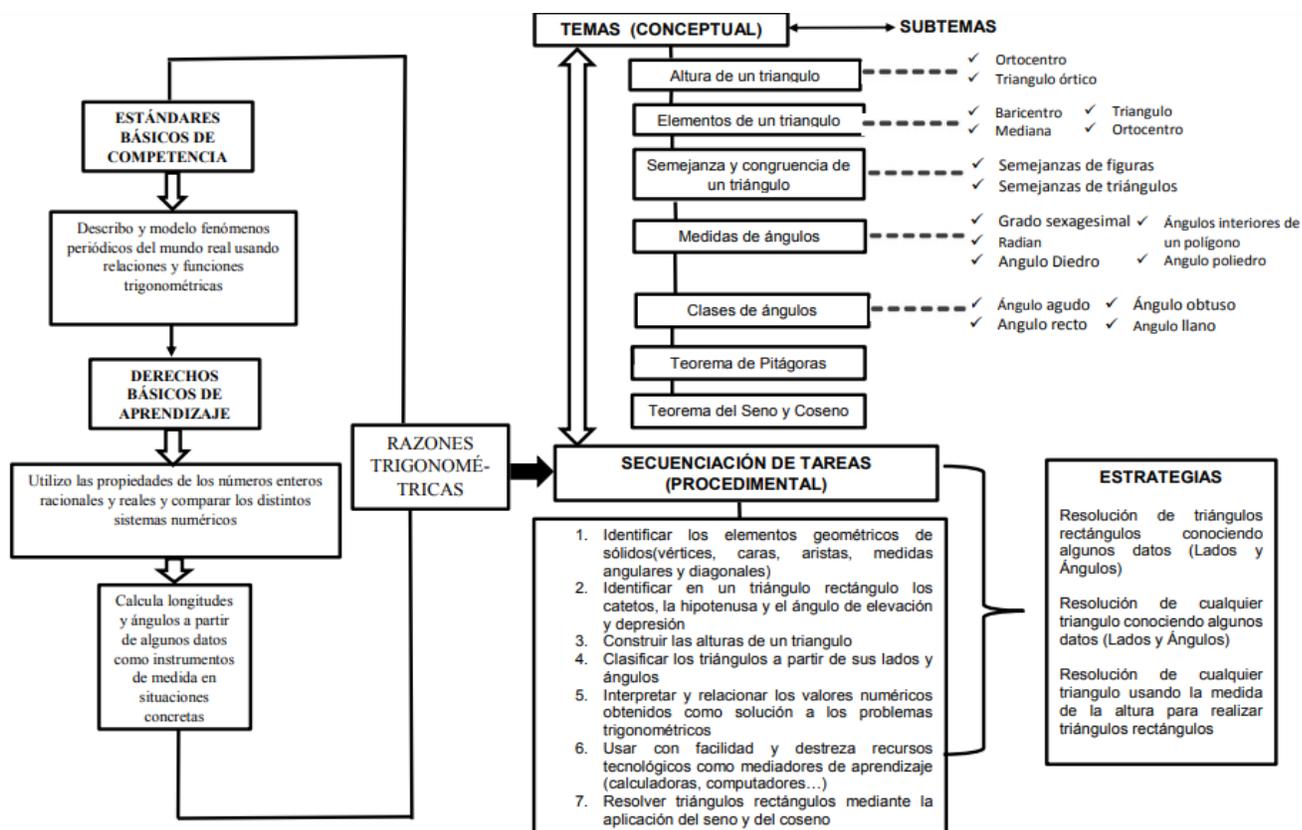
Figura 2. Gómez, P., Mora, F., & Velasco, C

Para esto es indispensable tener claro a que hacen referencia cada uno de los 7 elementos que conforman el desarrollo de cada una de las tareas, donde los requisitos son los conocimientos y destrezas necesarios para poder abordar la tarea. Las metas son los conocimientos y destrezas que se espera desarrollar con motivo de abordarla. La formulación es la instrucción (usualmente escrita) que se entrega a cada estudiante para

que por medio de una lectura el mismo trate de comprender el objetivo de ésta, los materiales y recursos que son las herramientas que los estudiantes pueden utilizar para abordar la tarea.

Se refiere a las formas de organización de los estudiantes que se sugieren para resolver la tarea. La interacción tiene que ver con las formas en que se prevé que los estudiantes y el profesor cuando se aborde la tarea (relación maestro-estudiante) finalmente, la temporalidad que hace referencia a los momentos y tiempos en los que se atiende a las diferentes partes de la tarea. Cada uno de estos elementos es indispensable para que cada una de las tareas establecidas sean llevadas a feliz término logrando el objetivo principal donde se superen limitaciones y se generen nuevos conocimientos.

Grafo conceptual para la planeación de la secuencia de tareas.



USISKIN, Z. (2012): WHAT DOES IT MEAN TO UNDERSTAND SOME MATHEMATICS

Usiskin (2012) sugiere cinco dimensiones para la comprensión de un concepto en matemáticas desde el punto de vista de los estudiantes, frente a la dicotomía de Skemp sobre la comprensión, es decir, la comprensión instrumental y la comprensión relacional que significa esencialmente comprensión procedimental y comprensión conceptual. Según su estudio, todos son diferentes, más de dos aspectos de la comprensión de un mismo tema y cada aspecto se puede dominar para que sea relativamente independiente

de los demás, por lo tanto, estos aspectos se denominan dimensiones de la comprensión. Esto es para una comprensión completa de algunas matemáticas.

Dimensión de algoritmo de habilidad: Esto está relacionado con obtener la respuesta correcta mediante algoritmos o procedimientos. Debido a que a menudo esto se hace automáticamente, a menudo se considera que la aplicación de los procedimientos es lo opuesto o un nivel de comprensión más bajo. Sin embargo, la comprensión de los procedimientos implica mucho más que simplemente aplicar un algoritmo.

Dimensión a prueba de propiedad: Esto se relaciona con identificar las propiedades matemáticas o teorías que subyacen en el por qué funcionó la forma de obtener la respuesta.

Dimensión uso-aplicación (modelado): Está relacionada con saber cuándo o dónde podrían estar las matemáticas. Esto no implica un orden de pensamiento superior al de la habilidad, sino un tipo de pensamiento diferente, porque alguna aplicación es más difícil que alguna habilidad, pero alguna habilidad es más difícil que alguna aplicación.

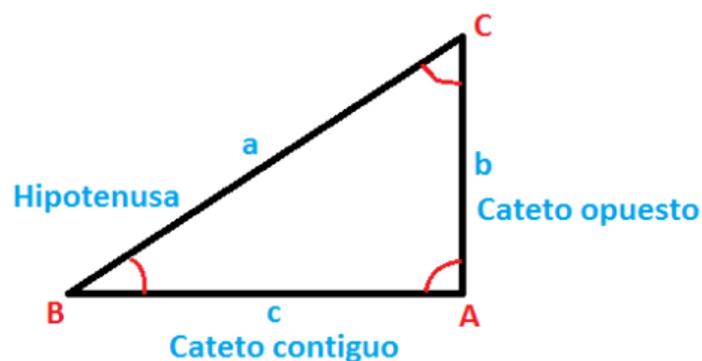
Dimensión representación-metáfora: Está relacionado con la representación del concepto matemático de alguna manera (utilizando objetos concretos, representaciones pictóricas, metáforas, etc.).

Dimensión historia-cultura: Esto está relacionado con conocer las respuestas de las siguientes preguntas: “¿Cómo y por qué surgió cierta parte de las matemáticas? ¿Cómo se ha desarrollado con el tiempo? ¿Cómo se trata en diferentes culturas, etc.?” Usiskin (2012, p. 515) afirma que la última dimensión de la comprensión no suele encontrarse en las matemáticas escolares. Esto sugiere que el aspecto historia-cultura de las matemáticas debería tratarse en la enseñanza de las matemáticas para una comprensión completa de un concepto.

RELACIÓN DE LOS ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO Y LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS.

Los triángulos en general, están formados por 3 lados y 3 ángulos. Además, los triángulos rectángulos se llaman así por tener un ángulo recto entre sus catetos.

Los lados de un triángulo rectángulo son la hipotenusa y los dos catetos:



El lado que está enfrente del ángulo recto es la hipotenusa:

$$a = \text{Hipotenusa}$$

A los otros dos lados, están los catetos: cateto mayor y cateto menor, que como su propio nombre indica, el cateto mayor es el que tiene una mayor longitud y el cateto menor es el que tiene una menor longitud.

Pero existe otra forma de denominar a los catetos, en función del ángulo que tomemos de referencia: el cateto opuesto y contiguo (o cateto adyacente).

¿Cómo identificar los catetos en un triángulo rectángulo?
Te voy a explicar cómo diferenciar entre el cateto opuesto y el cateto contiguo en función del ángulo de referencia.

¿Cómo saber cuál es el cateto opuesto?

Se le llama cateto opuesto al lado que esté enfrente del ángulo de referencia

¿Cómo saber cuál es el cateto contiguo o cateto adyacente?

Se le llama cateto contiguo al lado que esté tocando a ese ángulo.

Por ejemplo, en este triángulo:

Si tomamos de referencia el ángulo B:

$$\left| \begin{array}{l} b = \text{Cateto opuesto} \\ c = \text{Cateto contiguo} \end{array} \right.$$

b es el lado que está enfrente de B y c es el lado que está tocando al ángulo B.

Pero si tomamos como referencia al ángulo C:

$b = \text{Cateto contiguo}$

$c = \text{Cateto opuesto}$

Entonces b es el cateto contiguo y c es el cateto opuesto.

Por tanto, para saber cuál de todas las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, tienes que utilizar para resolver un problema, **lo primero que tienes que hacer es identificar tus catetos con respecto al ángulo con el que estés calculándolas.**

Los lados y ángulos del triángulo rectángulo, tienen una serie de **relaciones** entre ellos, las cuales nos van a ayudar a calcular las medidas de los elementos que no conozcamos.

- Los **tres lados** están relacionados por el **teorema de Pitágoras**:

$$H^2 = C^2 + c^2$$

- Los tres ángulos suman entre ellos 180° :

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

Los ángulos y lados de un triángulo rectángulo, están relacionados por unas expresiones a las que llamamos **razones trigonométricas**.

Vamos ir viéndolas una por una, tomando como ángulo de referencia el ángulo B.

Seno del ángulo B

Relaciona el ángulo B con el cateto opuesto y la hipotenusa. En otras palabras, es la razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa. Se expresa como Sen B:

$$\text{sen } B = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

Coseno del ángulo B

Relaciona el ángulo B con el cateto contiguo y la hipotenusa. Es la razón entre el cateto contiguo y la hipotenusa. Se expresa como Cos B:

$$\cos B = \frac{\text{Cateto contiguo}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

Tangente del ángulo B

Es la razón entre el cateto opuesto y el cateto contiguo. También entre el seno y el coseno. Se expresa como Tg B:

$$\operatorname{tg} B = \frac{\operatorname{sen} B}{\operatorname{cos} B} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto contiguo}} = \frac{b}{c}$$

Cosecante del ángulo B

Es la razón inversa del seno. Se expresa como Cosec B:

$$\operatorname{cosec} B = \frac{1}{\operatorname{sen} B} = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto}} = \frac{a}{b}$$

No hay que confundirlo con la función inversa del seno, que es el arco seno.

Secante del ángulo B

Es la razón inversa del coseno. Se expresa como Sec B:

$$\operatorname{sec} B = \frac{1}{\operatorname{cos} B} = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto contiguo}} = \frac{a}{c}$$

No hay que confundirlo con la función inversa del coseno que es el arco coseno.

Cotangente del ángulo B

Es la razón inversa de la tangente y se expresa como Cotg B:

$$\text{cotg } B = \frac{1}{\text{tg } B} = \frac{\cos B}{\text{sen } B} = \frac{c}{b}$$

No hay que confundirlo por la función inversa de la tangente que es el arco tangente.

Como ves, todas las razones trigonométricas relacionan un ángulo con dos lados, es decir, tres variables. Por tanto, a la hora de elegir qué razón utilizar, deberá ser aquella que **sepamos al menos dos de las tres variables.**

Tenemos que ir jugando con estas fórmulas según los datos que nos de el enunciado del problema.

Existen dos casos posibles que podemos encontrarnos en los problemas o ejercicios de resolución de triángulos rectángulos que son:

- Que **conozcamos dos lados** y nos pregunte por algún ángulo o el otro lado
- Que **conozcamos un lado y un ángulo** y nos pidan calcular cualquier otro lado o ángulo

Si nos dan como dato **dos ángulos, no podremos calcular los lados** de ese triángulo rectángulo. Necesitaríamos más información.

Siempre necesitamos **como mínimo dos datos** para calcular un tercero.

3. Diseño Metodológico

Elaboración de una secuencia de tareas que permita dar solución a dicha situación: es de anotar que esta se elabora teniendo en cuenta las dimensiones que propone Usiskin (2018) para la comprensión de un concepto matemático, desde el punto de vista de los estudiantes: estas son

-Dimensión socio-histórica y cultural: está relacionada con conocer las respuestas de cómo y porqué surgió cierta parte de la matemática y cómo se ha desarrollado con el tiempo, donde se busca conocer los elementos epistemológicos conocidos por los estudiantes.

-Dimensión habilidad de uso de pruebas y propiedades: está relacionada con identificar las propiedades matemáticas o teorías subyacentes del porqué funcionó la forma de obtener la respuesta y con saber cuándo y dónde podrían estar inmersas las matemáticas para dar solución a una problemática.

-Dimensión habilidad de representación y/o metáfora: Está relacionada con la representación del concepto matemático que los estudiantes utilizan al momento de dar solución al problema matemático encontrado; ya sea utilizando objetos concretos, representaciones pictóricas, metáforas o diagramas.

-Dimensión de habilidad algorítmica: Está relacionada con aquellas habilidades en las cuales se necesita usar algoritmos, cálculos y procedimientos en general que estén relacionados con conocimientos aritméticos.

-Aplicación de prueba piloto a secuencia de tareas para medir su nivel de comprensión por parte de los estudiantes.

-Solución de secuencia de tareas por parte de los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa “Rioarriba”

-Analizar los resultados obtenidos por los estudiantes en la solución de cada una de las tareas establecidas.

-Conclusiones sobre la efectividad de la secuencia de tareas al impartir un tema específico del área de matemáticas

3.1 Tipo de investigación

Investigación acción educativa: el cual consiste en la aplicación y generar estrategias y metodologías adecuadas para la enseñanza-aprendizaje, las cuales están aliadas con una pedagogía innovadora

En la medida que “el saber educar”, práctica educativa de todos los pueblos, se tematiza y se hace explícito, aparece la pedagogía. Hay pedagogía cuando se reflexiona sobre la educación, cuando el saber educar implícito se convierte en un saber sobre la educación (sobre sus cómo, sus porqué, sus hacia dónde). El desarrollo moderno de la pedagogía significa adicionalmente delimitación de su objetivo. (Lucio, 1989)

La educación en acción educativa debe permitir a los docentes abarcar todos los aspectos que puedan afectar al desarrollo de una buena educación. Se debe observar de tal manera que los docentes puedan transformar el escenario o el aula en un espacio real, tangible, donde los estudiantes estimulan sus capacidades o habilidades para promover un buen aprendizaje.

3.2 enfoque de la investigación

Enfoque cualitativo: esta investigación cuenta con un enfoque cualitativo, ya que se aborda problemas de aprendizaje de las funciones trigonométricas, las cuales se hicieron evidentes al momento que los educandos de presentan el pre-test

Taylor & Bogdan (1987) definen a la metodología cualitativa en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable.

Este autor define la metodología como una descripción abierta, basadas en las experiencias de las personas, en este caso las experiencias de aprendizaje en los estudiantes, con el fin de lograr describir y observar las acciones y conductas de los seres humanos

Dice Silverman (1995, citado en Metodología cualitativa, 2012), hace un análisis comparativo de concepciones y críticas a la metodología cualitativa encontrando una nueva versión de esta metodología, señalando lo siguiente:

- ✓ La preferencia por la investigación cualitativa, usa palabras más que números.
- ✓ La preferencia por información que sucede de manera natural y por observación, más que por experimentos y por entrevistas no estructuradas y no por las estructuradas, de cualquier modo esto es relativo.
- ✓ La preferencia por los símbolos, más que por los comportamientos o sea intentar, registrar el mundo desde el punto de vista de la gente que está siendo estudiada.
- ✓ El rechazo de las ciencias naturales como modelo, es relativo, porque hay diferentes clases de ciencias naturales, desde la botánica hasta la física teórica.
- ✓ La preferencia por investigación inductiva generadora de hipótesis más que por aquella que se orienta a la prueba de hipótesis, y ese también es relativo reconociendo que deben de ser verificadas, si no se limitarían a meras especulaciones.

4. Resultados Y Discusión

Los resultados obtenidos frente a esta problemática y desarrollados a través de esta investigación fueron satisfactorios, ya que en el diagnóstico previo arrojó dificultades en el aprendizaje, tales como:

Dificultad para identificar las características principales de un triángulo, dificultad

para realizar las representaciones gráficas y dificultada para la correcta aplicación de algoritmos matemáticos, que presentaban los estudiantes de la institución educativa Rioarriba y la implementación de esta secuencia de tareas ayudó de manera eficiente a superar los problemas presentados en el diagnóstico.

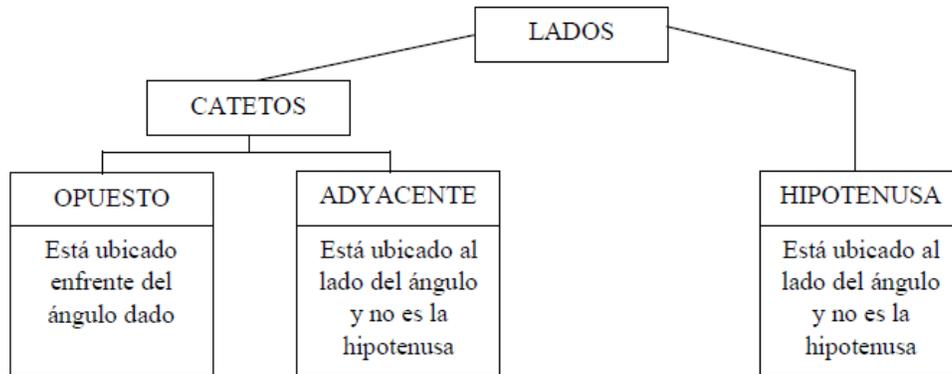
Las dimensiones de Usiskin (2012), constituyen el eje orientador para el abordaje teórico práctico del área de matemática, el esquema que a continuación se presenta describe los logros obtenidos por los estudiantes a lo largo del proceso investigativo en torno a las siguientes dimensiones: dimensión socio-histórica y cultural, dimensión habilidad de uso de pruebas y propiedades, dimensión habilidad de representación y/o metáfora, dimensión de habilidad algorítmica.

El comparativo de los logros es realizado con relación a los propósitos de aprendizaje esperados en los estudiantes con la implementación de la secuencia de tareas, este permite evidenciar la efectividad de la metodología en la interiorización por parte de los estudiantes, de los saberes referentes a la solución de un triángulo rectángulo, a través de la aplicación del teorema de Pitágoras y la ley del seno y el coseno.

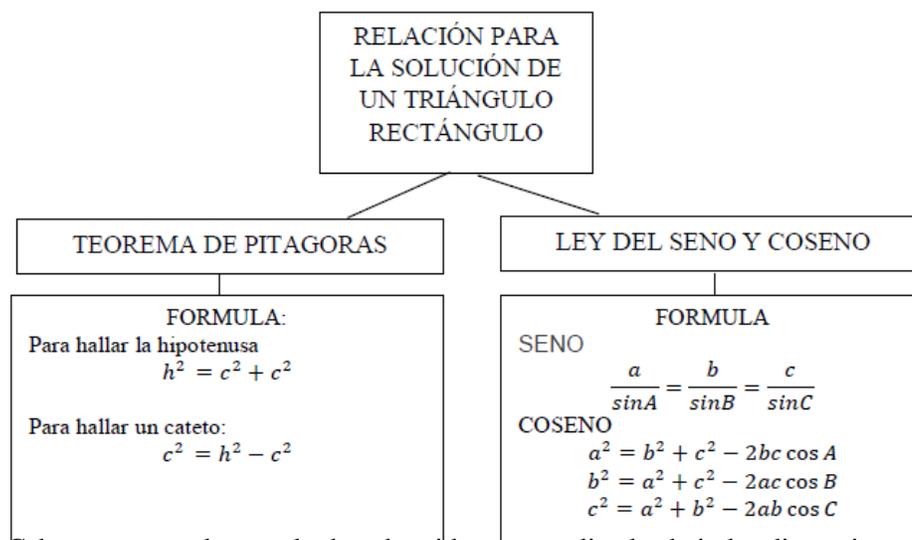
- Identificar las características de cada uno de los lados del triángulo

rectángulo y reconocerlo en cualquier contexto

- Dar solución a diferentes problemas matemáticos asociados a la



aplicación de la ley del seno, del coseno y del teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo.



Cabe anotar que los resultados obtenidos son analizados bajo las dimensiones para la comprensión de un concepto matemático, bajo el punto de vista de los estudiantes, dimensiones abordadas por Usiskin (2012) las cuales tienen como objetivo desarrollar una secuencia de tareas de tal forma que se pudiera evaluar al estudiante en cada una de estas dimensiones y de este modo realizar un comparativo entre los resultados obtenidos al momento de los estudiantes poner en práctica sus conocimientos previos y aquellos

resultados después de desarrollar cada una de las tareas de la secuencia en compañía del docente.

DIMENSIÓN SOCIO-HISTÓRICA Y CULTURAL

Dicha dimensión está relacionada con conocer las respuestas de cómo y porque surgió cierta parte de la matemática y cómo se ha desarrollado con el tiempo, donde se busca conocer qué elementos epistemológicos conocen los estudiantes sobre el tema a trabajar.

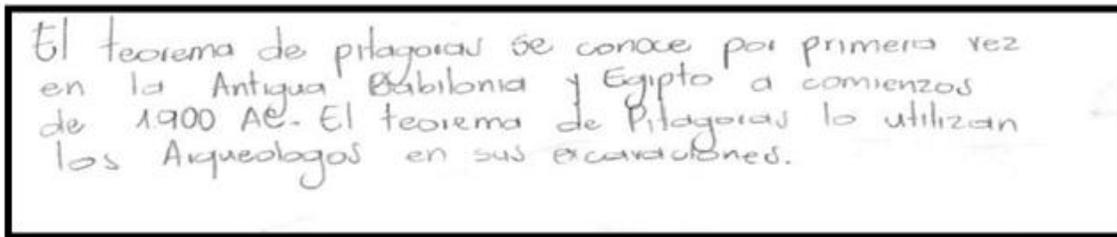
Los estudiantes demuestran tener ideas claras sobre el funcionamiento y el beneficio de una garrucha en el entorno rural, es de resaltar que la mayoría de ellos tienen conocimiento del primer lugar de la vereda donde hicieron su instalación y reconocen el objetivo principal de esta.

Se observa que los estudiantes no tienen ideas claras para debatir preguntas como: - ¿cómo y porqué surgieron los triángulos, el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas? y ¿Cuál es su principal utilidad?

una garrucha es como un cajón que se impulsaba por un motor /
 fue diseñado para transportar grandes cargas con facilidad
 En mi finca no hay garrucha pero pensamos instalar una
 para transportar el café con más facilidad.

Los triángulos vienen de años atrás, pero no
 se para que se usaron en años atrás

Posteriormente los estudiantes interiorizan un poco de la reseña histórica de las razones trigonométricas y los triángulos; lo cual les permite tener una idea clara de cómo surgió y cuál es su principal utilidad.



DIMENSIÓN HABILIDAD DE USO DE PRUEBAS Y PROPIEDADES

Dicha dimensión está relacionada con identificar las propiedades matemáticas o teorías subyacentes del por qué funcionó la forma de obtener la respuesta y con saber cuándo y dónde podrían estar inmersas las matemáticas para dar solución a una problemática.

Se observa que los estudiantes en la tarea número 1, donde siempre están poniendo en práctica sus conocimientos previos defienden el por qué las operaciones algorítmicas utilizadas por ellos son las más adecuadas para dar solución a la problemática planteada.

* Para ayudar a don Juan si es necesario dar una respuesta matemática
 * la operación correspondiente para ayudar a don Juan es una multiplicación
 * Yo creo que con esa operación matemáticas lo podemos ayudar por que podemos localizar fácilmente los metros que necesito.

Si creo que para ayudar a Don Juan necesitamos realizar una operación matemática.
 Creo que la operación que necesitamos es la división y multiplicación.

Una vez finalizado el proceso de intervención, se realiza una prueba final de selección múltiple, la cual tiene como objetivo, preparar a los estudiantes para la presentación de las pruebas de estado y conocer cuáles son los conocimientos finales que obtuvieron los estudiantes una vez aplicada la secuencia de tareas, donde se puede evidenciar que la mayoría de estudiantes identifican que pueden dar solución al problema planteado mediante el teorema de Pitágoras, la ley del seno y del coseno

Los tres lados del triángulo rectángulo están relacionados por:

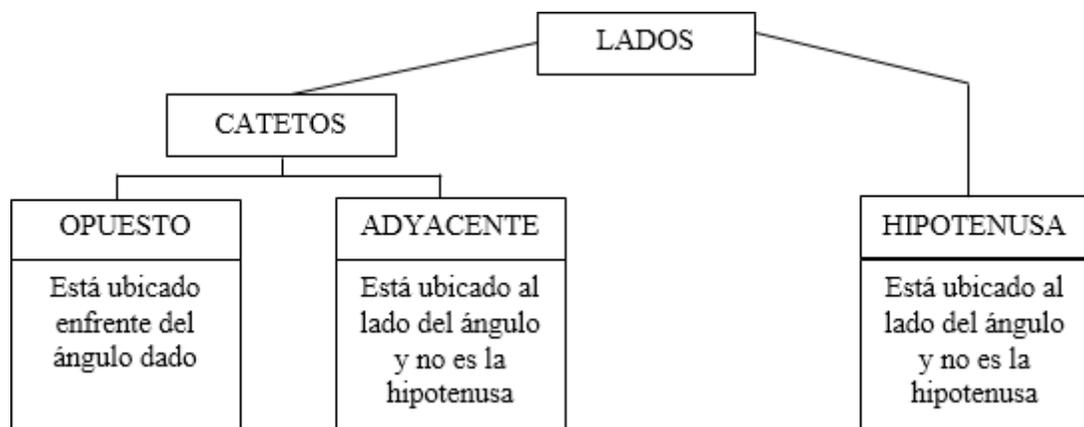
- a) El teorema de Pitágoras
- b) La ley del seno
- c) La ley del coseno
- d) Sus ángulos.

Por otro lado, al realizar la tarea número 1 se observa, que los estudiantes identifican algunas características de un triángulo rectángulo como cuantos lados y cuántos ángulos tienen, pero no tienen conocimientos de cuáles son sus catetos, su hipotenusa y cuáles son las características de la medida de sus ángulos.

3) las características de un triángulo rectángulo es que tiene 3 lados y unos ángulos.

5. un triángulo rectángulo tiene 3 lados

Una vez aplicada la secuencia de tareas y explicado el tema principal por parte del docente, en el cual se abordaron los ejes conceptuales presentados en el siguiente esquema.



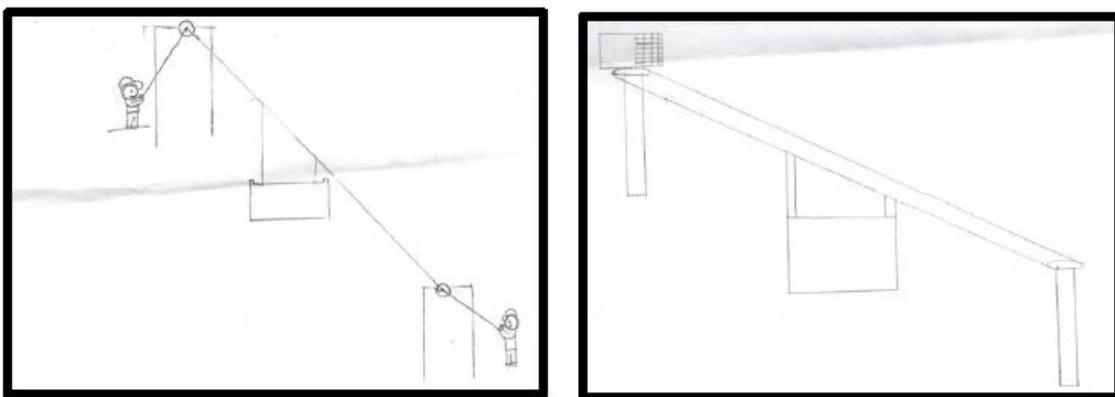
Se puede evidenciar que los estudiantes después de realizar la prueba final identifican cada uno de los lados del triángulo rectángulo diferenciando cada uno de sus catetos y su correspondiente hipotenusa. De igual manera identifican las características de los ángulos del respectivo triángulo.

<p>1. Los triángulos en general están formados por:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="radio"/> a) 3 lados y 3 ángulos b) 3 lados y 2 ángulos c) 2 lados y 3 ángulos d) 3 lados y 1 ángulo 	<p>2. Los lados de un triángulo rectángulo son:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Hipotenusa, cateto unitario y cateto adyacente b) Hipotenusa, cateto unitario y cateto opuesto <input checked="" type="radio"/> c) Hipotenusa, cateto adyacente y cateto opuesto d) Perímetro, cateto adyacente y cateto opuesto.
--	---

DIMENSIÓN HABILIDAD DE REPRESENTACIÓN Y/O METÁFORA

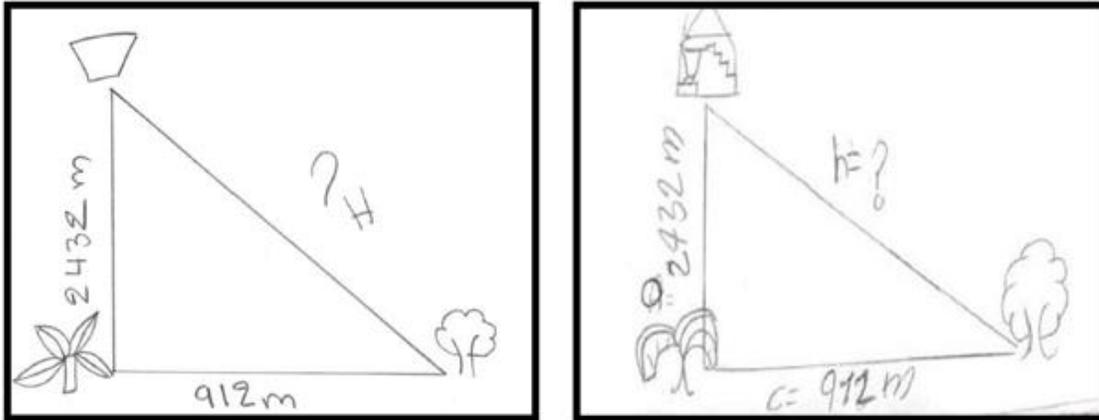
Dicha dimensión está relacionada con la representación del concepto matemático que los estudiantes utilizan al momento de dar solución al problema matemático encontrado; ya sea utilizando objetos concretos, representaciones pictóricas, metáforas o diagramas.

En este punto se observa que los estudiantes realizan algunas representaciones del problema, donde dibujan la garrucha y ubican la dirección del cable, pero también se observa que en ningún momento relacionan elementos de un triángulo en el problema, lo cual es evidente en las gráficas realizadas.



Posteriormente y una vez realizada la tarea número 2 se observa un cambio de representación en los estudiantes, ya que se ve claramente que el alumno hace uso de una imagen que contiene los elementos de un triángulo rectángulo y además se observa el uso

de los algoritmos aritméticos y especialmente la representación de los cálculos muestra el conocimiento y apropiación del teorema de Pitágoras.



DIMENSIÓN DE HABILIDAD ALGORÍTMICA

Dicha dimensión está relacionada con aquellas actividades en las cuales se necesita usar algoritmos, cálculos y procedimientos en general que estén relacionados con conocimientos aritméticos.

De esta manera se observa que los estudiantes al desarrollar la tarea número uno de la secuencia abordada, la cual tenía como objetivo hacer uso únicamente de sus conocimientos previos, hacen uso de operaciones como la suma, la multiplicación y la división para dar solución al problema planteado; es de resaltar que este fue diseñado por los investigadores con el fin de contextualizar el tema abordado con las labores diarias de los estudiantes y sus familias en el área rural y así lograr que los estudiantes demuestran más interés a la hora abordar y dar solución a cada una de las tareas planteadas.

Situación problema:

“Don Juan Galindo, el propietario de la finca cafetera que se encuentra unos metros abajo de nuestra institución está cansado de que sus recolectores en tiempos de cosecha tengan que recorrer grandes extensiones de sus tierras con pesados bultos para poder llegar al beneficiadero. Debido a esto y que sus tierras como ustedes bien saben son demasiado inclinadas para abrir una carretera por este motivo ha decidido instalar una garrucha que se encargue de movilizar el café desde la zona más abajo de su finca hasta la tolva de su beneficiadero.

Para esto don Juan necesita saber cuánto cable es necesario para realizar la instalación de la garrucha que irá en una diagonal que se forma desde su beneficiadero hasta un árbol de mamoncillo que se encuentra en el lindero de su finca. Desgraciadamente con los únicos datos que cuenta es con la medida de un surco de banano que sube en línea recta desde el lindero de su finca hasta su beneficiadero la cual es de 2432m y la distancia que hay en línea recta desde la primera mata de banano hasta el árbol de mamoncillo la cual es de 912m.

Don Juan espera que, con los datos suministrados por él, le ayudemos a encontrar cuanto cable necesita para la instalación de su garrucha y el valor de los ángulos que en la instalación de esta se formarán”

Se observa que los estudiantes utilizan operaciones aritméticas para darle solución al problema planteado. Sin embargo, el uso de estas operaciones no corresponde a los

elementos del triángulo rectángulo, y los demás conceptos que se deben poner en juego para resolver la tarea.

Handwritten student work showing a division problem: $2432 \overline{) 912}$. The student has written 6080 and 6180 below the line, and $R=2,66$ to the right.

Handwritten student work showing an addition problem: $\textcircled{1} 2432 \text{ m}$ plus 912 , with a horizontal line and the result 3.344 below it.

Handwritten student work showing a multiplication problem: 321 times 2432 . The student has written 14864 , 12432 , and 21888 below the line, with a final result of $2.2179.84$ below another horizontal line.

Después de realizar la tarea número dos la cual consiste en “realizar una lectura exploratoria y comprensiva del tema central (aplicación del teorema de Pitágoras, ley del seno y coseno y razones trigonométricas para la solución de un triángulo rectángulo) y aclarar las dudas resultante

con el docente” se puede evidenciar que los estudiantes hacen uso de representaciones que contienen los elementos de un triángulo rectángulo y además se observa el uso de

los algoritmos aritméticos y especialmente la representación de los cálculos, donde se

$$h^2 = 243^2 + 912^2$$

$$h^2 = 5914,624 + 831,744$$

$$h^2 \sqrt{6,746,368}$$

$$h^2 2,597,377$$

$$h = 243^2 + 912$$

$$h = 5.914.624 + 831.744$$

$$h = 6.746.368$$

$$h = 2.597,377$$

evidencia la apropiación del tema trabajado.

5. Conclusiones Y Recomendaciones

En primer lugar es importante resaltar la importancia de trabajar con los

conocimientos previos o pre- saberes que los estudiantes manejan frente a los diferentes temas, en este caso las matemáticas, ya que esto permite que los conocimientos nuevos sean alcanzados y comprendidos con mayor facilidad gracias a que se realiza con base a lo que ya conocían, desde esta perspectiva la reestructuración del conocimiento y la apropiación del mismo se da de manera más efectiva gracias a la comprensión y capacidad de analizar y realizar las actividades prácticas.

En segundo lugar, el ejercicio investigativo permitió reconocer la importancia de las actividades prácticas y llevadas al contexto real, en este caso a la ruralidad con el fin de favorecer la construcción de conocimientos, ya que por medio de las experiencias prácticas es más fácil identificar los problemas y conceptualizar las categorías desarrolladas en cada uno de los problemas abordados.

La secuencia de tareas como estrategia de enseñanza para el área de matemática constituye una valiosa herramienta de mediación pedagógica ya que permite la innovación de la tradicional metodología de enseñanza, la transversalización y el aprendizaje que parte de lo concreto para llegar a lo abstracto.

Por último se puede afirmar que de manera general se cumplió el propósito con el que fue diseñada la secuencia de tareas, es decir que favoreció la comprensión y apropiación del manejo de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo en estudiantes de la institución educativa Rioarriba del municipio de Aguadas, ya que los estudiantes tras la implementación de ésta y el desarrollo de diversos problemas presentados, pudieron conceptualizar, comprender y solucionar los triángulos

rectángulos en su contexto.

Para la ejecución del proyecto se recomienda en primera instancia lograr que el estudiante descubra la importancia y aplicabilidad de los saberes abordados para lo cual se debe atender a sus características, necesidades e intereses con el fin de adaptar las estrategias de aprendizaje dando respuesta a los aspectos cognitivos, procedimentales y actitudinales.

Para lograr el éxito de la metodología aplicada es fundamental responder a contenidos específicos contextualizándolos mediante el análisis riguroso de las capacidades, oportunidades y características de los estudiantes y su entorno, evaluando permanentemente los procesos a partir de los propósitos establecidos para el área de matemática.

En cuanto al rol del docente, se requiere la innovación y adaptación de los contenidos propios del área optando por contextualizarlos teniendo en cuenta las características del entorno próximo de los educandos de manera que estos se hagan más comprensibles, prácticos y aplicables

6. Bibliografía

- Gómez, P., González, M. J., & Romero, I. (2014). Caminos de aprendizaje en la formación de profesores de matemáticas: objetivos, tareas y evaluación. In *funes.uniandes.edu.co*. <http://cl.ly/3h310l130W0f>
- Gómez, P., Mora, F., & Velasco, C. (2018). *ANÁLISIS DE INSTRUCCIÓN*. <http://funes.uniandes.edu.co/11906/>
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares en Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional.
- Monereo, C. (2009). La autenticidad de la evaluación. *Edebé, Innova Universitas*. https://www.academia.edu/download/35399148/EVALUACION_AUTENTICA-_MONEREO.pdf
- Otero, B., & Monereo, C. (2010). Evaluación del conocimiento estratégico de los alumnos a través de tareas auténticas de escritura en clase de ciencias naturales. In *revistas.urosario.edu.co*. <https://revistas.urosario.edu.co/index.php/apl/article/view/1455>
- Pinzón, A., & Gómez, P. (2018). *DISEÑO DE SECUENCIA DE TAREAS*. <http://funes.uniandes.edu.co/12347/>
- Tamayo-Alzate, Ó. E. (2006). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, XVIII(45 (mayo-agosto)), 37–49.
- Wiggins, G. (1990). The Case for Authentic Assessment. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, 2(2). <https://doi.org/10.7275/ffb1-mm19>

- MEN, Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!. Ministerio de educación Nacional de Colombia, 2003. Recuperado 03 de octubre de 2019) <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>.
- Niño, J & equipo. (20 de noviembre de 2019) Serie lineamientos curriculares: www.mineduacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf
- Donoso, G. (2012) Estrategias didácticas como apoyo al aprendizaje de la trigonometría en alumnos de tercero de enseñanza media. (Tesis de maestría). Universidad de la Frontera, Temuco, Chile. Recuperado de www.ufro.cl
- Universidad de San Carlos de Guatemala, Sandra Jeannette Baldizón Díaz Guatemala, febrero de 2015 http://biblioteca.usac.edu.gt/tesis/29/29_0271.pdf
- Usiskin, Z. (2012). What does it mean to understand some mathematics? Paper for the ICME-12.
- Ros, M. Z. (2005). Secuenciación de contenidos y objetos de aprendizaje. Revista de Educación a Distancia.
- Bautista, J., Suárez, R., Mateo, M., & Lusa, A. (1999). Secuenciación de tareas de ensamblado con recursos limitados mediante algoritmos de exploración de entornos. Conference: 6º Congreso Asociación Española de Robótica y Automatización Tecnologías de la Producción (AER-ATP 1999) Barcelona.
- Díaz Martínez, Z., Fernández Menéndez, J., & Almodóvar Martínez, P. (2004). Secuenciación de tareas en el ámbito de la producción: una aplicación del algoritmo del recocido simulado.

- Hernández, B. M. M., Jiménez, Y. M., Palacio, J. C., Rodríguez-Bazan, E. D., & Nowé, A. (2018). Algoritmos para problemas de secuenciación de tareas en ambientes online. *Investigación Operacional*, 38(4), 400-406.
- López de Haro, S. J., Sánchez Martín, P., & Conde Collado, J. (2004). Secuenciación de tareas mediante metaheurísticos.
- Granata, M. L., & Barale, C. (s. f.). La enseñanza y la didáctica. Aproximaciones a la construcción de una nueva relación. 11.
- Lores, D. N., & Matos, M. S. (s. f.). Redefinición de los conceptos método de enseñanza y método de aprendizaje Redefinition of the concepts of teaching method and learning method. 17, 8.
- Sarmiento Santana, M., González Soto, Á. P., Universitat Rovira i Virgili, & Departament de Pedagogia. (2007). La Enseñanza de las matemáticas y las NTIC una estrategia de formación permanente. Universitat Rovira i Virgili.
<http://www.tdx.cat/TDX-0806107-121312/>
- Skemp, R. (1978) Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*