



DOCTORADO EN EDUCACIÓN

**CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL
CONTENIDO MATEMÁTICO.
ESTUDIO DE CASO CON
PROFESORES DE BÁSICA PRIMARIA**

MARTHA JANETH MONDRAGÓN VALENCIA



**Universidad[®]
Católica
de Manizales**

VIGILADA Mineducación

*Obra de Iglesia
de la Congregación*



**Hermanas de la Caridad
Dominicas de La Presentación
de la Santísima Virgen**

**CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO MATEMÁTICO.
ESTUDIO DE CASO CON PROFESORES DE BÁSICA PRIMARIA**



MARTHA JANETH MONDRAGÓN VALENCIA

Tesis dirigida por
DRA. LINA ROSA PARRA BERNAL

Tesis Doctoral presentada como requisito para optar al título de Doctora en Educación

Manizales, Colombia

2022

Página de Aprobación

Esta tesis fue defendida por MARTHA JANETH MONDRAGÓN VALENCIA ante el siguiente tribunal de tesis. Se presentó a la Facultad de Educación y aprobada en cumplimiento parcial de los requisitos para el grado de Doctora en Educación en la Universidad Católica de Manizales.

DR. SAMUEL PATIÑO AGUDELO

Presidente del tribunal

DRA. VIANNEY ROCÍO DÍAZ

Secretaria

DR. JESÚS ENRIQUE PINTO SOSA

Vocal

	ACTA DE DEFENSA DE TESIS	Código	POS - F - XX
		Versión	1
		Página	1 de 2

Manizales, julio 6 de 2022

Programa: Doctorado en Educación
Título: Conocimiento didáctico del contenido matemático. Estudio de caso con profesores de básica primaria
Candidato a doctor (a): Martha Janeth Mondragón Valencia c.i. 30398.029
Director (a) de tesis: Lina Rosa Parra Bernal c.c. 30034564

Miembros del tribunal:
 Samuel Patiño Agudelo C.C. 73030765 – presidente
 Jesús Enrique Pinto Sosa Pasaporte G41778472 – secretario
 Vianney Rocio Díaz Pérez C.C. 33061740 – vocal

Lugar, fecha y hora de la pre-defensa:
 Manizales, vía zoom <https://zoom.us/j/94329420602>

Concepto de los evaluadores:
 Observaciones y recomendaciones realizadas por los evaluadores a la defensa oral de la tesis (pueden usar tanto espacio cuanto requieren para escribir observaciones):

La tesis y la defensa de la misma, refleja una aportación al campo educativo con rigor científico a nivel doctoral en el campo de la educación matemática. Da cuenta de uno de los mayores problemáticas de los maestros en ejercicio en el ámbito rural en la formación del CDC en el campo disciplinar de la estadística, el cual analiza mediante el método cualitativo, con sus fases exploratoria, descriptiva e interpretativa logra sistematizar, triangular, concluir sobre las causas y dificultades que se producen en el aula para la enseñanza de la estadística y las limitaciones en el conocimiento didáctico del contenido:

	ACTA DE DEFENSA DE TESIS	Código	POS - F - XX
		Versión	1
		Página	2 de 5

a su vez, se resalta el aporte a la política educativa nacional y al programa "Todo a aprender" del MEN.
 Martha Janeth, en su exposición denota amplio dominio académico, teórico y conceptual del campo de estudio, lo que refleja el rigor destacado de la tesis.

Señalar con una X
 Aprobada la defensa oral No aprobada la defensa oral

NOTA:
 Promedio de las valoraciones individuales realizada por los miembros del tribunal: **4.8**

Tomada la decisión sobre la aprobación del acto de defensa, los pares consideran solicitar, o no, calificación especial para la tesis. En caso positivo, señalan con una X la calificación solicitada:

Mertoria Laureada

El presente estudio, orientado en el campo de la matemática a nivel de básica primaria, así como los resultados logrados, el levantamiento de diagnósticos estadísticos permiten identificar nuevos instrumentos de estudio para investigación en la cualificación docente (allí está su aporte de certinidad y originalidad), toda vez que desde la reflexión conceptual y técnica emplea las vivencias de los profesores, estudiantes, las creencias y los antecedentes formativos del maestro, para dar explicaciones a las formas de enseñanza de las matemáticas en el contexto del aprendizaje de la estadística.

Hay instrumentos de trabajo de campo que deberán ser considerados como originales, y aportantes para abordar la dimensión subjetiva del profesional de

	ACTA DE DEFENSA DE TESIS	Código	POS - F - XX
		Versión	1
		Página	3 de 5

la educación en la enseñanza, el conocimiento a profundidad del currículo y sus implicaciones en el aprendizaje, entre otros, son aspectos de la tesis que se pueden resaltar en la consecución de los objetivos de la investigación, lo que amerita dicho reconocimiento.

Existe un trabajo riguroso en lo teórico y conceptual, claridad y pertinencia en lo metodológico, así como es evidente el caudal de información recogida, sistematizada y analizada en el documento, la creación de metforas y figuras conceptuales propias del autor que le otorgan altos niveles de comprensión y originalidad en la tesis.

Las conclusiones de la tesis, permite dar cuenta del estado actual de la formación de maestros en la enseñanza de la matemática, consideraciones fundamentales para la cualificación de la formación de los maestros en las facultades de educación a nivel regional y nacional, como aporte estratégico al desarrollo de la política pública en educación en Colombia, se tiene en cuenta que la calidad de la educación, requiere de una importante cantidad de información analizada en diversos áreas del conocimiento, que permitan identificar problemas cruciales en la enseñanza y el aprendizaje, en los diversos campos disciplinares, niveles y contextos socio-culturales.

Se recomienda continuar con el proceso de construcción de conocimiento en currículo para el contenido de la representación y análisis de los gráficos estadísticos, a la luz de la propuesta del MEN y elaborar conjuntamente con las I+D planes de formación docente que abarquen este componente, como una apuesta para fortalecer las prácticas educativas y el mejoramiento de los aprendizajes en matemáticas de los estudiantes en la región.

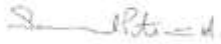
	ACTA DE DEFENSA DE TESIS	Código	PC6 - F - XX
		Versión	1
		Página	4 de 5

Se invita a la publicación interinstitucional enfoca a los desarrollos alcanzados en la tesis como textos escolares a la luz de los referentes curriculares y de calidad sugeridos por el MEN. La calidad de los instrumentos elaborados da pie a construir documentos de trabajo de campo en el sector rural especialmente que puedan usarse de la misma manera para comprender el CDCM de otros contenidos temáticos.

Igualmente destacar la contribución de tipo documental: la construcción del "Instrumento de observación no participante, Rejilla CDCM representación y análisis de gráficos estadísticos", el cual está estructurado con preguntas que indagán sobre situaciones que se pueden presentar en dos momentos de una clase: la planeación y la ejecución, que se ponen en juego en la práctica pedagógica.

Las publicaciones derivadas de la investigación, especialmente su aporte a la difusión de la temática en el contexto de la cualificación permanente de los docentes de la región y el país, en el marco de los programas nacionales de formación docente, como aporte a la conceptualización, desarrollo de instrumentos, guías elaboradas, y el estado del arte, como contribución al estudio de la investigación en didáctica a nivel regional.

firmar:



Samuel Pardo Agudelo C.C. 75030765 - Presidente
 Universidad Católica de Manizales - Colombia



	ACTA DE DEFENSA DE TESIS	Código	PC6 - F - XX
		Versión	1
		Página	5 de 5

Jesús E Pardo Sosa Palaporté G41775472 - Secretario
 Universidad de Yucatán - México



Vianney Rocio Diaz Pérez C.C. 53081740 - Vocal
 Universidad Militar Nueva Granada - Colombia

Base de	Revisó	Aprobó	Fecha de vigencia
Coordinación de Investigación			

CONTROL DE CAMBIOS	
REV	MODIFICACIÓN

Declaración de Obra Original

Yo declaro lo siguiente:

Esta tesis representa mi trabajo original, excepto cuando he reconocido las ideas, las palabras, o material de otros autores.

Cuando las ideas de otro autor se han presentado en estas, he reconocido las ideas del autor citándolo en el estilo requerido.

Cuando las palabras de otro autor se han presentado en esta tesis, he reconocido las palabras del autor mediante el uso correcto de las citas correspondientes en el estilo requerido.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Martha Janeth Mondragón Valencia', written in a cursive style.

MARTHA JANETH MONDRAGÓN VALENCIA

Julio 6 de 2022.

A mi hermana Alejandra y a mi padre Leonardo por su apoyo incondicional, y especialmente a mi madre Gilma, ejemplo de tenacidad y comprensión, quien con paciencia supo tolerar la presencia de mi cuerpo y la ausencia de mi mente, por acompañarme y estar siempre allí en las largas horas y las frías noches, en el arduo caminar de los años dedicados a este proyecto, con sus palabras suaves, sus silencios prolongados, amor y por ser el bastión de un sueño hecho realidad.

Agradecimientos

Cuando emprendí este proyecto académico creía conocer todas las implicaciones que ello tendría; sin embargo, solo hasta que inicié su recorrido fui consciente de la difícil tarea que conllevaba. A lo largo de este trasegar he caminado de la mano de personas que hicieron posible este sueño, algunas de ellas dejaron huellas de paso, mientras que otras, sus huellas fueron indelebles.

Quiero agradecer a la doctora Martha Liliana Marín Cano, decana de la Facultad de Educación, quien fue la primera persona con la que me entrevisté para ingresar al doctorado y quien posteriormente fue mi asesora de tesis, al menos en los primeros meses. Al doctor Samuel Patiño Agudelo, profesor del doctorado, por sus aportes y luces al inicio de este proyecto. A los demás profesores de la universidad, al doctor Juan Carlos Palacio Bernal, docente del programa de Maestría, a los doctores Yeison Alberto Garcés Gómez, Jorge Alberto Forero, Eder Yasaldez Loaiza Zuluaga, y a la doctora Gloria Clemencia Valencia González, Directora Programa Doctorado en Educación, por siempre estar dispuestos a dedicar parte de su tiempo, a escuchar y a brindar una mano amiga en los momentos que más lo necesité. También deseo dar gracias a la Hna. Elizabeth Caicedo, rectora de la Universidad, concedora de todo el proceso llevado a cabo, por ser siempre una voz de aliento, de escucha, de empatía y por su apoyo incondicional para culminar este sueño. De manera muy especial, quiero profesar mi más sincera gratitud a la docente Lina Rosa Parra Bernal por caminar a mi lado durante cuatro años y ser testigo de los aciertos y desaciertos, desánimos y obstáculos constantes, por estar siempre dispuesta, no solo en su tiempo laboral, sino también en su tiempo libre. Asimismo, al doctor Edgar Alberto Guacaneme Suárez, profesor titular de la Universidad Pedagógica Nacional adscrito al departamento de Matemáticas, por recibirme en la pasantía y abrir todo un abanico de posibilidades con su saber, por compartir no solo su conocimiento, sino también por sus valiosos comentarios y su tiempo en las jornadas de asesoría, sin reparo de horario ni duración, a pesar de todas sus ocupaciones diarias, un mil gracias a quien ha sido excelente asesor disciplinar. Asimismo, al doctor Jesús Enrique Pinto Sosa, profesor investigador titular de la Facultad de Educación de Universidad Autónoma de Yucatán, por su acompañamiento durante la pasantía internacional con su amplia experticia y conocimiento.

XIII

No puedo pasar la oportunidad de agradecer al rector de la Institución Educativa el Roble Álvaro Salazar Vélez y a los docentes participantes, por su disposición a abrir las puertas del aula para aportar al desarrollo de la investigación. Igualmente, a Mauricio Chica, por su apoyo técnico para la consecución de este trabajo. A la profesora Andrea Milena Osorio Cárdenas, siempre presta a escuchar, a guiar y aportar para el desarrollo de la tesis, porque

es fiel conocedora de la búsqueda del conocimiento desde su experiencia doctoral. A mis colegas de cohorte por sus consejos y ánimo a lo largo de este proceso.

Finalmente, quiero dar gracias a mi familia y amigos más cercanos, por su apoyo incondicional y comprensión de mis muchas ausencias durante estos seis años; y agradecer al profesor David Ricardo López Osorio por sus sugerencias en la revisión de estas líneas, su aliento para continuar en los momentos que sentía desfallecer y la comprensión de tantos momentos robados producto de la búsqueda en el enmarañado mundo del conocimiento.

Posiblemente, muchas personas que contribuyeron con ideas y opiniones quedarán sin nombrar, porque es difícil precisar sus nombres luego de tanto tiempo. A todos ellos, los que estuvieron y han estado presentes, un mil y mil gracias de todo corazón, este logro hubiera sido imposible sin sus valiosos aportes, las palabras se quedan cortas para darles a conocer mi gratitud.

Contenido

	Pág.
Lista de figuras	XXIII
Lista de tablas	XXVII
Lista de siglas y abreviaturas	XXIX
Introducción	1
Capítulo 1. Proyecto de Tesis	5
1.1 Factores determinantes en la consolidación de un interés investigativo	6
1.1.1 Surgimiento del interés investigativo	7
1.1.2 Factores que intervienen en una educación de calidad	8
1.1.3 El Programa Todos a Aprender como una apuesta por el mejoramiento de la calidad educativa.....	9
1.1.4 Consolidación de un interés investigativo	13
1.2 Tematización	14
1.3 Problematización	26
1.4 Objetivos de la investigación	36
1.4.1 Objetivo general	37
1.4.2 Objetivos específicos	37
1.5 Justificación	37
1.5.1 Pertinencia e impacto esperado	37
1.5.2 Relevancia académica para el grupo y la línea de investigación	41
1.5.3 Generación de nuevo conocimiento	42
1.5.4 Usuarios directos e indirectos potenciales de los resultados	43
1.5.5 Estrategia para la transferencia de resultados, innovación	44
1.5.6 Novedad del tema de investigación	45

1.6 Estrategia metodológica propuesta	45
Capítulo	2.
teórico.....	47
2.1. Estado del arte	47
2.1.1 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático en Iberoamérica	51
2.1.2 Conocimiento Didáctico del Contenido en otras áreas del conocimiento	74
2.2 Conocimiento Didáctico del Contenido	97
2.2.1 Origen del Conocimiento Didáctico del Contenido	98
2.2.2 Características y significaciones del Conocimiento Didáctico del Contenido	101
2.2.3 Desarrollos del CDC en los modelos de Conocimiento	107
2.2.3.1 El CDC en los modelos de Conocimiento.	107
2.2.3.1.1 Lee S. Shulman.	108
2.2.3.1.2 Pamela Grossman.	110
2.2.3.1.3 Williams Carlsen.	112
2.2.3.1.4 Shirley J. Magnusson, Joseph Krajcik e Hilda Borko.	115
2.2.3.1.5 Greta Morine-Dersheimer y Todd Kent.	117
2.2.3.1.6 Julie Gess Newsome.....	122
2.2.3.2	122
2.2.3.2.1 Salvador Llinares Ciscar.	124
2.2.3.2.2 Rainer Bromme.	124
2.2.3.2.3 Martín Manuel Socas Robayna.	125
2.2.3.2.4 Tim Rowland, Peter Huckstep y Anne Thwaites.	126
2.2.3.2.5 Juan Díaz Godino.	127
2.2.3.2.6 Modelo MKT “Conocimiento Matemático para la Enseñanza” (2008). El Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático como parte del Conocimiento Matemático para la Enseñanza.	128
2.3 La Estadística en la vida de los seres humanos y en el modelo MKT.....	131
2.3.1 La Estadística en la vida de las personas	132
2.3.2 Los gráficos estadísticos	138
2.3.3 Componentes de un gráfico estadístico	140
2.3.3.1 Variables cualitativas.	140
2.3.3.1.1 Categóricas o Nominales.	141
2.3.3.1.2 Ordinales.	141
2.3.3.2 Variables cuantitativas.	141
2.3.3.2.1 Discretas.	141
2.3.3.2.2	Continuas.
.....	141

2.3.4 Elementos estructurales de los gráficos estadísticos	142
2.3.4.1 El título y las etiquetas.	142
2.3.4.2 El marco del gráfico.	142
2.3.4.3 Los especificadores.	142
2.3.4.4 El fondo.	142
2.3.5 Niveles de lectura de los gráficos estadísticos.....	143
2.3.5.1 Nivel 1. Leer los datos.	144
2.3.5.2 Nivel 2. Leer dentro de los datos.	144
2.3.5.3 Nivel 3. Leer más allá de los datos.	144
2.3.5.4 Nivel 4. Leer detrás de los datos.	145
2.3.6 Clasificación de gráficos estadísticos	145
2.3.6.1 Pictogramas.	145
2.3.6.2 Tablas.	151
2.3.6.2.1 Tablas de datos.	152
2.3.6.2.2 Tablas de frecuencias.	152
2.3.6.2.3 Tablas de conteo.	152
2.3.6.2.4 Tabla de doble entrada.	152
2.3.6.3 Diagramas.	156
2.3.6.3.1 Diagrama de barras.....	157
2.3.6.3.2 Diagramas circulares.	158
2.4 El Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático como parte del modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT)	159
2.4.1 Conocimiento del contenido matemático y los estudiantes	159
2.4.2 Conocimiento del contenido matemático y la enseñanza	168
2.4.2.1 La enseñanza de la Estadística a través de diversas estrategias.	168
2.4.2.2 Los recursos didácticos en la enseñanza de la Estadística	174
2.4.2.2.1 Lineamientos Curriculares en Matemáticas, MEN (1998).	174
2.4.2.2.2 Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas (DBA) MEN (2016). .	176
2.4.2.2.3 Mallas de aprendizaje, MEN (2017).	180
2.4.2.2.4 Orientaciones pedagógicas, MEN (2017b).	181
2.4.2.2.5 Materiales Educativos PREST Matemáticas MEN (2015b, 2016c, 2016d).	182
2.4.3 Conocimiento del Contenido Matemático y Currículo.....	185
2.4.3.1 Ley General de Educación. Ley 115 (1994).	186
2.4.3.2 La mirada del currículo desde otras perspectivas.	189
2.4.3.3 Referentes curriculares y de calidad.	197
2.4.3.3.1 Lineamientos curriculares en Matemáticas, (MEN, 1998).	197
2.4.3.3.2 Estándares Básicos de Competencias. EBC (MEN, 2006).	198

2.4.3.3.3 Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas, DBA (MEN, 2016a).	199
.....	2.4.3.3.4
Matriz de referencia (MEN, 2015a).	201
2.4.3.3.5 Orientaciones pedagógicas. Matemáticas (MEN, 2017c).	202
2.4.3.3.6 Mallas de aprendizaje (MEN, 2017a).	203
2.4.3.4 El currículo propuesto, el planeado y el desarrollo en el aula.	207
2.4.3.5 Plan de área de Matemáticas Institución Educativa El Roble.	212
Capítulo	3.
	Marco
	Metodológico
.....	217
3.1 Perspectiva metodológica	217
3.2 Proceso de participación	223
3.3 Criterios de selección de los docentes participantes	224
3.4 Perfil de los docentes participantes	229
3.5 El contexto institucional	231
3.6 Fases de la investigación	233
3.6.1 Fase 1. Exploratoria	233
3.6.2 Fase 2. Descriptiva	234
3.6.3 Fase 3. Interpretativa	237
3.7 Técnicas e instrumentos de recolección de la información	238
3.7.1 La observación no participante	238
3.7.2 Configuración del instrumento de observación no participante (rejilla)	243
3.7.3 La entrevista semiestructurada	247
3.8 Validación de los instrumentos	249
3.8.1 Instrumento de observación no participante	249
3.8.2 La entrevista	254
Capítulo 4. Presentación de los resultados de investigación	257
4.1 Recolección y organización de los datos	257
4.2 Presentación de los resultados de los datos obtenidos	259
4.3 Análisis interpretativo de los datos obtenidos	260
4.3.1 Docente 1	260
4.3.2 Docente 2.	274
4.3.3 Docente 1 y Docente 2.....	287

Capítulo 5. Análisis y discusión de resultados	291
5.1 Discusión de los resultados del CDCM. Docente Ent1	291
5.1.1 Categoría 1. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes (CDCM-ES).....	292
5.1.1.1 Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos.	296
5.1.1.2 Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos.....	301
5.1.1.3 Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes. Respecto a esta característica.....	304
5.1.1.4 Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aun si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes.	307
5.1.1.5 Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas de los estudiantes.	308
5.1.2 Categoría 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza (CDCM-EN)	310
5.1.2.1 Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística.	313
5.1.2.2 Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos (manejo de situaciones imprevistas en la clase)	317
5.1.2.3 Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de gráficos estadísticos.	319
5.1.2.4 Conocimiento de estrategias de evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos.	321
5.1.2.5 Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.	324
5.1.2.6 Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos.....	324
5.1.2.7 Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.	326
5.1.3 Categoría 3. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo (CDCM-CU)	328
5.1.3.1 Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos.....	333
5.1.3.2 Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos.	336
5.1.3.3 Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos	

estadísticos en el Plan de aula de Matemáticas.	338
5.1.3.4 Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) o en el Plan de área de Matemáticas.	341
5.1.3.5 Lineamientos curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones Pedagógicas.	343
5.2 Discusión de los resultados del CDCM. Docente Ent2	345
5.2.1 Categoría 1. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los estudiantes (CDCM-ES)	345
5.2.1.1 Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos.	348
5.2.1.2 Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la presentación y análisis de gráficos estadísticos.....	354
5.2.1.3 Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes.	356
5.2.1.4 Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aun si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes.	359
5.2.1.5 Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas de los estudiantes.	360
5.2.2 Categoría 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza (CDCM-EN)	362
5.2.2.1 Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística.	364
5.2.2.2 Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos (manejo de situaciones imprevistas en la clase).	367
5.2.2.3 Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de gráficos estadísticos.	369
5.2.2.4 Conocimiento de estrategias de evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos.	373
5.2.2.5 Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.	376
5.2.2.6 Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos.....	377
5.2.2.7 Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.	379
5.2.3 Categoría 3. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo (CDCM-CU)	382

5.2.3.1 Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos.....	387
5.2.3.2 Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos.	388
5.2.3.3 Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de aula de Matemáticas.	390
5.2.3.4 Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) o en el Plan de área de Matemáticas.	391
5.2.3.5 Lineamientos Curriculares de Matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones Pedagógicas.	393
5.3 Discusión de los resultados del CDCM. Características semejantes docentes Ent1 y Ent2	395
5.3.1 Categoría 1. Conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes	396
5.3.2 Conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes	398
5.3.3 Conocimiento de la estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de datos estadísticos	401
5.4 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático docentes Ent1 y Ent2	403
5.4.1 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de la docente Ent1	403
5.4.1.1 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes.	404
5.4.1.2 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza.	406
5.4.1.3 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo.....	407
5.4.2 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático del docente Ent2.	409
5.4.2.1 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes	409
5.4.2.2 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza.	412
5.4.2.3 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo.....	413
Capítulo 6. Resultados finales, conclusiones y recomendaciones	417
6.1 Cumplimiento de objetivos, pregunta de investigación y tesis	417
6.2 Conclusiones	421
6.2.1 Conocimiento didáctico del contenido matemático y los estudiantes	422
6.2.2 Conocimiento didáctico del contenido matemático y la enseñanza	424
6.2.3 Conocimiento didáctico del contenido matemático y el currículo	427

6.3 Limitantes en la investigación y contribución al campo del conocimiento.....	430
6.3.1 Limitantes en la investigación	430
6.3.2 Contribuciones al campo de conocimiento	431
6.4 Recomendaciones para futuros trabajos investigativos	434
Referencias.....	435
Anexos	467
Anexo A	467
Anexo B	469
Anexo C	471
Anexo D	473
Anexo E	481
Anexo F	489
Anexo G.....	495

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1 Visión sistemática de las estrategias del PTA	10
Figura 2 Semáforo de respuestas incorrectas de pruebas Saber de acuerdo a porcentajes .	18
Figura 3 Porcentaje de respuestas incorrectas en Matemáticas grado Tercero. Competencia Comunicación	19
Figura 4 Porcentaje de respuestas incorrectas en Matemáticas grado Quinto. Competencia Comunicación	20
Figura 5 Modelo del conocimiento profesional del profesor por Grossman	112
Figura 6 Dominios del conocimiento del profesor según Carlsen	115
Figura 7 Componentes del Conocimiento del profesorado según Magnusson Krajcik y Borko	116
Figura 8 Categorías que contribuyen al Conocimiento Didáctico del contenido en Morine- Dershimer y Kent.....	120
Figura 9 Facetas del Conocimiento Didáctico por Morine-Dershimer y Kent	121
Figura 10 Dos modelos del Conocimiento del profesorado por Gess Newsone.....	122
Figura 11 Dominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza	129
Figura 12 Evolución de la definición de Cultura Estadística	135
Figura 13 Elementos estructurales de un gráfico de barras	143
Figura 14 Ejemplo DBA en Matemáticas N° 10 grado Primero. Tabla de conteo	177
Figura 15 Ejemplo DBA en Matemáticas N° 10 grado Segundo. Programa con escala...	177
Figura 16 Ejemplo DBA en Matemáticas N° 10 grado Tercero. Tabla de frecuencia y diagrama de barras	178
Figura 17 Ejemplo DBA en Matemáticas N° 10 grado Cuarto. Tabla doble entrada	178
Figura 18 Ejemplo DBA en Matemáticas N° 10 grado Quinto.....	179
Figura 19 Preponderancia de las categorías de análisis según ancho de banda. Docente Ent1	262
Figura 20 Red Semántica de las características para Categoría: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent1	263

Figura 21 Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. En Categoría de análisis Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent1	265
Figura 22 Relación directa de Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes [En rojo y al centro la característica de la relación directa]. En Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent1	266
Figura 23 Red Semántica de las características para la Categoría. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent1	267
Figura 24 Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. En Categoría de análisis. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent1	269
Figura 25 Relación directa del Conocimiento de estrategias de evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos [En color amarillo y al centro la característica condicionada]. En Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent1	270
Figura 26 Red Semántica de características para Categoría: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent1	271
Figura 27 Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. En: Categoría de análisis Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent1	273
Figura 28 Relación directa de Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de aula de Matemáticas [En color verde y al centro, la característica condicionada]. En: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent1	274
Figura 29 Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. Docente Ent2	275
Figura 30 Red Semántica de las características para Categoría: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent2	276
Figura 31 Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. En:	

Categoría de análisis Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los	
Estudiantes. Docente Ent2	278
Contenido	XXV

Figura 32 Condicionantes para: Conocimiento para el pensamiento estadístico de los estudiantes [En rojo y al centro, la característica condicionada]. En Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent2	279
Figura 33 Red Semántica de subcategorías para Categoría: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent2.....	280
Figura 34 Preponderancia de las categorías de análisis según ancho de banda. En: Categoría de análisis Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent2	282
Figura 35 Se relacionan con: conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos [En color amarillo y al centro, la característica condicionada]. En: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent2	283
Figura 36 Red Semántica de características para Categoría: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente 2	284
Figura 37 Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. En: Categoría de análisis Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent2	286
Figura 38 Se relacionan directamente con: Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de Aula de Matemáticas [En color verde y al centro, la característica condicionada]. En: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático/Estadístico y el Currículo. Docente Ent2	287
Figura 39 Preponderancia de las categorías de análisis según el ancho de banda. En: Transcripciones de observaciones y entrevistas. Docente 1 y Docente 2	289
Figura 40 Categorías del CDCM a partir del modelo de Conocimiento Matemático	294
Figura 41 Características de la categoría 1. Conocimiento Didáctico del Contenido y los Estudiantes. Docente Ent1	296
Figura 42 Pictograma y tabla de frecuencia. Clase N°1. Docente Ent1	299

Figura 43 Características de la categoría 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent1	313
Figura 44 Características categoría 3. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent1	333
Figura 45 Plan de área de Matemáticas I.E El Roble	340
Figura 46 Categorías del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático a partir del Modelo MKT	347
Figura 47 Características de la categoría 1. Conocimiento Didáctico del Contenido y los Estudiantes. Docente Ent2	348
Figura 48 Tarea uso de pictogramas con escala. Grado Cuarto. Docente Ent2	350
Figura 49 Características de la categoría 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza del docente Ent2	364
Figura 50 Gráfico estadístico diagrama circular. Clase N°3. Docente Ent2.	366
Figura 51 Características categoría 3. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent2	386
Figura 52 Ejemplo de una ficha de Evaluación grado Cuarto. Clase N°3. Docente Ent2	387

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1 Matrices para el análisis de los artículos	51
Tabla 2 Tipos y variantes del currículo según G. Posner	194
Tabla 3 Contenidos en Estadística por grados según las Mallas de Aprendizaje. Grado Primero a Tercero	203
Tabla 4 Contenidos en Estadística por grados según las Mallas de Aprendizaje. Grados Cuarto y Quinto	204
Tabla 5 Estándares Básicos de Competencia y Derechos Básicos de Aprendizaje de Primero a Tercero	207
Tabla 6 Estándares Básicos de Competencia y derechos Básicos de Aprendizaje de Cuarto y Quinto	210
Tabla 7 Plan de área de Matemáticas Institución Educativa El Roble	213
Tabla 8 Nivel de saturación de las categorías de análisis del modelo MKT. Docente Ent1	261
Tabla 9 Nivel de saturación de las características de análisis correspondiente al Docente Ent1. Categoría de Análisis: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent1	264
Tabla 10 Nivel de saturación de las características de análisis. En Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent1	268
Tabla 11 Nivel de saturación de las categorías de análisis. En Categoría Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent1	272
Tabla 12 Nivel de saturación de las categorías de análisis del modelo MKT. Docente Ent2	275
Tabla 13 Nivel de saturación de las características de análisis. En: Categoría Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent2	277
Tabla 14 Nivel de saturación de las características de análisis. En: Categoría Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent2	281

Tabla 15 Nivel de saturación de las características de análisis. En: Categoría Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent2	285
Tabla 16 Nivel de saturación de las categorías de análisis interpretativo. En: Transcripciones de observaciones y entrevistas. Docente Ent1 y Docente Ent2	288

Lista de siglas y abreviaturas

ASTE	Association for Science Teacher Education.
CCK	Common Content Knowledge
CDC	Conocimiento Didáctico del Contenido
CDCM	Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático
CDM	Conocimiento Didáctico Matemático
CEUS	Centro de Estudios Urbanos
CoRe	Content Representation
CPC	Conocimiento Pedagógico del Contenido
CPP	Conocimiento del Contenido Pedagógico
DBA	Derechos Básicos de Aprendizaje
DÍA E	Día de la Excelencia Educativa.
EBC	Estándares Básicos de Competencias
EEUU	Estados Unidos
EFE	Educación y Formación de Educadores
ELOS	Enfoque Lógico-Semiótico
EOS	Enfoque Ontosemiótico
EPM	Estudiantes para Profesores de Matemáticas
ESFERA	European Science Education Research Association.
ETC	Entidad Territorial Certificada
ETM	Espacios de Trabajo Matemático
GAISE	Guidelines for Assesment and Instruction in Statistics Education
HCK	Horizon Content Knowledge
IASE	<i>Association for Statistical Education</i>
ICFES	Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior.
ICMI	<i>International Comision on Mathematical Instruction</i>
KCC	Knowledge of Content and Currirrum
KCS	Knowledge of Content and Students

KCT	Knowledge of Content and Teaching
KMH	Knowledge at the Mathematical Horizon
LLECE	Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación
<i>MCK</i>	<i>Mathematical Content Knowledge</i>
<i>MCPM</i>	<i>Modelo de Competencias Profesionales de Matemáticas</i>
MEC	Modelo Estudio de Clase
MEN	Ministerio de Educación Nacional
MKT	Mathematical Knowledge for Teaching
MPC	Modelo de Perfil Conceptual
<i>MPCK</i>	<i>Mathematics Pedagogical Content Knowledge</i>
<i>MTSK</i>	<i>Mathematics Teacher's Specialised Knowledge</i>
NARST	National Association for Research in Science Teaching)
OECD	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos
PC	Pensamiento Crítico
PCK	Pedagogical Content Knowledge
PEI	Proyecto Educativo Institucional
PERCE	Primer Estudio Regional Comparativo y Explicativo
PISA	Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos
PREST	Pôle regional pour l'enseignement de la science et de la technologie
PTA	Programa Todos a Aprender
RAE	Resumen Analítico Especializado
ReCo	Representación de Contenidos
SCK	Specialized Content Knowledge
SERCE	Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo
SIEE	Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes
SMK	Subject Matter Knowledge
TAD	Teoría Antropológica de lo Didáctico
TEDS-M	Teacher Education and Development Study in Mathematics
TERCE	Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo

TIC	Tecnologías de la Información y Comunicación
TIMSS	The Third International Mathematics and Sciences Study
UNESCO	Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura

Introducción

Las Matemáticas, esa área que se recuerda desde el colegio, inclusive desde la escuela, para muchos con temor y frustración de problemas no entendidos y cuya solución parecía tan distante, sigue siendo objeto de búsqueda y estudio inacabado, lo que ha permitido múltiples cuestionamientos sobre factores del proceso educativo y de su enseñanza.

A través del acompañamiento *in situ* a instituciones educativas públicas, precisamente en Matemáticas, cobran fuerza preguntas en relación con la enseñanza y el conocimiento que posee el docente en dicha área, brindando así la posibilidad de dar respuesta desde otras miradas. De esta manera, la investigación *Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático. Estudio de caso con profesores de Básica Primaria* surgió como resultado de un interés personal por identificar el desarrollo profesional del profesor que enseña Matemáticas en el nivel de Básica Primaria. Situación que se presentó a partir de la experiencia docente de la investigadora en el campo educativo y en el área de Matemáticas.

Las investigaciones cuya base se estructuran en el conocimiento profesional del profesor son recientes, comparadas con otros conceptos que se han estudiado durante décadas, además se considera como una tarea compleja. En EEUU se exponen por primera vez como una teoría de la enseñanza con dos artículos escritos por Shulman (1986, 1987), El *Pedagogical Content Knowledge* (PKC) por sus siglas en inglés. “A partir de allí, surge una corriente llamada por Shulman “Conocimiento base para la enseñanza” cuya finalidad es el análisis del conocimiento profesional del profesor” (Pinto y González, 2008, p.85).

De este modo, la temática de la que se ocupa la investigación es la construcción teórica conocida como Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC), Shulman (1986), perspectiva de conocimiento implementado en el área de la educación y cuya finalidad primordial es identificar y comprender el conocimiento profesional del profesor en el proceso de enseñanza en un tópico determinado. Es además uno de los temas relevantes en

la actualidad, corroborado en el crecimiento del número de investigaciones del cual ha sido objeto de estudio en diferentes campos del conocimiento. El área en la que se precisó el CDC y sus características en el marco de esta investigación es Matemáticas, específicamente en el pensamiento Aleatorio, en el componente que hace referencia a Estadística, en el tópico “Representación y análisis de gráficos estadísticos”, con dos docentes que trabajan en

escuelas del sector rural colombiano, a través del modelo Matemático del conocimiento (MKT). El pensamiento matemático y contenido fueron seleccionados a partir de los bajos resultados de pruebas Saber durante cuatro años consecutivos.

La tesis se estructura en seis capítulos que se describen en los siguientes párrafos. El capítulo uno corresponde al proyecto de tesis, en este se desarrollan de forma amplia todos los elementos puestos en juego para la configuración de la investigación, desde la idea inicial que dio origen al proyecto, pasando por componentes como la tematización y la problematización, enmarcados en tres subdominios del CDC desde el modelo MKT planteado por Ball, Thames y Phelps (2008), en el área de Matemáticas en el nivel de Básica Primaria. De igual manera se plantea la pregunta de investigación a la cual se dará respuesta con el logro de los objetivos propuestos. Otro de los elementos presentes es la justificación, desde ámbitos como la pertinencia, impacto, relevancia académica para el grupo y la línea de investigación, generación de nuevo conocimiento, usuarios directos e indirectos potenciales de los resultados, estrategia para la transferencia de resultados, innovación y la novedad del tema de investigación y para finalizar, se aborda la elección metodológica de manera general.

El capítulo dos, marco teórico, inicia con el rastreo bibliográfico de investigaciones en CDC y CDCM que constituyen el estado del arte y, se complementan con un recorrido documental que aborda elementos conceptuales, origen y evolución del CDC y CDCM desde el momento de su aparición hasta la fecha. La sección final explica elementos de resultado de análisis estadístico en lo que respecta al análisis e interpretación de gráficos estadísticos en el nivel de Básica Primaria, tanto desde las investigaciones realizadas como desde los referentes curriculares y de calidad propuestos por el Ministerio de Educación Nacional colombiano. De igual manera precisa los elementos de los tres subdominios del CDC del modelo MKT: conocimiento del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento del contenido matemático y la enseñanza y, conocimiento del contenido matemático y el currículo.

El capítulo tres, marco metodológico, desarrolla la perspectiva metodológica del proceso llevado a cabo para alcanzar los objetivos propuestos y dar respuesta a la pregunta de investigación planteada, a través del enfoque cualitativo, su naturaleza interpretativa y el diseño metodológico, como lo es el estudio de caso en cada uno de sus momentos. Así

mismo explica la forma en que se vincularon los docentes participantes con sus perfiles y el contexto institucional en el cual se desarrolló el trabajo de campo. Otro momento de este capítulo corresponde a las fases de la investigación: exploratoria, descriptiva e interpretativa. Ya para finalizar, se explican de forma amplia las técnicas e instrumentos de recolección de información: observación no participante y entrevista, así como los pasos para su construcción y la descripción del proceso de validación.

En el capítulo cuatro, presentación de los resultados, se desarrollan las acciones descritas en las fases de la investigación. Se da inicio con la organización de la información recolectada en el trabajo de campo, a partir de las transcripciones de las observaciones de clases de los docentes y la entrevista, proceso para el que se utilizan algunos elementos de la teoría fundamentada. Por último, se organizan, analizan y presentan los datos con el apoyo del Software *Atlas.ti 9*, en los tres subdominios y características del CDC del modelo MKT de cada docente, buscando dar respuesta a cada uno de los objetivos planteados y a la pregunta de investigación.

El capítulo cinco, que corresponde al análisis y discusión de los resultados, sustenta el proceso de interpretación llevado a cabo con la información, a partir de la triangulación de los eventos encontrados, la teoría consultada y la interpretación realizada por la investigadora. El ejercicio se desarrolló con cada una de los subdominios del CDC y sus características, así también con cada uno de los docentes participantes.

Finalmente, en el último capítulo, el seis, corresponde a las conclusiones, resultados finales y recomendaciones. Allí se exponen las conclusiones de los hallazgos más relevantes de acuerdo a los tres subdominios del CDC y sus características, tanto a nivel individual como general en algunos puntos de encuentro entre los docentes. De manera posterior se valida el cumplimiento de los objetivos y la pregunta de investigación a partir de la sustentación de la tesis expuesta. Se da continuidad con la exposición de las limitantes encontradas en la construcción de la tesis, así como las contribuciones hechas al campo del conocimiento con la investigación desarrollada. Como último aspecto se hacen recomendaciones que se consideraron pertinentes y se dejan algunas líneas abiertas a futuros trabajos en aras de ampliar el universo investigativo y proponer ciertas alternativas de solución a situaciones identificadas.

Después del capítulo seis se encuentran las citas de las referencias que se utilizaron en la construcción del documento.

Y como último apartado, están los anexos que se abordaron durante el documento, relacionados también en la tabla de contenido.

Capítulo 1. Proyecto de Tesis

El primer capítulo se configura a partir de siete elementos que sustentan los aspectos generales del proyecto de tesis, los cuales se irán planteado de manera secuencial a través de los asuntos centrales de la investigación. El primer elemento explica la idea seminal que dio origen al desarrollo del estudio, el cual se encuentra enmarcado en tres componentes específicos: a) la reflexión del quehacer pedagógico de la autora, que generó múltiples cuestionamientos en el campo educativo respecto al proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, b) la identificación de elementos relevantes en una educación de calidad, aspecto decisivo para la elección del docente como uno de los actores más determinantes del proceso educativo y el estudio del Conocimiento Didáctico del contenido (CDC de ahora en adelante), como factor relevante en el desarrollo de la práctica pedagógica, y c) estos componentes se sustentan desde la revisión y análisis crítico de diversos estudios en el tema de interés.

Un segundo elemento es la tematización, apartado en el cual se aborda la importancia del CDC en el campo educativo y la elección del tópico matemático desde el contexto institucional, que corresponde de manera concreta al campo de la Estadística: representación e interpretación de datos a través de gráficos estadísticos. El tercero es la problematización, que realiza una aproximación de elementos empíricos y teóricos, que sustentan el tema de interés y conllevan fundamentalmente al ejercicio investigativo de indagar y comprender el CDC que evidencian los docentes en el desarrollo de su práctica educativa al enseñar análisis y representación de gráficos estadísticos a estudiantes de Básica Primaria y, de acuerdo con la literatura analizada se evidencia la necesidad de abordar el área de Matemáticas a partir del análisis de tres subdominios del CDC, que para esta investigación se asumen como categorías, desde el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) planteado por Loewenberg Ball et al., (2008). Al final de este apartado se plantea una pregunta investigativa que recoge los elementos descritos y a la que se dará respuesta con el desarrollo y análisis del trabajo de campo, que además cobra sentido a través del cuarto componente, la formulación de los objetivos, los cuales dan claridad a las metas que se desean alcanzar en la investigación y se desarrollan a través de la elección metodológica, que constituye además el cuarto elemento del capítulo.

El quinto elemento que se expone es la justificación, que se plantea desde variados componentes: pertinencia, impacto, relevancia académica para el grupo y la línea de investigación, generación de nuevo conocimiento, usuarios directos e indirectos potenciales de los resultados, estrategia para la transferencia de resultados, innovación y la novedad del tema de investigación.

Siguiendo el hilo conductor, se encuentra el planteamiento de la estrategia metodológica propuesta a través de la cual se desarrolla la investigación. En este segmento y de manera muy general, se enuncian las técnicas e instrumentos de recolección de información, así como cada una de las fases de la investigación: exploratoria, descriptiva e interpretativa. Para finalizar este capítulo, se exponen dos ideas parciales derivadas de todos los aspectos abordados, que corresponde con el séptimo elemento planteado.

1.1 Factores determinantes en la consolidación de un interés investigativo

La consolidación del interés investigativo se elaboró a partir de la concatenación de tres elementos que se fueron configurando para su estructuración. En primer lugar, el surgimiento de una preocupación investigativa que se expresó mediante la iniciativa de la autora de este trabajo, derivada de su experiencia en el campo de la educación. En segundo lugar, la identificación de criterios claros que intervienen en una educación de calidad, siendo el docente uno de los factores determinantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje y, por lo tanto, en el desempeño de los estudiantes. Como tercer y último elemento, la participación de la autora de la investigación como tutora en el Programa Todos a Aprender¹ (PTA de acá en adelante), como una apuesta por el mejoramiento de la calidad educativa, a través del fortalecimiento de las prácticas de aula y la formación situada en el CDC en las áreas de Lenguaje y Matemáticas. Cada uno de estos elementos se describen en los siguientes apartados.

¹ Programa Todos a Aprender. Programa Para la Transformación de la Calidad Educativa (PTA) ofertado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia como una respuesta a las necesidades de instituciones educativas con bajo rendimiento académico en las áreas de Humanidades y Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2013).

1.1.1 Surgimiento del interés investigativo

Se presenta como antecedente, en primer lugar, un interés propio en un contexto natural, que emerge, entre otros aspectos, de la experiencia de la autora en un ámbito de reflexión personal y profesional por más de dos décadas de desempeño docente tanto en Básica Primaria como en Matemáticas en diferentes niveles educativos; situación que delimitó el tema/problema y condicionó elementos de decisión sobre el asunto a estudiar.

La investigadora, desde inicio de su labor educativa, en calidad de docente novel, se ha cuestionado en torno a múltiples factores que intervienen en el campo de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, razón que le ha permitido revisar su desempeño como docente a la luz del aprendizaje de sus estudiantes. En el día a día, cuando visitaba el aula de clase, surgían dudas sobre su nivel de preparación para asumir la enseñanza de las Matemáticas, sobre la calidad de los recursos, la pertinencia de las estrategias y el verdadero efecto de su pedagogía en el contexto de enseñanza y aprendizaje de los niños.

En este orden de ideas, las dudas representaron huellas de vida que determinaron la dirección de la labor profesional y personal de la investigadora, generando un creciente interés por la enseñanza de las Matemáticas, situación que la llevó a estudiar licenciatura en matemáticas con la firme convicción de que allí quedarían resueltas; sin embargo, las respuestas aun eran inconclusas dado que la formación fue un poco más disciplinar, menos didáctica y nunca enfocada a las situaciones que se presentan al interior de un aula de clase con actores reales como lo estudiantes.

Otro aspecto que fundamentó el interés investigativo se relacionó con el rol desempeñado como tutora del PTA en la misma área, sumado a las observaciones de las prácticas docentes de sus colegas, y la conciencia de los bajos resultados de los estudiantes en el entorno laboral, situaciones que representaron una oportunidad ante el reto investigativo de tratar de dar luz a varios interrogantes que han permanecido durante este trasegar, a saber: ¿cómo se transforma el conocimiento del docente en aprendizaje para el estudiante?, ¿cuál es el papel que tanto el docente como los estudiantes asumen en la reestructuración del saber?, ¿cómo intervienen los sujetos en la construcción del conocimiento?, ¿cuál es el conocimiento que tienen los docentes sobre las Matemáticas que enseñan?, ¿cuáles son los criterios utilizados por los docentes para decidir qué enseñar?,

¿cómo se organizan estos conocimientos? ¿cómo mejorar la calidad de la educación y los aprendizajes de los estudiantes?, ¿cómo potenciar el aprendizaje de las Matemáticas a partir del uso de material concreto? Asimismo, se ha cuestionado sobre la manera en la cual variables como el marco normativo, metodológico, curricular y la formación disciplinar en el área de estudio de los profesores de Básica Primaria, en conjunto con sus acciones u omisiones en su quehacer pedagógico, afectan el proceso de enseñanza y aprendizaje del área de Matemáticas.

Varios de estos cuestionamientos, y algunos otros, han tenido respuesta durante el camino recorrido en su quehacer profesional, o al menos esa es la creencia que se tiene sobre ellos. Por esta razón, no ha sido suficiente quedarse allí con diversos cuestionamientos y se dio la oportunidad de abordar múltiples investigaciones en el campo de interés, con el propósito de profundizar y tomar postura al respecto, de tal suerte que se pudiera precisar con relación al tema en cuestión: factores que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

1.1.2 Factores que intervienen en una educación de calidad

En el marco del *Plan Sectorial de Educación 2010-2014* (MEN, [2010]), el Ministerio de Educación Nacional presentó como objetivo central de este, el mejoramiento de la calidad de la educación en todos los niveles educativos ofertados en el territorio colombiano, desde Transición hasta educación superior, para ello creó el *Programa para la Transformación de la Calidad Educativa “Todos a Aprender”* (PTA).

La finalidad del PTA es modificar las prácticas de aula de los docentes de los establecimientos educativos focalizados de todo el país, cuyo desempeño en las pruebas Saber de los grados 3° y 5° que se aplicaron a los estudiantes en las áreas de Lenguaje y Matemáticas, fue en nivel insuficiente en el territorio nacional. De esta manera, se busca mejorar las condiciones de aprendizaje de los estudiantes de Básica Primaria (desde Transición hasta Quinto) en Lenguaje y Matemáticas, a través del desarrollo de competencias básicas y, asimismo mejorar los resultados de las pruebas Saber 2014 en estas dos áreas del conocimiento (MEN, 2012).

Con la meta de mejorar la calidad educativa, vista como una necesidad apremiante en este siglo XXI para los países en vía de desarrollo, entre ellos Colombia, el MEN (2012)

consultó diversas investigaciones que establecieran criterios claros y aportaran a la consecución de la meta trazada, a saber:

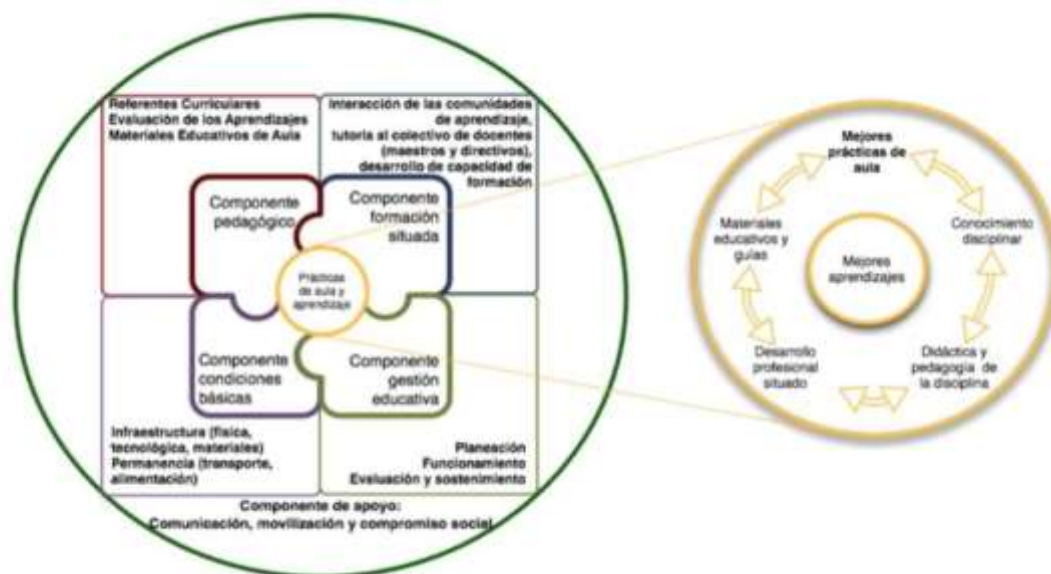
1. El sistema: este debe garantizar permanencia y sostenibilidad de las estrategias que se desean implementar, dado que algunos programas de intervención requieren tiempo para su consolidación, así como también es importante el apoyo de los directivos docentes como líderes de los procesos de gestión académica, situación que genera impacto en las prácticas de aula de los docentes.
2. Factores que intervienen en el desempeño de los estudiantes: es posible identificar algunos de los factores que intervienen en este aspecto, entre ellos se tiene el profesor y el currículo como los de mayor impacto, mientras que otros como la familia, el clima de aula, la infraestructura y la cantidad de estudiantes en un grupo, presentan un impacto de menor proporción.
3. Las prácticas de aula: “Las prácticas reales de aula tienen que ver con las creencias, los mitos, las tradiciones, los imaginarios y las concepciones que los maestros tienen sobre cómo aprenden las personas y cómo se debe enseñar” (p. 9). Son, además, el producto de la experiencia inicial docente, la educación formal y los esquemas de desarrollo profesional.
4. Materiales: secuencias didácticas y materiales educativos. Los libros de apoyo a los docentes deben encontrarse articulados a los libros de trabajo de los estudiantes.
5. Evaluación: Tanto del impacto del programa como de los aprendizajes de los estudiantes, por medio de los diferentes tipos de evaluación existente.

1.1.3 El Programa Todos a Aprender como una apuesta por el mejoramiento de la calidad educativa

A partir del análisis que hace el MEN de los criterios expuestos, fue necesario la creación de condiciones propicias que aportaran al desarrollo de prácticas de aula efectivas, de tal manera que ofrecieran respuestas a los diversos elementos que intervienen en los desempeños de los estudiantes y, por ende, en el mejoramiento de sus aprendizajes. En esta línea, el PTA estructuró su columna vertebral en cinco componentes, cuatro articuladores (pedagógico, formación situada, gestión educativa y condiciones básicas) y uno como eje central del proceso, que corresponde a las prácticas de aula y aprendizaje (ver Figura 1).

Con este escenario se creó la propuesta PTA para las instituciones focalizadas del país, y se le asignó a cada una de ellas un tutor, un par académico para el desarrollo de todos los componentes organizados en las rutas de formación trazadas año a año por el MEN.

Figura 1 *Visión sistemática de las estrategias del PTA*



Nota. La figura muestra los cinco componentes que dan sustento al Programa de Transformación de la Calidad Educativa “Todos a Aprender”. Fuente: MEN (2012, p. 11).

En las líneas siguientes se relacionan cada uno de los componentes del PTA:

1. Pedagógico: “se refiere a la interacción comunicativa que se establece entre el maestro y los estudiantes en contextos específicos” (MEN, 2012, p. 11). Su desarrollo atiende a tres ámbitos específicos: a) referentes curriculares, que indican los aprendizajes a abordar y el tiempo para su ejecución, b) elementos para la evaluación formativa y, c) actividades planeadas en el aula, en articulación con los ambientes de aprendizaje planteados.
2. Formación situada: se le denomina formación situada, ya que esta se centra de forma directa en las múltiples actividades que suceden en el aula (MEN, 2016, 28 de enero). Por lo tanto, esta formación se configura a partir de las problemáticas que se presentan en las aulas de clase y que están encaminadas al proceso de aprendizaje de los estudiantes. Se enfoca en la construcción de estrategias y herramientas que contribuyan a las prácticas de aula y al

- mejoramiento de los ambientes de aprendizaje, orientadas a los docentes a través de los acompañamientos de los tutores y la creación de Comunidades de Aprendizaje. Asimismo, se realizan formaciones a los docentes en las áreas de Matemáticas y Lenguaje, las cuales están centradas en el Conocimiento Didáctico del Contenido, entendido este así: “No es la suma de conocimiento disciplinar y conocimiento didáctico construido independientemente. Es conocimiento construido simultáneamente en el análisis didáctico de los contenidos específicos. Su existencia en el docente predice aprendizajes en los estudiantes” (diapositiva, 12).
3. Gestión educativa: está relacionado de manera directa con el proceso educativo, y las diferentes actividades que este involucra: planear, ejecutar, evaluar y corregir.
 4. Condiciones básicas: se refiere al estado de los escenarios requeridos para el desarrollo de la práctica de aula. Se fortalece con tres elementos: el desplazamiento de los estudiantes a la escuela, espacios funcionales para la realización de las diferentes tareas escolares y la implementación de estrategias para dar cobertura y garantizar la permanencia de los estudiantes.
 5. Práctica de aula y aprendizaje: para el fortalecimiento de este componente y el mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes se priorizaron y establecieron tres estrategias: formación y acompañamiento a docentes, materiales educativos de alta calidad y seguimiento a los aprendizajes de los estudiantes (MEN, 2016, 28 de enero).

En relación con el acompañamiento a los docentes, su foco está dado en un acompañamiento “in situ”, el cual hace referencia a que se realiza en el establecimiento educativo propiamente dicho (MEN, 2016, 28 de enero). De manera específica en el desarrollo de las clases de las áreas de Lenguaje y Matemáticas, mediante las tres etapas de estas: planeación, ejecución y realimentación.

En los acompañamientos hechos a los docentes focalizados de la institución educativa a la cual fue asignada la tutora, autora de esta investigación, se realizaron diferentes formaciones en las dos áreas ya mencionadas, de igual manera, se hicieron observaciones directas de las prácticas de aula de los docentes y las reflexiones dadas en este

proceso; bajo esta dinámica fue posible vivenciar y analizar dificultades que surgieron en la realización de estas en la enseñanza desde los ámbitos disciplinar, pedagógico y didáctico.

Cabe señalar que algunos de los profesores acompañados manifestaron durante la etapa de realimentación su voluntad e interés por abordar todos los contenidos temáticos planteados en el plan de estudios institucional; sin embargo, también reconocieron el desconocimiento disciplinar y didáctico frente a un área como Matemáticas, dado que fue en el desarrollo de estas clases donde hubo mayor recurrencia de dificultades y, por consiguiente, más problemas para enseñarla. Como resultado de esta reflexión se presentaron dos situaciones en algunos de los casos: la primera, es que los contenidos se orientaron sin la rigurosidad disciplinar necesaria de acuerdo con el grado de escolaridad a cargo; y la segunda, que algunos docentes decidieron no enseñar estos contenidos en el año lectivo.

El párrafo anterior pone de manifiesto que no se enseña lo que el estudiante debe saber en el momento que lo debe aprender, de acuerdo con las directrices curriculares del MEN, específicamente en los *Derechos Básicos de Aprendizaje* (DBA) en Matemáticas (2016a), los cuales establecen los aprendizajes para cada uno de los grados de escolaridad. Esta situación se presenta, entre otros aspectos, en virtud de la normatividad que da sustento al ingreso de los docentes al sistema educativo colombiano, explicado en el Decreto 1278 de 2002 (Presidencia de la República, 2002), *Estatuto de Profesionalización Docente*, el cual reglamenta el ingreso de los profesionales de educación a las personas que acrediten “título profesional de licenciado en educación expedido por una institución de educación superior; los profesionales con título diferente, legalmente habilitados para ejercer la función docente de acuerdo con lo dispuesto en este decreto; y los normalistas superiores” (art. 3).

La enseñanza en el nivel de Básica Primaria solo le es permitido a los normalistas superiores o a los licenciados en cualquier área del conocimiento y en algunos casos excepcionales podrán vincularse como docentes sin título académico según lo explica el párrafo del artículo 7 del decreto ley en mención. Es importante resaltar que a los docentes nombrados en este nivel les corresponde enseñar las nueve áreas obligatorias, entre ellas Matemáticas de acuerdo con la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994) promulgada por el Congreso de la República de Colombia, con las respectivas implicaciones y limitaciones en cuanto a la orientación profesional, pedagógica y didáctica que tal situación comporta. En el caso específico de las Matemáticas se complejiza en virtud del alto volumen

de docentes que carecen de formación en el área, lo que la hace generadora de múltiples cuestionamientos, hecho que pone en entredicho la efectiva profesionalización de algunos docentes.

1.1.4 Consolidación de un interés investigativo

En correspondencia con la situación descrita hasta el momento y a partir de las intuiciones iniciales y la trayectoria investigativa profesional de la autora, asuntos que se han evidenciado en función de lo que ha vivido, experimentado y pensado desde el papel como docente tutora, surge el interés investigativo enmarcado en cinco componentes expuestos en líneas anteriores y que se concretan a continuación:

1. El docente como uno de los protagonistas de mayor impacto en el desempeño de los estudiantes.
2. Las prácticas de aula, las cuales son planeadas y ejecutadas por los docentes en el ejercicio de su desarrollo profesional.
3. El nivel de Básica Primaria: visto este como aquel en el que se presentan mayores dificultades y conflictos, por ejemplo, en términos de formación de profesores en el área de Matemáticas. Al respecto, ninguno de los docentes pertenecientes a la institución focalizada por el PTA desde el año 2012, misma donde se realizará la investigación, tiene formación en esta área; de allí el desconocimiento disciplinar y didáctico como factor relevante en este nivel educativo, al no ser licenciados, ni tener una carrera cuya base sea la Matemáticas, su formación se estructura en algunas capacitaciones recibidas y, de esta manera, las posibilidades de generar procesos educativos innovadores, de calidad y con pertinencia, capaces de transformar la educación de nuestros niños y niñas, se disminuyen de manera considerable.
4. Las Matemáticas, al ser una de las áreas obligatorias y fundamentales en el currículo colombiano, es evaluada por el Instituto Colombiano para el fomento de la

Educación Superior² (ICFES), allí los estudiantes presentaron bajo desempeño en todo el territorio nacional en los diferentes niveles educativos, intencionada además por el Ministerio de Educación Nacional para realizar procesos de formación y

² Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). Es una entidad autónoma de carácter social, vinculada al Ministerio de Educación Nacional. Ofrece servicios de evaluación de la educación

acompañamiento a los docentes a través del PTA y, en la práctica pedagógica, es una de las áreas que causa mayor dificultad para ser enseñada.

5. El Conocimiento Didáctico del Contenido, como el foco de las formaciones realizadas a los docentes en el marco del PTA y el estudio sobre el conocimiento de los docentes tanto a nivel disciplinar como didáctico.
6. El área rural: los docentes participantes en la investigación laboran en este sector, al igual que la investigadora, lo que deviene en mayor facilidad para acceder a la información. La importancia y pertinencia desde la ruralidad se ampliará en el apartado 1.3 que corresponde a la problematización, y se relaciona con las diferencias que existen respecto a la urbana, no solo a nivel académico sino también investigativo y desde las condiciones en ocasiones adversas que se presentan en el área rural.

A partir de los elementos de interés suscitados en la autora de este estudio, se evidenció la necesidad de recorrer, con un ánimo de complementariedad, los caminos ya trazados por otros trabajos de investigación. Es precisamente en este caminar en el que surge el interés investigativo de manera específica por reconocer cómo es el Conocimiento Didáctico del Contenido matemático que tienen los docentes de Básica Primaria de la institución educativa focalizada, asunto que se evidencia en el desarrollo de su práctica pedagógica al intentar generar aprendizajes en relación con un contenido matemático particular.

1.2 Tematización

El desarrollo de este apartado se fundamenta en tres aspectos que se describen ampliamente: el primero aborda las Matemáticas desde el papel que juegan en la sociedad y su inmersión en los documentos curriculares al ser esta el área de conocimiento presente en la investigación. Asimismo, explica los criterios establecidos para la elección del tópico

en todos sus niveles y apoya al Ministerio de Educación en la realización de los exámenes de estado; además, realiza investigaciones sobre los factores que inciden en la calidad educativa, y brinda información que contribuye al mejoramiento y la toma de decisiones en la calidad de la educación.

matemático privilegiado, validando la importancia y pertenencia de su abordaje a la luz de la literatura consultada, aspecto que refiere también a la relevancia que tiene el estudio de las Matemáticas a nivel escolar y los resultados en las diferentes pruebas que presentan los estudiantes como la forma de evaluar estos contenidos, a través de las cuales fue posible la elección del tópico estudiado, que se encuentra inmerso en el pensamiento Aleatorio, como factor de la construcción de ese pensamiento matemático. Dado que uno de los elementos en el cual se estructura este pensamiento es la Estadística, este se convierte en el segundo aspecto de este apartado, no solo desde su importancia en el contexto escolar, sino también en la vida de las personas para llegar a ser estadísticamente cultas. Finalmente, se realiza un breve recorrido del surgimiento del CDC como una apuesta por el conocimiento del profesor, que relievra su significación en el desarrollo profesional docente, abordado no solo desde diversas áreas, sino también a la luz de un modelo matemático de conocimiento como lo es el MKT.

Las Matemáticas, como otro de los elementos relevantes en esta investigación, se abordan como un conjunto de saberes que evolucionan de manera permanente, surgidas por la necesidad de los hombres de solucionar no solo problemas prácticos de las matemáticas, sino también en otros ámbitos como la agricultura, la arquitectura, la astronomía, los cálculos aritméticos, problemas de juegos de azar y muchos más. Las matemáticas juegan un papel primordial en el ámbito educativo, forman parte del currículo desde los primeros años de escolaridad y se consideran como una de las nueve áreas obligatorias y fundamentales para el logro de los objetivos de la Educación Básica, estas áreas corresponden al 80% del plan de estudios en una Institución Educativa en Colombia según la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994). El MEN (1998) refiere: “factores como los nuevos planteamientos de la filosofía de las matemáticas, el desarrollo de la educación matemática y los estudios sobre sociología del conocimiento, entre otros factores, han originado cambios profundos en las concepciones acerca de las matemáticas escolares” (p.14). Todos los conocimientos, incluido el matemático, representan las experiencias de las personas, por ello este conocimiento también es considerado hoy como una actividad social que atiende a intereses y la afectividad del niño y del joven, que debe brindar respuestas a los planteamientos que surgen en la actualidad. De igual modo lo expresa el Ministerio de Educación Nacional (2006):

Hace ya varios siglos que la contribución de las matemáticas a los fines de la educación no se pone en duda en ninguna parte del mundo. Ello, en primer lugar, por su papel en la cultura y la sociedad, en aspectos como las artes plásticas, la arquitectura, las grandes obras de ingeniería, la economía y el comercio; en segundo lugar, porque se las ha relacionado con el desarrollo del pensamiento lógico y, finalmente, porque desde el comienzo de la Edad Moderna su conocimiento se ha considerado esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología. (p. 46)

Según el MEN (1998) “La renovación curricular propuso acercarse a las distintas regiones de las matemáticas, los números, la geometría, las medidas, los datos estadísticos, la misma lógica y los conjuntos desde una perspectiva sistémica que los comprendiera como totalidades estructuradas, con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones” (p.6). Los Lineamientos Curriculares en Matemáticas son el punto de partida para acercar a las matemáticas a este enfoque de sistemas y no como conjuntos como se venía abordando hasta la década de los 70 y 80 (MEN, 1998). A partir de este análisis son elaborados los Estándares Básicos de Competencias (EBC), como una herramienta que permite tener criterios y parámetros claros de lo que todo estudiante debe saber y saber hacer en contexto, son referentes de calidad para evaluar los niveles de desarrollo de las competencias por grupos de grados y se reúnen en cinco pensamientos y sistemas: pensamiento numérico y sistemas numéricos, espacial y sistemas geométricos, métrico y sistemas de medida, aleatorio y sistemas de datos y variacional y sistemas algebraicos (MEN, 2006).

Las Matemáticas se convierten en la base de construcción de modelos científicos, toman parte en el proceso de modelización de la realidad, y en la validación de estos modelos (Godino et al., 2003). En esta misma investigación y atendiendo al tipo de matemáticas que se desea enseñar, se plantean dos fines para los estudiantes:

- Comprender y apreciar el papel de las Matemáticas en la sociedad, sus campos de aplicación y el modo en que las matemáticas han contribuido a su desarrollo.
- Comprender y valorar el método matemático, esto es, la clase de preguntas que un uso inteligente de las matemáticas permite responder, las formas básicas de razonamiento y del trabajo matemático, así como su potencia y limitaciones. (p. 21)

Teniendo en cuenta que las Matemáticas se estructuran a partir de una amplia gama de contenidos temáticos, se torna un tanto difícil abarcarlos a todos en la presente investigación, y es mucho más complejo si se atiende a las didácticas específicas con las que se deben enseñar ciertos contenidos, dado que desde la generalidad se pueden observar algunos aspectos, pero que no son propios a un contenido en particular. Lo descrito supone la necesidad de enmarcar un tópico particular para caracterizar el CDC de los docentes participantes en el estudio, mediante el desarrollo de su práctica de aula en Matemáticas. Para la elección de este contenido el punto de partida fue el contexto institucional y los resultados de pruebas externas aplicadas a los estudiantes.

Una de las formas de evaluar los contenidos temáticos expuestos en los Estándares por mediación de los pensamientos matemáticos, es la prueba Saber. Los autores Duarte Rodríguez y Sanabria Mejía (2018) auspiciados por la Presidencia de la República, en el marco del Siempre Día E³ expidieron el documento “Informe por colegio del Cuatrienio: Análisis histórico y comparativo”, de los resultados de Prueba Saber de los grados Tercero, Quinto y Noveno de los años 2014, 2015, 2016 y 2017 (último año de aplicación de estas pruebas hasta el momento). El reporte permitió reconocer los resultados de los estudiantes en las Pruebas Saber a través del análisis del porcentaje promedio de las respuestas incorrectas a partir de la descripción de los aprendizajes relacionados en la *Matriz de referencia. Matemáticas* (MEN, 2015a), en las competencias y componentes evaluados por el ICFES en las áreas de Matemáticas. De igual manera, el informe presenta no solo los resultados año a año del cuatrienio, sino también la diferencia con el país y con la Entidad Territorial Certificada (ETC) y la media o promedio aritmético de las diferencias que se encuentran en el cuatrienio.

El reporte se describe en la Figura 2, en la que se observan círculos de colores asociados al porcentaje de respuestas incorrectas dadas por los estudiantes, de la siguiente manera:

Figura 2 Semáforo de respuestas incorrectas de pruebas Saber de acuerdo a porcentajes

³ Día E. Día de la Excelencia Educativa



Nota. Semáforo de clasificación de respuestas incorrectas por parte de los estudiantes en las pruebas Saber de acuerdo al porcentaje. Fuente: MEN e ICFES (2017, p. 1).

La información presentada a continuación en la Figura 3 corresponde al Informe del Cuatrienio de la Institución Educativa El Roble de Neira Caldas para el grado Tercero (Duarte et al., 2018) y se encuentra estructurado de la siguiente forma: se inicia con las competencias evaluadas, que para el área de Matemática son: Comunicación, Resolución de Problemas y Razonamiento. En la primera columna se encuentran los aprendizajes y los pensamientos a los que se vinculan cada uno de ellos: Numérico-variacional, Métricogeométrico y Aleatorio. En la segunda y tercera columna se muestra el porcentaje de respuestas incorrectas de la Institución Educativa y la diferencia con Colombia, respectivamente. Al final se calcula la media o promedio.

Figura 3 Porcentaje de respuestas incorrectas en Matemáticas grado Tercero. Competencia Comunicación



Nota. Porcentaje de respuestas incorrectas en la prueba Saber en Matemáticas grado Tercero durante los años 2014 a 2017 en la competencia Comunicación. Fuente: Duarte Rodríguez y Sanabria Mejía (2018, p. 3).

El orden de los aprendizajes se evidencia en la última columna (media), muestra el promedio del cuatrienio de la diferencia entre Colombia y la Institución Educativa El Roble; este es el aprendizaje en el que durante cuatro años consecutivos se ha obtenido menor desempeño respecto de Colombia y corresponde al que está ubicado en primer lugar de la lista. Luego del análisis del documento se observó que, de las tres competencias evaluadas, *Comunicación* tiene una media de -14.0, *Resolución de Problemas* -13.8 y *Razonamiento* 0.2. Por lo tanto, se toma el aprendizaje de la primera competencia que corresponde a:

“Representar un conjunto de datos a partir de un diagrama de barras e interpretar lo que un diagrama de barras determinado representa”, además del comparativo con Colombia es el único aprendizaje que aparece rotulado en color rojo en las tres competencias con un 100% de respuestas incorrectas, precisamente en último año de presentación de las pruebas. La Figura 4 permite ver la información del grado Quinto.

Figura 4 Porcentaje de respuestas incorrectas en Matemáticas grado Quinto. Competencia Comunicación

Saber 5° Aprendizajes de la competencia Comunicación Matemáticas

1. La diferencia con el promedio de todos los colegios del país

Aprendizajes	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con Colombia				Media
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	
Representar gráficamente un conjunto de datos e interpretar representaciones gráficas. (Aleatorio)	82.0	84.1		82.5	-22.0	-0.7		-11.2	-11.3
Clasificar y organizar la presentación de datos. (Aleatorio)	75.0	43.5	11.1	65.0	7.5	-6.0	3.5	-6.0	-0.2
Establecer relaciones entre los atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes. (Espacial Métrico)	60.0	38.3	66.7	48.0	-8.2	4.7	-0.9	4.5	0.0

Nota. Porcentaje de respuestas incorrectas en la prueba Saber en Matemáticas grado Quinto durante los años 2014 a 2017 en la competencia Comunicación. Fuente: Duarte Rodríguez y Sanabria Mejía (2018, p. 11).

La estructura del informe para este grado es igual al del grado Tercero. Se ubica aquel aprendizaje que en todo el cuatrienio ha tenido menor desempeño respecto de Colombia y corresponde al que está ubicado primero en la lista. Se puede observar que, de las tres competencias analizadas, *Comunicación* tiene una media de -11.3, *Resolución de Problemas* -7.5 y *Razonamiento* -6.4. Por lo tanto, se toma el aprendizaje de la primera competencia que corresponde a: “Representar gráficamente un conjunto de datos e interpretar representaciones gráficas”. Es importante resaltar otro aprendizaje que se encuentra en color rojo con el 100% de respuestas incorrectas en el año 2017, dado que pertenece al mismo componente y temática: “Hacer inferencias a partir de representaciones de uno o más conjunto de datos”, según la competencia de *Razonamiento*.

De acuerdo con los datos presentados y analizados en el Informe del Cuatrienio de la Institución Educativa El Roble, en los dos grados Tercero y Quinto de Básica Primaria, se evidencia los bajos resultados de los estudiantes en el aprendizaje: “Representación e interpretación de gráficos estadísticos”, mostrando la dificultad que tienen los estudiantes en este conocimiento. Razón por la cual se justifica la elección de este contenido temático como objeto de estudio en la investigación. Es necesario resaltar que el contenido seleccionado pertenece al pensamiento Aleatorio; así las cosas, este pensamiento adquiere relevancia en el presente estudio, dada su importancia en el desarrollo de procesos y competencias matemáticas. Es conveniente aclarar que la elección de un contenido

específico tiene como propósito analizar a profundidad el tipo de conocimiento que tiene el docente respecto al particular y la manera como lo exhibe en el desarrollo de su práctica pedagógica.

El pensamiento Aleatorio y los sistemas de datos, tal como se enuncian en los Lineamientos curriculares y los Estándares Básicos de Competencia, están estructurados a partir de conceptos y procedimientos evidenciados en cuatro elementos: de manera directa en la teoría de probabilidades y la estadística inferencial y de manera indirecta en la estadística descriptiva y la combinatoria (MEN, 1998). Para Tumbaco Chilán et al. (2020) “La estadística es una ciencia que recopila, organiza, presenta y analiza datos obtenidos de un objeto de estudio, tanto para la deducción de conclusiones como para tomar decisiones de acuerdo con los resultados obtenidos” (p.3). La Estadística se divide en dos ramas: la inferencial y la descriptiva.

El contenido seleccionado “Representación e interpretación de gráficos estadísticos” está inmerso en la estadística descriptiva. Para Ríos Varillas (2012) la Estadística descriptiva “se encarga de recopilar, ordenar, clasificar y presentar una información llamada muestra” (p. 1). Mientras que para Gonzales (2011), esta “se ocupa de la colección y clasificación de información, de su resumen en cuadros y gráficos adecuados que resuman en forma apropiada la información captada” (p. 23). La estadística descriptiva se da como consecuencia del uso cada vez mayor de tablas de datos y de información codificada (MEN, 1998). De esta manera la Estadística y sus elementos adquieren relevancia en la investigación, al ser el marco teórico en el cual se encuentra ubicado el contenido seleccionado.

De acuerdo con los planteamientos expuestos, otro aspecto de este apartado hace referencia a la Estadística, no solo en el ámbito escolar, sino en la vida de las personas, y de manera especial el tópico representación e interpretación de gráficos estadísticos. Según los *Lineamientos Curriculares en Matemáticas* el MEN (1998) explica la importancia de la Estadística como una de las ramas de las Matemáticas y es uno de los componentes que dan sustento al pensamiento aleatorio -tal como se explicó líneas atrás-; además expresan la inclinación que se ha venido presentando en los currículos de Matemáticas “de favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio, el cual ha estado presente a lo largo de este siglo, en la ciencia, en la cultura y aún en la forma de pensar cotidiana (p. 47).

Posteriormente, a través de los *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas* (EBC) (MEN, 2006), se precisan los contenidos a enseñar en todos los niveles de Educación Formal en el Sistema Educativo Colombiano desde Primero hasta grado Undécimo, y que a su vez deben estar inmersos en los currículos de las instituciones educativas del territorio. Por otra parte, el ICFES evalúa estos contenidos a través de las pruebas censales que realiza de manera periódica a los estudiantes de los grados Tercero, Quinto, Noveno y Undécimo de todas las instituciones públicas del país.

Conforme a la importancia que tiene la Estadística en el currículo de Matemáticas, es necesario conocer los principales fines que tiene la enseñanza de esta disciplina en la educación escolar, los cuales son enunciados a continuación por Batanero (2000):

- La comprensión de la importancia de la estadística en la sociedad, dado la aplicabilidad que tiene en los diversos campos y el reconocimiento de su aporte en el desarrollo de estos.
- La valoración del método estadístico, relacionado con preguntas, razonamiento, potencialidades y limitaciones que ella conlleva.
- El eje central de este proceso es el estudiante, quien debe familiarizarse y demostrar interés por el aprendizaje de la estadística.

“En un mundo globalizado la estadística tiene un papel fundamental para la vida diaria de las personas” (Friz Carrillo et al., 2011, p. 116). Con los avances científicos y tecnológicos que se tienen en la actualidad se encuentra gran cantidad de información estadística a la cual se puede tener acceso a través de diferentes medios de comunicación como lo son la internet, la radio, la prensa, la televisión y la diversidad de redes sociales entre otras; razón por la cual es necesario que cualquier persona desarrolle competencias para estar en capacidad de leer, interpretar y comunicar de manera correcta la información que circula a diario a través de gráficos estadísticos. Sin embargo, Schield (2006, citado en Arteaga, Batanero, Cañadas et al., 2011), expresa que no es suficiente realizar una lectura literal de la información en el gráfico estadístico utilizado, “sino identificar las tendencias, variabilidad y posible asociación de los datos, así como detectar los posibles errores conscientes o inconscientes que puedan distorsionar la información representada” (p. 59).

Finalmente, Watson (2006), Del Pino y Estrella (2012), Díaz-Levicoy et al. (2016), entre otros autores, resaltan la importancia que tiene ser estadísticamente cultos, dada la gran cantidad de información que circula a diario a través de diferentes medios de comunicación.

El tercer y último componente del apartado tematización se relaciona con el CDC, elemento importante en el desarrollo profesional docente y se elige como tema central de la presente investigación. En este sentido Shulman (1987) habla del conocimiento profesional del profesor y para describir ese conocimiento emplea siete categorías, entre ellas el *Pedagogical Content Knowledge* (PCK por sus siglas en inglés), para el contexto de este estudio se abordará como Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC); esta categoría adquiere relevancia porque es la que define de manera singular una parte fundamental del conocimiento del profesor, según el autor, es “esa especial amalgama entre materia y pedagogía que constituye una esfera exclusiva de los maestros, su propia forma especial de comprensión profesional” (p. 10). En la misma investigación, afirma que el CDC: ...adquiere particular interés porque identifica los cuerpos de conocimientos distintivos para la enseñanza, representa la mezcla entre materia y didáctica por la que se llega a una comprensión de cómo determinados temas y problemas se organizan, se representan y se adaptan a los diversos intereses y capacidades de los alumnos, y se exponen para su enseñanza. (p. 10).

A partir de la propuesta de Shulman (1986) sobre una perspectiva de conocimiento del profesor, desarrollada en EEUU, diferentes autores han planteado otros modelos teóricos y enfoques para el estudio de este conocimiento en diferentes lugares del mundo, entre ellos se tiene a México, España, Chile entre los que presentan un mayor número de estudios al respecto. Es necesario recalcar que, algunos de ellos se han acercado bastante a la propuesta inicial, otros por el contrario se alejaron de ella y, aunque estos modelos han variado no solo en el número de categorías sino también en los nombres dados y en el estudio de distintas áreas del conocimiento, la mayoría aborda el CDC como una categoría común y central al referir que el proceso de enseñanza atiende no solo al conocimiento de una disciplina (formación), sino también a la didáctica necesaria para que el aprendizaje sea posible (práctica pedagógica). Esta categoría cobra importancia, dado que, según algunos investigadores, es específica del profesor al definir de manera singular su conocimiento y describir su desarrollo en el aula, aspecto central de esta investigación. Su autor fundante lo

define de la siguiente manera: “El conocimiento didáctico del contenido es la categoría que, con mayor probabilidad, permite distinguir entre la comprensión del especialista en un área del saber y la comprensión del pedagogo” (Shulman 1987, p. 10).

De acuerdo con las características que presenta el CDCM como categoría de análisis del conocimiento del profesor y la importancia que reviste el área de Matemáticas en el desarrollo del presente estudio, se ha evidenciado la necesidad de examinar este conocimiento a la luz de un modelo de conocimiento matemático del profesor, cuyo eje articulador se configure a partir de las diferentes formas en que el profesor de Básica Primaria (y cuya formación no es específica de esta área) exhibe su conocimiento matemático, elemento este que se pretende analizar en el desarrollo de las observaciones de clase de cada uno de los profesores participantes en la investigación, de tal manera que pueda analizar por mediación de cada una de las categorías propuestas, no solo el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático (CDCM) que tiene el profesor, sino también cómo lo construye desde su quehacer pedagógico.

Conforme con la situación planteada, fue esencial reconocer las diferentes perspectivas a través de las cuales se ha abordado este constructo en el proceso de enseñanza de las Matemáticas, dado que es fundamental analizar el CDCM a través de unas categorías analíticas que develen el tipo de conocimiento matemático que los profesores expresan en el ejercicio de su práctica pedagógica, de acuerdo a las características del contexto y a la enseñanza del tópico *representación e interpretación de gráficos estadísticos*; y no desde categorías de perspectivas o modelos intencionadas para examinar un conocimiento general, tal como lo plantean Shulman (1986, 1987), Grossman (1990), Gess Newsome (1999) y Carlsen (1999), por mencionar algunos.

Es claro que, en esta línea de acción del conocimiento del profesor, aparecen varios autores que en cierto sentido conceptualizan, elaboran modelos, y definen lo que es conocimiento del profesor; sin embargo, algunos de ellos lo hacen para el caso de las Matemáticas, es decir, hay unas categorías concretas para analizar el conocimiento del profesor que enseña Matemáticas, asunto que se convoca en el presente estudio. En este sentido se dan cita autores como Llinares (1994), Bromme (1988, 1994), Socas Robayna (2007, 2011, 2012), Davis y Simmt (2003 y 2006), Rowland et al. (2005), Chick et al. (2006), Niss (2006), Powell y Hanna (2006), Ball et al. (2008), Schoenfeld y Kilpatrick (2008),

Godino (2009), entre otros, que han presentado investigaciones desde los elementos que se deben atender, los procesos a desarrollar y los conocimientos que debe poseer un profesor para enseñar Matemáticas a los estudiantes.

Después de examinar las perspectivas teóricas anteriores se seleccionaron aquellas en las cuales el CDC se constituyera como un elemento central entre sus categorías, dada la potencia que esta categoría comporta para develar el conocimiento matemático que tienen los docentes en el desarrollo de su práctica de aula. Posteriormente, se consideró aquella que presentara características similares a esta investigación, tales como el nivel educativo en el cual fue desarrollado y la observación de la práctica del docente como factores relevantes para su elección. Por consiguiente, se privilegió el modelo elaborado por Ball et al. (2008) denominado *Mathematical Knowledge for Teaching* (Conocimiento Matemático para la enseñanza). Un factor fundamental para su elección radica en que, si bien es un modelo matemático, permite abordar en una de sus dimensiones el CDC, ya que la otra dimensión se enfoca en el Conocimiento de la Materia, un elemento difícil de identificar y analizar en docentes que no tienen formación en el área.

El MKT es un modelo multidimensional adaptado específicamente al área de las Matemáticas, surge de las observaciones hechas al desempeño de profesores de Primaria cuando enseñan Matemáticas, y de cómo ese conocimiento se evidencia en las aulas, allí interesa lo que los profesores hacen mientras enseñan esta área. Este modelo tiene como base dos tipos de conocimiento: el *Subject Matter Knowledge* (Conocimiento de la Materia) y el *Pedagogical Content Knowledge* (Conocimiento Pedagógico del Contenido), este último basado en la propuesta de Shulman (1986, 1987), es este último el que se aborda en esta investigación. Cada uno de ellos se divide en tres subdominios. Para el caso del CDC, estos son: Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (KCS), Conocimiento del Contenido y la enseñanza (KCT) y Conocimiento del Contenido y el Currículo (KCC).

Dado que la investigación está enfocada en la enseñanza, es necesario dar cuenta de los procesos llevados a cabo para que sea posible; de este modo, el análisis de las prácticas de aula, en lo que respecta a la representación y análisis de gráficos estadísticos, es válido en la medida que se desconocen los elementos de la práctica, se busca comprender la forma en que los docentes abordan sus clases, usan los planes de área y enseñan los contenidos,

sumado a la necesidad de entender las razones por las que los docentes excluyen contenidos matemáticos en algunos grados.

Aunque se reconoce la potencia que tiene este modelo para el análisis del conocimiento del profesor de Matemáticas, Escudero et al. (2012) y Escudero (2015), evidencian algunas falencias en ciertos dominios, tanto en lo conceptual como en la delimitación de los mismos, específicamente en el CCK (Conocimiento Común del Contenido), SCK (Conocimiento Especializado del Contenido) y KCS (Conocimiento del Contenido y los Estudiantes); los dos primeros pertenecientes al primer dominio, el cual no se abordará en la investigación y en cuanto al KCS, se delimitará su campo de acción a partir de varios autores que han estudiado este subdominio.

1.3 Problematización

La problematización se aborda desde cuatro factores. En primer lugar, la importancia que tiene el conocimiento en la vida de las personas y en el ámbito escolar, siendo la educación a través de la escuela un camino propicio para la adquisición de dicho conocimiento, así como el espacio generador de múltiples investigaciones sobre los diferentes elementos que allí se configuran. Segundo, una aproximación al CDC dada su relevancia en el campo educativo y la importancia de conocer el contenido que se va a enseñar, así como algunas investigaciones al respecto. El tercer factor de la problematización parte de los resultados de pruebas nacionales e internacionales de los estudiantes en Matemáticas, que derivan en la importancia y pertinencia del área. Finalmente, el cuarto y último factor aborda la diferencia en cuanto a la zona rural y urbana en los resultados y enseñanza. Todos estos elementos llevaron finalmente a la identificación y planteamiento del problema de investigación y, por consiguiente, a la formulación de los objetivos que se pretenden alcanzar. A continuación, se desarrollan cada uno de los factores.

En primera instancia, dentro de los interrogantes que el hombre se ha cuestionado a lo largo de la historia, se encuentra la inquietud por conocer los mecanismos y bases de aquello que le rodea y constituye su existencia; brindar respuestas desde su interior que expresan su percepción acerca del mundo y sus fenómenos, constituye el constructo que con el paso de los siglos se ha denominado como saber. Esta reconstrucción conceptual del universo, hecha de indagaciones y respuestas, ha generado en el hombre una búsqueda que

invita a repensar los fundamentos y los métodos de estructuración de su saber y, de manera paulatina, ha desembocado, como en un culmen evolutivo, en los conceptos teóricos y prácticos de pedagogía y didáctica.

Las bases de cómo enseñar algo, los métodos y las formas más efectivas para lograrlo, se han vertido desde una tradición milenaria, y se han aunado a ese discurso inconcluso, cambiante y en constante ampliación y reflexión, que es la ciencia y sus métodos de procedimiento científico. Al respecto, Shulman (2005) presenta su visión sobre la capacidad de enseñar parafraseando algunas ideas de Fenstermacher (1986):

Se trata de formas de expresar, exponer, escenificar o de representar de otra manera ideas, de suerte que los que no saben puedan llegar a saber, los que no entienden puedan comprender y discernir, y los inexpertos puedan convertirse en expertos. Así pues, el proceso de enseñanza se inicia necesariamente en una circunstancia en que el profesor comprende aquello que se ha de aprender y cómo se lo debe enseñar. (pp. 8-9)

De esta forma, la escuela se convierte en un escenario ideal para prolongar el saber, el ámbito escolar moderno y su despliegue en la cultura y la sociedad tiene como dimensión relevante la educación, ya que a través de ella es donde se integran los estudiantes en función de las necesidades del contexto, de las políticas públicas educativas y la exigente sociedad enmarcada en el conocimiento y la información; sin embargo, es también allí donde se presentan diversas situaciones problemáticas que dan sustento a múltiples investigaciones en el ámbito escolar, tanto en los elementos que hacen parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, como con los actores involucrados en ella; y por lo tanto, ambos elementos, escuela y educación, son merecedores de ser estudiados, analizados, y en la medida de las posibilidades, susceptibles de oportunidades para su abordaje.

En segundo lugar, se presenta el conocimiento del profesor asumido desde la perspectiva de Shulman (1986,1987) que es una de las de mayor aceptación en la comunidad académica internacional. Shulman cuestiona factores del proceso educativo con preguntas que hacen referencia a los contenidos específicos que enseña el profesor, al proceso mental necesario para estructurar los contenidos y, finalmente, a la forma en que ese contenido llega de manera específica a ser entendido por los estudiantes; factores estos que, además, no fueron abordados con suficiencia en las investigaciones desarrolladas hasta la década de los

años 80 y que da sustento a “El paradigma Perdido”, concepto que hace referencia a la materia y al contenido por enseñar, que forman parte, a su vez, de la práctica docente. Es así como surge la corriente “Conocimiento base para la enseñanza”, que tiene como propósito el análisis del conocimiento profesional del profesor.

Dos décadas más tarde, Gudmundsdóttir y Shulman (2005), Pinto Sosa y González Astudillo (2008), Mochón y Morales Flores (2010), Escudero et al. (2012) y Giné de Lera y Deulofeu (2014), a través de sus investigaciones, evidencian como asunto fundamental las dificultades que presenta el profesor en el manejo de esos contenidos, su evolución y representación en la práctica docente. Al respecto, Pinto Sosa y González Astudillo (2008) plantean la relevancia e implicaciones que posee el conocimiento del contenido en el proceso educativo al expresar los elementos a favor y en contra:

Conocer bien el contenido de una lección incrementa la capacidad del profesor para realizar actividades diferentes en el aula, coordinar y dirigir las intervenciones y preguntas de los estudiantes, generar un cúmulo de estrategias de enseñanza vinculadas con el contenido y profundizar en el por qué y el para qué de la asignatura. No conocer bien el contenido es limitativo para desarrollar muchas de estas capacidades o habilidades (Carslen, 1987, en López, 1999, y McDiarmid, Ball y Anderson, 1989). (p. 89)

La reflexión anterior pone de manifiesto el papel fundamental que juega el conocimiento que tiene el docente en el campo educativo desde los niveles básicos hasta el universitario y que ha sido tema de discusión entre no pocos investigadores de diferentes nacionalidades, así como también se constituye en uno de los múltiples factores que están inmersos en el ámbito educativo, tal como se ha mencionado en algunos apartes de este escrito. De esta manera, en las últimas décadas no pocos estudios han centrado su mirada en el docente como hilo conductor del proceso de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, Mochón y Morales Flores (2010), Estrella et al. (2015), Perafán Echeverri y Tinjaca (2014) y Escudero (2015) consideran que el profesor asume un rol protagónico en la enseñanza y construcción del conocimiento de sus estudiantes, al considerarlo como el elemento más determinante en este proceso, lo que quiere decir que es la persona que toma las decisiones al respecto. Sin embargo, es claro que el docente no solo debe poseer conocimiento para enseñar, sino también atender a todas las variables que se conjugan para la enseñanza

(Llinares, 1996). Al respecto, Valbuena Ussa (2007) expresa: “el conocimiento disciplinar es condición *sine qua non* en el aprendizaje profesional docente” (p. 271). Siendo así, se deben centrar los esfuerzos en generar espacios propicios que permitan comprender cómo el profesor debe construir sus significados, transformarlos y representarlos en la práctica docente para la comprensión por parte de sus estudiantes de los diferentes contenidos enseñados.

Una de las investigaciones en la cual se estudia la práctica docente con el objetivo de identificar los conocimientos matemáticos que se movilizan en el desarrollo de esta, es la tesis doctoral de Torres Martín (2015) *El conocimiento del profesor de matemáticas en la práctica. Enseñanza de la proporcionalidad*, en la que se considera este aspecto como un campo de investigación reciente, ya que, según la autora, múltiples estudios han centrado su mirada en elementos relacionados con el desarrollo de competencias matemáticas por parte de los estudiantes, sin tener en cuenta el papel que el docente desempeña en este proceso. En cuanto a las investigaciones relacionadas con los docentes, estas se han focalizado en analizar variables como los conocimientos matemáticos que debe ser poseedor, las programaciones y las creencias que tienen respecto a la enseñanza de las Matemáticas (Hill et al., 2005).

En este sentido, las investigaciones demuestran que uno de los factores predominantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes es la cualificación docente. Esta situación se sustenta desde la mirada de diferentes autores como Mochón y Morales Flores (2010), Block et al. (2007), Sureda y Ponce de León (2014), García Quiroga et al. (2011), Giné de Lera y Deulofeu (2014) y Rojas et al. (2015), al poner de manifiesto la necesidad de actualizar a los maestros en contenido y en didáctica de las Matemáticas en el nivel básico, al referir que es allí donde se evidencia ausencia y vacíos en el dominio del conocimiento matemático en un grado más alto. No es coherente que algunos maestros relacionen la complejidad de los contenidos o el agrado por el área, con la incapacidad de su comprensión o la ausencia de los conocimientos necesarios para abordarla, situación que se presenta, entre otros factores, porque los docentes de primaria deben orientar toda la academia, indistintamente de su formación profesional, como se mencionó en apartados anteriores. En ese sentido, Hill et al. (2005) y Shulman (1986) plantean la importancia y necesidad de conocer el tema ampliamente, ya que ello posibilita al profesor anticipar los

componentes y relaciones entre los contenidos que de alguna forma pueden ser más difíciles de comprender, además puede influir de cierta forma con los logros que deben alcanzar los estudiantes.

Existen múltiples investigaciones cuyo propósito se ha enfocado en diagnosticar, identificar y caracterizar los conocimientos pedagógicos y matemáticos de profesores, especialmente de Básica Primaria y Secundaria, al igual que el CDC que exhiben en el ejercicio de su labor docente, en áreas como Física, Biología y Matemáticas, entre otras. Algunos estudios, como el realizado por Mochón y Morales Flores (2010), diagnosticaron los conocimientos pedagógicos y matemáticos de profesores de Primaria, evidenciando que los docentes tienen un conocimiento matemático muy limitado para la enseñanza, para el uso de materiales y para validar el conocimiento de los estudiantes.

Otra investigación que ha indagado el CDC es la de Flórez Espinosa et al. (2011). Los autores identificaron las concepciones de maestros que enseñan ciencias en primaria y secundaria, frente al concepto que tienen de Conocimiento Pedagógico del Contenido. El estudio concluyó que, “no es suficiente con el dominio del conocimiento de la materia, sino que también son necesarios otros tipos de conocimientos, como el pedagógico general, de los estudiantes, curricular, del contexto y didáctico” (p. 26). También los aportes de Barbosa et al. (2010) señalan que es el docente quien elabora el CDC desde el saber disciplinar, curricular y pedagógico; al considerarlo como el elemento más determinante de la enseñanza.

A la realización de este diagnóstico se unen Pino-Fan et al. (2015), al caracterizar los conocimientos matemáticos del concepto de derivadas de estudiantes universitarios en ejercicio docente, los resultados evidenciaron desacuerdos respecto a la conceptualización de este tópico e insuficiencia en el CDC. En otras investigaciones realizadas por Melo Niño et al. (2016), Reyes Roncancio y Martínez (2013) en secundaria en Física y Valbuena Ussa (2007) en Biología, los autores también se cuestionan sobre los conocimientos que tienen los profesores en estas áreas específicas.

Como se ha observado en las investigaciones consultadas, uno de los aspectos recurrentes es la caracterización del CDC que tienen los profesores en diferentes áreas del saber, de acuerdo a la estructura, particularidades y especificidad de cada una de ellas.

Matemáticas, por supuesto, no es la excepción, área privilegiada en la investigación, como ya se ha explicado en diferentes apartados.

Otro de los elementos tratados en la presentación del problema se relaciona con la insuficiente formación disciplinar y didáctica para la enseñanza de la Matemáticas que poseen los profesores de Básica Primaria, como se ha venido evidenciando en las conclusiones que se han expuesto en las diferentes investigaciones analizadas y, con un comportamiento similar para los aspectos referentes al pensamiento aleatorio, específicamente en el campo de la Estadística. En este sentido, Estrella et al. (2015), realizaron un diagnóstico a través de la aplicación de un cuestionario a profesores de primaria, para establecer su conocimiento disciplinar en la enseñanza de la Estadística, a la par que indagaron por el saber estadístico del alumno. En los resultados se concluyó que es tan importante lo que sabe el docente como lo que sabe el estudiante, cuestión que, por cierto, no se ha valorado ampliamente en las investigaciones consultadas, además relacionan el bajo desempeño de los estudiantes con los también bajos desempeños de los docentes.

El tercer factor de la problematización hace alusión a la cualificación docente desde el rendimiento de los estudiantes, evidenciado en los bajos resultados que estos han obtenido en pruebas estandarizadas nacionales e internacionales⁴ aplicadas con fines de evaluar la calidad de la educación colombiana, demostrando, entre otros aspectos, que el camino recorrido no ha generado un mejoramiento en su cualificación. Pese a ello, es importante señalar que durante las últimas décadas el Ministerio de Educación Nacional viene en procura de mejorar la calidad educativa en el país; sin embargo, a pesar de los esfuerzos realizados en Colombia en la última década en temas como cobertura, capacitación docente y esquemas de evaluación mediante pruebas internacionales que intentan concretar el nivel de logros alcanzados por los estudiantes en las instituciones educativas del territorio colombiano, los resultados no son los esperados (MEN, 2012). Esta situación se hace visible cuando el Ministerio de Educación Nacional elabora un balance respecto a las acciones

⁴ Las pruebas estandarizadas nacionales son aplicadas en los grados Tercero, Quinto y Noveno y se denominan SABER. Su propósito es medir el desarrollo de competencias en los estudiantes que cursan estos grados, además de ayudar a la mejora de la calidad educativa en el país. A nivel internacional, Colombia participa en las pruebas PISA con países de América Latina y los Estudios Regionales Comparativos y Explicativos de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) (PERCE, 1997; SERCE, 2006 y TERCE, 2013) y UNESCO y Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), 2005.

implementadas, el cual ha arrojado bajos desempeños a nivel internacional e inclusive latinoamericano, con respecto a países que tienen inversión en el sector educativo equivalente a la de Colombia (ICFES, 2010a, 2010b; Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE], 2008, 2009).

Entre tanto, el ICFES (2013) en su resumen ejecutivo de pruebas Pisa⁵ (Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos) 2012 explica: “En matemáticas, el puntaje de Colombia (376) es inferior a los obtenidos por 61 países y no es estadísticamente diferente de los observados en los países que obtuvieron los tres puntajes más bajos” (p. 7). Asimismo, en la prueba Pisa 2018 (ICFES, 2020), la mejora fue solo de un punto porcentual, 391, respecto a los 390 obtenidos en 2015, sin embargo, se encuentra muy alejado de los países de la OCDE cuyo promedio es de 489. Más aún, solo el 35% de los estudiantes llegaron al nivel 2 de las competencias que se evalúan en Matemáticas.

En esta misma línea, el *Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo*⁶ (TERCE, UNESCO, 2013) expone que, en 15 países de América Latina (incluido Colombia), los resultados develan que un poco más de la mitad de los alumnos de grado Sexto continúan en desempeños inferiores en el área de Matemáticas (niveles I y II, de cuatro posibles), lo que demuestra que los estudiantes no alcanzan un conocimiento profundo y el desarrollo de las habilidades necesarias para enfrentarse al mundo actual. Sigue siendo Matemáticas una de las áreas con más bajo rendimiento, así lo demuestran las pruebas censales nacionales e internacionales abordados ampliamente en este documento.

De acuerdo a las afirmaciones de varios autores respecto a la importancia que tienen los conocimientos matemáticos de los profesores en el proceso de enseñanza que esta área comporta existe la convicción que, a mayor conocimiento del profesor, mayor aprendizaje por parte del estudiante (Loewengerg Ball et al, 2008). De esta manera, son los docentes los responsables de gestionar todos los elementos necesarios para el desarrollo de la clase, desde

⁵ PISA. “Evalúa hasta qué punto los estudiantes de 15 años han adquirido el conocimiento fundamental y las competencias necesarias para una participación plena en las sociedades modernas. La evaluación se centra en lectura, matemáticas, ciencias y resolución de problemas” (p. 3).

⁶ Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo TERCE. Es un proyecto de evaluación educativa realizado en 15 países y un estado subnacional. El propósito principal es evaluar la calidad de la educación en los países de América Latina y el Caribe e identificar factores asociados a los logros de aprendizaje, y a partir de allí, contribuir en la formulación de políticas públicas (UNESCO, 2013; UNESCO y LLECE, 2013; LLECE, 2016).

su planeación, con ayuda de diversos recursos y documentos como textos escolares y otros, hasta su ejecución a partir de elementos como la experiencia y el conocimiento profesional, que incluye “conocer y utilizar principios, procedimientos y herramientas que, fundamentados en la didáctica de la matemática, les permitan diseñar, evaluar y comparar tareas y actividades de enseñanza y aprendizaje que puedan conformar su planificación de clase” (Gómez, 2007, p. 18). En este sentido, es claro que cuando se habla de CDCM, el docente que orienta Matemáticas debe poseer un conocimiento específico, particular para esta área, un conocimiento profesional que, conjugados con los demás elementos del proceso de enseñanza, se transforma posteriormente en aprendizaje para los estudiantes, a través del ejercicio de su práctica pedagógica.

Las aplicaciones matemáticas están inmersas en el contexto, sin embargo, el desconocimiento de su aplicabilidad conlleva a minimizar el valor que tienen en el desarrollo de la sociedad, la ciencia y la tecnología. Por ello, los ejemplos y situaciones que se traen al aula con los estudiantes deben ser propias del campo de los fenómenos que se pueden organizar desde las matemáticas, tales como: el mundo biológico, físico, social, político y económico (Godino, et al. 2003). Para lograr estos resultados es necesario darle una mirada diferente a la formación de los profesores que enseñan Matemáticas, al respecto Krainer y Llinares (2010, citado en Socas Robayna 2011) refieren: “La formación del profesor de matemáticas tiene como finalidad mejorar las creencias del profesor, el conocimiento y la práctica y contribuir al crecimiento cognitivo y afectivo de los estudiantes” (p. 222).

La contribución que se requiere para los estudiantes en Matemáticas, cobra mayor relevancia, sobre todo porque, como ya se ha mencionado, esta resulta ser una de las áreas en las cuales se presentan mayores dificultades tanto en la adquisición de los aprendizajes, como para quienes la orientan en calidad de maestros, asesores o tutores, y su desconocimiento resulta ser un problema que reclama la atención de todos los agentes educativos⁷, es por ello que es importante el nivel de formación matemática que tienen los docentes participantes en la investigación.

⁷ Se comprende agentes educativos como aquellos que protagonizan las dinámicas de la educación desde contextos escolares tales como: directivos y docentes.

Es fundamental que los docentes consoliden el saber específico, el saber didáctico y el saber pedagógico, en la medida en que esta triada se articule con las características de los estudiantes y el contexto, posibilitará generar acciones que favorezcan el desarrollo de competencias profesionales y propicien una enseñanza efectiva de las Matemáticas.

El cuarto y último factor delimita y justifica el contexto a abordar en la investigación. Los datos estadísticos valorados y los estudios realizados demuestran distintos componentes que inciden en el proceso educativo y, como consecuencia la brecha entre los más privilegiados de la sociedad y los menos favorecidos se ha incrementado con una amplia diferencia en la calidad educativa que reciben unos y otros. Zambrano Jurado (2013, 2016) plantea que los rendimientos más altos en pruebas The Third International Mathematics and Sciences Study⁸ (TIMSS, Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2016) y el *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo* (UNESCO, 2005) para América Latina, se asocian a variables como tipo de escuela y zona, donde la ventaja no solo está en el sector privado respecto al sector público, sino que las escuelas urbanas tienen mayores posibilidades que las de zona rural. En este mismo sentido, lo expresa Díaz et al. (s.f) al realizar la siguiente afirmación:

Muchos son los factores que pueden explicar estas diferencias, incluida la capacidad limitada del recurso humano en el entorno rural, la situación de violencia, el déficit de infraestructura, de comunicación y los altos costos asociados a cualquier intervención sería en este contexto. (pp. 1-2)

La directora del Centro de Estudios Urbanos (CEUS) de la Facultad de Ciencia Política y Gobierno de la Universidad del Rosario, Martha Bonilla, en entrevista realizada por la revista *Semana* (2012) reveló que, en Colombia cerca del 74% de la población colombiana habita en zonas urbanas; por lo tanto, el 26% se encuentra en zona rural. Aspectos que se convierten en una situación relevante para tener en cuenta en la investigación en curso y, considerando que los docentes participantes laboran en una Institución Educativa ubicada en zona rural.

⁸ The Third International Mathematics and Sciences Study (TIMSS). Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias. Prueba aplicada en 41 países y estuvo orientada a evaluar los niveles de desempeño en matemáticas y ciencias en distintos grados.

Ante el panorama expuesto en torno a la problemática educativa colombiana, la agudización de la misma en las zonas rurales del país, y la necesaria intervención por parte de todos los actores educativos nacionales, que se erige como una imperiosa necesidad en el camino de la depuración e incremento de la calidad educativa en Colombia, el presente trabajo pretende, desde el ámbito de la academia, constituir un aporte investigativo que permita allanar el camino hacia la lectura y análisis de algunas de las problemáticas educativas nacionales, a partir de la descripción de determinadas situaciones concretas en la materia desde el plano teórico investigativo que comportará, aunque en mínima medida, una ampliación de los horizontes del saber en torno a la formación docente en el área de Matemáticas, en específico en pensamiento probabilístico o aleatorio, así como engrosará el haber literario científico que se encuentra hasta el momento respecto al tema.

Como resultado del análisis realizado, desde los cuatro factores de la problematización, se puede concluir que el CDCM se vislumbra como un elemento central en el ejercicio profesional del profesor. De esta manera, es necesario identificar de forma explícita cómo se construye ese conocimiento, las concepciones y las características de su CDCM, dado que no es muy claro cómo es que se forma ese conocimiento, ni cómo se expresa por los docentes. Baxter y Lederman (1999, citado en Acevedo, 2009) afirman que: “La identificación del CDC de un profesor es un proceso muy complejo debido, entre otras cosas, ya que se trata de un conjunto de conocimientos implícitos que primero hay que hacer explícitos, lo cual es algo plagado de dificultades” (p. 30).

En lo que respecta al CDCM, desde sus subdominios, se pretende valorar aspectos sobre el tipo de conocimiento de un docente sobre una determinada disciplina y la efectividad para transmitir dicho conocimiento a los estudiantes, de suerte que este sea adquirido y comprendido con claridad por aquellos. Para lograr tal ejercicio de conocimiento y transmisión de este, ha de inscribirse en un contexto normativo y curricular de la educación, además de incluir en su ejecución aspectos relacionados con la individualidad y el desenvolvimiento familiar y social del estudiante.

Desde esta perspectiva el interés de la investigación se centró en los diversos elementos que se ponen en juego en la ejecución de una clase, de forma específica en el proceso de enseñanza, por ello, la mirada se centra en el docente como uno de los elementos más importantes, desde la planeación que realiza de la clase para enseñar representación e

interpretación de gráficos estadísticos, hasta las tareas de enseñanza y evaluación que propone, para verificar el alcance de los objetivos planteados y los desempeños esperados.

De acuerdo a las características de la investigación en cuanto al nivel de escolaridad, el área y el tópico matemático seleccionado, la enseñanza como proceso que le es natural al docente en el ejercicio de su práctica educativa y el CDC como el elemento a observar y analizar, enmarcado todo ello en la zona rural donde se encuentra ubicada la institución foco para la investigación, y en virtud de los antecedentes encontrados, el problema de investigación se fundamenta en el interés por identificar, describir, interpretar y comprender el CDC que poseen dos profesores de Básica Primaria en el desarrollo de su práctica pedagógica, específicamente en el área de Matemáticas y en el tópico representación e interpretación de gráficos estadísticos, a través del modelo de conocimiento matemático MKT, en una institución educativa de carácter público, ubicada en la zona rural del municipio de Neira (Caldas). La necesidad de investigar en esta línea, contenido y nivel educativo no se presenta únicamente en la región, sino que también es un área poco explorada a nivel nacional e inclusive internacional.

Por consiguiente, reconocer y analizar este conocimiento constituye un problema de investigación en el campo de la educación y de manera específica en el ámbito del desarrollo profesional docente. “No se trata de caracterizar o tipificar el conocimiento del profesor, sino comprender y profundizar en su pensamiento y conocimiento, saber cómo razona y cómo utiliza el conocimiento (¿cómo lo transforma?) para enseñar el contenido estadístico en sus clases” (Pinto Sosa, 2010, p. 147). Con ello, la investigación propuesta busca dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cómo es el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de dos profesores de Básica Primaria en la enseñanza de la representación e interpretación de gráficos estadísticos en una Institución Educativa del área rural del municipio de Neira?

1.4 Objetivos de la investigación

Con cada uno de los elementos de interés que se han privilegiado en el estudio y la pregunta de investigación planteada, se formulan los siguientes objetivos, uno general y tres específicos que se enuncian a continuación; y de los cuales se validará su alcance con los resultados finales de la tesis doctoral.

1.4.1 Objetivo general

Comprender el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático a partir del modelo MKT, de dos profesores de Básica Primaria en la enseñanza de la representación e interpretación de gráficos estadísticos, en una institución educativa del área rural del municipio de Neira.

1.4.2 Objetivos específicos

- Identificar las características del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático *a partir del modelo MKT*, de dos profesores de Básica Primaria que enseñan representación e interpretación de gráficos estadísticos.
- Describir el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de dos profesores que enseñan representación e interpretación de gráficos estadísticos, a partir de tres subdominios: conocimiento del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento del contenido matemático y la enseñanza y conocimiento del contenido matemático y el currículo.
- Interpretar el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de dos profesores en la enseñanza de la representación e interpretación de gráficos estadísticos.

1.5 Justificación

La justificación se estructura a través de seis componentes, a saber: a) pertinencia e impacto esperado; b) relevancia académica para el grupo y la línea de investigación a la cual se encuentra adscrita la tesis doctoral; c) generación de nuevo conocimiento; d) usuarios directos e indirectos potenciales de los resultados; e) estrategia para la transferencia de resultados, innovación; y finalmente; f) novedad del tema de investigación.

1.5.1 Pertinencia e impacto esperado

El CDC está enmarcado en un contexto educativo que presenta como algunos de sus antecedentes las críticas sobre la didáctica del profesor, la urgencia de profesionalizar la enseñanza, restablecer el valor que tiene el dominio del contenido para el profesor y la necesidad de un modelo integrador del conocimiento del contenido con el conocimiento

pedagógico (Pinto Sosa y González Astudillo, 2008). Características por las cuales toma importancia en esta investigación al ser un constructo que permea algunos elementos estructurales para el desarrollo de las prácticas educativas. La transformación del sistema educativo es una tarea compleja y no debería ser realizada desde afuera por actores externos, sino que debe adelantarse con los mismos actores que le han dado lugar al sistema vigente que se quiere transformar.

El CDCM con todo su andamiaje conceptual se convierte en otra opción para pensar el acto educativo. En palabras de Pinto Sosa y González Astudillo (2008): “El CDC busca que el profesor comprenda lo que se ha de aprender y cómo se debe enseñar el contenido a partir de la propia práctica docente” (p. 86). De esta manera, cobra importancia la caracterización, análisis y comprensión del CDCM que los docentes poseen y ponen en juego en el proceso de enseñanza, además, de cómo evoluciona su construcción, por medio de la movilización de las concepciones que los docentes tienen acerca de los estudiantes, del contexto, del currículo, de la pedagogía y sus creencias de enseñanza en un área como Matemáticas.

En este sentido, cada vez más las investigaciones centran su mirada en el docente como uno de los actores más importantes que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje en diferentes niveles educativos y áreas del conocimiento. Siendo así, estudiar y analizar el Conocimiento Profesional, la planificación de las clases, el uso de diversas estrategias para el desarrollo de estas, entre otros asuntos, son elementos fundamentales que posibilitan conocer de manera precisa el tipo de conocimiento que tiene el docente y las diferentes formas de enseñar a sus estudiantes, tema de discusión, análisis e investigación a nivel nacional e internacional, como ya se ha evidenciado en algunos de los estudios presentados aquí como antecedentes, y que se han desarrollado en diversos países del mundo.

De acuerdo con Blanco Álvarez (2015), diferentes universidades del país han integrado a sus currículos de licenciaturas en Matemáticas asignaturas y seminarios sobre aspectos sociales y culturales de la Educación Matemática. Al respecto, Gómez y GutiérrezGutiérrez (2014) analizaron el conocimiento matemático y didáctico de los profesores que participaron en el estudio Teacher Education and Development Study in

Mathematics⁹ (TEDS-M), entre los hallazgos evidenciaron que es necesario tanto el conocimiento matemático como el conocimiento didáctico, para contestar un alto porcentaje de las preguntas propuestas en el estudio. Aunado a ello, el tópico matemático *representación e interpretación de gráficos estadísticos*, cobra importancia para las personas desde el desarrollo de habilidades y competencias para acceder a la información que llega a diario a través de diferentes medios. Dicho de otra manera, esta investigación se convierte en una mediación para acercarse al CDCM del profesor en el desarrollo de su práctica pedagógica. Las investigaciones relacionadas sobre el conocimiento y la práctica de los docentes en el campo de la Estadística representan un vacío de conocimiento significativo para abordar. Mucho más cuando los docentes que enseñan esta disciplina no tienen la formación disciplinar ni didáctica para realizar este proceso.

La pregunta por el tipo de conocimiento que tienen los docentes en el territorio nacional se ha agudizado dada las condiciones ofertadas para su ingreso y permanencia en el sistema educativo, según lo afirma Melo Niño (2015): “La apertura a profesionales distintos del área de las didácticas específicas al sistema educativo público, nos ha llevado en los últimos años a cuestionarnos sobre los conocimientos propios de los profesores” (p. 91). En la misma investigación sostiene que en Colombia se iniciaron estudios en el CDC en la enseñanza de las ciencias con especial atención al profesor a partir del año 2005, pero solo una década después este constructo ha tomado fuerza en los planes de desarrollo profesional de los docentes, “como una apuesta por caracterizar desde una mirada holística el conocimiento del profesor y el aula como un sistema dinámico” (p. 92). A pesar de ello, a nivel nacional el CDC no ha entrado con suficiente firmeza al escenario educativo, dado el escaso número de investigaciones al respecto en solo algunas áreas del conocimiento y en el nivel se Básica Secundaria, como se enuncia en el siguiente párrafo.

Entre los estudios realizados en CDC se pueden nombrar los siguientes: en Ciencias, se encontró la investigación de Mosquera Suárez et al. (2011). En Física, Reyes Roncancio y Romero Osma (2015), Reyes Roncancio y Martínez (2013), Melo Niño, Buitrago et al.

⁹ Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M). “Primer estudio internacional comparativo sobre los planes de formación inicial y sobre los conocimientos de los futuros profesores de

(2016), Melo Niño, Cardona et al. (2018). En Matemáticas o Didáctica de las Matemáticas, se consultaron las investigaciones desarrolladas por Castro et al. (2013), Barboza y Zapata

primaria y secundaria obligatoria al final de su preparación como profesores de matemáticas. El estudio se realizó durante los años 2006-2010” (Gómez y Gutiérrez-Gutiérrez, 2014, p.99).

(2013), Burbano-Pantoja et al. (2017) y Pulido Moyano et al., (2017). Es importante resaltar que cada una de las investigaciones acá presentadas se amplían en el apartado 2.1 que corresponde al estado del arte, como complemento para validar el vacío de conocimiento y dar sustento teórico al problema de investigación.

Evidenciada la importancia que tiene el estudio del CDCM desde todos sus componentes en las conclusiones expuestas en estas y otras investigaciones consultadas, se concluye la necesidad de este tipo de estudios en el campo educativo. De acuerdo a la significación que tiene este conocimiento, el cual se construye no solo desde los saberes que tiene el docente, sino también a partir de las experiencias obtenidas durante el desempeño de su ejercicio y de los procesos de formación en los cuales ha participado. La caracterización del CDCM que tienen dos profesores de zona rural del país en el proceso de enseñanza del pensamiento aleatorio, específicamente, en el “Análisis e interpretación de gráficos estadísticos” en el nivel de Básica Primaria, de acuerdo a las particularidades y problemáticas expuestas hasta el momento se enuncia como una necesidad.

Con este escenario, se hace explícita la pertinencia de un trabajo académico como el aquí adelantado por la autora, dada su contextualización en los parámetros curriculares de enseñanza actual de las Matemáticas y el tipo de problemática educativa que se pretende abordar y analizar a partir del modelo seleccionado, que hace énfasis en el CDCM y su relación con los estudiantes, la enseñanza y el currículo en un tópico estadístico claramente delimitado, elementos que hacen parte de la práctica de aula del docente y que se privilegian en esta investigación.

Otro componente de la justificación es el impacto que este estudio podría generar. Con él se pretende la construcción teórica y el análisis de las prácticas pedagógicas, contribuir con un proceso de reflexión en los docentes participantes del estudio. De tal manera, que motive el acercamiento, minimice la distancia y atenúe la resistencia del profesorado frente a la construcción de nociones y concepciones sobre su CDCM, reflexión que podría encaminarse en los aspectos que son susceptibles de mejorar por los docentes, como un modo

de evitar el desgaste en tareas que se han repetido durante años con escasos resultados positivos, reconociendo por supuesto el valor que tiene el CDCM en la construcción de teoría en la educación. Por último, y no menos importante, esta investigación contribuirá al fortalecimiento en el ámbito educativo desde la resignificación del quehacer pedagógico de la autora, desde la formación situada que ofrece en el área de Matemáticas a los docentes; el proceso de acompañamiento de aula, y la oportunidad de mirar diferentes elementos del CDC, apenas considerados, que aportan a la gestión de aula, la formación disciplinar, pedagógica y didáctica.

Estudios como este, de reconocimiento y comprensión sobre el CDCM de los maestros, a través del desarrollo de su práctica de aula, son varios de los elementos mencionados al inicio de este documento como criterios clave para el mejoramiento de la calidad educativa y; por lo tanto, un peldaño que otorga sentido a acciones efectivas que permitan obtener las metas trazadas, según las políticas del Ministerio de Educación Nacional planteadas en el plan de desarrollo 2016 – 2026, “Colombia la mejor educada” (MEN, 2017d, p. 73). Que más que una meta, es una necesidad apremiante en un país emergente que busca insertarse en la sociedad de conocimiento del siglo XXI.

1.5.2 Relevancia académica para el grupo y la línea de investigación

El presente trabajo doctoral se enmarca en el grupo de investigación *Educación y formación de educadores (EFE)*, en la línea *Prácticas y formación docente*. El grupo investigativo plantea la discusión sobre el objeto de estudio Educación y Formación de Educadores, donde se detalla el horizonte de problematización de mediaciones pedagógicas, que agrupan posibilidades de desarrollo de teoría crítica de la enseñanza y gestión de conocimiento en procesos educativos en el marco de la educación superior. Sin embargo, no se puede desconocer la importancia de la formación y el fortalecimiento de las prácticas pedagógicas para resultados positivos en el desempeño de los estudiantes desde la Básica Primaria. Con base en lo anterior, es importante expresar que la tesis fortaleció la experiencia de la línea de investigación en otros niveles educativos, potenciando el crecimiento del grupo en el marco del mejoramiento académico de la Facultad y de la Universidad Católica de Manizales.

Asimismo, la relevancia que presenta esta investigación se relaciona de manera directa con el planteamiento del problema que se ha establecido y la importancia de la caracterización del CDCM de los docentes participantes, como un aporte a la reflexión de su quehacer pedagógico. Teniendo en cuenta que el interés investigativo partió de una situación propia presentada en el contexto laboral de la investigadora, los resultados se presentan como una apuesta por consolidar una propuesta de formación, tanto inicial como continua en el campo de la Estadística, también como un componente que fortalezca una de las rutas del PTA a nivel nacional en el campo de formación situada y acompañamiento *in Situ* para los docentes de Básica Primaria focalizados en todo el territorio colombiano; además, los resultados también son un referente para las facultades de Educación Matemática que tienen los procesos de formación docente. De igual manera, la investigación se consolida como base y camino que abre puertas para próximos estudios cuyo interés se estructure en el CDCM no solo en otro contenido temático, sino ampliarlo en los diferentes pensamientos matemáticos y niveles educativos presentados.

Al revisar los trabajos realizados en el territorio nacional y regional, es posible observar que algunos de ellos abordan el análisis del CDC en otras áreas del Conocimiento, de manera concreta en Básica Secundaria, tales como Física, Química y las Ciencias en general, pero pocos lo hacen al configurar las características que esta investigación presenta: estar enmarcada en el conocimiento del profesor de Matemáticas, desde un modelo analítico de categorías en torno a la representación e interpretación de datos estadísticos, en el nivel de Básica Primaria y en zona rural; variables estas que se configuran, entre otros aspectos, para que la investigación sea relevante.

1.5.3 Generación de nuevo conocimiento

Esta investigación pretende contribuir a la generación de nuevo conocimiento con aportes desde diferentes niveles. En primer lugar, con una construcción teórica respecto al CDCM en relación con la representación e interpretación de gráficos estadísticos como pictogramas, tablas y diagramas, específicamente; este sería un aporte importante, entre otros aspectos, porque es un asunto que no se ha abordado de manera amplia en el contexto nacional e inexistente a nivel regional, como se ha mencionado en otros párrafos, según lo evidenciado en los escasos estudios que develan el conocimiento que el profesor de primaria

pone en juego cuando enseña Matemáticas y de manera concreta este contenido específico, y mucho menos con un marco de análisis como el modelo MKT.

El segundo nivel de contribución está relacionado de manera directa con el primer nivel enunciado; dado que a partir de la construcción teórica elaborada de los elementos que integran el CDCM, y a partir de la observación de la práctica de aula de los docentes participantes, se obtuvo una evidencia empírica en relación con la representación e interpretación de gráficos estadísticos a partir del modelo MKT. De esta forma, fue posible el análisis de dicho modelo desde diferentes perspectivas: operatividad, correlación entre cada uno de sus componentes, las diversas maneras en que es manifestado el conocimiento del profesor y las diferentes estrategias que pueden emplearse para formar a otros docentes; de tal forma que esta investigación aporte a una caracterización mucho más específica del dominio CDCM y de sus tres subdominios (Escudero, 2015).

El tercer y último nivel de contribución, al igual que el primero, es de tipo documental, a partir de la consolidación del “Instrumento de observación no participante. Rejilla CDCM representación e interpretación de gráficos estadísticos”, estructurado con los gráficos más utilizados en el nivel de Básica Primaria en el marco de las tres categorías del CDCM del modelo MKT. Si bien se encuentra literatura respecto a gráficos estadísticos, pocos estudios articulan pictogramas, tablas y diagramas en una misma investigación. Por sus características descriptivas, este tipo de estudios se convierten en investigaciones deseables que aportan al campo del conocimiento en un área fundamental como las Matemáticas y la Estadística.

Otra contribución de la investigación se relaciona con la generación de conocimientos, a partir de la difusión del CDCM en un artículo sometido al proceso de publicación de revistas indexadas. El artículo de investigación centró su mirada en la perspectiva descriptiva del CDC referido al tópico *representación e interpretación de gráficos estadísticos: pictogramas, tablas y diagramas* en básica primaria, enmarcado en el análisis de tres subdominios del modelo de conocimiento matemático MKT: conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y conocimiento del contenido y el currículo, en lo que respecta al dominio CDCM.

1.5.4 Usuarios directos e indirectos potenciales de los resultados

La investigación se centra en la enseñanza, acción que le es inherente al docente, por esta razón, es él quien se encuentra en la primera línea de los usuarios directos potenciales, gracias al análisis que se realizó del tipo de conocimiento que posee y pone en juego en el desarrollo de su práctica pedagógica, en el área y tópico específicos y la reflexión que este ejercicio genera, así como los procesos de cambio que pueden darse a partir de este proceso investigativo.

En segundo lugar, la caracterización del CDCM que tienen los profesores en lo que respecta a la representación e interpretación de gráficos estadísticos, el análisis de los resultados y conclusiones generadas en la investigación, aportan a la reflexión no solo del tipo de conocimiento que poseen sobre cada uno de los elementos allí abordados, sino al conocimiento necesario para lograr los aprendizajes esperados en los estudiantes; de esta forma, es posible que las condiciones de enseñanza mejoren, y por ende su quehacer pedagógico desde el fortalecimiento de su CDCM. En este sentido, también es posible la adquisición de estos aprendizajes por parte de los estudiantes, convirtiéndose así en los segundos usuarios directos potenciales, a la vez que pueden mejorar su desempeño en pruebas internas y externas y, de esta manera la mejora de la calidad educativa en el aspecto curricular; por lo menos en el contexto donde participaron los docentes.

1.5.5 Estrategia para la transferencia de resultados, innovación

Posterior al análisis de datos y resultados de la investigación se realizaron dos encuentros con los diferentes actores de la comunidad educativa con el objetivo de compartir las conclusiones más importantes de la investigación y realizar sugerencias específicas sobre los siguientes aspectos: el plan de área y de aula de Matemáticas y las didácticas que pueden usarse para la enseñanza de pictogramas, tablas y gráficos estadísticos, de tal manera, que les ayude a consolidar sus prácticas pedagógicas.

El primero de ellos con los directivos docentes, allí se abordaron diferentes aspectos relacionados con el *Proyecto Educativo Institucional* (PEI), tales como la estructura del plan de área de Matemáticas y el desarrollo del pensamiento Estadístico, desde el modelo pedagógico utilizado, como lo es Escuela Nueva (Institución Educativa El Roble, 2018). De la misma manera se hace el análisis de los resultados de pruebas Saber con el comparativo respectivo de los últimos años en los grados Tercero y Quinto.

El segundo encuentro se planeó con los docentes participantes de la investigación, con el propósito de socializar los hallazgos en torno a su CDCM desde los subdominios conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y conocimiento del contenido y el currículo, con todos los elementos que se encuentran inmersos en cada uno de ellos. Por último, las conclusiones a las cuales fue posible llegar y las recomendaciones que se consideren necesarias por parte de la investigadora a estos docentes.

1.5.6 Novedad del tema de investigación

Otro de los elementos para tener en cuenta en la justificación es la novedad del estudio. Si bien es cierto que el CDC ha tenido un crecimiento en el desarrollo de las investigaciones desde diferentes niveles educativos y áreas de conocimiento desde su origen, también lo es que los estudios adelantados en Básica Primaria, en el área de Matemáticas y el tópico abordado desde el componente estadístico, aún son incipientes y mucho más desde el análisis de estos en las aulas de clase, desde la amalgama de sus categorías con un modelo como el acá planteado. De igual manera, el CDCM de los profesores que laboran en zona rural, es un tema que no se ha explorado ampliamente en las investigaciones analizadas. De acuerdo con estudios realizados por Zambrano Jurado (2013, 2016) y según los resultados presentados en sus investigaciones en pruebas TIMMS, uno de sus hallazgos hacía referencia a las posibilidades de educación en la zona urbana en comparación con la rural, presentado esta última una disminución considerable respecto a la primera.

1.6 Estrategia metodológica propuesta

La selección del diseño metodológico propio del presente estudio, constituye el producto de una reflexión antecedida por el análisis de un variado material bibliográfico consultado en el tema que se convoca, hecho que permitió encontrar rutas que han determinado las diferentes formas en que se ha planteado y estudiado el CDCM; a partir de este aspecto, fue posible inferir, dado su alto porcentaje de abordaje investigativo y que se amplían en el apartado 2.1 que corresponde al estado del arte, que el *estudio de caso* es el diseño metodológico más indicado para el tratamiento del problema de investigación.

De acuerdo con las características propias de este trabajo académico descritas ampliamente a través de este primer capítulo, la pregunta de investigación que se ha

planteado, los objetivos propuestos y la población participante, la investigación se define con un enfoque cualitativo de tipo interpretativo, y se desarrolló mediante las técnicas de observación no participante y la entrevista semiestructurada; elementos que se estructuraron por medio de tres fases: exploratoria, descriptiva e interpretativa, desde el dominio CDC del modelo MKT construido por el equipo investigativo de Deborah Ball en la universidad de Michigan, en tres de sus subdominios: conocimiento del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento del contenido matemático y la enseñanza y conocimiento del contenido matemático y el currículo. Es importante aclarar que en la traducción de los nombres de cada subdominio la palabra “matemático” no hace parte de esta; sin embargo, dado que es el área que se aborda en el estudio, para esta investigación cada uno de los subdominios la tendrá de forma explícita, tal como se enunció líneas atrás.

Finalmente, el CDC como construcción teórica ha hecho sólida su reputación científica al llegar con su efecto de cualificación hasta determinadas áreas del conocimiento, tan lejanas las unas de las otras que apenas si puede pensarse en los aspectos unificadores de un entramado teórico que desde sus postulados teje redes de conexión del conocimiento. Asimismo, se destaca el significativo número de investigaciones en el CDC que en el campo de las Matemáticas se han venido desarrollado en diferentes regiones del mundo, lo que constituye una prueba no solo de su naturaleza científica, sino también de la importancia desde las investigaciones que lo han hecho objeto de estudio.

Otra de las principales conclusiones tras el abordaje de las investigaciones en el plano del CDCM, es aquella que establece relaciones directas entre las dificultades de aprendizaje matemático del estudiantado en general con la deficiente, o incluso nula para algunos casos, preparación docente con especificidad matemática, aspecto este que hace de alguna manera explícita una de las principales causas de la nombrada y neurálgica problemática educativa.

Capítulo 2. Marco teórico

El capítulo se encuentra dividido en tres secciones. La primera, corresponde al estado del arte, que se estructura en dos momentos. En el primer momento se dan cita trabajos investigativos en CDC en Educación Matemática; en el segundo, teniendo en cuenta que el CDC es un concepto tan potente que ha tenido una expresión y un desarrollo en estos otros ámbitos disciplinares, se realiza un recorrido documental en torno a los estudios que se han elaborado en CDC en otras áreas de la Educación como Química, Física y Ciencias Sociales. De igual manera, se hace un rastreo metodológico que valida las técnicas e instrumentos de recolección de información usados no solo en Matemáticas, sino en las diferentes áreas del conocimiento para el estudio del CDC, de tal suerte que sea posible la identificación de tendencias al respecto.

La segunda sección se divide a su vez en tres componentes: primero, el surgimiento del CDC como un modelo de conocimiento del profesor, sus características y los diferentes conceptos dados a este; segundo, se abordan diversos modelos de conocimiento desarrollados por autores en diferentes áreas del saber, y el tercero y último, se relaciona con los modelos de conocimiento matemáticos que han hecho del CDC su objeto de investigación; lo que conlleva a una construcción teórica de qué es el CDCM. Para finalizar, la sección tres define los elementos de Estadística en lo que respecta al análisis e interpretación de datos a través de gráficos estadísticos y las tres categorías del CDC del modelo MKT: conocimiento didáctico del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento didáctico del contenido matemático y la enseñanza y, conocimiento didáctico del contenido matemático y el currículo.

2.1. Estado del arte

Hablar del estado del arte respecto de alguna área o tema en particular implica realizar una investigación documental, una búsqueda exhaustiva que permita acceder sistemática y reflexivamente al cúmulo de conocimiento del que se dispone sobre el mismo en un momento histórico determinado (Galeano Marín, 2004b). Es decir, buscar un conocimiento claro y contextual, así como encontrar rutas, formas o estrategias metodológicas que se han utilizado para investigar hasta el momento, conocimiento que ha de permitir al investigador proyectar desde tal constructo la elaboración de una contribución

relevante en lo correspondiente a los horizontes de ese saber o disciplina sobre la cual ha versado la investigación.

Asimismo, el trabajo de configuración de un estado del arte permite al investigador, a lo largo de su labor, no solo reconocer posturas que requieran actualización o que deban ser replanteadas en razón al avance mismo del conocimiento, sino también la identificación de vacíos de conocimiento, los cuales, en un momento dado, son susceptibles de convertirse en fuentes temáticas de investigación respecto a un determinado tema. De manera concreta, Galeano Marín (2004b), expresa que el estado del arte posibilita la revisión de estudios y literatura relacionada con el tema de análisis, que permita esclarecer qué se ha dicho acerca del tema, desde qué puntos de vista y con qué resultados. Como ilustración, pueden citarse también las palabras de Huergo-Tobar (2015) que coinciden con las consideraciones hasta aquí expuestas, según la siguiente apreciación respecto al estado del arte:

(...) se logra un mayor entendimiento de cómo otros investigadores han tratado una temática en particular, al establecer hasta qué punto se ha abordado el problema, así como qué vacíos, inconsistencias o afinidades se encuentran con lo socializado por la comunidad académica sobre ese particular (p. 5).

Tratar de construir un estado del arte respecto del CDC y el CDCM permitió establecer un diálogo entre las diferentes vertientes e investigaciones que han hecho de estos su objeto de estudio y condujo a dilucidar espacios de similitud o de encuentro dialógico, para establecer aspectos relevantes y profundos inherentes, relacionados o derivados del CDCM, susceptibles de ser evaluados con respecto al mismo; a partir de estos elementos se puede comenzar un principio de unificación de criterios, o al menos una compaginación parcial, que permitieron contribuir en el camino de afianzamiento y robustecimiento teórico del asunto particular del que se ocupa la investigación.

Por otro lado, también la divergencia teórica, los resultados antagónicos o la contradicción, produjeron profundos espacios de contraste que funcionaron a su vez a título de evaluadores de supuestos paradigmas, al tiempo que abrieron el camino a diferentes consideraciones, eventualmente no visibilizadas ante las diferentes perspectivas desde las cuales se ha abordado el objeto específico de estudio: el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático; y a partir de tal información adelantar los primeros pasos de orientación hacia el encuentro de un camino que permita en un futuro hacer observables

otros aspectos, como un conocimiento nuevo sobre el CDCM, en función de hacer más amplio su teorización y su horizonte de conocimientos.

Se hizo un intento entonces por establecer esa línea dialógica, a partir de la reconstrucción llevada a cabo desde la recolección de diferente material de investigación al respecto, en el plano e iberoamericano –que incluyó el ámbito nacional y regional-, en procura de vislumbrar las actuales fronteras investigativas respecto del CDCM, al tiempo que se abordaron investigaciones realizadas en el CDC en diferentes áreas del conocimiento, expandiéndose inclusive hasta el plano norteamericano, a partir de las cuales se orientó su quehacer en la búsqueda de una contribución relevante en lo que respecta a la construcción del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático.

El enfoque y marco metodológico bajo el contexto sobre el que se llevaron a cabo las producciones académicas referidas, proporcionaron información sobre cómo se investiga o cómo se ha investigado el CDCM, pues es desde esta visión inicial, desde su comprensión sobre el mismo y el peso específico atribuido a él en un momento dado, desde donde se abordó un camino a lo largo del cual hacer observables los eventos relacionados con el CDCM; es decir, el enfoque investigativo constituyó también un criterio a partir del cual se determinó la forma en que ha de tratarse la información obtenida y la metodología a seguir. La búsqueda de documentos se llevó a cabo acorde a la clasificación elaborada por Calderón (2011), la cual alude a tres tipos básicos de fuentes: las primarias, proporcionan datos de primera mano, corresponden a libros, artículos científicos, tesis, patentes, trabajos de conferencias, películas, opinión de expertos, publicaciones oficiales y sitio Web y son utilizadas durante el proceso de investigación. Las fuentes secundarias, que concuerdan con bibliografías, sitio Web, enciclopedias, índices, Base de datos en línea o en CD ROM, censos, anuarios, atlas, diccionarios, se utilizan para llegar a las fuentes primarias. Finalmente, las bases terciarias, las cuales hacen referencia a bibliografía de bibliografías y guías de obras de referencia, ayudan a obtener información y detectar fuentes.

El diseño incluye una amplia búsqueda bibliográfica de las diversas fuentes documentales que se han publicado en los últimos 10 años, a través de la combinación de descriptores como Conocimiento Didáctico del Contenido y Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas. Conviene subrayar que algunos de los artículos consultados no se encuentran enmarcados dentro del margen cronológico establecido para cumplir como

antecedente teórico; sin embargo, se usaron como referente tanto por el carácter pionero de sus autores en lo que respecta al CDC en múltiples ámbitos, como por su pertinencia aplicativa y teórica del CDCM. Razones por las cuales se consideraron argumentos suficientes para mencionar los mismos como una manera de trazar un camino reconstructivo del CDC y del CDCM desde sus orígenes hasta la actualidad, así como llevar a cabo un inventario, si bien no en completitud, sí lo más aproximado en la medida de las posibilidades a aquellos espacios y disciplinas del conocimiento en los cuales se ha contado hasta la fecha con el potencial de cualificación del mencionado constructo teórico.

La literatura científica abordada para el desarrollo de este ejercicio comprendió la selección de aproximadamente 10 referentes teóricos entre artículos y libros para la construcción de un estado del arte, a la vez que se realizó la búsqueda de 60 artículos de investigación, de los que se analizaron 40, los 20 restantes fueron descartados; 13 de ellos porque la fecha de publicación no correspondía con los parámetros establecidos, y los siete últimos porque, aunque se relacionaban con la temática abordada no aportaban de manera significativa en la construcción del estado del arte. De los 40 artículos, 20 corresponden al CDCM y los restantes al CDC en otras áreas del conocimiento, entre las que se tienen Química y Física como las más representativas.

Cada una de las investigaciones arrojaron avances que se han tenido desde su aparición con modelos teóricos propuestos y desarrollados por varios autores, la evolución del concepto y las dificultades que han surgido para su estudio, así como las conclusiones a las que han arribado sus ejecutores al término de las mismas además de ofrecer un breve análisis, anotaciones por parte de la autora de la tesis en referencia a la contribución que en términos de ampliación del conocimiento representa cada labor de investigación, en aras de hacer visibles las piezas integrantes del, tanto como los aspectos de integración, complementación, y sinergia entre los trabajos referidos.

El abordaje, estudio y análisis crítico de los artículos seleccionados, se hizo a partir de la elaboración de fichas RAE¹⁰ para cada uno de ellos. Asimismo, fue necesario la estructuración de cuatro matrices analíticas con el propósito de presentar la información recogida. Cada elemento teórico estudiado se hizo objeto de descripción y breve análisis sobre su área de conocimiento, temática abordada, autor, año de publicación, propósitos u

¹⁰ **Ficha RAE.** Resumen Analítico Especializado. Resumen que posibilita concentrar una información para su estudio y análisis de un material específico.

objetivos, el tipo de investigación adelantada, la metodología utilizada, las conclusiones obtenidas y la justificación de por qué el artículo se constituye en un antecedente de relevancia en la investigación en curso. Con la organización de los datos requeridos para el análisis, posteriormente y de manera paulatina, se sistematizaron y representaron en tablas de datos, de acuerdo con la lectura y comprensión de los artículos. A continuación, en la Tabla 1, se observan los modelos de matrices elaborados.

Tabla 1 *Matrices para el análisis de los artículos*

MATRIZ N° 1:					
Título	Problema	Objetivos	Metodología	Antecedentes	Vacios de conocimiento

MATRIZ N° 2:					
Título	Autores	País de origen	Fecha	Ruta	Cita bibliográfica

MATRIZ N° 3:								
Nombre	País de origen	Tipología (modalidad)	Base de datos	Autor	Año de publicación, Categoría	Red de investigación/grupo de investigación y/o revista	Población a la que va dirigida	Temática abordada

MATRIZ N° 4:									
#	País	Año	Población participante	Área	Enfoque metodológico	Diseño metodológico	Nivel Educativo	Temática abordada	Autores

Nota. Las tablas muestran las cuatro matrices utilizadas en el análisis de los artículos seleccionados para la elaboración del estado del arte al CDC y CDCM. Fuente: elaboración propia.

2.1.1 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático en Iberoamérica

Con la intención de dar apertura al diálogo teórico que se da entre las diferentes investigaciones desarrolladas en torno al CDCM, se ha realizado en primera instancia el abordaje de la literatura investigativa iberoamericana, en el marco de la cual se dan cita autores de diferentes nacionalidades destacando en este ámbito países como España, México y Chile, a título de ser los más representativos; de igual manera, aunque en menor proporción, se encontraron estudios respecto del CDCM en países como Venezuela y Ecuador, que permiten observar, además, una ampliación de su radio de acción.

El recorrido de este camino permitió, tener una idea, y eventualmente realizar un comparativo entre los avances a escala internacional y nacional. Tras abordar el panorama nacional colombiano respecto del CDCM, se hace imperioso reconocer que aún posee horizontes estrechos, dada la dificultad existente en la búsqueda de material en virtud de la

escasez investigativa del país en el área, al disponerse de una producción investigativa limitada en volumen. A escala regional del Eje Cafetero y lugares contiguos, la existencia de estudios sobre CDCM se hace nula, tal como se ha expresado en el capítulo 1. De esta manera, en los párrafos siguientes se ilustran veinte artículos recopilados en CDCM, de los cuales, cuatro de ellos se refieren a Estadística y de estos cuatro dos a la interpretación de datos a través de gráficos estadísticos.

Se puede citar en primer lugar lo establecido en México por Pinto Sosa y González Astudillo (2006) en su artículo *Sobre la naturaleza conceptual y metodológica del Conocimiento del Contenido Pedagógico en Matemáticas. Una aproximación para su estudio*, investigación de tipo empírica, inductiva-deductiva, que busca la manera de examinar, desde un nivel teórico, los elementos del Conocimiento del Contenido Pedagógico (CCP), a partir de veinte investigaciones desde el surgimiento del CDC hasta el año de publicación de este artículo, realizadas en tres componentes básicos comunes: “El conocimiento del contenido de la disciplina a enseñar, el conocimiento de la didáctica específica..., y el conocimiento del estudiante” (p. 1), además de evidenciar los aspectos teóricos que podrían ser objeto de análisis. El CCP desde el punto de vista de las matemáticas, de acuerdo con los autores, es un modelo teórico que está compuesto por un número de elementos esenciales, interrelacionados; además se caracteriza por ser cíclico, sinérgico, integral, flexible, incluyente e investigable. Asimismo, el equipo configuró conclusiones en torno a cuatro aspectos:

En el plano de los “*tópicos o componentes estudiados*”, cerca del 88% de las investigaciones adelantadas en CCP en el área de las Matemáticas, se han ejecutado desde el estudio del “*contenido a enseñar*”.

Sobre el “*CCP de los profesores de matemáticas*”, se establece la persistencia de profundos vacíos tanto de conocimiento profesional, como también de grandes dificultades en el hecho de transmitir el conocimiento y la incapacidad de facilitar el aprendizaje del estudiante, lo que habilita a los académicos a pronunciarse en el sentido de recomendar la implementación de enfoques diferentes respecto de la enseñanza del área, como vía para garantizar la mejoría del proceso enseñanza y aprendizaje en la misma.

El enfoque prevaleciente en las investigaciones estudiadas es de orden cualitativo, “a través de estudios de casos” y constituye el tercer tópico analizado, correspondiente a “*de los diseños y sujetos de investigación*”.

La “diversidad de fuentes de información”, el uso reiterativo de la recopilación de información vía entrevista, y el marcado uso de la estructura “cuestionario sobre situaciones problema”, son los componentes del último de los tópicos, “*de los instrumentos y la recolección de datos*”. De ahí la importancia que los autores ven en las categorías dimensiones e indicativos, las cuales presentan una alternativa para la identificación y el análisis de los diferentes componentes y características del CCP que han sido estudiados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Dos años más tarde, los mismos autores Pinto Sosa y González Astudillo (2008), en su artículo *Conocimiento Didáctico del Contenido en el profesor de Matemáticas. ¿Una cuestión ignorada?*, analizan el CDC en tres aspectos: primero, su base conceptual, sobresaliendo los aportes de Shulman (1986). Un segundo aspecto, son los elementos del CDC; allí se recuerda su importancia e implicaciones mutuas además de sus características de ser cíclico, sinérgico, integral, flexible, incluyente e investigable, esto no solo para los contenidos como tal a orientar en el aula de clase, sino además en la manera de hacerlo y la forma como lo recibe el alumno, con un doble fin, la formación inicial y permanente del profesorado o como objeto de investigación. Como tercer aspecto los autores hacen un barrido de investigaciones que se han efectuado a nivel internacional, incluido México, encontrándose un vacío en este campo.

Tras ejecutar el rastreo bibliográfico en el panorama internacional respecto del CDC, señalaron la baja producción investigativa en este campo en su país, México, en lo que corresponde a esta perspectiva teórica, así como se pronunciaron a igual tiempo sobre la necesidad de un cambio paradigmático en relación con la preparación del docente de Matemáticas, si la finalidad que se persigue es la de optimizar su labor de enseñanza. En alusión directa y explícita al CDC, los autores Nakiboglu y Karakoc (2005), enseñan que el CDC es un modelo sobre el conocimiento del docente, no solo en lo referente a los saberes como tal, sino también a la forma como se enseña, con el fin de alcanzar una mejora en los conocimientos del mismo profesorado y su aplicación en el aula de clase para una adecuada respuesta del alumnado.

Por su parte Mochón y Morales Flores, (2010), en su artículo titulado *En qué consiste el conocimiento matemático para la enseñanza de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: Un estudio en la escuela primaria*, investigación realizada en México; diagnostican los conocimientos pedagógicos y matemáticos de profesores de primaria.

Señalan el discreto impacto que han tenido las innovaciones de su tiempo, en cuanto a planes y estrategias curriculares, en virtud de no haberse encontrado focalizadas las mismas en lo que ellos consideran la figura más relevante, o al menos la que puede ejercer mayor influencia dentro del aula, el docente. Por ello durante la realización de su investigación (a través de cuestionarios abiertos y cerrados, entrevistas, observaciones de clase, talleres, problemas y materiales de lectura), concluyen que los docentes poseen un conocimiento instrumental y conceptual escaso. No basta únicamente el conocimiento del contenido de su área particular, en este caso las Matemáticas, o de un conocimiento pedagógico para enseñar, sino que es necesaria la interrelación de ambos tipos de conocimientos dentro del quehacer diario y la manera de enseñar en el aula de clase por parte del docente, para así lograr un verdadero progreso en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Ello conlleva a los autores a deducir que la carencia o insuficiencia de conocimientos matemáticos por parte del profesorado comportaba un efecto determinante en las limitaciones propias observadas en el proceso antes citado.

Lo señalado por Mochón y Morales Flores (2010), procura continuidad y coincide en cierta medida con lo afirmado por Pinto Sosa y González Astudillo (2006, 2008) en sus trabajos investigativos, pues si bien estos académicos recurren a ciertos elementos teóricos para sustentar su afirmación, es clara la convergencia teórica con respecto a estos dos últimos investigadores en virtud de la explícita manifestación hacia la preparación y cualificación del docente de Matemáticas como potenciador del proceso educativo en esta área.

Se da apertura a las investigaciones sobre el CDC en el ámbito colombiano con el trabajo titulado *El conocimiento didáctico de un docente del modelo Escuela Nueva* (Barbosa et al., 2010). Esta es una investigación de tipo cualitativo, desarrollada a través de un estudio de caso, que comprendió cuatro etapas enmarcadas las mismas dentro de las categorías definidas para la caracterización del Conocimiento Didáctico del Contenido, a saber: problematización, trabajo de campo, análisis de información e interpretación de resultados. Esta investigación es adelantada con el concurso de una docente licenciada en el área de idiomas que labora en un centro de educación de la zona rural y ejerce la modalidad de enseñanza de Escuela Nueva, instituida en Colombia para la enseñanza en este tipo de población.

Los investigadores basan su trabajo en tres importantes autores: los postulados de Shulman (1986), exponen como sustento teórico la redefinición que sobre las categorías del

CDC adelantara Grossman (1990), además refieren la definición de Bromme (1988) sobre el Conocimiento Profesional Docente como “el conocimiento que usan en su práctica cotidiana” (p. 19). Al culmen de la investigación, los autores Barbosa et al. (2010), manifestaron resultados poco alentadores como la limitación de la docente a los libros de texto y a lo estrictamente demandado por los lineamientos curriculares. Este hecho conlleva a que no haya por su parte una adecuación temática y una contextualización de los contenidos para su enseñanza, postulado fundamental de la teoría del CDC. De igual manera, son escasas la aplicación de estrategias para posibilitar y potencializar el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula, pese a que, en opinión de los autores del artículo, la modalidad Escuela Nueva favorece estos procesos y la docente afirma conocer estrategias didácticas y pedagógicas conducentes a tal fin.

Por su parte, Escudero et al. (2012) en su informe de investigación para la Universidad de Huelva (España), titulado *El conocimiento especializado del profesor de Matemáticas*, van un paso más allá en lo que corresponde al análisis del Conocimiento Matemático Especializado (SCK), referido en el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) de Loewenberg Ball et al. (2008). De acuerdo con los autores, este tipo de conocimiento es el aporte más relevante que tiene dicho modelo. Adicionalmente abordan a profundidad otros dos de los subdominios referidos en dicho modelo (el conocimiento común y el conocimiento del contenido y los estudiantes) e identifican las posibles falencias que estos pudiesen presentar particularmente de cara a su aplicación, a través del análisis ejemplificado del algoritmo de la resta con reagrupación. El estudio recoge aproximadamente quince investigaciones realizadas por diferentes autores en el subdominio SCK.

El grupo de investigadores españoles se aventura a intentar un cambio paradigmático al afirmar que, más allá de lo que ellos describen como “conocimiento especializado del contenido” (p. 35), debería hablarse de un “conocimiento especializado del profesor de Matemáticas” (p. 40). Al término de sus conclusiones investigativas, señalan también la necesidad del conocimiento por parte del profesor de Matemáticas sobre estrategias y pedagogías pertinentes para determinados cursos, así como de la complementación profesional del docente con sus homólogos y el conocimiento de pautas comportamentales y de aprendizaje de sus educandos, como vía para adquirir la competencia profesional señalada por los mismos anteriormente.

Así mismo, el equipo señala también la necesidad de un conocimiento específico, especializado y que le es propio del profesor de Matemáticas, que permita al profesional en cuestión tanto identificar las falencias en cuanto a conocimiento matemático del estudiantado, como las posibles causas de estas y las estrategias correctivas necesarias. En otro sentido, aportan entre sus conclusiones que el SCK alberga en sí mismo al Conocimiento Común del Contenido (CCK), al tiempo que señalan la dificultad de separación del componente el Conocimiento del Contenido y los estudiantes (KCS) en algunas situaciones de aprendizaje concretas, conclusión a la que arriban a partir del análisis que se efectúa mediante un ejemplo de algoritmo de resta con agrupación, como se mencionó al inicio.

La investigación *Evaluación del conocimiento especializado de la estadística en futuros profesores mediante el análisis de un proyecto estadístico* (Arteaga et al., 2012), parte del modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza, para centrar su análisis en el conocimiento especializado del contenido (SCK) mediante la utilización de la guía de idoneidad didáctica propuesta por Godino (2009). Así, 108 estudiantes futuros docentes de primaria de la Universidad de Granada, España, resolvieron un proyecto estadístico, para posteriormente establecer comparaciones sobre diferentes variables integrantes de determinados fenómenos aleatorios, con la finalidad de estudiar la aplicación de descriptores y de los componentes de la dimensión epistémica.

Tras el análisis de los datos, el equipo pudo constatar, el escaso nivel de conocimientos estadísticos que poseen los futuros profesores del nivel primario, al tiempo que han señalado, en coherente continuidad con varios de sus predecesores investigativos, la necesidad de acrecentar el conocimiento especializado de contenidos en estos profesionales de la educación, en pro de mejorar las condiciones del proceso enseñanza y aprendizaje en este nivel; situación que es asumida como un reto y respaldada mediante la propuesta de adelantar estudios conjuntos orientados a propulsar el desarrollo profesional del docente de Estadística, concepto que ha sido reconocido por organizaciones como la *International Comision on Mathematical Instruction* (ICMI) y la *Association for Statistical Education* (IASE), según también anotan los autores en su trabajo.

En la Universidad de Sucre (Colombia) se llevó a cabo el *Estudio de clase, estrategia y escenario para la cualificación del profesor de matemáticas* (Barboza y Zapata, 2013), definen el mismo como una investigación de tipo cualitativo con alcances descriptivos y

exploratorios, utiliza como metodología “Modelo Estudio de Clase” (MEC) y tres componentes de esta. El objetivo principal es “Explorar las conexiones teóricas plausibles que se pueden generar entre la metodología estudio de clase, la investigación formativa, y el conocimiento didáctico del contenido” (p. 50). Con cuatro profesores participantes (dos de ellos formados en Licenciatura en Matemáticas y los dos restantes en Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas), involucraron 35 estudiantes de grado Noveno de una institución educativa pública. Con la pregunta temática, “¿Qué es un poliedro?”, la investigación se desarrolló en cuatro etapas.

Tras la ejecución y análisis del estudio, se arrojaron los siguientes resultados: Según los investigadores, el MEC permite, desde el trabajo exploratorio del estudiantado, la construcción y revaluación de conceptos (para este caso el concepto de poliedro) por parte de este, a la vez que genera “posibilidades de mejoramiento desde el hacer de los profesores” (p. 58), por lo que juzgan que dicha metodología cumple con lo que ellos denominan “criterio de pertinencia”. Igualmente, para los investigadores fue posible citar una considerable lista de bondades derivadas de la aplicación del MEC en su caso particular. Respecto del CDCM, afirman que la interacción entre pares es estimulante para el surgimiento del mismo.

Otra de las investigaciones abordadas es la titulada *El conocimiento didáctico matemático: Una propuesta de evaluación de tres de sus facetas* (Castro et al., 2013). Para sus autores esta es una investigación llevada a cabo en el contexto de constructo teórico conocido como Conocimiento Didáctico Matemático (CDM), propuesto por Godino (2009), y en esta se incluyen dos de las seis facetas que integran este modelo: epistémica y cognitiva. Los investigadores definen la metodología investigativa empleada como mixta, al incluir este tipo de análisis en forma tanto cualitativa como cuantitativa.

El trabajo académico consistió en la aplicación de una prueba con la pretensión de medir los conocimientos y destrezas matemáticas en torno a la derivada, de 45 estudiantes de semestres avanzados de “Licenciaturas en Básica Matemáticas y Matemáticas-Física” (p. 461) adscritos a la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. El cuestionario se encontraba orientado a la medición de tres ítems del conocimiento: común, especializado y ampliado, según los conceptos de Ball et al. (2001), y Hill et al. (2008). Asimismo, fueron diseñados diferentes ítems en el cuestionario, que se encontraban dirigidos a subprocesos, que en opinión de Font (1999, citado en Castro et al. 2013), “intervienen en el cálculo de la

función derivada” (p. 463). De igual manera, fueron diseñadas diferentes tareas destinadas a la evaluación del conocimiento de los profesores, en función de la identificación que pudiesen llevar a cabo acerca de los problemas de los alumnos en el ejercicio de su profesión. A manera de conclusión, los autores anotan la existencia de un nivel aceptable o consistente en los estudiantes de licenciatura, en lo referente a la faceta del CDM denominada conocimiento común del contenido, más no así en las facetas restantes. Los académicos señalan la recurrencia de los estudiantes al concepto de la derivada únicamente como la recta tangente a la curva y como razón de cambio.

En el trabajo investigativo *Conocimiento matemático y conocimiento didáctico del futuro profesor español de primaria. Resultados del estudio TEDS-M* (Gómez y Gutiérrez, 2014), se trazaron como objetivo “describir y caracterizar el conocimiento matemático y didáctico manifestado por los futuros maestros de primaria españoles que participaron en el estudio TEDS-M” (p. 102). El estudio llevado a cabo fue de tipo descriptivo-cuantitativo, a partir del material de respuestas del cuestionario TEDS-M, de las guías de corrección de respuestas de este y de las respuestas brindadas por los estudiantes al cuestionario antes citado. Para ello, se contó con la participación de un total de 17 países, de los cuales concurrieron 483 universidades, y 13.871 futuros profesores en preparación para enseñar Matemáticas y que cursaban del último año de su formación matemáticas, siendo la representación española, base para el presente trabajo, de 48 instituciones y 1093 estudiantes.

La caracterización de la población se realizó en dos aspectos: el primero, conocimiento matemático de los números, “Los resultados indicaron que el 77,4% de los futuros maestros manifestó saber resolver el problema de proporcionalidad directa entre magnitudes, mientras que un 22,6% no supo resolverlo” (Gómez y Gutiérrez, 2014, p.104). En segundo lugar, el conocimiento didáctico, en términos porcentuales viraron de manera considerable, 22,1% de los profesores en España pueden identificar los errores de los estudiantes, 35,5% carecen del conocimiento didáctico para dar una respuesta correcta a la pregunta y finalmente, en el 34,7% no hubo respuesta, no fue ilegible o estaba en blanco. La situación anterior hizo observable la existencia de falencias en ambos campos del conocimiento; sin embargo, se hace más acentuada la deficiencia del conocimiento didáctico.

Entre sus conclusiones, los autores señalan de entrada imperfecciones tanto en la estructura del cuestionario como en su módulo de calificación, mientras que otros investigadores expresan la no coincidencia del mismo con la visión educativa europea, hecho que repercute negativamente en la calificación obtenida en la prueba por el profesorado español. Sin embargo, sí se hace alusión de manera directa a la necesidad de la existencia de un componente disciplinar aunado a un componente de formación didáctico, lo que se erige como punto de coincidencia entre el estudio aquí citado y el conjunto de investigaciones que sobre el CDCM llegan mediante su trabajo de investigación a análogas conclusiones.

En la Universidad del Zulia (Venezuela), Vílchez (2014) da comienzo a su trabajo investigativo titulado “*El libro de texto dentro del Conocimiento Didáctico del Contenido de Geometría*”, con un enfoque etnográfico de corte cualitativo, se analiza el papel del libro de texto en la enseñanza de la Geometría a lo largo de un período académico, con el concurso de profesores y practicantes en el área de las Matemáticas y bajo el entendido de la necesaria preparación profesional docente, el investigador utilizó como herramienta de medición profesional el CDCM. Al término del estudio, le fue posible llegar a inferencias como el alejamiento del docente de los programas oficiales para limitarse al seguimiento de un texto guía, que, entre otros aspectos, también se presenta como el único texto de referencia consultado, de esta manera, es utilizado para la selección de los ejercicios matemáticos propuestos al estudiantado. Asimismo, se observa despreocupación de los docentes para percatarse de la adquisición y afianzamiento del conocimiento matemático por parte del estudiantado.

Finalmente, el artículo no presenta un análisis profundo del CDCM como herramienta y su influencia en el desarrollo de la enseñanza de la Geometría, como tampoco la construcción de este concepto; tal como lo afirmó el investigador al inicio del documento. En otras palabras, Vílchez (2014) recurre al CDCM y su aplicación a título de herramienta de medición de las verdaderas variables que comprende su investigación, y como argumento explicativo de su razonamiento teórico, más no hace del CDCM y su dimensión teóricopedagógica, el centro temático de su estudio, y consecuentemente mediante este camino jamás llega a ampliar el horizonte de conocimientos en torno a lo que el CDC hace referencia.

Se da continuidad a este recorrido con el texto español *Conocimiento y creencias en torno a la resolución de problemas de profesores y estudiantes de profesor de matemáticas*

(Giné de Lera y Deulofeu, 2014). La investigación busca poner de relieve la necesidad de formación para profesores, tanto en el plano profesional como en el campo didáctico. Al anotar la resolución de problemas como uno de los ejes centrales del conocimiento en Matemáticas y tras destacar la figura determinante del docente en el aprendizaje de las mismas, buscan mediante su investigación la conexión existente entre las problemáticas y las creencias en la formación profesoral respecto de su labor docente. El trabajo constituye un estudio de casos conformado por cuatro participantes, estudiante y profesor de Educación Básica Primaria, y estudiante y profesor de nivel Secundaria. El estudio emplea el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) con sus dos subdominios, *Mathematical Content Knowledge* (MCK) y *Mathematics Pedagogical Content Knowledge* (MPCK). En esta investigación se realiza su abordaje desde un plano subjetivo, “la creencia”, definida esta como la visión subjetiva del individuo respecto de las matemáticas.

Entre las conclusiones se destaca la insuficiencia de ciertos docentes noveles en su proceso de enseñanza de las Matemáticas, en virtud de su escasa preparación y su poca experiencia. También señala el caso en el cual una alta preparación en Matemáticas, incluso a nivel de maestría, no logra suplir en totalidad los vacíos existentes en el proceso de enseñanza, dado un escaso bagaje didáctico derivado también de una corta experiencia docente. Siendo así, la experiencia puede jugar un papel a favor o en contra del proceso educativo en virtud de proveer múltiples conocimientos didácticos.

El estudio *Conocimiento especializado del profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales* (Rojas et al., 2015), se desarrolla a través de un enfoque cualitativo, con diseño metodológico tipo estudio de caso, ejecutado con las transcripciones de 21 sesiones de clase impartidas por un maestro de primaria. El trabajo recoge en alguna medida las conclusiones de otros de sus precedentes en el sentido de señalar, la necesidad de la preparación docente en cuanto al CDCM como la vía para mejorar la calidad del proceso educativo, situación que amplifica la visión espectral de los estudios existentes respecto del CDCM en el ámbito internacional.

Otro aspecto de las observaciones permitió a los investigadores llegar a la siguiente conclusión: el conocimiento especializado que el profesor evidencia en la enseñanza de los números racionales se encuentra en consonancia con el nivel de educación que orienta, dado que los estudiantes presentan dificultades en la apropiación temática de lo enseñado, situación propicia por los procesos de indagación, reflexión y ejercitación que refuerzan y

afianzan el conocimiento matemático. En virtud de lo expuesto hasta este punto respecto a los avances en torno al CDCM, la investigación presente se hace atípica en este panorama, al referir como suficiente y adecuada la condición de apropiación y aplicación del CDCM, máxime en un escenario de particularización como aquel que resulta de una investigación tipo estudio de caso.

Por otra parte, y también desde el contexto latinoamericano, en Chile se realiza el estudio *El conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria* (Estrella et al., 2015). Para su desarrollo, aplicaron un cuestionario a los profesores que indagaba por su conocimiento disciplinar en la enseñanza de la Estadística, así también se preguntó por el saber estadístico del alumno. En aras de realizar una medición sobre el conocimiento estadístico, los investigadores llevaron a cabo “un estudio de antecedentes sobre el avance histórico en la construcción de los objetos estadísticos” (p. 79). En el marco de la presente labor académica se diseñó un instrumento investigativo compuesto por catorce ítems relacionados, tanto con el Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC), como con el conocimiento estadístico probabilístico e inferencial, el cual, según declaran los autores, arrojó conclusiones observadas en estudios anteriores en relación con el bajo conocimiento estadístico tanto de estudiantes como de profesores, aunado a la incapacidad de lectura e interpretación de gráficos estadísticos, derivada de la escasa preparación y práctica docente en este particular. Para los autores, esta situación preocupa en el profesorado chileno, dada la naturaleza determinante del conocimiento del profesor en el aprendizaje del estudiante; además expresan que el CDCM lo ven como una construcción teórica orientada a la búsqueda en específico de los saberes que permitirán al docente su desempeño óptimo en un área determinada.

Los autores declaran además en sus conclusiones, que la Estadística, al menos de manera explícita en el plan curricular chileno, llegó con una década de retraso, y hace más neurálgico el panorama al anotar que no se evidencia direccionamiento hacia la enseñanza de diferentes temas estadísticos como probabilidad y variabilidad, por citar algunos. Para terminar sus conclusiones, los autores señalan la Estadística como un área nueva de las Matemáticas, si se le compara con otras áreas de la misma, como por ejemplo la Aritmética, lo que conlleva también una novedad en los estudios y enfoques didácticos sobre ella.

Otro estudio investigativo fue adelantado por Pino-Fan et al. (2015), denominado *Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre*

derivadas constituye, quienes, mediante un trabajo de tipo metodológico mixto, que contó con una población objeto de estudio de 53 estudiantes de semestres avanzados de Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Autónoma de Yucatán, México, caracterizaron los conocimientos en Matemáticas referente al tópico derivadas. El estudio arrojó resultados que permitieron inferir determinadas falencias en cuanto a su conocimiento matemático, en el manejo del concepto de la derivada como pendiente de la recta tangente, y lo propio sucedió con la conceptualización de la misma como razón de cambio, así se hizo también manifiesta la insuficiencia de los Conocimientos Didáctico Matemáticos (CDM) para efectos de la enseñanza y aprendizaje de este particular. En específico, el grupo de trabajo se orienta a afirmar que el conocimiento común del contenido es insuficiente para el desarrollo de tareas del proceso de enseñanza, dado que es necesario el conocimiento del contenido especializado e inclusive el conocimiento ampliado.

Para concatenar lo analizado en el presente artículo con el conjunto de investigaciones que abarcan el actual estado del arte, cabe anotar la confirmación de la insuficiente preparación docente en el área de las Matemáticas como causa fundamental de las consecuentes deficiencias observadas en el proceso enseñanza y aprendizaje de dicha asignatura. Sin embargo, el presente trabajo arroja a la palestra científica un nuevo interrogante al extender lo que se denomina como insuficiencia del CDM como herramienta pedagógica hasta abrir el horizonte de la necesidad de un conocimiento no solo especializado, sino ampliado, en lo que respecta a la enseñanza de las Matemáticas, afirmación sin precedentes hasta el momento en la bibliografía consultada.

Otro más de los estudios que con referencia al CDCM abordan diferentes temáticas, es el adelantado por Vásquez Ortiz y Alsina Pastells (2015), *El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático*. Los investigadores afirman fundamentar el presente trabajo en el sustento teórico del Conocimiento Didáctico en Matemáticas (CDM), del cual presentan un desglose como entramado teórico en conjunto con investigaciones precedentes a esta en el área probabilística. Para su labor, el equipo de trabajo seleccionó un total de 93 docentes de nivel primaria, quienes participaron en dos actividades: la aplicación de un cuestionario y la asistencia a un taller cuya temática era el CDM.

En los resultados iniciales, tan solo un 3,2% de docentes respondieron de forma correcta el ítem conocimiento común del contenido, evidenciando así una marcada insuficiencia por parte de los docentes al respecto. Aún más preocupante fueron los resultados en conocimiento avanzado del contenido, ninguno de los docentes acertó y aproximadamente el 65% de ellos ni siquiera respondió. En lo que respecta a la evaluación del conocimiento especializado, se encontraron igualmente profundas deficiencias en cuanto a la preparación docente, tan solo el 2,2% demostró capacidad para la identificación de algunos conceptos, pese a que el grupo investigativo se limitó a evaluar solo algunos aspectos seleccionados de este ítem dada su complejidad y las limitaciones temporales y técnicas propias de la investigación.

En sus reflexiones finales, los investigadores exponen los escasos conocimientos de los profesores de primaria sobre probabilidad, al anotar que únicamente alcanzaron un rendimiento de conocimientos aproximado al 25% de lo esperado. A igual tiempo, se permiten establecer el comparativo con investigaciones precedentes, para pasar a expresar su estado de alarma en virtud de que aquellas mostraban en sus resultados un panorama más alentador, encontrándose el peligro, según dicen los académicos, de que el sesgo limitante de conocimientos matemáticos sea transmitido a los estudiantes, dado que el ejercicio de evaluación de tales conocimientos fue realizado con profesores de primaria en servicio activo. Terminan su trabajo exhortando a la implementación de una preparación docente que permita elevar el conocimiento del profesorado de primaria en Chile referente a probabilidad.

El siguiente trabajo fue realizado por los investigadores Vasco Mora et al. (2016), titulado *Conocimiento especializado de un profesor de Álgebra Lineal y espacios de trabajo matemático*. Este se desarrolla en un contexto que buscó integrar los elementos propios de dos modelos teóricos: el *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) y, lo que el grupo de investigadores denomina, los “espacios de trabajo matemático” (ETM). Esta integración produce procesos denominados en la investigación “génesis”, que podrían entenderse como estadios de apropiación temática en diferentes aspectos propios del proceso enseñanza y aprendizaje. El objetivo es “refinar la posible relación entre la enseñanza del profesor y el conocimiento especializado que se evidencia en su práctica” (p. 229). Para ello se determinó como camino metodológico la observación del desempeño de clases de

Álgebra Lineal de un profesor ecuatoriano (Jordy), con experiencia tanto en la docencia universitaria como en bachillerato.

Mediante su metodología de trabajo, su conocimiento matemático y didáctico del contenido, su planteamiento y ejecución de clases, permitió el desarrollo de las “génesis” del conocimiento que posibilitan lograr una adecuada apropiación temática. Esto, en opinión de los autores, establece que el uso de los postulados del ETM, en conjunción con el MTSK, permiten tanto evidenciar aspectos del proceso de enseñanza y aprendizaje, como identificar la ubicación enfática del docente a lo largo de su ejercicio profesional. Así, postulan la posibilidad de enriquecimiento mutuo de los constructos teóricos tras su uso en el aula. El aporte más destacado en cuanto a la ampliación de las fronteras del conocimiento, es su intención de establecer una interrelación entre las construcciones teóricas citadas a lo largo del presente análisis, como una manera de dilucidar con mayor claridad aspectos de la enseñanza cuya relevancia podría emerger, además de generar un espacio de complementariedad para afianzar el sustento teórico del proceso enseñanza y aprendizaje, aspecto que hasta este punto no ha sido señalado por ninguna investigación de las analizadas en este apartado teórico.

Los chilenos Díaz y Poblete (2016), presentan su trabajo titulado: *Modelo de Competencias Profesionales de Matemáticas MCPM y su implementación en profesores de enseñanza primaria en Chile*. Como objetivo se plantean ejecutar una metodología, apoyada en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Modelo de Competencias Profesionales en Matemática (MCPM), al proceso de enseñanza y aprendizaje, con énfasis en resolución de problemas aplicables al aula. El trabajo fue desarrollado durante un año con una población de 47 maestros de escuela primaria, sin especialización en Matemáticas de 36 escuelas, con un total de estudiantes de 1.780 para el nivel de séptimo año. En las conclusiones, se habla de una mayor correspondencia entre los objetivos trazados en el curso y los logros obtenidos en términos de cumplimiento programático y aprendizaje por parte de los estudiantes, lo que en opinión de los ejecutantes relieves la pertinencia del MCPM como herramienta pedagógica. Otra de las conclusiones de la investigación, habla de un “incremento importante en la competencia profesional de los profesores pertenecientes a escuelas que concentran una mayor población vulnerable” (p. 802), e incluso, en lo que los autores denominaron “implicaciones políticas”. Estos abogaron por una preparación

matemática con mayor intensidad y mejor acompañamiento como garantía de obtención de mejores resultados en el proceso enseñanza-aprendizaje del área en cuestión.

Aunque es recurrente a lo largo de los cuerpos de trabajo analizados hasta el momento la preocupación por la formación docente como elemento potenciador del proceso enseñanza y aprendizaje, la investigación aquí referida muestra como elemento nuevo el hecho de establecer algún tipo de relación entre el afianzamiento de los conocimientos y la mejoría de resultados en el área de las Matemáticas, en aquellos centros educativos de condición social vulnerable. Aunque pudieren ser múltiples las razones que explicaren la ocurrencia de este fenómeno, ciertamente el presente trabajo no postuló ninguna posibilidad al respecto.

En el siguiente estudio, *Conocimiento base para la enseñanza: un marco aplicable en la didáctica de la probabilidad*, (Burbano-Pantoja et al., 2017), los autores describen la preocupación del Ministerio de Educación Nacional de Colombia en el fortalecimiento del pensamiento aleatorio. Como base de contextualización, en su trabajo han establecido los orígenes del pensamiento probabilístico en eventos de la vida cotidiana como los juegos de azar y han señalado su evolución e inclusión en el pensamiento matemático formal, hasta demostrar su importancia en el pensamiento inferencial de determinados eventos y el papel que juega en el campo científico en la actualidad, su rol en la toma de decisiones basada en los estudios de datos y, en general, la utilidad que presta el pensamiento probabilístico al ciudadano actual. Asimismo, acusan los autores la existencia de una manifiesta problemática asociada a la enseñanza del pensamiento probabilístico en el plano nacional, expresada tanto en la endeble o nula preparación docente en el área de las Matemáticas, como en las posiciones o visiones didáctico pedagógicas del profesorado con respecto a la enseñanza de la Estadística e incluso, a problemáticas relacionadas con factores sociales y culturales, así como de la planificación en materia educativa propia del país.

No obstante, señalan los investigadores, la limitada existencia de trabajos sobre la incidencia del CDCM, o construcciones similares, en relación a la enseñanza de la probabilidad, fenómeno que atribuyen al escaso tiempo de inclusión de esta parte de las Matemáticas en la planificación curricular, tras lo cual exponen de forma particular el desarrollo investigativo en materia de probabilidad en términos generales y en el país. Para concluir su trabajo, afirman que el conocer con fundamentación y solvencia la conceptualización sobre probabilidad garantiza el mejor desarrollo de su enseñanza, al tiempo que se permiten sugerir un acercamiento a los constructos teóricos que versan sobre

la temática en particular con la finalidad de depurar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Anotan también, que en Colombia el panorama es desolador, debido al alto número de docentes sin preparación matemática, haciéndose procedente la aplicación de programas de capacitación tendientes a conjurar tal problemática. A pesar de afirmar líneas antes que los modelos existentes para aplicación del CDCM podrían extender su aplicación hasta la depuración en la enseñanza de tópicos de la probabilidad. Los autores hacen explícito el hecho de que no existe como tal un modelo específico, con su estructura encaminada en totalidad hacia la enseñanza de la probabilidad.

Con el concurso de cuarenta estudiantes para profesores de Matemáticas, mismos que son llamados como EPM, Zapatera Llinares y Callejo de la Vega (2018), llevaron a cabo el trabajo académico *El conocimiento matemático y la mirada profesional de estudiantes para maestro en el contexto de la generalización de patrones. Caracterización de perfiles.*

Con el objetivo de observar la correspondencia dada “entre el conocimiento matemático y la competencia docente ‘mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes’ en el contexto de la generalización de patrones” (p. 1217). En el marco de la investigación, se aplicaron dos cuestionarios a los EPM: uno en aspectos referentes a la generalización matemática y, el otro, dirigido al conocimiento base requerido por los EPM para identificar el nivel de conocimientos matemáticos propio de tres estudiantes, a partir del análisis de respuestas que los mismos proporcionaban en exámenes.

Una de las conclusiones se basa en la comparación de cifras que muestran los EPM con un alto nivel de conocimiento matemático y bajo nivel de mirada profesional, de esta manera se pudo postular que, el alto nivel de conocimiento matemático es insuficiente para habilitar a los EPM en lo que respecta a realizar en forma eficiente una mirada profesional, al tiempo que anotan que esta última no consiste tan solo en la identificación de los posibles errores cometidos por los estudiantes, sino que comporta la identificación de aquellos aspectos que son relevantes para el conocimiento matemático del mismo. Para terminar sus conclusiones, los autores señalan que el camino pedagógico revelado gracias a su investigación puede utilizarse como referente para el afianzamiento del concepto mirada profesional como herramienta de trabajo docente, además de obrar como referente para la realización de módulos de enseñanza en el tema tratado.

Para finalizar el recorrido iberoamericano, se trae a escena el estudio denominado *Una metodología de evaluación del conocimiento didáctico y pedagógico de los profesores*

de matemáticas (Pulido Moyano et al., 2017). En este trabajo de corte cualitativo y exploratorio-descriptivo se traza como objetivo la caracterización del conocimiento didáctico y pedagógico de algunos profesores que enseñan Matemáticas. Exponiendo como base de su problemática la inexistencia en el contexto colombiano de estudios en torno a los conocimientos didácticos requeridos por un profesor en el ejercicio de su labor y, centrando su atención en la focalización hacia la mera figura del estudiante al momento de la resolución de problemas en el área, los investigadores expresan la intención de realizar una observación sobre una nueva mirada en relación con este tópico, a la luz de los postulados de Kilpatrick (1998) y Lurduy-Ortegón (2013), orientada la misma hacia reflexiones respecto del acto educativo, la formación en general y el material a enseñarse.

Para llevar a efecto su trabajo, el grupo de docentes investigadores utilizó como muestra poblacional un grupo de estudiantes del nivel de maestría de la Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”, en la ciudad de Bogotá, quienes fueron sometidos a un proceso integrado por tres fases. Entre sus conclusiones, afirman la contribución con una metodología que relaciona las prácticas, o la solvencia discursiva de un maestro, con al abordaje y resolución de problemas en matemáticas, además permitió evaluar su formación didáctico-pedagógica.

Al término de la descripción de las investigaciones en CDCM a nivel iberoamericano, se realizó el análisis, discusión y reflexión de los diversos componentes que se consideran hallazgos importantes para el presente trabajo académico. Aunque los estudios abordados presentan características específicas de acuerdo con los propósitos u objetivos a alcanzar en cada uno de ellos, a través de la selección de determinadas variables propuestas y el estudio de la información, fue posible la identificación de algunos elementos que, aunque no son tendencias porque el porcentaje arrojado no supera el 45%, sí permitieron comprender qué se ha estudiado del CDCM y las diferentes formas en que se ha abordado, su origen, evolución y conceptualización que se desarrollarán en el apartado 2.2 de este capítulo, correspondiente al componente teórico y conceptual. De igual manera, el análisis y las reflexiones realizadas posibilitaron llegar a diferentes conclusiones en el tema de interés, también tuvo el propósito validar, justificar o evidenciar la pertinencia de los elementos revisados en esta investigación doctoral a partir de los desarrollos del CDCM en el ámbito iberoamericano.

El análisis se realiza alrededor de seis vertientes: primera, las generalidades de los artículos en relación con las características encontradas en ellos y que hicieron posible su agrupación a partir de criterios comunes que se constituyeron en variables. La segunda hace alusión al desarrollo y evolución que ha tenido el CDC desde su aparición hasta la caracterización de este en profesores en ejercicio y futuros profesores. La tercera se relaciona con el interés manifiesto por estudiar el conocimiento especializado del contenido en el marco de modelos matemáticos de conocimiento del profesor. La cuarta hace referencia a los tópicos matemáticos que han sido objeto de estudio de las investigaciones en CDCM. La quinta y sexta vertiente presentan relaciones directas: el desempeño de los estudiantes en el área de Matemáticas con el conocimiento del profesor de la misma, y el mejoramiento de los desempeños de los estudiantes con el también mejoramiento del CDCM de los profesores, respectivamente.

Para el análisis de la primera vertiente, que corresponde a las generalidades, la información se organizó en tablas con los siguientes datos: la variable que hace referencia a una categoría de agrupación, determinadas a partir de los datos obtenidos y las características comunes presentes en los artículos consultados, el número de investigaciones y el porcentaje correspondiente. Las variables utilizadas fueron: población objeto de estudio, nivel educativo, enfoque y diseño metodológico, y técnicas e instrumentos de recolección de información.

- Población objeto de estudio: en esta categoría se relacionan las personas que intervinieron en las investigaciones; su clasificación se realiza a partir de seis actores del proceso educativo. De esta manera, se pudo evidenciar que en el 45% de las investigaciones figuran los *estudiantes de Licenciatura en Matemáticas o en Educación*, encontrándose casi en la mitad de los artículos. Seguidamente están las investigaciones en las que participan profesores *de Básica Primaria*, las *de corte teórico* y las *de profesores de Básica Secundaria*, los tres actores tienen un 15% cada una de ellas. Finalmente, la clasificación mixta *profesores y estudiantes de Básica Primaria y Secundaria*, cuentan con apenas 10% de clasificación, siendo el porcentaje más bajo en esta variable.
- Nivel educativo: esta categoría representa el nivel en el que se desarrollaron las investigaciones consultadas. El porcentaje más alto lo tienen los estudios en *Secundaria*, con un 30%, mientras que los niveles *investigaciones de corte teórico*,

nivel *Básica Primaria* y nivel *universitario* presentan homogeneidad en el número de estudios y con un 20%, para concluir con esta variable, finalmente, los de carácter *mixto* (niveles de *Básica Primaria* y *Secundaria*) se representan con un 10%. Como se ha evidenciado en los artículos consultados, los docentes que se desempeñan en *Básica Primaria* poseen dificultades para la enseñanza de las Matemáticas, dada la poca formación profesional de muchos de ellos. Considerando que las Matemáticas son un área en la que la construcción de conceptos se concatena y complementan a lo largo de todo el proceso educativo, es importante fundamentar sus bases y la formación de los individuos desde los primeros años de escolaridad, en la construcción del andamiaje del entramado teórico que se solidifica con posterioridad, y en ausencia del cual tal construcción se hace difícilmente posible, como se ha observado hasta ahora en el material consultado sobre el CDCM. De acuerdo con esta reflexión, cabría esperar una mirada investigativa mayormente concentrada y articulada, tanto en la población objeto de estudio (docentes que se desempeñan en *Básica Primaria*) como en el nivel educativo en el cual se han desarrollado las investigaciones, evento que no sucede dado el bajo porcentaje reportado en las dos variables.

- Enfoque y diseño metodológico: esta variable se relaciona con las diferentes formas o caminos utilizados para el desarrollo de las investigaciones analizadas. En la información obtenida prevalece el *enfoque cualitativo* en lo que respecta al volumen investigativo del CDCM, con un 45% de representación en el concierto de los restantes enfoques, seguido de los estudios de orden *cuantitativo* con un promedio de 25%, en contraste con las investigaciones de *enfoque mixto* y de *corte teórico/otros*, observándose que son las menos abordadas para investigaciones de este constructo, con apenas en un 15%. En cuanto al diseño metodológico, el estudio de caso fue el más utilizado en las investigaciones analizadas con un porcentaje que alcanza casi la cuarta parte de la totalidad de estas, en el mismo nivel se encuentra el *análisis de contenido*, mientras que en menor proporción se representan la *Etnografía* y la *Teoría antropológica*.

Los resultados arrojados en esta variable presentan una situación en apariencia atípica, al ser estudios de orden cualitativo, y el estudio de caso el enfoque y el diseño que presentan mayor porcentaje con los que se han desarrollado las investigaciones

seleccionadas. Si bien la asignatura objeto de enseñanza son las Matemáticas, los estudios que se realizan pertenecen al campo de investigación denominado Educación Matemática; por esta razón, dichos análisis cobran relevancia en la medida que se permiten tratar aspectos diferenciales del área como el razonamiento, análisis de situaciones de la vida cotidiana que la involucran, y la incidencia de diferentes factores intervinientes en el plano de enseñanza y aprendizaje de la misma. Los aspectos descritos conectan el ejercicio numérico con las bases epistemológicas, sociológicas, y lógicas del conocimiento matemático, hecho que amplifica el espectro de visión sobre la misma y proporciona luces en torno a los posibles caminos de estudio, análisis e intervención en este campo, de cara a posibilitar un proceso de adquisición, afianzamiento, y cualificación de la ciencia de los números.

- Técnicas e instrumentos de recolección de la información: es importante hacer hincapié en la dificultad presentada para el análisis de esta variable, dada la poca y confusa información respecto a ella en algunos de los artículos revisados, además de la diversidad de formas en que se han recolectado y organizado los datos. Los instrumentos de mayor uso para la recolección de información fueron en primer lugar cuestionarios con un 60% de representatividad, seguido de observaciones de clase reducido este porcentaje a la mitad respecto del primero y en el siguiente renglón las entrevistas con el 25%, entre otros con menos representatividad.

Respecto a esta variable llama la atención y podría ser un aspecto interesante para el debate, que siendo el ámbito de la clase en el que se expresan de manera más natural los conocimientos de los profesores, sean los cuestionarios y no las observaciones de clase aquellas que han tenido un porcentaje más alto, inclusive superior al 50%, que además y cabe resaltarlo, no se ha dado en otra de las variables y asuntos analizados.

La segunda vertiente de análisis de los estudios iberoamericanos se relaciona con la recopilación que hacen Pinto Sosa y González Astudillo (2008) al examinar 20 investigaciones desde su origen hasta la fecha de publicación del artículo, que se cuestionaban, entre otros aspectos, por el origen, evolución y conceptualización del CDC con sus elementos estructurales, al igual que las diferentes metodologías con la que se había estudiado. Posterior a esta situación se presenta un acentuado interés por diagnosticar, caracterizar, analizar y comprender los conocimientos pedagógicos y matemáticos del CDC. Es así entonces como el 45% de los artículos rastreados convirtieron este componente como

su objeto de estudio. La evolución identificada es asunto de interés, dado que exhibe un tránsito desde la conceptualización hacia la caracterización del conocimiento en profesores o futuros profesores.

La vertiente que se ubica en tercer lugar corresponde a un 40% de representación porcentual en las investigaciones, se relaciona con el interés por el estudio y análisis del *conocimiento especializado del contenido en Matemáticas* desde tres perspectivas o modelos teóricos. En primer lugar, se encuentra el modelo MKT (*Mathematical Knowledge for Teaching*), cuyos exponentes son Ball et al. (2008), así mismo, de manera tangencial, en algunos de los artículos se analizó el conocimiento común del contenido y el conocimiento del contenido y los estudiantes. Seguidamente, se presenta el enfoque ontosemiótico en representación de Godino (2009), que de igual manera aborda el *conocimiento común del contenido* y el *conocimiento ampliado del contenido*. En tercer lugar, Rojas et al. (2015), teniendo como referencia el modelo MKT construyeron el modelo Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) que tiene dos ejes centrales del proceso: *el Conocimiento del Contenido Matemático* (MK) y el *Conocimiento Didáctico del Contenido* (CDC). Este último se ha convertido en objeto de estudio en cuanto a aplicación y análisis en España como uno de los países más representativos. De acuerdo a la importancia que comporta para la tesis doctoral el estudio a profundidad, tanto de los modelos expuestos como de otros más, se abordarán de forma amplia en el apartado 2.2, como se ha explicado líneas atrás.

Así pues, se evidencia la existencia de diferentes aproximaciones teóricas al conocimiento del profesor. Uno de los mayores retos, en efecto, es no solo precisar la descripción de cada uno de los modelos y de sus componentes, sino establecer semejanzas y diferencias. En consecuencia, es importante atender al significado directo de cada uno de los nombres asociados a los modelos. Así, por ejemplo, *el conocimiento matemático para la enseñanza* no refiere al mismo objeto que *el conocimiento especializado del profesor de matemáticas*; el primero hace énfasis en la naturaleza matemática del conocimiento, mientras que el segundo alude a una cierta naturaleza del conocimiento. Algo similar puede señalarse para las otras denominaciones.

La cuarta vertiente se relaciona con la importancia de reconocer el papel que juegan los objetos enseñanza de las Matemáticas en estos estudios, pues ofrecen la posibilidad de especificar, dentro de las Matemáticas mismas y en relación con su enseñanza, el

conocimiento del proceso profesor que enseña Matemáticas. En consecuencia, es necesario resaltar que más de la tercera parte de las investigaciones, con exactitud el 40% de los artículos rastreados en CDCM, se han desarrollado desde el *estudio de los contenidos que se enseñan a los estudiantes*. Estos se abordaron a través de cuatro de los pensamientos matemáticos que se especifican en los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998), siendo el pensamiento métrico en el que no se relacionaron investigaciones. El pensamiento que tiene la mayor cantidad de estudios corresponde al pensamiento aleatorio o estocástico, estudia el análisis de datos y gráficos estadísticos en dos investigaciones y el tópico probabilidad en otros dos. Seguido del pensamiento geométrico al relacionar el uso del texto en la enseñanza de la Geometría, el estudio de los poliedros y la multiplicación de matrices. Para concluir, se ubican los pensamientos numérico y variacional con tópicos como los números en general y los números racionales para el primero, y la derivada en dos de ellos para el segundo.

Otro de los principales análisis tras el abordaje de las investigaciones en el plano iberoamericano respecto del CDCM y que corresponde a la quinta vertiente, es aquella que establece relaciones directas entre las dificultades de aprendizaje matemático del estudiantado en general con el escaso, o incluso nulo para algunos casos, conocimiento matemático que tienen los profesores en ejercicio, dificultades que se han presentado indistintamente del nivel académico en el cual se desarrollaron los estudios. Lo que significaría, entonces, que no solo es un asunto de formación profesional, dado que, si bien un alto porcentaje de docentes que enseñan en Primaria tienen diferente formación al área de Matemáticas, también lo es que un buen número de docentes que enseñan en Secundaria han tenido dicha formación, la cual es mucho más amplia y trasciende la especificidad del conocimiento. Según E. Guacaneme (comunicación personal, 30 de diciembre, 2020): “La formación del profesor de Matemáticas se da en al menos tres dimensiones: el saber, el hacer y el ser; en la dimensión del saber se encuentra el conocimiento”.

Para concluir este análisis se citan varias de las intervenciones que expresaron el incremento de la competencia matemática de la población involucrada, tras el mejoramiento del CDCM de los profesores, hecho que permite inferir la naturaleza científica, la pertinencia y efectividad de una construcción teórica como el CDC en materia educativa. No obstante, algunas voces académicas se pronuncian en sus estudios en el sentido de calificar al CDCM como un enfoque que desconoce un aspecto integrante del proceso de educación como la

afectividad, entre otros, y de encontrarse en alto grado sujeto a la subjetividad del docente, como quiera que este constituye una construcción propia, de orden interno, siendo diferentemente configurada y ejecutada por y para cada individuo, argumento que pretende hacer deslucir el carácter científico de la teoría en cuestión. No obstante, dada la mayoría de posiciones a favor del CDCM en el plano académico, la conclusión en el panorama iberoamericano de este constructo, se decanta a favor de la efectividad didáctica y académica en general de la teoría, como factor de cualificación e incremento de la calidad del proceso enseñanza y aprendizaje, aunque tales factores diferenciales, dada su naturaleza, no puedan medirse con precisión. Una dificultad adicional, que a la vez constituye un reto, se refiere a las estrategias de formación requeridas para la configuración en acto del CDCM.

2.1.2 Conocimiento Didáctico del Contenido en otras áreas del conocimiento

Como se ha descrito a lo largo de este documento, la investigación actual tiene como foco la Educación en el nivel de Básica Primaria y de acuerdo a ello, los docentes deben enseñar varias disciplinas escolares. En vista de que esta investigación no se realiza exactamente en una disciplina científica de las Ciencias Sociales o las Ciencias Naturales, sino en Matemáticas, parecería un tanto extraño el título y el contenido propuesto en esta sección; sin embargo, el propósito de este análisis documental implicó la posibilidad de contrastar aquellos elementos que se han señalado respecto al CDC en otras áreas de conocimiento en los cuales se han realizado desarrollos inclusive en mayor volumen que en Matemáticas. De esta manera, los estudios acá analizados podrían aportar elementos que el apartado anterior no incluyó y que son fundamentales para la identificación del estado del arte, o ratificar algunos asuntos centrales que se han señalado antes para el CDCM, a la vez que fortalece su abordaje en el campo educativo y valida la pertinencia, necesidad y uso. De igual manera se realizó un rastreo metodológico para validar las técnicas e instrumentos de recolección de información que se han utilizado no solo en Matemáticas, sino en las diferentes áreas del conocimiento para el estudio del CDC.

Así, puede comenzarse por mencionar el trabajo elaborado por Gudmundsdóttir y Shulman (2005) *Conocimiento didáctico en Ciencias Sociales*, el cual se realiza a través de un estudio de caso, por medio de entrevistas, grabaciones de clases y otros documentos durante un período de un año. Este se desarrolla al establecer un comparativo entre dos profesores del área de las Ciencias Sociales; uno con amplia experiencia docente, mientras

el segundo es un profesor novel apenas en su primer año de ejercicio. Entre las anotaciones, se destaca la completa e integral visión que posee el maestro experto sobre la asignatura que orienta, en contraste al maestro novel. En las conclusiones, los investigadores expresaron que la gran diferencia es que el docente experto posee el conocimiento didáctico del contenido de su asignatura, del cual adolece el novel, al tiempo señalan que, al momento de realizar la investigación, la preparación del profesorado no se orientaba a la comprensión de las temáticas en términos de “contenidos didácticos”, razón por la que invitan enfocar la formación en este sentido. Como una última conclusión, ponen de manifiesto la necesidad de una formación permanente para el profesorado, por considerarla como una manera de otorgar una visión más amplia a los maestros, al momento de comenzar su ejercicio profesional docente.

Como anotación, es de señalar que los estudios referentes al CDC en un área tan disímil de las Matemáticas, como lo son las Ciencias Sociales, presentan resultados similares en sus observaciones y conclusiones académicas. Se observan las mismas situaciones como la relación directa entre la preparación del docente en su área específica y su experiencia, como base para hacer transposición didáctica y, por tanto, el desarrollo individual y la capacidad aplicativa del CDC en su ejercicio profesional, entre otras, aspecto este que destaca, al menos en principio, la naturaleza universal e integradora del CDC como teoría científica, dada su validez en variados campos del conocimiento humano.

De características similares al anterior estudio, se presenta la investigación de Grossman et al. (2005) titulada: *Profesores de sustancia: El conocimiento de la materia para la enseñanza*. Este trabajo comienza con la exposición de un sustento teórico que versa sobre pormenores del proceso enseñanza y aprendizaje y recoge opiniones de diferentes autores y otras investigaciones que convergen en las necesidades manifiestas de ciertos conocimientos en los estudiantes para profesores y en la orientación que imprimen a dicha preparación las facultades de preparación de la época. Al final, los autores llegan a conclusiones como: entre los retos más destacados a los que se enfrenta un docente novel, es aquel que consiste en desarrollar la capacidad transformadora de los contenidos en formas de fácil comprensión para los estudiantes, y, para llevarse a cabo, requiere del conocimiento de cuatro factores influyentes en lo correspondiente al nivel de comprensión en el proceso enseñanza aprendizaje, tales como: “conocimiento del contenido, conocimiento sustantivo, conocimiento sintáctico y creencias acerca de la materia” (p. 3). Al mismo tiempo, se

permiten anotar la falsa certeza asignada en ocasiones al aspecto del conocimiento del contenido como potenciador del proceso enseñanza y aprendizaje, más sí destacan el papel central del mismo, mientras dirigen su mirada a las facultades de preparación de docentes para requerir de ellas una nueva visión en lo que respecta a su formación.

Aunque el estudio corresponde a un área del conocimiento diferente de las Matemáticas, se destaca la no correspondencia uno a uno entre la preparación docente y los resultados óptimos en la aplicabilidad del CDC por parte de profesores para facilitar el aprendizaje de los estudiantes, situación que hasta el momento, en la totalidad de investigaciones consultadas y analizadas, se daba como un hecho axiomático, siendo ahora, sino revaluado, al menos puesto en duda por las consideraciones de este trabajo puntual.

En otra área del conocimiento, se puede citar el trabajo investigativo *El conocimiento pedagógico de la estructura corpuscular de la materia*, de Garritz y Trinidad-Velasco (2006). Allí los autores se permiten enmarcar teóricamente sus consideraciones desde la multiplicidad de ópticas que convergen para sustentar la teoría del Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC) en diferentes estudios precedentes en ciertos tópicos en Química, los cuales los llevan a afirmar que no hay duda en el cambio paradigmático que en materia educativa ha introducido el concepto de CPC. En cuanto a lo que los investigadores denominan CPC en Química, anotan que estudios preliminares sugieren que los profesores experimentados en la materia ejercen mejor el trabajo de transformación y representación de conceptos ligados a la asignatura. De igual forma, son más competentes para comprender la naturaleza confusa de las explicaciones en materia científica y las dificultades que las mismas presentan para los estudiantes. Asimismo, en virtud de su conocimiento y la capacidad de transformar conceptos, tienen la posibilidad de realizar importantes aportes en la implementación de su CPC al enseñar tanto el área en Química como en otras diferentes.

A partir del análisis de los tópicos seleccionados, se observaron las diferentes dificultades que poseen los estudiantes respecto del carácter corpuscular de la materia. Con la intención de utilizar este material de estudio para caracterizar el CPC de profesores mexicanos, se seleccionaron dos grupos; uno de ellos con cinco docentes estudiantes de maestría en Educación Química con experticia entre dos y doce años; el segundo grupo fue escogido por sus colegas y su experiencia era entre 12 y 18 años. A todos los docentes seleccionados se les aplicaron cuestionarios y entrevista con preguntas basadas en la estrategia CoRe (Content Representation); de igual manera, se incluyeron las respuestas de

otro grupo de profesores australianos del nivel bachillerato, en torno a un estudio de pretensiones similares, cuya población enseñaba Ciencias en los grados de 7° a 10° y nivel “senior” en 11° y 12°, con especializaciones en Biología, Física o Química.

Tras el análisis comparativo de datos de los dos grupos, se expone que uno de los caminos para el fortalecimiento de la ciencia, es a partir de la consolidación del conocimiento de los profesores, siendo una de las mejores áreas de aplicabilidad la Química. Por último, afirman, que la implementación del CPC podría incrementar el conocimiento y la confianza de los profesores novatos frente a situaciones nuevas de aula y retos propios de su profesión.

Otro trabajo académico en el área de Química es *Conocimiento pedagógico del concepto de ‘reacción química’ en profesores universitarios mexicanos*, desarrollado por Reyes-C. y Garritz (2006), que tuvo como propósito registrar el CPC que exhiben cinco profesores universitarios licenciados, con experiencia aproximada de 30 años y un promedio de 10 enseñando Química, a través del tópico reacción química, mediante el análisis con la matriz ReCo (Representación de Contenidos). En este estudio se exponen varias opiniones de expertos contrapuestas al CPC, como la duda de McEwan y Bull (1991) en torno a la existencia de un conocimiento de la disciplina en particular y la correspondiente variable del conocimiento pedagógico de la misma. O la de Kagan (1990), que expresa que el conocimiento que tienen los docentes no es muy claro como para fomentar su uso: además, el CPC no debe ser un criterio para definir la efectividad de la práctica docente, este juzgamiento debería realizarse mediante la afectación a los estudiantes en el aula de clase; sin embargo, sí podrían ser criterios algunas actividades desarrolladas por los docentes o por su cognición específicamente y no por su actuar. Para Flores (2005), en comunicación personal con Reyes-C. y Garritz (2006) sustenta que “el CPC no alienta enfoques docentes que utilicen el cambio conceptual” (p. 1180). Por último, otro crítico a la teoría del CPC, es Braunstein (2006), quien reclama sobre la dimensión afectiva que debe acompañar todo proceso de enseñanza-aprendizaje y que, por lo tanto, debería integrar también los componentes del CPC (citado en Reyes-C. y Garritz, 2006, comunicación personal).

La investigación evidenció las dificultades propias de los estudiantes en la comprensión de la transformación de las sustancias y la conservación de la materia, haciendo su incomprensión de la reacción química como una interacción de átomos y, por lo tanto, el desconocimiento de las bases de la teoría atómica y constitución de la materia, puntales

conceptuales de fundamentación para la comprensión del fenómeno en cuestión. La situación descrita, permitió a los investigadores sugerir la focalización de la preparación científica docente hacia la enseñanza de estos fenómenos por medio de sustentos teóricos, que concatenados produzcan para el estudiante el conocimiento que necesita para desarrollar su comprensión de la asignatura.

Para dar continuidad a la misma área, se presenta el estudio *Conocimiento didáctico del contenido en química. Lo que todo profesor debería poseer*, por Garriz et al. (2008). El objetivo de la investigación es “develar el tópico del Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC), el conocimiento disciplinario para la enseñanza como ha sido definido por Shulman (1986), algo que puede apreciarse en los profesores exitosos o expertos” (p. 153). Los docentes participantes se desempeñan en los niveles bachillerato y universitario, mediante análisis de tres temáticas consideradas como eje fundamental en el área de Química: “la ‘estructura corpuscular de la materia’...conceptos de ‘reacción química’ y la ‘cantidad de sustancia’, incluida su unidad, el ‘mol’” (p. 153). Diferentes miradas en lo que respecta al CDC son exhibidas desde la voz de distintos autores, así también la manera como este debería registrarse, entre la que se expone la “CoRe (*Content Representation*, Re-Co en español, por ‘Representación del Contenido’)” (p. 157). Por lo tanto, la ReCo es una matriz que relaciona el contenido, las ideas principales que tiene los docentes respecto a un tema en particular con ocho preguntas organizadas en las filas. Es una herramienta expuesta por Loughran et al. (2004), “para ‘retratar’, dicen, el CDC de los profesores” (p. 370).

A partir del análisis de la información recolectada, los autores llegan a conclusiones como que el CDC de los docentes con experiencia es superior al de los docentes noveles, elemento fortalecido a través de su práctica de aula, misma dada al abordar tópicos específicos en ella. Según los investigadores, esta situación podría dar sustento al mejoramiento de las tácticas pedagógicas de los docentes novatos, al igual que a la consolidación de su formación, tanto inicial como continua y finalmente, convertirse en indicador de buenas prácticas, similar en la manera de realizar seguimiento a las publicaciones desarrolladas en las universidades.

Para finalizar el área de Química, se continua con el artículo científico *Conocimiento didáctico del contenido. Mis últimas investigaciones: CDC en lo afectivo, sobre la estequiometría y la indagación* (Garriz, 2011), en ella se abordaron tres elementos: inicialmente, la dimensión afectiva y la articulación del CDC en ella, se continúa con un

contenido químico conocido como estequiometría y, se finaliza con los estudios sobre el CDC de la indagación; análisis que se realizará con la matriz ReCo (Representación del Contenido).

Para el estudio del primer tópico, se contó con la participación de cuatro docentes de universidades de México y Argentina; el primero con 15 años de experiencia, con doctorado en Química Inorgánica y posdoctorado, dos licenciados en Ingeniería Química y experticia docente mayor a 30 años, al igual que el último profesor quien tiene doctorado en Bioquímica. Para el planteamiento de los otros dos tópicos abordados se incluyeron cuatro profesores mexicanos de química del bachillerato.

En el primer apartado de su artículo la exposición de Garritz (2011) permanece casi invariable respecto a sus anotaciones sobre el plano de la afectividad y su influencia en el proceso educativo. Ya, en su segunda parte, el escrito conceptualiza sobre la estequiometría mediante la muestra de un estudio llevado a cabo con varios profesores, y cuyos resultados sugieren la necesidad de complementar en la enseñanza la parte teórica con la parte procedimental y representacional contextual, tal como, según el autor, lo ejemplifican otras culturas. En el epílogo de este trabajo el investigador hace referencia a lo que denomina CDC de la indagación, definiendo la misma como una habilidad imprescindible en el desarrollo del conocimiento y de las ciencias en la actualidad.

Con la intención de realizar un acercamiento respecto de la apropiación del CDC particular de los docentes universitarios, Medina Moya y Jarauta Borrasca (2013), de la universidad de Barcelona, llevaron a cabo el trabajo investigativo titulado *Análisis del Conocimiento Didáctico del Contenido de tres profesores universitarios*. Los investigadores afirmaron haber llevado a cabo la realización de un trabajo sin precedentes, respecto a la capacidad del docente universitario para la transformación del conocimiento, en material de enseñanza de fácil asimilación por parte del estudiante. Mediante el concurso de tres docentes universitarios, previamente señalados por sus estudiantes en virtud de sus calidades académicas, y siguiendo el proceso metodológico de tipo cualitativo, a través de la observación y la entrevista, esta última efectuada con la finalidad de conocer consideraciones de los docentes respecto del CDC, se recabó información a lo largo de dos períodos anuales, misma que se decantó y analizó a través de un método comparativo, “la teoría fundamentada”, presentado por Glaser y Strauss (1967) y el uso del *software* Atlas Ti. Tras la citada evaluación, una de las principales conclusiones obtenidas, es que en la medida

en la cual el docente posee un mayor conocimiento sobre su asignatura, se encuentra así mismo en una mayor capacidad de generar efectos didácticos y de contextualización de la enseñanza, y que el nivel de comprensión que posee sobre el Conocimiento del Contenido, afecta la calidad de tales contextualizaciones y adaptaciones didácticas.

El trabajo investigativo realizado por Medina Moya y Jarauta Borrasca (2013), permite visibilizar ya una evolución conceptual respecto de los estudios propios del CDC y constituye por tanto un paso de avanzada en lo que respecta al mismo, a su implementación y a su uso en el quehacer educativo, pues dirige fundamentalmente su mirada a aquella figura a la cual investigadores anteriores como Mochón y Morales Flores (2010) y Pinto Sosa y González Astudillo (2008) calificaron como el más relevante dentro del aula en virtud de su misión y capacidad transformadora: el docente. De esta manera, lo más relevante de esta investigación podría ser que los investigadores asumen al profesor universitario y a su conocimiento como objeto de investigación, dado por cuanto la formación del profesor universitario privilegia aún el conocimiento disciplinar por sobre el CDC.

Continuando con otras investigaciones, se presenta la de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de Bogotá, Colombia, con el trabajo investigativo *El desarrollo de conocimiento didáctico del contenido en profesores de ciencias, noveles y expertos, a partir de la inmersión en equipos colaborativos de trabajo* (Mosquera Suárez et al., 2011). Desde una óptica cualitativa, en el marco de un estudio de caso, se analizó la formación de profesores noveles en su etapa inicial y profesores con amplia experticia en el campo de la educación continuada. Como resultados de su investigación, exponen el caso de Felipe, de quien se afirma que inicialmente su mirada era unidireccional, en el sentido de considerar el aprendizaje como la transmisión invariable y objetiva de información y conceptos de un individuo a otro, con una visión rígida y empirista de la Química, además de no incluyente respecto a los contextos sociales y culturales de sus alumnos. De él se afirma que luego cualificarse con el proceso investigativo, su visión cambió a ser constructivista, derivada de su nueva comprensión de la dimensión social y humanística de las ciencias, en el que intervienen los saberes preexistentes, la forma de presentación del material de estudio a los estudiantes y el aspecto experimental, entre otros, como vías para lograr optimizar el aprendizaje en los mismos.

Anotan también, en principio, la visión empirista de docentes expertos derivada de su amplia experiencia educativa y el acogimiento por parte de estos expertos de la nueva

visión adquirida por sus homólogos noveles. De igual manera, se describe cómo los docentes noveles cambiaron su mirada del aprendizaje en relación con la memorización de conceptos para dar campo a la implementación del uso de las ideas previas de los estudiantes, así como el diseño de ejercicios de situaciones problema que poseen estrecha relación con el contexto social de los estudiantes como una manera de construir conocimiento. Para finalizar, algunos conceptos propios del contexto de escuela no tenidos en cuenta por los docentes noveles antes del trabajo en grupos colaborativos, entre los que se pueden citar el clima de aula y planificación eficaz, comenzaron a ser incluidos y, por tanto, a cualificar el proceso de enseñanza-aprendizaje en sus respectivos contextos.

El estudio *Proceso de construcción del conocimiento pedagógico del docente universitario de enfermería*, (Schubert Backes et al., 2011), tiene como objetivo “comprender el proceso de construcción y las fuentes del Conocimiento Didáctico del Contenido y analizar sus manifestaciones y variaciones en la enseñanza interactiva de docentes considerados competentes por los estudiantes” (p. 1). Metodológicamente constituye una investigación de tipo cualitativo descriptivo, adelantada al interior de un curso de estudiantes de enfermería en Brasil, se seleccionaron tres de los docentes mejor calificados por los estudiantes de la facultad, tanto por su dominio de las temáticas, como por su capacidad de motivar y conducir el alumno hacia el aprendizaje. El equipo estuvo integrado por un docente experto (experiencia superior a 20 años), un docente intermedio (experiencia de 10 años) y un docente novato (cinco años de experiencia). Las observaciones de clase grabadas y la entrevista realizada fueron sometidas, para efectos de análisis, a la metodología de comparaciones constantes.

Entre las conclusiones obtenidas, anotan su intención de estudiar “la enseñanza a partir del conocimiento de los docentes” (p. 7). Razón por la cual, refieren poner en manos de la comunidad de enseñanza de enfermería ciertas ideas clave, que fomenten la excelencia docente. Para terminar, al señalar los autores la naturaleza reciente de los estudios relacionados con la enseñanza, pese a la antigüedad de la labor docente en sí, predicen que el adelanto de estudios e investigaciones en torno a esta temática arrojará, con ayuda del tiempo, la mejor comprensión del proceso enseñanza-aprendizaje y permitirá el análisis de otros aspectos hasta ahora por descubrir en el particular que nos ocupa.

“¿Cómo formula la profesora experimentada la enseñanza del movimiento ondulatorio a partir de una propuesta de reconstrucción del contenido (Re-Co)?” (p. 4). Es

la pregunta fundamental del trabajo investigativo *Conocimiento didáctico del contenido del profesor de física experimentado en la enseñanza del movimiento ondulatorio* (Reyes Roncancio y Romero Osmá, 2015). Mediante la formulación de esta pregunta, se busca problematizar el hecho de hacer visibles diferentes aspectos del CDC propio de profesores de Ciencias, en lo referente a la enseñanza de una temática en particular. La investigación se define como cualitativa e interpretativa y, basada en antecedentes teóricos respecto del CDC, utilizó metodológicamente lo que los autores denominan, como herramienta fundamental, la teoría de Reconstrucción del contenido Re-Co (Loughran et al. 2006) además de un cuestionario dirigido a determinados aspectos de profundización de la temática a enseñar. Los resultados arrojaron algunas conclusiones, como el hecho de que la profesora experta, profundiza y planifica los contenidos con base en el interés de los estudiantes y en la aplicabilidad y utilidad del concepto en la vida cotidiana del educando, más allá de los lineamientos del currículo. También se concluye que, por medio de la enseñanza del movimiento ondulatorio, la profesora busca hacer extensiva hacia los estudiantes, la educación en cuanto los conceptos de “clasificación, caracterización y diferenciación” (p. 13), mismos que son fundamentales en la cotidianidad del estudiante y a través de su profundización, puede pasar a diferentes temáticas como el fenómeno de refracción y otros.

Se observa igualmente, la intención en la enseñanza de pares de conceptos, como una manera de hacer visibles las dificultades de conceptualización y distinción de diferentes aspectos del movimiento ondulatorio que puede tener el estudiante. Para terminar, se advierte que la docente dirige la transformación de los contenidos de su área, de una manera que relaciona dichos contenidos con el vivir diario del estudiante, estableciendo de esta forma lo que Bolívar (2005, citado en Reyes y Romero 2011,) llamaría “la vía de la utilidad que tenga el contenido para explicarse el mundo” (p. 13), según se anota.

En la Universidad de Buenos Aires, Argentina, se llevó a cabo el trabajo *Conocimiento didáctico del contenido (CDC) en la enseñanza universitaria de biotecnología. El caso de la velocidad específica del crecimiento microbiano (μ)* (Mauro Ruberto et al., 2012). Trazándose como objetivo, adquirir una visión en torno a las principales dificultades exhibidas por 39 estudiantes de la asignatura Biotecnología, respecto de la definición de lo que es el crecimiento microbiano, se formula un interrogante. En su parte introductoria los autores conceptualizan sobre la particularidad que constituye la enseñanza de conceptos científicos, para llegar a la reflexión de la relación existente entre

el conocimiento del docente y la capacidad que posee para la transmisión de ese conocimiento y la necesidad de especificidades didácticas en lo relativo a la enseñanza de las Ciencias. Dicha reflexión inicial, desemboca en el marco teórico, donde se dan cita autores que han abordado el estudio del CDC, y cuyas reflexiones expresan el incremento de este en los docentes a partir de su experiencia y la forma de comprensión de conceptos de los estudiantes, en relación con lo que denominan como estrategias instruccionales específicas, lo que representa importancia para el profesorado en el sentido de proporcionar pautas y bases en materia de planificación.

Como conclusiones de esta investigación, se anota la escasez en materia de literatura científica, siendo insuficiente el haber teórico que sustente la parte Matemática de la definición en cuestión, así como el enfoque erróneo del concepto del crecimiento microbiano como una de las causas en la dificultad para su comprensión en el estudiantado, dado la actitud de pragmatismo detectada en los estudiantes, en el sentido de desarrollar la capacidad de utilizar un concepto en forma instruccional sin comprenderlo en realidad y el error marcado respecto a su conceptualización.

Conocimiento Didáctico del contenido en la enseñanza del campo eléctrico (Reyes Roncancio y Martínez, 2013). Artículo investigativo que muestra resultados de una tesis doctoral cuya temática alude al CDC en la enseñanza del campo eléctrico, en profesores noveles de bachillerato, en Bogotá, Colombia. En sus antecedentes teóricos, se permiten citar, como sucede en el amplio espectro de investigaciones, los trabajos de Shulman, (1986), al igual que otras perspectivas teóricas que se centran, tanto en los conocimientos base del docente, como en aquellos que describen la caracterización del CDC, su desarrollo y cambio a lo largo de los años (Abell, 2008), por citar algunos.

De igual manera, señalan la importancia de la existencia de estudios respecto del CDC en diferentes áreas y en profesores de Física a todos los niveles, al mismo tiempo que describen cuatro componentes del Conocimiento Didáctico del Contenido:

1. Contenidos para la enseñanza: este componente está integrado por tres tipos de contenidos: los de concepto, que para el caso en estudio es el campo eléctrico, los contenidos referentes a los procedimientos que realiza el docente en su ejercicio profesional y, finalmente, los contenidos actitudinales que se ponen en juego al enseñar el tema en mención. Se anota la importancia de la planificación y la concatenación curricular de los conceptos en Física.

2. Actividades: destacan reflexiones como la inclinación a inducir ejercicios de lápiz y papel de manera casi fundamental en el contexto de aula.
3. Ideas de los estudiantes: permite a los profesores explorar un horizonte pedagógico en pro de facilitar el futuro aprendizaje de los estudiantes.
4. Evaluación: posibilita realizar una medición aproximada sobre los avances del proceso de aprendizaje, aunque también anotan la naturaleza de la misma en términos de un proceso de interacción con el estudiante.

Otra de las temáticas abordadas en este campo es la versada en la investigación *El Conocimiento Didáctico del Contenido y la afectividad* (Garritz y Mellado, 2014). Los autores expresan que la afectividad debe estar presente en el campo del aprendizaje, y la califican como olvidada en relación con la enseñanza de las Ciencias, dado que ha estado ausente en variados estudios que se toman como antecedentes. En el cuerpo del trabajo se abordan, desde las voces de otros autores, conceptos referentes a auto-creencias, actitudes, motivación y emociones. Posteriormente señalan resultados de otros estudios realizados por los investigadores con estudiantes para profesores de primaria y secundaria y la relación de las emociones que fueron generadas entre los recuerdos de su escolaridad en algunas áreas (Ciencias Naturales, Física, Química, Biología y Geología) y las que cree sentirá al enseñar Ciencias, siendo las vividas en primaria en relación con las de secundaria mucho más agradables. Finalmente, los autores manifiestan su postura respecto de los elementos intervinientes en la investigación analizada: “Resumimos con una conclusión sobre la importancia de las emociones y la motivación en la formación y desarrollo del CDC del profesor de ciencias” (Garritz y Mellado, 2014, p. 21).

Conocimiento didáctico del contenido declarado durante la enseñanza de la fuerza eléctrica en bachillerato: Estudio de caso, (Melo-Niño et al., 2016). Investigación adelantada con la participación de un docente de Física de la ciudad de Bogotá, Colombia, adscrito al sector privado, a quien le formularon una serie de preguntas en torno a su quehacer educativo y su asignatura, además de la aplicación de entrevistas semiestructuradas respecto del CDC. Posteriormente se llevó a cabo un trabajo de intervención a lo largo de dos años, que consistió en el desarrollo de una nueva unidad de enseñanza sobre el contenido. Se observaron las clases y se realizaron tareas planificadas teniendo en cuenta, entre otros factores, los datos obtenidos de la configuración matricial Re-Co en el

cuestionario inicial. Los investigadores enmarcan su trabajo como una contribución en el sentido de cómo hacer explícito el CDC para contenidos de Física.

Tras evaluarse las condiciones antes y después de la intervención, se encontró una desarticulación “entre las ideas sobre la enseñanza y el aprendizaje de la física y el conocimiento curricular y la evaluación” (p. 59). De esta manera, se observó una mayor receptividad frente a estos conceptos por parte del docente en el aula después de la intervención, de lo cual se deduce la pertinencia de esta metodología de trabajo. Los autores reconocen el CDC como una herramienta que potencializa la labor docente, en términos de constituir un apoyo en el proceso enseñanza y aprendizaje en materia de Física, aunque señalan la necesidad de contextualización de la enseñanza, aspecto que en su opinión no se encuentra suficientemente estudiado en lo correspondiente al CDC. En cuanto a la temática específica del campo eléctrico, los académicos dicen observar efectos positivos del modelo en referencia a la necesidad explicativa en la cual, tras la conceptualización de campo y fuerza eléctrica, el concepto de carga sea aquel que haya sido susceptible de caracterizarse mediante la implementación del CDC.

Constituye el trabajo de dos investigadores cubanos el artículo *Conocimiento didáctico del contenido de la asignatura Operaciones Unitarias en Bioprocesos de la carrera Ingeniería Química* (Centelles Badell y Díaz Lozada, 2016). Dadas las dificultades identificadas en la apropiación de la temática de aspectos relacionados con ‘el escalado de columnas cromatográficas’ en el curso de cuarto año de Ingeniería Química de la Institución Politécnica ‘José A. Echevarría’, fueron seleccionados cuatro profesores, dos noveles y dos experimentados. A ellos se les formuló un listado de preguntas que buscó encontrar las bases epistemológicas del conocimiento para su transformación en unidades didácticas, con la finalidad de aplicar las cuatro fases de la teoría Re-Co: “perceptiva/intuitiva, contextual, empírica y racionalista” (p. 8). El CDC se valoró en cinco categorías que, sumado al marco de preguntas Re-Co, fueron evaluadas “las 4 zonas del modelo de perfil conceptual (MPC)” (Mortimer, 1995, citado en Centelles Badell y Díaz Lozada, 2016, p. 9), lo que hizo posible la conformación “de los gráficos de percepción de contenidos” (p. 10).

Tras la exposición y análisis de los perfiles de profesores, la investigación llega a determinadas conclusiones como el no emitir juicios de valor por parte del equipo de trabajo, en el sentido de no calificar de mejor o peor el trabajo profesoral, y destacar la diversidad metodológica que emerge como resultado del trabajo. También, los autores señalan la

naturaleza inapresable del CDC, su intangibilidad para ser documentada, en virtud de su carácter subjetivo como construcción individual de un docente, sin embargo, su indagación fue posible mediante la aplicación de la teoría de los perfiles de Mortimer, instrumento que permite develar el enfoque de enseñanza de un docente y por tanto también categorizar su visión epistemológica. Para terminar, juzgan los investigadores que la existencia de diferentes perfiles viene mediada por razones de índole social, aunada a la experiencia individual de cada sujeto, al tiempo que califican como un aspecto importante la heterogeneidad interpretativa de los perfiles, que puede coexistir frente a un determinado concepto en un mismo individuo.

Tres investigadores de la Universidad de Barcelona escribieron el artículo *Preparar para aprender: Una manifestación del conocimiento didáctico del contenido en la práctica* (Mentado Labao et al., 2017). Tras llevar a cabo la selección y muestreo propios de la investigación, basada en los procedimientos de Goetz y Le Compte (1998), “selección de criterios” y Patton (1987) “muestreo intencionado” (citados en Mentado Labao et al., 2017, p. 31), el equipo de trabajo estableció determinadas prácticas docentes en ‘Fundamentos de mecánica’, en las cuales se interpreta la intención de transformar los contenidos por parte del docente, que actúan como viables y facilitadores en la adquisición de conocimientos, para favorecer la comprensión de los estudiantes.

El análisis de las situaciones académicas hizo posible extraer conclusiones como la identificación de que las estrategias didácticas del profesorado universitario poseen un peso importante en el papel formativo de los estudiantes, además del reconocimiento de la existencia de un constante interés del profesorado para facilitar el aprendizaje a los mismos. Otra conclusión establece que las estrategias didácticas mencionadas en este análisis son posibles de aplicar en virtud del elevado conocimiento que poseen los docentes sobre su asignatura, y que las problematizaciones imaginarias asociadas a esta, poseen valor didáctico acentuado en la corrección de errores conceptuales posibles y en la comprensión de fenomenologías nuevas, por citar algunas. El artículo concluye al afirmar que el aprendizaje, incluso a nivel de Educación Superior, se obtiene gracias a la transformación de contenidos en “formas didácticamente eficaces, ...esta transformación se opera mediante el CDC” (Mentado Labao et al., 2017, p. 46).

Otro trabajo investigativo es *Análisis estructural del Conocimiento Didáctico del*

Contenido científico escolar en futuros maestros de primaria (Verdugo-Perona et al., 2017). Tuvo como objetivo establecer la posible existencia de una estructura específica del CDC en lo que respecta a las Ciencias, manifiesta por medio de lo que los investigadores llaman “otros indicadores empíricos” (p. 446). Para llevar a cabo este trabajo, se formaron dos grupos de estudiantes para profesores; uno compuesto por 185 personas y el otro por 56 participantes. Se utilizó como herramienta el Content Representation (Co-Re), con base en preguntas abiertas de naturaleza científica, adecuadas a profesores de Educación Primaria. El cuestionario fue aplicado durante las sesiones de clase y los datos obtenidos fueron cotejados y analizados mediante diferentes softwares estadísticos, intentándose llevar a cabo la búsqueda de la correlación existente entre los métodos diferenciales y las respuestas dadas por los integrantes de ambos grupos. Tras un “ajuste de medida factorial compatible con los datos”, dicho modelo pasó a evaluarse en términos de “ajustarse correctamente en ambos grupos” (p. 448), no observando desviaciones significativas en los grupos, de donde se deduce la consistencia del modelo.

Así mismo, el trabajo de investigación y su caracterización permitieron observar aspectos de la modelación para la enseñanza entre los que se cuentan la “acción didáctica” ... [y el] “análisis didáctico” (p. 449). El grupo investigativo sostiene que un mayor conocimiento temático refiere “más y mejores objetivos de aprendizaje planteados y actividades para el aprendizaje, al igual que una mejor conciencia de los posibles obstáculos de aprendizaje de los alumnos” (Verdugo-Perona et al., 2017, p. 449), a la vez que anotan la improcedencia de deducir “la dependencia de la estructura del CDC con el conocimiento del contenido” (p. 449). Para terminar, los autores prometen, en futuros trabajos, realizar lo pertinente para evaluar lo referente a lo encontrado en este estudio sobre el CDC en ciencias básicas, para observar su variabilidad en virtud de la cualificación docente.

El artículo *Caracterización de las habilidades del pensamiento crítico para el desarrollo del conocimiento didáctico del contenido en profesores de ciencias naturales* fue elaborado por Salica (2018). El trabajo investigativo, se adelantó en Argentina, en el marco del “Programa de fortalecimiento en la enseñanza de las Ciencias Naturales” (p. 206). Contó con la participación de 58 docentes de 27 escuelas secundarias, con profesores con formación docente específica y con grado técnico o profesional en otras áreas. Las actividades pretest se realizaron en primera instancia, posterior a ellas fue la intervención didáctica, y el postest se llevó a cabo 60 días después de esta última. En opinión del autor,

el test como instrumento de medición investigativa permite la realización de un análisis tanto cualitativo como cuantitativo, en virtud de las especiales características de este.

El investigador declara que las actividades desarrolladas por parte del docente constituyen una fuente de información que permite conocer las habilidades del pensamiento crítico (PC), y el valor orientativo que pueden tener en la construcción de un CDC específico. Para el autor, quien convalida su opinión por medio de las teorías de varios expertos, existe una diferencia entre el saber científico y el hecho de poseer las habilidades para la enseñanza de las ciencias, mismas que reclaman otros tipos de estructuras mentales de orden superior que permiten el conocimiento científico a profundidad; además, también se hace necesario un doble esfuerzo por parte del profesorado, tanto en la apropiación temática como en el ejercicio de hacer posible la comprensión de esta a sus estudiantes en un contexto específico. El autor afirma que, el desarrollo y evaluación de las habilidades del pensamiento crítico del profesorado en ejercicio como competencia transversal ligada al pensamiento científico, resulta en una condición necesaria con influencia directa de los cuatro componentes del CDC: “disciplinar, psicopedagógica, contextual y metadisciplinar” (p. 204).

Como conclusiones, expresa evidenciar que los profesores de físico-química que poseen formación psicopedagógica-didáctica demuestran un mayor conocimiento didáctico que sus homólogos de otras áreas, en respuesta al hecho de haber sobrepasado en tres de los cinco aspectos estudiados mediante la aplicación del test y la metodología de trabajo. De esta manera, el investigador se permite predecir que el grupo de profesores que fue rebasado es susceptible de mayor atención para el desarrollo de su pensamiento crítico, en procura de la construcción individual de su CDC. Concluye en definitiva el académico, destacando el papel de la formación del pensamiento crítico en los profesores, como vía para coadyuvar en la construcción del Conocimiento Didáctico del Contenido, al tiempo que recomienda la necesidad de la inclusión de este parámetro en la formación de futuros maestros.

Un grupo investigadores colombianos llevaron a cabo el trabajo académico *Conocimiento Didáctico del Contenido sobre el principio de Arquímedes en un programa de formación de profesores de Física en Colombia* (Melo Niño et al., 2018). La investigación pretende responder al interrogante sobre la adecuación del CDC en el tema específico del Principio de Arquímedes para 21 docentes de Física en formación, estudiantes de Física de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en Bogotá, inscritos en la asignatura de segundo año en Mecánica de Fluidos. Luego de la formulación de interrogantes, se utilizó

la matriz Representación del Contenido (Re-Co) con algunas adaptaciones y tras el tratamiento de datos mediante las técnicas de análisis del contenido según Fraenkel et al. (2012, citado en Melo Niño et al., 2018), se establecieron relaciones entre ocho preguntas y alguno o todos de los cuatro componentes del CDC Seleccionados: orientaciones sobre la enseñanza de las ciencias, conocimiento sobre los estudiantes, conocimiento sobre las estrategias de enseñanza y conocimiento sobre la evaluación. Respecto de este en la enseñanza de la Física, el grupo de investigadores anotan que los estudios se han incrementado en los últimos dos años, mas no en la misma proporción en la que lo han hecho respecto de otras áreas del conocimiento.

En la exposición de sus resultados, los investigadores muestran tres tendencias del CDC (tradicional, intermedia y CDC ecléctico) en lo relacionado con el Principio de Arquímedes, con predominio de la primera de ellas; así como la postulación del CDC ecléctico como expresión de la variabilidad direccional que puede tomar el desarrollo del CDC en un momento dado. Los autores señalan la existencia de estudios respecto del CDC en Física en temáticas particulares, más no en prácticas de orden científico. También hacen referencia a la amplificación de este espectro investigativo hacia otras áreas como “las emociones, las creencias de autoeficacia y el conocimiento del contexto” (Melo Niño, et al., 2018, p. 273).

Para finalizar el recorrido en otras áreas del conocimiento, se revisa el trabajo académico *El conocimiento didáctico del contenido (CDC) de una profesora de ciencias: reflexión y acción como facilitadores del aprendizaje*”, desarrollado por el equipo de investigadores Vázquez Bernal et al., (2019). Este expone como eje central el aprendizaje de los estudiantes y las dificultades presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Constituye un estudio de caso de una docente del área de Ciencias de un instituto del sur de España, durante un período comprendido entre 2001 y 2017. Como base teórica se presentan los postulados de Shulman (1986) sobre la teoría del CDC, en conjunción con los aportes de otros autores que complementan e incluso expresan dudas sobre los postulados de la misma. Se determinó la inclusión de un instrumento documental tipo diario; allí fueron consignados, entre otros aspectos, las consideraciones de tres estudiantes de la profesora, respecto del proceso de intervención del cual ellos hacían parte.

La evaluación fue considerada desde tres aspectos: cualitativo, cuantitativo y heurístico. Así, se observa en la fase inicial del estudio una tendencia hacia el trabajo

memorístico como vía de aprendizaje bastante marcada con respecto a otros tipos de trabajo, para dar paso a una mirada de corte más constructivista en etapas posteriores de la misma; en cuanto a lo que los investigadores llamaron análisis del contenido, encontraron fuerte acentuación hacia un tratamiento técnico del mismo, entendiéndose por tal una labor de alto contenido memorístico, con poco trabajo en la dimensión práctica y nulo en la dimensión crítica de conceptualizaciones y aprendizajes. En un último tópico de indagación, análisis de vínculos, afirmaron observar un incremento en el CDC de la profesora, al declarar que los fundamentos de conocimiento de esta son más consistentes. Para concluir, los investigadores formulan el cuestionamiento en torno a la formación inicial que debería caracterizar al profesorado español como una forma de evitar las limitaciones didácticopedagógicas que evidencian graves fisuras en la formación del estudiantado.

Una vez examinadas las investigaciones referentes al CDC en otras áreas del conocimiento distinta a Matemáticas, se encuentra representación de países como EE.UU., México, Cuba, Colombia, Brasil, Argentina y España. El análisis y tratamiento de los artículos presenta características similares a los estudios iberoamericanos en CDCM. En este apartado se encontraron tres vertientes en torno a las cuales giraron las observaciones realizadas. La primera, agrupó las generalidades del CDC a través de cinco variables. La segunda, se interesa por la comparación del CDC entre profesores expertos y novatos. Y la tercera, hace un reconocimiento al investigador mexicano Andoni Garritz por los estudios y aportes realizados en CDC en el área de Química. Finalmente, se realizan comentarios generales sobre el CDC.

Para dar respuesta a la primera vertiente se identifican criterios comunes entre los estudios, con el objetivo de agruparlos en una tabla de datos con cinco variables seleccionadas: población objeto de estudio, nivel educativo, enfoque metodológico, técnicas e instrumentos de recolección de la información y el área de conocimiento en la cual se desarrolló la investigación. Su análisis se sustenta a continuación:

- Población objeto de estudio: esta categoría refiere a los sujetos que intervinieron en las investigaciones, su clasificación se hizo un tanto difícil dado que diferentes estudios cumplían con varios de los criterios de agrupación propuestos, se tuvo en cuenta para su clasificación la descripción inicial que aparecía bien fuera en el resumen del trabajo o en el apartado metodológico. El análisis realizado revela con el porcentaje más alto en cuanto a desarrollos investigativos corresponde a

profesores expertos y/o novatos con un 38,09% de los estudios totales abordados; seguido de los *profesores practicantes o en formación*, con una representatividad del 23,8%, finalmente, y con poca diferencia, se encuentran los *profesores de secundaria* y *profesores universitarios*, siendo la participación más baja, de 19,04% cada uno de ellos.

- Nivel educativo: esta variable se relaciona con el nivel al cual pertenecen los estudiantes que fueron objeto de las investigaciones. Los estudios constatan su focalización en el *nivel secundario*, con casi la mitad de su abordaje, exactamente un 47,6%, seguidas de las investigaciones del *nivel universitario* con un 42,9% de representatividad, y finalmente, los porcentajes más bajos se dan en los estudios *mixtos (secundaria y universitario)* y las investigaciones en el *nivel de primaria*, quedando así reducido a un 4,7% cada una de estas. Por lo tanto, es posible concluir que la mirada investigativa, se corresponde en áreas orientadas en Básica Secundaria y en diferentes carreras universitarias, situación que se hace coherente dada la especificidad de los tópicos analizados.
- Enfoque metodológico: para la consideración de esta variable fue necesario organizar los elementos con cuatro criterios. Conviene subrayar la dificultad para la clasificación de un alto porcentaje de los artículos, dado que no explicitaban el enfoque metodológico utilizado en su desarrollo, situación que hizo necesario clasificarlos en la línea de *no explícita* y corresponde a un poco más de la mitad, 52,4% de representación en relación con los restantes enfoques. Seguidas del *enfoque cualitativo* con 23,8%. En contraste, las investigaciones de *enfoque cuantitativo* no tuvieron ninguna representación, y las de *enfoque mixto (cualitativo y cuantitativo)*, con apenas un 9,5% de representatividad.
- Técnicas e instrumentos de recolección de la información: para esta categoría se exponen los tres diseños más representativos, de mayor a menor relación, con la *Teoría Re-Co o Co-Re, el estudio de caso y el análisis de la información*, con un 38,09%, 33,33% y 28,57%, respectivamente. De igual manera, se realizó la clasificación de los instrumentos, asignándole al *cuestionario* un poco más de la mitad del porcentaje, específicamente el 60%, convirtiéndose así en el instrumento más figurativo en las investigaciones. Con una reducción a la mitad del número de investigaciones, continúan *las observaciones*, en el siguiente renglón se marcan las

entrevistas con un 25% de representatividad. Es de anotar que en esta variable se presenta un comportamiento igual que en los artículos de CDCM, tanto en los instrumentos como en el porcentaje dado a cada uno de ellos.

- Áreas del conocimiento: en los procesos de enseñanza se destaca la *Química* con un 28,57% de estudios, con tópicos como estructura corpuscular de la materia, reacción química, el escalado de columnas cromatográficas y la estequiometría, entre otros, y su aplicabilidad en el campo científico; asimismo, se realizan estudios en *Ciencias en general* con un 23,8% de representatividad y la *Física*, materia en la cual se ha hecho objeto de estudio la temática conocimiento de la electricidad y el campo eléctrico, que constituyen otro ejemplo de la teorización del CDC en su ampliación de fronteras en lo referente a áreas de estudio, con un 19,04% de investigaciones, constituyendo estos ejemplos una muestra de la extensión de la teoría CDC hacia la multiplicidad de contenidos y disciplinas. Aunque en un porcentaje muy bajo, apenas del 4,7% las siguientes áreas también demuestran el hecho de ser susceptibles de la intervención calificadora del CDC con su sustento teórico y aplicativo: Inglés y otras áreas, Enfermería, Biotecnología y varias áreas unidas.

Dicha multiplicidad temática acentúa la naturaleza científica de la teoría CDC y permite, además, la apertura de otros caminos teóricos, dada la producción de conocimiento e investigación científica de los cuales el CDC se constituye como canal de desarrollo. Sin embargo, hay que mencionar que se hizo posible identificar la marcada recurrencia presentada en el estudio, análisis, comportamiento, descripción y caracterización del CDC en los profesores desde diferentes niveles educativos como la tendencia más acentuada en este apartado.

La segunda vertiente se encamina hacia el interés, expresado este en los objetivos o propósitos investigativos, por contrastar el CDC de los profesores novatos en relación con el de los expertos, y las diferencias que existen entre el conocimiento de la disciplina y, especialmente en el CDC, sustentado la experticia desde un único elemento condicional como lo son los años de ejercicio docente. De esta manera, se hizo posible calificar el CDC de los expertos como superior -entre otras características- en comparación con el de los docentes noveles, el cual presenta un incremento gradual directamente proporcional a la experiencia adquirida. Por lo que podría pensarse que con los años de experiencia se

establece una diferencia entre el conocimiento teórico, adquirido en la formación profesional inicial, y el conocimiento práctico, adquirido en la ejecución de la docencia.

Es así como el CDC se ha estudiado desde las Ciencias Sociales hasta adentrarse en el mundo matemático, científico, axiológico y de la salud, de la mano de postulados que proclaman la simplificación conceptual y la depuración profesional como elementos claves, entre otros, para llevar a cabo la transmisión de conocimientos propios de una temática, gracias al efecto de potencialización de su filosofía y su metodología educativa, enmarcados estos en la cualificación docente inicial y permanente de los actores en el campo educativo.

En la tercera vertiente se hace mención en forma particular y especial a la producción científica del mexicano *Andoni Garritz* en autoría y coautoría, en algunos casos, en lo que respecta al Conocimiento Didáctico del Contenido. Dada la amplitud de su producción, tras abordar temáticas científicas específicas, la multiplicidad de estas tratadas en el área de la Química y la extensión en el tiempo de sus investigaciones, que comprenden desde los inicios del CDC hasta el día de hoy, entre otros aspectos. Garritz se constituye como un referente en el plano de la investigación en la temática, en virtud de los numerosos aportes realizados, gracias a su trabajo y al desarrollo e implementación en el ámbito educativo del CDC.

Estudios sobre el CDC de profesores de Química en torno a los conceptos de reacciones químicas, teoría de la constitución corpuscular de la materia, estequiometría, hasta un compendio sobre lo que todo profesor debería poseer en referencia al Conocimiento Didáctico del Contenido en Química, son algunas de las temáticas tratadas por este investigador a lo largo de sus casi dos décadas de publicaciones en materia de investigación educativa en su área específica de conocimiento. Además de su labor en el campo de la Educación en Química, que consecuentemente constituye también un aporte al desarrollo del CDC en la enseñanza de las Ciencias en general, Garritz se permite abordar una temática hasta el momento relegada en materia de investigación educativa, misma que tras hacerse objeto de estudio de manera reciente ha comenzado, gracias a los aportes de diferentes investigadores, a adquirir en forma paulatina una dimensión nueva y mayor en lo referente al papel que juega en el marco del proceso de enseñanza y aprendizaje, como parte del conocimiento del profesor: la afectividad.

Los trabajos investigativos de Garritz y otros colegas se caracterizan por su amplitud expositiva en materia de referentes teóricos que enmarcan y sustentan sus consideraciones

científicas, así como por la concatenación existente entre sus diferentes investigaciones, hecho que confiere cierto carácter de continuidad a su producción en el campo de la literatura científica. Así, es común encontrar en el autor mexicano citas o referencias de sus trabajos anteriores que sirven como argumento para convalidar tesis de trabajos nuevos, o contextualizar los mismos, aspecto este que enmarca la visión amplia, generalizada e integral, que Garritz posee sobre el área del conocimiento que aborda: la Educación Química.

Finalmente, y en relación con los aspectos a inferir sobre el CDCM y su variedad aplicativa, se puede citar la naturaleza científica del constructo, dada su probada fiabilidad en diferentes situaciones de estudio centradas en esta área y los referentes de cualificación reportados por los autores de múltiples labores adelantadas con la intención de someter a análisis o tratamiento un aspecto determinado de la enseñanza en la materia. Tal condición de aplicabilidad se presenta también en las demás áreas del conocimiento, que aunque diferentes a las Matemáticas, arrojan resultados similares y comparables respecto al CDC, no solo desde su caracterización en un alto porcentaje de los estudios analizados, sino también desde los elementos metodológicos como es el enfoque cualitativo, el cual se torna como predominante en este aspecto, también como en los diseños metodológicos, que van desde los estudios de caso, el análisis de contenido y la teoría Re-Co, esta última para el caso específico del análisis del CDC en otras áreas, siendo esta teoría nula en la especificidad del área de Matemáticas.

Sin embargo, no se puede dejar de lado que en algunas de las investigaciones se ha puesto en duda la naturaleza científica del CDC y su necesidad para el ejercicio docente, dada su intangibilidad para ser documentada, en virtud de su carácter subjetivo como construcción individual. Habría que decir también, la no relevancia en la medición de la confiabilidad del CDC como elemento de intervención en función del nivel de educación en el cual se aplican sus postulados en un momento dado, pues el material analizado muestra abordajes similares en todos los niveles educativos, aunque se hace destacable también una inclinación al tratamiento del CDCM en la Educación Secundaria y la Superior. En lo que concierne a otras áreas, pero no así en el caso específico de las Matemáticas, se deja paso a la pregunta de la pertinencia de la realización de investigaciones sobre el CDCM en Educación Primaria como una forma de visibilizar sus bondades en el proceso de formación académica.

Con el paso del tiempo el CDC ha traspasado con éxito a diferentes áreas del conocimiento humano, tanto Educación Matemática como en Educación en Química, Física, Biología, e incluso en el área de la Salud, son algunas en las cuales se destacan las investigaciones consultadas. Respecto de las demás áreas del conocimiento, basta decir que un abordaje científico y metodológico enfatizado, destaca aspectos no visibles de estas áreas desde los cuales sería posible desprender análisis o estudios sobre las mismas, aspecto que procura posiblemente el incremento en cuanto al conocimiento que se construye en torno a ellas, es decir, un conocimiento didáctico aplicado a determinada área facilita su comprensión al tiempo que profundiza y complementa la mirada del profesional sobre la enseñanza de esta.

Analizando otros aspectos en torno al CDC, puede citarse la inclinación de diversas investigaciones consistentes en la referencia de resultados concluyentes en materia de esta teoría con base en trabajos de intervención o análisis académicos que, si bien tienen la propiedad de operar cambios significativos al interior de la ejecución del procesos educativos de determinada población, no por ello se encuentran en capacidad de introducir los cambios concluyentes y definitivos que en ocasiones, entre líneas, pareciera proclamarse por algunos académicos. Las intervenciones de orden operacional y conceptual se constituyen como marcadores de cambio que, siendo real en la gran mayoría de los casos, se producen de forma paulatina y cuyos efectos se hacen visibles al paso del tiempo, pero muy difícilmente de manera directa y espontánea tras la aplicación de un trabajo investigativo.

En términos comparativos, tras abordar el panorama colombiano respecto del CDCM en cuanto a investigaciones que han hecho del mismo su objeto de estudio, es imperioso reconocer la dificultad existente en la búsqueda de material en virtud de la escasez investigativa del país en el área. Treinta años de existencia del CDC como parte de una teoría sobre el conocimiento del profesor han generado un número reducido de artículos investigativos en torno a este; no obstante, en comparación con países vecinos, Colombia es mayormente productiva en estudios, especialmente en áreas de Educación como Física y Química, esta última abanderada por el grupo investigativo Alternancias de la Universidad Pedagógica Nacional entre los años 2007 y 2014. Asimismo, es necesario recalcar que las investigaciones abordadas se han enfocado en indagar por el conocimiento didáctico del contenido que tienen los profesores, mediante el análisis de este a través de

categorías explícitas y bien definidas, conocimiento que es exhibido mediante el desarrollo de algunos tópicos matemáticos. Por lo tanto, se puede concluir que las principales preocupaciones de las investigaciones nacionales se han fundamentado en tratar de identificar el CDC que poseen los docentes al enfrentarse a una situación de aprendizaje y cómo este se va construyendo a partir de su experticia.

En el panorama regional de estudios sobre el CDC, en lo que refiere al capítulo eje cafetero como zona de influencia local del aporte investigativo, no se encontraron reportes de artículos científicos, apenas pueden citarse algunos académicos cuyos trabajos en la materia gozan de reconocimiento en el ámbito académico, pero no específicamente en el área que se convoca en la presente investigación.

2.2 Conocimiento Didáctico del Contenido

La presente propuesta parte del interés por conocer el CDC que poseen los docentes en el marco de las prácticas pedagógicas propias del área de Matemáticas. Por tal razón, se da inicio a la misma mediante un amplio recorrido en torno a su origen, características, conceptualización, categorías y desarrollo de modelos desde la mirada de diferentes autores y áreas de conocimiento, hasta llegar específicamente al área de la que se ocupa la investigación. Además de las implicaciones que se dan con su abordaje, en la misma línea se presenta la pertinencia e importancia de su desarrollo en el ámbito educativo y las recomendaciones generales para dicho abordaje.

Es necesario aclarar que la categoría expuesta en esta investigación se encuentra enmarcada dentro de diferentes denominaciones de acuerdo al lugar en el cual se desarrolla. Así, en países anglosajones, por ejemplo, se le conoce como Pedagogical Content Knowledge (PCK); sin embargo, aunque la traducción al español se lee como “Conocimiento Pedagógico del Contenido”, no se asume así en los diferentes lugares en los cuales se ha estudiado y, por lo tanto, se hace necesario aclarar los distintos nombres que toma la categoría. Lo propio se ha hecho en la península Ibérica, en donde su denominación ha sido objeto de adaptación en diferentes universidades y por parte de varios autores, destacando entre otras, la de Sevilla (Marcelo García, 1993), Granada (Bolívar Botía, 1993) y Extremadura (Mellado y Carracedo, 1993).

Por recomendación de Marcelo García (1993) es traducido finalmente como “Conocimiento Didáctico del Contenido”, y es en esta acepción como se entiende para este contexto. El cambio citado es justificable desde la disimilitud del idioma, y es aceptado por

diferentes investigadores de cara a la estructuración de sus estudios. Tal unificación de criterio en torno a las distintas acepciones de la categoría evita entrar en el terreno de las discusiones teóricas y semánticas, aun cuando dicha unificación no pretende argumentar que la totalidad de los trabajos investigativos poseen igual enfoque y significado (Bolívar Botía 2005). Garritz et al. (2014), agregan el término “transposición didáctica” para referirse al mismo concepto, y explican esa inmersión desde una metáfora: “Lo que llamamos rosa exhalaría el mismo grato perfume con cualquier otra denominación” (p. 7).

Después de tres décadas de la incursión del CDC en el ámbito educativo, los estudios continúan en diferentes países desde varias miradas. Entre muchas, se pueden citar aspectos diversos del CDC en sí mismo como modelo teórico para la investigación sobre la formación del profesorado de ciencias, su aplicación en la enseñanza de temas de ciencias habituales en el currículo escolar y en los currículos reformados e incluso su utilización en la enseñanza de una asignatura completa (Acevedo, 2009). De acuerdo con Ball et al. (2008) pocas veces se presenta un interés tan marcado en alguna idea, dada la gran cantidad de publicaciones respecto al CDC que se presentan de forma permanente, conservando además esta tendencia a través de revistas, artículos, libros y capítulos de libros en diferentes áreas del conocimiento, tales como: “ciencias, matemáticas, estudios sociales, inglés, educación física, comunicación, religión, química, ingeniería, música, educación especial, aprendizaje de inglés, educación superior y otros” (p. 392). Al respecto, Abell (citado en Garritz et al., 2014) justifica la pertinencia del CPC:

Todavía no sabemos lo suficiente acerca del CPC que tienen los profesores de ciencias, cómo llegan a adquirirlo, o qué hacen con él. No sabemos lo suficiente acerca de la transformación del conocimiento de la materia que está en el corazón del asunto. (p. 5)

Es así como el Conocimiento Didáctico del Contenido adquiere importancia en el marco de esta investigación desde todos sus componentes, al encontrarse inmerso en un contexto educativo que presenta como algunos de sus antecedentes, las críticas sobre la didáctica del profesor, la urgencia de profesionalización de la enseñanza y el restablecimiento del valor que tiene el dominio de las temáticas para el profesor, así como la necesidad de un modelo integrador del conocimiento del contenido con el conocimiento pedagógico (Pinto Sosa y González Astudillo, 2008). El CDC es un constructo que permea algunos elementos estructurales para el desarrollo de las prácticas educativas. En un poco

más de tres décadas desde su aparición, el CDC “ha sido utilizado como marco para diversas investigaciones tanto referentes a la enseñanza de las diferentes disciplinas, como a la formación del profesorado” (Valbuena Ussa, 2007, 141).

2.2.1 Origen del Conocimiento Didáctico del Contenido

Con el propósito de comprender el origen del CDC, se inicia con un recorrido histórico que fundamenta el surgimiento del Conocimiento Didáctico del Contenido a través de su autor pionero, Lee Shulman, quien en la década de los 80 se sumerge en el ámbito educativo, a partir de la identificación y análisis de pruebas escritas realizadas en los estados de Massachusetts, Michigan, Nebraska, Colorado y California (EE.UU.), a personas cuyo propósito se fundamentaba en la vinculación al área educativa de manera específica. Las pruebas citadas presentaban como característica importante en lo referente a su estructura, cierta estandarización que giraba en torno a la forma en que se determinaba el conocimiento de los profesores en veinte áreas diferentes, entre las cuales se encontraban Aritmética, escrita y mental, al igual que Álgebra, en lo que respecta a las Matemáticas. Situación que el autor cuestiona desde la perspectiva y el énfasis asignado a estas en lo concerniente al tipo de pregunta utilizada (Shulman, 1986).

Así mismo, Shulman (1986) se cuestiona por diferentes factores del proceso educativo con preguntas que hacen referencia a los contenidos específicos que enseña el profesor, al proceso mental necesario para estructurar los contenidos enseñados y, finalmente, la forma en que ese contenido llega de manera específica a ser entendido por los estudiantes; cuestiones que no fueron muy abordadas en las investigaciones desarrolladas hasta la década de los 80 para dar sustento a “El paradigma Perdido”, que hace referencia a la materia y al contenido por enseñar, los que hacen parte, a su vez, de la práctica docente. Dos décadas más tarde, Gudmundsdóttir y Shulman (2005), Pinto Sosa y González Astudillo (2008), Mochón y Morales Flores (2010), Escudero et al., (2012) y Giné de Lera y Deulofeu (2014) evidenciaron a través de sus investigaciones las dificultades que presenta el profesor en el manejo de esos contenidos, su evolución y representación en su práctica docente. Al respecto, Pinto Sosa y González Astudillo (2008) plantean la relevancia e implicaciones que posee el conocimiento del contenido en el proceso educativo al expresar los elementos a favor y en contra del mismo:

Conocer bien el contenido de una lección incrementa la capacidad del profesor para realizar actividades diferentes en el aula, coordinar y dirigir las intervenciones y preguntas de los estudiantes, generar un cúmulo de estrategias de enseñanza vinculadas con el contenido y profundizar en el por qué y el para qué de la asignatura. (p. 89)

La reflexión anterior pone de manifiesto el papel fundamental que juega el conocimiento en el campo educativo desde los niveles básicos hasta el universitario, y que ha sido tema de discusión entre no pocos investigadores.

El CDC tiene su origen en EE.UU. en los años ochenta, como una estructura teórica del conocimiento y formación de los profesores; se expone por primera vez en dos artículos de Shulman (1986/1987), *Those who understand: knowledge growth in teaching* (Aquellos que entienden: el crecimiento del conocimiento en la enseñanza) y *Knowledge and teaching: foundations of new reform* (Conocimiento y enseñanza: Fundamentos para una nueva reforma). En los artículos aparece una propuesta teórica que proporciona los cimientos de la línea de investigación “Conocimiento del profesor” y la noción de Conocimiento Didáctico del Contenido. Dicha propuesta surge en un momento histórico de deterioro de la Educación en Estados Unidos y cuyo contexto estuvo fuertemente marcado por tres factores: la pobreza escolar, planes curriculares descontextualizados y la existencia de docentes sin preparación académica adecuada, situación que enmarca el escenario educativo para la época. Es necesario mencionar además que antes de 1870 los padres eran quienes determinaban el contenido que se le enseñaba a sus hijos (Berglund, 2002). Como consecuencia de esta situación emerge una corriente llamada “Conocimiento base para la enseñanza” que expresa como propósito fundamental examinar el conocimiento profesional que tienen los profesores, ya que se considera que estos deben tener un mínimo de conocimiento de cara a su labor, asunto que se privilegia en la presente tesis doctoral. El conocimiento base se estructura a partir de cuatro pilares esenciales:

1. Formación académica en la disciplina a enseñar.
2. Los materiales y el contexto del proceso educativo institucionalizado (por ejemplo, los currículos, los libros de texto, la organización escolar y la financiación, y la estructura de la profesión docente).

3. La investigación sobre la escolarización; las organizaciones sociales; el aprendizaje humano, la enseñanza y el desarrollo, y los demás fenómenos socioculturales que influyen en el quehacer de los profesores; y
4. La sabiduría que otorga la práctica misma. (Shulman, 1987, p. 12)

Finalmente, la situación que enmarcó el contexto educativo en EE.UU. y el supuesto fundamental de que existe una base de conocimiento orientada a la enseñanza, entre otros factores, dio paso al surgimiento del Conocimiento Didáctico del Contenido. En este sentido, Pinto Sosa y González Astudillo (2008) exponen algunos de sus antecedentes:

1. La urgencia de que la enseñanza fuera profesionalizada.
2. Los pobres resultados en los exámenes locales e internacionales.
3. Los comentarios desfavorables en lo referente a la didáctica utilizada por los docentes.
4. La premura por rescatar el valor del conocimiento del contenido como uno de los pilares fundamentales en lo que respecta a los docentes.
5. Creación de un modelo integrador del conocimiento del contenido con el conocimiento pedagógico.

Para finalizar el presente apartado se presenta una reflexión referente a los alcances de esta propuesta teórica, en palabras de Pinto Sosa y González Astudillo (2008, citado en Shulman, 1987):

El CDC no se limita a estudiar cómo se enseña para obtener conocimiento de la didáctica general, sino que busca que el profesor comprenda lo que se ha de aprender y cómo se debe enseñar el contenido a partir de la propia práctica docente, de la comprensión de cómo el alumno aprende y comprende, resuelve problemas y desarrolla su pensamiento crítico acerca de dicho contenido. (p. 86)

En cuanto a la necesidad de tener una base de conocimientos específicos para una enseñanza adecuada, Magnusson et al. (1999) lo consideran como un aporte significativo a este proceso, igualmente califican como “revolucionario” el Conocimiento Pedagógico del Contenido por ser considerado con características de singularidad en la profesión docente.

2.2.2 Características y significaciones del Conocimiento Didáctico del Contenido

De acuerdo a las investigaciones desarrolladas por diferentes autores en torno al CDC en variadas áreas del conocimiento y niveles educativos, ha sido posible identificar diversas características y significaciones que se han atribuido al CDC desde estas miradas, y en las

cuales se encuentran no solo puntos de convergencia, sino también distanciamientos en torno al mismo, tal como se evidencia en el presente apartado, con el cual se pretende realizar un recorrido que muestre cómo este concepto ha ido evolucionando de manera paulatina.

Shulman (1986) consideraba que además del conocimiento de la materia y del conocimiento psicopedagógico general, entre otros, los profesores desarrollan un conocimiento específico sobre la forma de enseñar su materia al que denominó el Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC). Este conocimiento es elaborado de forma personal por los profesores en la práctica de la enseñanza, constituye un cuerpo de conocimientos que distingue a la enseñanza como profesión y es una forma de razonamiento y acción didáctica por la cual los profesores transforman un contenido dado en representaciones comprensibles para sus estudiantes.

Cabe señalar que la National Research Council (1996, citado en Garritz y TrinidadVelasco, 2004, p. 99) informa sobre la incursión del PCK en los Estándares de Desarrollo Profesional de los Profesores de Ciencias de los Estados Unidos. El programa de Shulman y el PCK se convirtieron en abanderados de las propuestas de reforma de la formación de profesores en ese país (Bolívar Botía, 2005). Para Stengel “el CDC significa un paso de un punto de vista newtoniano del conocimiento del profesor a un einsteiniano punto de vista del conocimiento de la enseñanza” (1992, citado en Bolívar Botía, 2005, p. 26) Dicho concepto ha tomado tanta importancia, que no pocos trabajos se han presentado en diferentes eventos de Educación Científica –National Association for Research in Science Teaching (NARST), Association for Science Teacher Education (ASTE), European Science Education Research Association (ESERA), entre otros (Acevedo, 2009).

Tras años de investigaciones en el tema de interés, Garritz et al. (2014), reconocen que definir el CDC está lejos de ser sencillo, al tratar de capturar su esencia desde todos los elementos que lo conforman. La dificultad para definir este concepto reside en la forma ambigua como fue citado por Lee Shulman en sus inicios, “pues entonces no hizo alusión al modo en que podía hacerse operativo y, menos aún, a los elementos que permitían definirlo (Geddis et al., 1993; Gess-Newsome, 1999; Grossman, 1990)” (citado en Acevedo, 2009, p. 25).

Según Talanquer (2015), “el CDC de un docente es difícil de caracterizar, ya que se trata de conocimiento tácito que no se puede articular con facilidad, pero que se manifiesta de manera más clara en la práctica educativa” (p.10). Kagan afirma que “la investigación

sobre el Conocimiento Didáctico del Contenido es “algo abstracta, poco enfocada y amorfa” (1090, p. 438). De igual manera, Marks (1990), sostiene:

Claramente el concepto de CDC es difícil de ser concretado teóricamente. En sentido práctico, sin embargo, representa una clase de conocimiento que es central en el trabajo de los profesores y que podría no ser fomentado por la enseñanza académica de la materia o por profesores que la conocen poco. (p. 29)

Algunos conceptos agrupados en Acevedo (2009) son: “El CDC es un concepto complejo y poliédrico, no sólo como conjunto de conocimientos y destrezas, sino también por las diversas interpretaciones que se han hecho del mismo (Abd-El-Khalick, 2006; Berry, Loughran y Van Driel, 2008)” (p. 24).

Sin embargo, en la misma investigación, Acevedo (2009) realiza la siguiente afirmación: “La noción del CDC incluye la idea de que los profesores con éxito en la enseñanza del contenido de determinado tema tienen una especial comprensión del conocimiento de ese contenido y de la didáctica necesaria para su enseñanza” (p. 27). Señala también que el CDC se ocupa de todas las actitudes que devienen de los profesores respecto a la materia, la manera de enseñarla y la elección de contenidos, desde su gusto o ignorancia para enseñarla. También expresa, además, la siguiente consideración: “El CDC incluye las conexiones entre los conocimientos de la materia y didácticos del profesor. Esta interacción permite la transformación del contenido para su enseñanza; es decir, la transposición didáctica del contenido” (Chevallard, 1985, citado en Acevedo, 2009, p. 22). Debido a que la transposición didáctica proporciona una base epistemológica propia a las didácticas específicas, en este caso las Matemáticas, el concepto de transposición didáctica es definido y ampliamente abordado por Chevallard (1998) así: “Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre (...) un conjunto de transformaciones (...) El ‘trabajo’ que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la transposición didáctica” (p. 45).

Dado que la mirada de esta investigación se centra en el Conocimiento Didáctico del Contenido, la cual corresponde a la cuarta categoría enunciada por Shulman, a continuación, se define en palabras de su autor fundante, así:

Entre estas categorías, el CDC adquiere particular interés porque identifica los cuerpos de conocimientos distintivos para la enseñanza. Representa la mezcla entre materia y didáctica por la que se llega a una comprensión de cómo determinados

temas y problemas se organizan, se representan y se adaptan a los diversos intereses y capacidades de los alumnos, y se exponen para su enseñanza. El CDC es la categoría que, con mayor probabilidad, permite distinguir entre la comprensión del especialista en un área del saber y la comprensión del pedagogo. (1987, p.10)

Marcelo (1993), expresa la importancia que tiene este tipo de conocimiento “por configurarse como una de las contribuciones más poderosas y actuales de la investigación didáctica para la formación del profesorado” (p. 7). Posteriormente, en otra de sus investigaciones, Marcelo García (2001) explica: “El CDC aparece como un elemento central del conocimiento del profesor. Representa la combinación adecuada entre el conocimiento de la materia a enseñar y el conocimiento pedagógico y didáctico referido a cómo enseñarla” (p. 5).

En este mismo sentido, (Gess-Newsome, 1999) expresa que el CDC puede ser caracterizado como una propiedad emergente del pensamiento docente y como tal debe ser estudiado y caracterizado en la praxis, así también declara que lo más relevante de la aportación de Shulman es haberlo incluido como un importante cuerpo de conocimiento, fundamental para la enseñanza de un saber particular.

Magnusson et al. (1999), identifican el CDC de una manera más concreta, así: El conocimiento de contenido pedagógico es la comprensión del profesor de cómo ayudar a los estudiantes a entender temas específicos. Incluye el conocimiento de cómo temas de la materia en particular, problemas, y las cuestiones pueden ser organizadas, representadas y adaptadas a los diversos intereses y habilidades de los estudiantes, y luego presentarse para la instrucción (p. 2).

Por otro lado, Bolívar Botía (2005) lo define de la siguiente manera: “Es la capacidad para trasladar/transformar el conocimiento de la materia en representaciones didácticas (significativas, comprensibles o asimilables) para los alumnos (p.16).

Garritz (2013), lo describe como una cualidad que tiene dos miradas: la primera, tener el conocimiento esencial en el tema y, la segunda, la forma de impartirlo en la práctica. Además, expresan que, “este conocimiento es producto del razonamiento, la planeación para enseñarlo y la forma de enseñar un particular tema, en una forma particular, por razones particulares también, para lograr incrementar el aprendizaje como resultado en un grupo particular de alumnos” (p. 462).

Un año más tarde, el mismo autor en coautoría con otros investigadores amplían la segunda mirada, como un modelo que tiene dos frentes, el primero, de razonamiento y, el segundo de acción pedagógica, la cual se relaciona de manera directa con los componentes de la disciplina y su correlación con la pedagogía. Sus características posibilitan el abordaje de tres elementos esenciales del proceso educativo en ciencias, tales como: a) el proceso evolutivo que se da en la formación en los docentes, desde estudiantes aprendices con experiencia, hasta docentes novatos y posteriormente expertos, b) el seguimiento al desarrollo de las prácticas pedagógicas, de tal manera que proporcionen información respecto a los problemas que pueden llegar a presentarse no solo en la enseñanza, sino también en el aprendizaje de las Ciencias, ya que las consideran como “un sistema de naturaleza compleja, multidimensional y dinámica” (Garritz et al., 2014, p. 17), situación que aumenta el conocimiento de manera gradual y, c) identificar las condiciones que rodean una buena práctica y la forma como se perfecciona a partir de la experiencia en el ejercicio docente para la transformación de los contenidos propuestos.

Talanquer (2015) afirma: “El CDC de los docentes resulta de la interacción dinámica entre el conocimiento disciplinar, conocimiento histórico-epistemológico y social, conocimiento psicopedagógico y didáctico, y conocimiento del contexto que cada docente integra de manera idiosincrática” (p. 9). En la misma explicación, propone otra conceptualización: “El CDC es un conocimiento organizador en el que los otros conocimientos se ven transformados en un proceso dialógico (pasivo o activo) en el que el profesor va construyendo su saber profesional como tal” (pp. 15-16).

Se hace necesario resaltar la importancia que tiene el estudio del CDC desde todos sus componentes, al respecto Parga Lozano et al. (2015) lo definen como una construcción que integra los distintos conocimientos, uno como modelo integrador y otro como conocimiento transformador, su combinación es lo que da origen a un conocimiento nuevo, no la suma de sus partes, de ahí la importancia de que la mirada abarque todos y cada uno de sus elementos fundantes.

Aunque ha sido un tema que ha generado no solo polémica y discusión entre diferentes autores, sino también variada bibliografía al respecto en diferentes ámbitos, es claro la homogeneidad que se presenta en dos aspectos: la necesidad de un conocimiento base para enseñar y las diferentes formas que los profesores utilizan para enseñarlo. Siendo así, es imperante resaltar la importancia que tiene el estudio del CDC desde todos sus

componentes. El CDC en Matemáticas con todo su andamiaje conceptual, se convierte en otra opción para pensar el acto educativo; en palabras de Pinto Sosa y González Astudillo (2008) “El CDC busca que el profesor comprenda lo que se ha de aprender y cómo se debe enseñar el contenido a partir de la propia práctica docente” (p. 86). La transformación del sistema educativo es una tarea compleja y no puede ser realizada desde afuera por actores externos, sino que debe adelantarse con los mismos actores que le han dado lugar al sistema vigente que se quiere transformar.

En el ámbito internacional, es importante resaltar los países más representativos en investigaciones referidas al CDC. Entre ellos están “Estados Unidos y los países del norte de Europa, cuyas publicaciones aparecen en inglés, en alemán, finlandés o sueco, con las dificultades obvias que el idioma impone a la difusión de estos trabajos en el ámbito educativo de nuestra región” (Garritz et al. 2014, p. 16). Otros países iberoamericanos representativos en el tema son España, México, Chile y Brasil; y Venezuela en menor proporción. Hasta la década de los 90, en EEUU particularmente, las didácticas específicas con mayor número de estudios en el tema correspondían a Matemáticas, Biología, Inglés y Ciencias Sociales en Secundaria.

Como cierre de este apartado, se evocan las ideas de dos autores sobre CDC, que desde sus voces abarcan los elementos fundantes para el desarrollo del tema en mención. El primero de ellos es Talanquero (2015), quien realiza esta declaración: “El CDC es una forma de conocimiento altamente específica que varía de un tema a otro y se manifiesta de diferentes maneras, dependiendo del contexto en el que los docentes trabajan” (p. 9). Finalmente, Garritz et al. (2014) con esta intervención respecto al CDC:

Es el conocimiento que no se limita a los saberes construidos en los procesos de formación inicial y continua de origen académico, sino aquel que ha sido construido desde los diferentes contextos del desarrollo experiencial y profesional del profesor, que tiene en cuenta los aportes del conocimiento interdisciplinar, y además, el transdisciplinar a partir de los saberes culturales de las comunidades, sin desconocer los factores institucionales, familiares y políticos que inciden en las decisiones como profesional de la docencia y le imprime el sello de identidad particular como docente. (p. 11).

2.2.3 Desarrollos del CDC en los modelos de Conocimiento

A partir de la propuesta de Shulman (1986, 1987), diferentes autores se han interesado en el desarrollo de modelos que estudien el conocimiento que tienen los docentes; por lo tanto, han formulado modelos similares derivados a esta, que difieren tanto en el número de componentes o categorías como en sus nombres, los cuales se encuentran estructurados en diversas áreas del conocimiento. Para este caso, se seleccionaron algunos modelos cuya organización aborda en su cuerpo de conocimiento el CDC en alguna de sus categorías o como eje articulador. Por la importancia que representa al identificar el saber profesional docente y la manera en que se diferencia del saber de otros profesionales, y por los efectos positivos causados en la enseñanza (Shulman, 1987; Grossman, 1990; Carlsen, 1999; Gess-Newsome, 1999; Magnusson et al., 1999; Valbuena Ussa, 2007), es que se selecciona el CDC como categoría de análisis.

El objetivo de esta selección tiene como base la observación y análisis de cada uno de los modelos, a la vez que intenta contrastar en cuáles elementos convergen, se distancian o se presentan novedades y cómo han evolucionado con el tiempo. Inicialmente, se explicarán los modelos que estudian el CDC de manera general para cualquier área de enseñanza, seguido de aquellos modelos de CDC desarrollados específicamente en el área de Matemáticas, y se finalizará con la sustentación del modelo objeto de análisis en la presente investigación, el MKT y las categorías correspondientes al dominio CDC, a saber: conocimiento del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento del contenido matemático y la enseñanza y conocimiento del contenido matemático y el currículo.

2.2.3.1 El CDC en los modelos de Conocimiento. Se inicia este recorrido con la presentación de seis autores que han desarrollado modelos de conocimiento del profesor y cuya base se fundamenta en alguna de sus categorías en el CDC para abordar cualquier área de conocimiento. La presentación atiende a la línea cronológica de su publicación y abarca elementos como número de categorías, características generales y el gráfico correspondiente de cada uno de ellos. Los modelos que se plantearán en esta sección corresponden a los siguientes autores: Shulman (1986, 1987), Grossman (1990), Carlsen (1999), GessNewsome (1999), Magnusson et al. (1999) y Morine-Dershimer y Kent (1999).

2.2.3.1.1 Lee S. Shulman. Shulman (1986) señala por primera vez la importancia de la materia específica para enseñar en la formación del profesorado y fundamenta su

planteamiento en tres categorías del conocimiento profesional del docente, a partir del conocimiento base para la enseñanza:

1. Conocimiento del contenido: se refiere a los contenidos y la forma como estos son organizados por los docentes en su mente, al respecto enumera algunas organizaciones: la taxonomía cognitiva de Bloom, las variedades de aprendizaje de Gagné, la distinción de Schwab entre las estructuras sustantivas y sintácticas del conocimiento y las nociones de Peter que son paralelas a las de Schwab. En este primer componente el docente debe estar en capacidad de justificar los elementos centrales en su disciplina y los que no lo son. Este conocimiento tiene dos partes: el tema y las estructuras de su organización (Ball et al., 2008).
2. Conocimiento pedagógico del contenido: un segundo tipo de conocimiento de contenido es el conocimiento pedagógico, que va más allá del conocimiento del sujeto en el área *per se* a la dimensión de conocimiento de la materia para la enseñanza. “Todavía hablo de conocimiento aquí, pero de una forma particular de contenido del conocimiento que encarna los aspectos del contenido más pertinente a su capacidad de enseñanza” (Shulman, 1986, p. 10). Dentro de este conocimiento se incluyen los contenidos que son enseñados con mayor regularidad, lo que abarca:

...las formas más útiles de representación [...], analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones, es decir, las formas de representar y formular el tema que lo hacen comprensible a los otros [...] además de la comprensión de lo que hace fácil o difícil el aprendizaje de un tema concreto: las concepciones e ideas previas que los estudiantes de diferentes edades traen al aprendizaje.”. (Shulman, 1986, p. 9)

Estas formas se encuentran por un lado en las investigaciones realizadas en el tema y por otras en la experticia a la que conlleva la práctica pedagógica.

3. Conocimiento curricular: de acuerdo a Shulman (1986), el currículo se configura a partir de tres elementos: primero, los programas de cada uno de los niveles escolares, los cuales incluyen los temas a enseñar, segundo, los materiales, que están relacionados con los programas intencionados y tercero, las sugerencias dadas para el uso, tanto del currículo como de los materiales. Autores como Bolívar Botía (2005), expresan los requerimientos que tiene el abordaje de este concepto: “Diseñar programas de formación para generar un CDC en el profesorado implica estrategias

que permitan adaptar, crear, y transformar el currículo oficial y el conocimiento disciplinar al contexto de la clase” (p. 23).

Posteriormente, Shulman (1987) propone siete categorías, incorporando las anotadas el año inmediatamente anterior.

1. Conocimiento del contenido.
2. Conocimiento didáctico general, teniendo en cuenta especialmente aquellos principios y estrategias generales de manejo y organización de la clase que trascienden el ámbito de la asignatura.
3. Conocimiento del currículo: “con una comprensión particular de los materiales y los programas que sirven como ‘herramientas para el oficio’ del docente” (p.8).
4. Conocimiento didáctico del contenido: esa especial amalgama entre materia y pedagogía que constituye una esfera exclusiva de los maestros, su propia forma especial de comprensión profesional (p.10). Incluye diversos componentes: “Las formas más útiles de representación de las ideas, las más poderosas analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones en unas palabras, las maneras de representación y formulación del tema que lo haga comprensible a otros” (p. 9).
5. Conocimiento de los alumnos y de sus características.
6. Conocimiento de los contextos educativos, que abarcan desde el funcionamiento del grupo o de la clase, la gestión y financiación de los distritos escolares, hasta el carácter de las comunidades y culturas; y
7. Conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores educativos, y de sus fundamentos filosóficos e históricos. (p. 11)

Es de aclarar que el abordaje y análisis del CDC tiene sus inicios en áreas como Inglés, Biología, Matemáticas y Sociales en el nivel de secundaria (Shulman 1986). Durante las tres décadas de su estudio, las investigaciones realizadas han abarcado otras áreas de conocimiento, disciplinas y carreras profesionales -como ya se ha explicado párrafos atrás- de igual manera que en diferentes niveles educativos como primaria y universitario.

2.2.3.1.2 Pamela Grossman. La autora plantea una propuesta del conocimiento profesional del profesor cuya base se erige a partir de los planteamientos expuestos por Shulman, de quien fue alumna en la década de los ochenta (Grossman, 1990). La

investigación se realizó con profesores de secundaria y se adentra en un campo diferente al de las ciencias, particularmente en el área de Inglés. Para este desarrollo reagrupa las siete categorías de su maestro y propone solo cuatro de ellas como base del conocimiento del profesor, lo que quiere decir que subordina tres de estas a subcategorías y las reformula en alguna de las cuatro iniciales. De acuerdo a esta organización, su propuesta identifica cuatro tipos de conocimientos, los cuales se describen a continuación:

1. *Conocimiento del contenido, conocimiento de la disciplina:* Grossman ubica el conocimiento del contenido planteado por Shulman (1986) como un conocimiento y lo amplía de la siguiente forma: “El conocimiento del contenido se refiere al conocimiento de los principales hechos y conceptos dentro de un campo y las relaciones entre ellos” (p. 6). El aporte de esta categoría se convierte en un factor relevante dentro de la investigación, dado que no es trabajado por los otros autores. Para el estudio y análisis de esta categoría organiza el conocimiento disciplinar a partir de tres elementos en los que se subdivide:
 - a. El contenido: que hace mención sobre lo que trata la disciplina a enseñar.
 - b. Las estructuras sustantivas: “se refieren a los diversos paradigmas dentro de un campo que afectan tanto la forma en que se organiza el campo como las preguntas que guían la investigación adicional” (p. 6). De igual manera se ocupa de la evolución que se ha llevado a cabo para sustentar y validar la organización de una teoría respecto a una disciplina desde diversas posturas (Melo Niño, 2015).
 - c. Las estructuras sintácticas: “incluyen la comprensión de los cánones de evidencia y prueba dentro de la disciplina, o cómo los miembros de la disciplina evalúan las afirmaciones de conocimiento” (pp. 6-7).

La investigadora reflexiona acerca de la importancia que tiene el conocimiento de las estructuras de la disciplina por parte del docente, dado que la ausencia de este podría afectar de forma negativa su enseñanza. Respecto al conocimiento del contenido, Marcelo (1993), concuerda con la postura presentada por Grossman al afirmar que cuando hay desconocimiento de este, se puede “representar erróneamente el contenido y la naturaleza en sí de la disciplina. El conocimiento que los profesores poseen del contenido a enseñar también influye en el qué y el cómo enseñan” (p. 5).

2. *Conocimiento pedagógico general:* en esta categoría Grossman ubica el

conocimiento didáctico general, el conocimiento de los estudiantes y del currículo, postulados por Shulman (1986, 1987) y la complementa con dos componentes más, de esta manera finalmente relaciona cuatro elementos a partir de los cuales es posible definir este tipo de conocimiento: a) los estudiantes y el aprendizaje, b) la gestión y organización del aula de clase, c) currículo y los propósitos y estrategias de enseñanza y, d) para finalizar, en la imagen estructural de su modelo aparece *otros* como una subcategoría; sin embargo, aunque no se encuentra definida como tal, en el cuerpo teórico esta subcategoría se señala como los “conocimientos y creencias sobre los objetivos y propósitos de la educación” (Grossman, 1990, p. 6). La cual se corresponde con la séptima categoría declarada por Shulman (1987). Por otro lado, Valbuena Ussa (2007) sustenta que a esta categoría también pertenecen “los sistemas de evaluación de los aprendizajes” (p. 35).

3. *Conocimiento Didáctico del Contenido*: en esta categoría la autora presenta el concepto abordado por Shulman (1986a), además le agrega otras subcategorías como las concepciones y propósitos de la enseñanza de la disciplina referentes al conocimiento del aprendizaje de los estudiantes, el conocimiento curricular y el conocimiento de las estrategias de enseñanza. Grossman sugiere la necesidad de usar tanto el conocimiento de la disciplina para el abordaje de los contenidos como el conocimiento de los estudiantes para el desarrollo apropiado de los contenidos seleccionados, asimismo la identificación de errores de estos en relación con conceptos y concepciones.
4. *Conocimiento del contexto*: el eje central de esta categoría es el estudiante, visto desde tres aspectos: la comunidad, el sector en el cual se desarrolla y la escuela.

En concordancia con Valbuena Ussa (2007), cada uno de los componentes que organizan este modelo se encuentran en total correspondencia con el CDC, además declara la importancia que sustenta el hecho de que el docente tenga conocimiento no solo de su disciplina, sino también de los elementos fundantes de esta, situación que revela implicaciones e influencia en el momento de enseñanza. La situación descrita por Valbuena Ussa se hace observable en la Figura 5, dado que la categoría articuladora del modelo propuesto es el CDC, al estar redireccionada con flechas en doble sentido hacia y desde las tres categorías restantes, no ocurriendo lo mismo con cada una de las otras categorías.

Figura 5 *Modelo del conocimiento profesional del profesor por Grossman*



Nota. La figura muestra la estructura del conocimiento del profesor desarrollado por Grossman. Fuente: Grossman (1990, p. 5). Traducción propia. El PCK del documento original en inglés es traducido a este contexto como CDC.

2.2.3.1.3 Williams Carlsen. Este investigador concibe el CDC desde dos perspectivas, una que denomina estructural general, que se expone en términos descriptivos y teóricos y que sustrae del componente histórico-social propio del oficio educativo, así como de la relación de este constructo teórico con los demás conocimientos que hacen parte de la formación del profesorado. Una segunda línea de perspectiva, denominada postestructural, sitúa al docente en medio del conflicto investigativo de la educación y pretende ya contextualizar histórica y socialmente la problemática citada. Dicha posición parece derivar de su concepción del CDC como teoría con orígenes “teórico-empíricos” e intenciones políticas.

Se describe, entre otras situaciones, cierta oposición y determinadas discrepancias en torno a la teoría de Shulman, a quien se señala de tratar el conocimiento como una “sustancia”, siendo el mismo en opinión de los teóricos aquí expuestos una construcción social por excelencia. Tales orígenes del CDC, escribe, han de ser comprendidos como expresión de un cambio en la educación norteamericana, que se perfilaba para el nacimiento de la teoría Shulman como anticuada frente a conceptos básicos de la educación como la

construcción de conocimiento por parte del estudiantado, por ejemplo, además de la forma ambigua en que fue definido. Sin embargo, postula también en el estudio una dimensión política del CDC, expresada en ciertos privilegios de cara a disfrutarse por parte de los docentes adscritos a su desarrollo y concepción educativa, convirtiendo y derivándose de esta adhesión teórica lo referente al conocimiento y su construcción en una “hoja de ruta”, cuando ellos abogan por una concepción heurística de este mismo acto y proceso educativo.

Carlsen (1999) reduce lo relativo al CDC y el profesorado como una suerte de convencionalismo, y señala que algunos signos solo poseen valores determinados en contextos y órbitas definidas, con lo cual termina de delimitar su idea del CDC como una construcción de carácter estructural y dirigida a ciertos círculos con intereses profesionales establecidos y de índole política propiamente dicho. Esta concepción da fuerza a la argumentación estructuralista al citar otros escritos hechos por Shulman en el marco de los cuales se hace visible ese carácter estructural del CDC, refiriéndose explícitamente a la educación liberal/general, y al constructo “Knowledge and Teaching”, a las siete categorías iniciales declaradas por Shulman, y la posterior reagrupación llevada a cabo por Grossman en solo cuatro de ellas.

La visión post-estructural del CDC citada por Carlsen (1999) se caracteriza por su rechazo a la postura sistemática del conocimiento, y señala también la existencia de interdependencia entre conocimiento y poder. Invita, desde su concepción, a centrarse en el estudiante para derivar desde este ‘los dominios’ del CDC.

En cuanto a la enseñanza de las ciencias, este modelo hace referencia a la separación existente entre el devenir cotidiano del estudiantado y la conceptualización científica, lo que según su visión aleja dicho conocimiento del “contexto socio-cultural” del estudiante y por tanto hace difícil su aprendizaje, razón por la cual postula al alumno como centro. De esta manera, expone como preocupaciones principales en la enseñanza de las ciencias y la incorporación del CDC, la inclusión de una base científico-matemática en la enseñanza de las ciencias, así como una base de estudio epistemológico de la misma como ciencia potenciadora del proceso enseñanza y aprendizaje, no sin olvidar expresar también su preocupación por la naturaleza política de los denominados dominios del CDC como propulsores del status de la labor docente.

Por último, el modelo Carlsen (1999) presenta un cuadro esquemático con el CDC como la suma del Conocimiento Pedagógico General y el Conocimiento Disciplinar, cada

uno de ellos constituido a su vez en tres subcategorías, tal como se presenta en la Figura 6. Sin embargo, en el cuerpo de este hace énfasis en la importancia del contexto, como eje de análisis del CDC y, si bien reconoce que Shulman hasta cierto punto tuvo en cuenta la importancia de la contextualización de conceptos y situaciones educativas, afirma, en conclusión, que de tal dimensión contextual podría derivarse un nuevo CDC.

Figura 6 Dominios del conocimiento del profesor según Carlsen



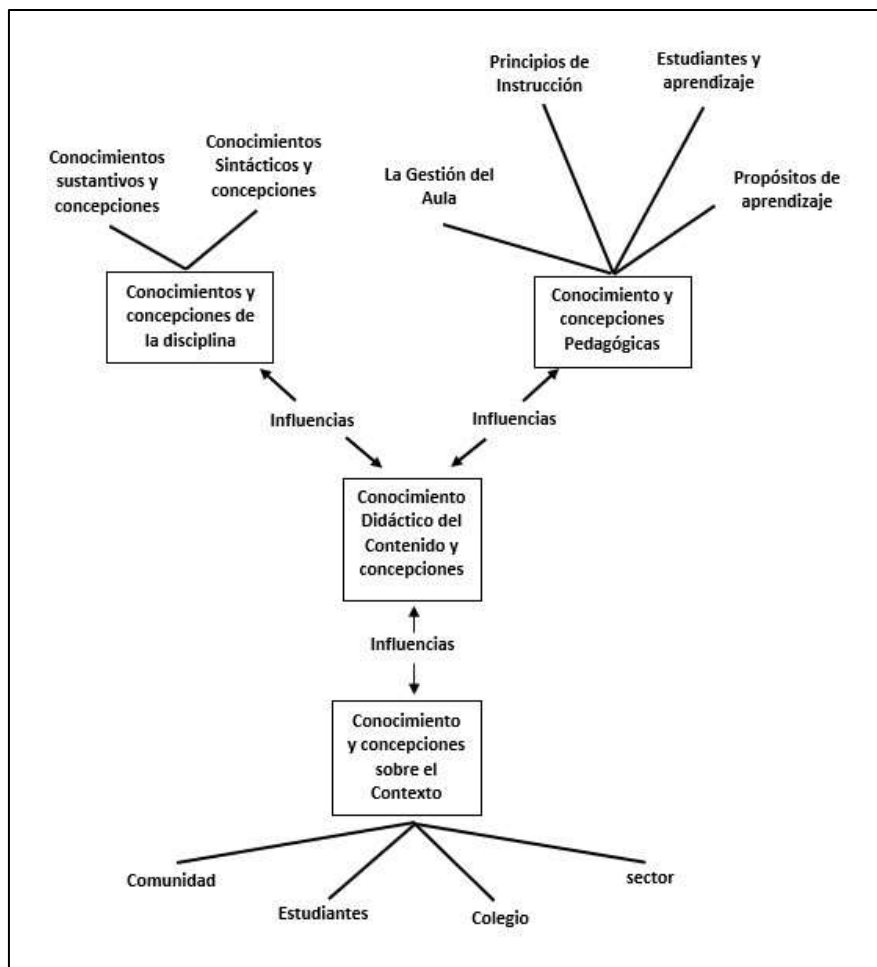
Nota. La figura presenta la estructura del conocimiento profesional del profesor explicado por Carlsen. Fuente: Carlsen (1999, p. 136). Traducción propia. El PCK del documento original en inglés es traducido a este contexto como CDC.

2.2.3.1.4 Shirley J. Magnusson, Joseph Krajcik e Hilda Borko. En la visión teórica de Magnusson y sus colegas se concibe el Conocimiento Didáctico del Contenido como el eje central y el “resultado de la transformación del conocimiento de otros dominios” Wilson, Shulman y Richert (1988, citado en Magnusson et al., 1999, p. 96). Esa transformación de “varios tipos de conocimientos”, hace parte exclusiva de la singularidad de la labor docente. Según definen y ejemplifican, el CDC no hace parte de la esfera profesional del experto ni del profesorado “general”, incluye temáticas, conceptos y formas de representación, entre otros, y se constituye como base fundamental para la cualificación de la enseñanza según se señalan, generando transformación de la temática, la pedagogía y el contexto.

La propuesta es dirigida a la enseñanza de la ciencia y la estructura del modelo se orienta a la teoría de Grossman (1990), al encontrarse en sintonía con su apreciación del CDC agrupado en cuatro componentes. Aunque en este modelo se adiciona una nueva categoría y se realizan algunos cambios; por lo tanto, son cinco los componentes con los cuales se organiza este modelo (ver Figura 7).

Componentes: a) orientaciones hacia el tratamiento de la ciencia, b) conocimientos y creencias sobre el currículo de ciencias, c) conocimientos y creencias sobre la comprensión de los estudiantes sobre temas científicos específicos, d) conocimientos y creencias sobre la evaluación en ciencias, e) conocimientos y creencias sobre la orientación de la enseñanza para la enseñanza.

Figura 7 Componentes del Conocimiento del profesorado según Magnusson Krajcik y Borko



Nota. La figura presenta los componentes del conocimiento del profesorado desde la perspectiva de Magnusson y sus colegas. Fuente: Magnusson et al (1999, p. 98). Traducción propia. El PCK del documento original en inglés es traducido a este contexto como CDC.

Una transformación que se observa en este modelo son los diferentes tipos de conocimiento: del contenido, el pedagógico, didáctico y del contexto son complementados con las creencias y experiencias personales que tienen los profesores sobre cada uno de ellos, igualando estas concepciones al mismo nivel que los conocimientos ya mencionados. Definición que ha causado controversia en algunos autores, al considerar que se desconoce el aspecto epistemológico de las creencias y su relación directa con el aprendizaje de los estudiantes (Melo Niño, 2015).

Por lo tanto, los autores señalan que el CDC ha de comprenderse como una integración de cada una de sus partes, componentes, y que dicha integración puede constituirse como problemática si la contribución sinérgica y la naturaleza de la interrelación entre las mismas no se encuentra definida con claridad, y otorga valor al hecho de que el CDC y su conformación por componentes sea algo más que la suma de esas partes.

Según los autores existe una ambigüedad, y arbitrariedad en el establecimiento de los límites entre los dominios propios del CDC, y a continuación de tal anotación ofrece una alternativa de modelo CDC en el contexto de la cual la interacción de los dominios que componen el mismo se encuentra, según su visión, mejor equilibrada y potencialmente en capacidad de ofrecer mejores resultados en el proceso enseñanza y aprendizaje.

No obstante, más que cuestionar a Shulman y a Grossman, o encontrar algún tipo de sesgo político en la teorización del CDC, procuran realizar un acercamiento a los mismos y generar alguna complementariedad respecto a los aspectos ya descritos. El modelo de Magnusson y sus colegas ha sido estudiado por un amplio número de autores, razón por la cual es posible considerarlo como el modelo en CDC que más se ha abordado (Garritz et al., 2014).

2.2.3.1.5 Greta Morine-Dersheimer y Todd Kent. En su documento de análisis Morine-Dersheimer y Kent (1999) anotan sobre la limitación propia de las discusiones suscitadas en torno al CDC en virtud de que, según dice, el propio Shulman reduce dicho entramado teórico a un desglose categórico, como fue inicialmente presentado. No obstante, reconocen aspectos positivos del mismo al afirmar que contribuye a la restitución de un equilibrio entre “la atención prestada al contenido frente a la pedagogía” (p. 21), en lo que corresponde a investigación educativa.

De igual manera, el equipo de investigadores señala la importancia de vincular el contexto educativo con lo que denominan organización y gestión en el aula, conjunción que califican como elemento básico para la formación inicial del profesorado, dada de manera gradual para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En su escrito refieren los trabajos de Brophy y Good (1986) y Brophy (1997), quienes establecieron particularidades en la relación docente-estudiante, mismas que demuestran, según su postura teórica, el perfil de un maestro y su gestión educativa en pro de resultados satisfactorios: tiempo, enfoque del contenido y diseño de estrategias para la enseñanza, son algunos de los aspectos citados y contenidos en esta relación.

En cuanto al estudiantado, los teóricos generalizan al afirmar como potenciadores de aprendizaje el tiempo dedicado por el estudiante a la apropiación temática y la capacidad para identificar y reportar sus propias dificultades en dicho proceso, tanto como la estructuración expositiva y la relación entre conocimientos previos y nuevos por parte del docente. También, Morine-Dersheimer y Kent (1999) exhortan a los maestros a un abordaje de gestión y un uso de los demás elementos para la enseñanza de manera no “simplista”, al tiempo que respaldan mediante la exposición de diferentes estudios, la experiencia como constructora de experticia en la labor docente.

En lo que toca a las individualidades, aquellas que a su juicio de igual manera potencian los resultados del proceso enseñanza y aprendizaje, Morine-Dersheimer y Kentson mencionan los trabajos de Peterson y Swing (1982), quienes en su producción investigativa destacan la relevancia de “la conciencia de los maestros de los procesos cognitivos generales y específicos”(p. 26), soportando su afirmación en el mayor rendimiento escolar obtenido por el estudiantado sometido a especificidad estratégica por parte del profesorado con respecto a aquel cuya acción se limitó a las generalidades de intervención. Así mismo, señalan la “complejidad de las estructuras de conocimiento” (p. 26) profesoral. En relación con los resultados del proceso educativo, tras un comparativo establecido entre docentes nóveles y veteranos, postulan esta última condición como factor de mejora en la enseñanza a base de la comprensión de los principios pedagógicos.

En relación con el apartado de las fuentes de conocimientos del profesorado, en el documento afirma la mayor eficacia del aprendizaje en virtud de la coincidencia entre los patrones existentes tanto en el hogar como en el aula, y desde allí, se aboga por una coincidencia entre el lenguaje natural y el lenguaje académico, al proponer un

desplazamiento del discurso en el aula desde un carácter instructivo por parte del docente hacia una guía lingüística que permita al estudiante gradualmente identificar los factores relevantes de aquellos conceptos enseñados, la retroalimentación experiencial.

Se concluye en esta parte del estudio, la insuficiencia del conocimiento pedagógico general, y se postula la necesidad de conocimiento individual, conducente al complemento de categorías diferentes del conocimiento pedagógico. En relación al conocimiento individual, se destacan la percepción y las creencias del docente como determinantes en el marco del mismo. A su vez, recomiendan procedimientos como la construcción metafórica, como constructora de ambiente de aprendizaje e imagen de la concepción educativa del docente, procedimiento tal que también es susceptible de someterse a una visión y ejecución alternativa.

Morine-Dersheimer y Kent (1999) afirman que la experiencia docente complementa la instrucción facultativa universitaria y Shulman (1993) añade que “debe estar representada de alguna forma para ser entendida” (p.39). Esta debe erigirse como fundamento para el proceso enseñanza y aprendizaje a base de una trama de las mismas y no de un único episodio de ellas. Para concluir, afirman que “es el conocimiento pedagógico específico del contexto [aquel que] contribuye más directamente al conocimiento pedagógico del contenido” (Morine-Dersheimer y Kent, 1999, p. 39) y califica en referencia a la enseñanza de las ciencias el trabajo de Shulman como “una contribución única” respecto de la investigación educativa y el proceso de enseñanza, posición coincidente con Magunsson y parcialmente con Carlsen, quien postula intenciones políticas en el CDC que ninguno de los autores estudiados ha mencionado.

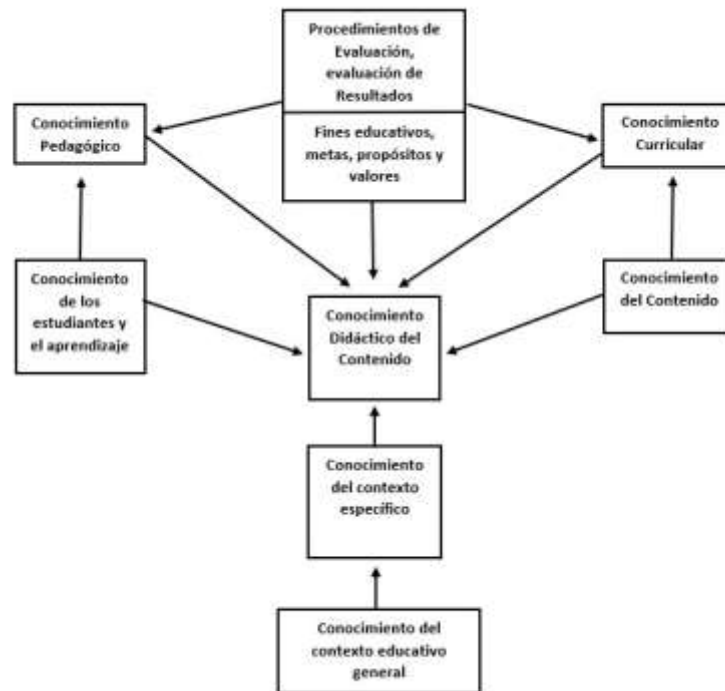
“Práctica” según el artículo, es la palabra clave que define el camino del conocimiento pedagógico personal, y en contexto, aquel de carácter general.

Los autores elaboran dos gráficas a partir de las cuales es posible visualizar cómo se estructuran las categorías que contribuyen al Conocimiento Didáctico del Contenido, siendo este su eje articulador en ambos casos. En un primer momento, la Figura 8, relaciona el CDC con las siete categorías enunciadas por Shulman (1986, 1987), con tres categorías que la complementan:

1. Conocimiento de los fines y propósitos educativos, la cual se alimenta con los procedimientos de evaluación y la evaluación de resultados.

2. Conocimiento Curricular, al igual que la categoría anterior se estructura por medio de los procedimientos de evaluación y la evaluación de resultados, asimismo con el conocimiento del contenido.
3. Conocimiento Pedagógico, como las dos categorías anteriores tiene a su base los procedimientos de evaluación y la evaluación de resultados, además del conocimiento de los estudiantes y el aprendizaje.
4. Conocimiento del contexto educativo general, se encuentra de manera independiente y se reduce a la subcategoría del conocimiento del contexto específico.

Figura 8 Categorías que contribuyen al Conocimiento Didáctico del contenido en MorineDersheimer y Kent

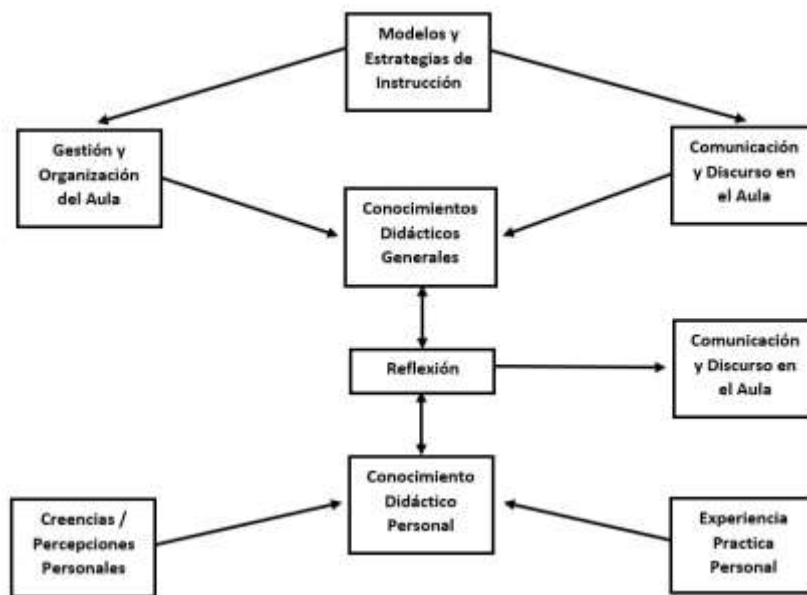


Nota. La figura presenta las Categorías que contribuyen al Conocimiento Didáctico del Contenido por Morine-Dersheimer y Kent. Fuente: Morine-Dersheimer y Kent (1999, p. 22). Traducción propia. El PCK del documento original en inglés es traducido a este contexto como CDC.

En un segundo momento, la Figura 9 corresponde con lo que los autores denominaron *facetas del conocimiento didáctico*, este conocimiento gira alrededor de tres elementos: gestión y organización del aula, modelos y estrategias de instrucción, y el tercero, comunicación y discurso en el aula. Uno de los elementos a resaltar en esta presentación es la correlación entre el conocimiento didáctico, producto de literatura que genera la

investigación, con el conocimiento didáctico personal cuya base radica tanto en las concepciones personales de los docentes como en la experiencia adquirida desde su práctica. Se concluye en esta parte del estudio, la insuficiencia del conocimiento pedagógico general, y se postula la necesidad de conocimiento individual, conducente al complemento de categorías diferentes del conocimiento pedagógico. En relación al conocimiento individual, se destacan la percepción y las creencias del docente como determinantes en el marco del mismo. Convirtiéndose estas en las dos fuentes de conocimiento que dan sustento al CDC.

Figura 9 Facetas del Conocimiento Didáctico por Morine-Dershimer y Kent



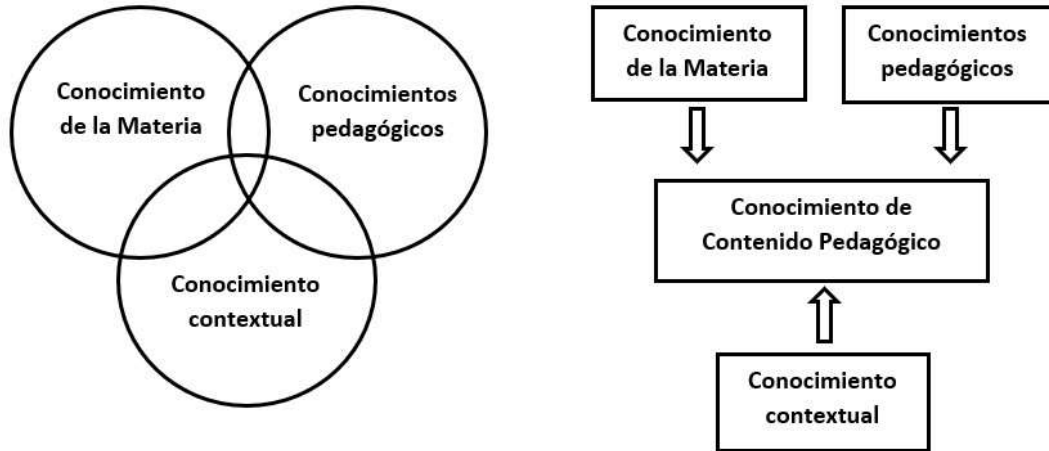
Nota. La figura presenta las facetas del Conocimiento Didáctico estructuradas por MorineDershimer y Kent. Fuente: Morine-Dershimer y Kent (1999, p. 23). Traducción propia. El PK del documento original en inglés es traducido a este contexto como CD.

2.2.3.1.6 Julie Gess Newsome. Basándose en tres de las categorías postuladas por Shulman, Gess-Newsome (1999) construyó dos modelos teóricos, a saber:

1. Modelo integrativo: el cual abarca varios conocimientos, Conocimiento Disciplinar, Conocimiento Pedagógico y Conocimiento del Contenido; cuyo elemento convergente es el Conocimiento Pedagógico del Contenido.
2. Modelo Transformativo: su punto de partida y de llegada es el Conocimiento Pedagógico del Contenido, que transita por el Contexto, lo Pedagógico y lo Disciplinar.

El conocimiento nuevo se origina al combinar los elementos de los modelos, no al sumar cada una de sus partes.

Figura 10 Dos modelos del Conocimiento del profesorado por Gess Newsone



Nota. La figura presenta dos modelos de conocimiento del profesorado, uno integrativo y el otro transformativo por Gess Newsome. Fuente: Gess Newsome (1999, p. 12). Traducción propia. El PCK del documento original en inglés es traducido a este contexto como CDC.

2.2.3.2 El CDC en los modelos de conocimiento matemático. Desde las últimas décadas ha habido una transformación en torno a la visión del conocimiento del profesor y de manera especial, a la caracterización de ese conocimiento, ya no solo al pensamiento, a las creencias y demás. Al respecto, hay una explosión de posturas que versan sobre el conocimiento del profesor como algo singular, por dar un ejemplo, se califica de profesional. Desde esta perspectiva, la tesis doctoral cobra importancia, en tal sentido que se desarrolla en la segunda década de este siglo y retoma un asunto que fue una tendencia a final del siglo pasado y es reconsiderar, repotenciar y redefinir el conocimiento del profesor.

En esa línea de acción en torno al conocimiento del profesor, aparecen varios autores y su discurso cobra pertinencia, dado que en cierto sentido conceptualizan, elaboran modelos y definen lo que es el conocimiento del profesor y algunos de ellos lo hacen para el caso de las Matemáticas, es decir, hay un tratamiento para el caso del conocimiento del profesor que enseña Matemáticas, que es la categoría general que convoca la tesis acá presentada. Con esto se pretende expresar, que hay un interés en el conocimiento del profesor. Al observar estas situaciones, se identifica que algunos autores elaboran determinados modelos, dentro de esos modelos se establecen ciertas categorías y una de esas

categorías es precisamente el CDC desde diversas aproximaciones. La atención se centra en esta categoría, dado que es aquella que dicen que es específica del profesor y de manera singular del profesor de Matemáticas, la que más lo define.

De esta manera, el campo de las Matemáticas no es ajeno a la construcción de los modelos mencionados en el apartado anterior. De acuerdo con Valbuena Ussa (2007), existe un conocimiento profesional que es común en los profesores que enseñan en las diferentes áreas o disciplinas; sin embargo, para que cada una de ellas sea comprensible a sus estudiantes, se necesita un conocimiento singular, específico, concreto y particular, de acuerdo a las características propias de la disciplina. De ahí la importancia que implica el estudio y análisis de modelos que aborden el conocimiento del profesor desde el área de Matemáticas, dado que es la que se ha privilegiado en la investigación.

En esa línea del conocimiento de los profesores, autores como Llinares (1994), Bromme (1994, 1988), Rowland et al. (2005), Powell y Hanna (2006), Schoenfeld y Kilpatrick (2008), Ball et al. (2008), Godino (2009), Socas Robayna (2011), Escudero (2015), Escudero et al. (2012), entre otros, han realizado investigaciones, desde los elementos que se deben atender, los procesos a desarrollar y los conocimientos que debe poseer un profesor específicamente para enseñar el área de Matemáticas. Algunos de estos coinciden en el CDC en una de sus categorías, mientras que otros contienen elementos diferenciales en sus propuestas, como se lee a continuación:

2.2.3.2.1 Salvador Llinares Ciscar. El autor identifica tres tipos de conocimiento base necesarios para enseñar Matemáticas, los cuales considera importantes para los programas que ofertan formación docente en esta área. Introduce una nueva categoría:

“Conocimiento del proceso instructivo”.

1. Conocimiento de Matemáticas.
2. Conocimiento sobre el aprendizaje de las nociones matemáticas.
3. Conocimiento del proceso instructivo.

En investigaciones subsiguientes, Llinares (2004, 2009) estructura tres sistemas para la organización de tareas que promueven el desarrollo de los conocimientos y competencias profesionales que es necesario promover en profesores que enseñan Matemáticas: a) organizar el Conocimiento Matemático a Enseñar, b) analizar e interpretar la producción de los alumnos, y c) gestionar el Contenido Matemático en el aula.

2.2.3.2.2 Rainer Bromme. Para este autor el conocimiento profesional del profesor se establece a partir de dos elementos: primero, los temas que enseña en su práctica pedagógica, y segundo, el conocimiento que tiene para enseñar dichos temas a los estudiantes un área como Matemáticas, de tal manera que sea comprensible a ellos (Bromme, 1994). Sin embargo, también expresa el desconcierto que le causa las escasas investigaciones en torno al conocimiento profesional de los profesores (Bromme, 1998). Según Valbuena Ussa (2007), es necesario que el conocimiento que posee el profesor posibilite la interrelación entre los conocimientos científicos y los cotidianos. De esta manera, el investigador describe la necesidad de articular cuatro tipos de conocimiento que integran el Conocimiento Profesional, como son: “los específicos de la asignatura que se enseña (conocimientos disciplinares), los de la didáctica específica, el pedagógico y el metaconocimiento” (p. 34).

Bromme (1994) describe las características cualitativas del conocimiento profesional del profesor desde tres aspectos psicológicos: las disponibilidades mentales (consciencia), de la (verbalización) y a las posibles formas de representaciones mentales de conocimiento. Aunque Bromme sigue a Shulman, considera que las categorías propuestas por él deben ampliarse y especificarse. En su propuesta plantea cinco categorías del conocimiento profesional del profesor de Matemáticas, como se enuncia a continuación:

1. Conocimiento de las Matemáticas como disciplina: a esta categoría pertenece toda la formación académica que el profesor recibe tales como “proposiciones matemáticas, reglas, modos de pensamiento matemático y métodos” (Bromme, 1994, p. 2).
2. Conocimiento de las Matemáticas escolares
3. Filosofía de las Matemáticas escolares.
4. Conocimiento pedagógico general didáctico del contenido.
5. Conocimiento pedagógico específico de las Matemáticas.

Bromme (1988), ejemplifica los conocimientos profesionales, específicamente los relacionados con el contenido en Matemáticas, al argumentar que “tras el contenido de la ‘asignatura’ se esconden unos conocimientos profesionales independientes” (p. 25) y para ello utiliza siete categorías, modificando algunas y agregando otras dos a las ya presentadas. Entre las nuevas categorías se encuentran los conocimientos curriculares y los conocimientos sobre la clase; como ejemplo de sus cambios se cita la modificación que hace

de Filosofía de las Matemáticas escolares por Metaconocimientos, tal como se evidencia en el siguiente fragmento:

1. Conocimientos de Matemáticas.
2. Conocimientos de curriculares.
3. Conocimiento sobre la clase.
4. Conocimiento sobre lo que los alumnos aprenden.
5. Metaconocimientos.
6. Conocimiento sobre la didáctica de la asignatura.
7. Conocimientos pedagógicos (Bromme, 1988).

El autor afirma que el conocimiento profesional de los profesores no es simplemente un conglomerado de estos dominios de conocimiento, “sino una integración de los mismos”, que se produce durante las prácticas de enseñanza o durante la experiencia docente profesional.

2.2.3.2.3 Martín Manuel Socas Robayna. Se basa en el enfoque lógico-semiótico (ELOS), denominado como un marco de construcción teórico y práctico, toma como punto de partida la consideración de las relaciones que se dan entre los tres elementos, que tiene lugar en un contexto caracterizado por los aspectos: social, cultural e institucional, con base en un análisis empírico de las situaciones que son susceptibles de presentarse en el campo de la Educación Matemática. Hace referencia a las relaciones existentes entre tres elementos:

1. Conocimiento Matemático Curricular-Profesor, que denomina “Adaptación del contenido matemático curricular en materia para enseñar”.
2. Conocimiento Matemático Curricular-Alumno, que denomina “Aprendizaje de la Matemática escolar como cambio conceptual”.
3. Conocimiento Matemático Curricular-Alumno-Profesor, que denomina “Interacciones” (Socas Robayna, 2012).

Según Socas Robayna (2011), el contenido matemático requiere de una organización para ser enseñado, de esta manera se organiza alrededor de tres componentes:

1. Contenido matemático de la investigación.
2. Contenido matemático disciplinar.
3. Contenido matemático curricular (deseado).

- a. Contenido matemático curricular (enseñado).
- b. Contenido matemático curricular (aprendido).

No solo necesario los conocimientos disciplinar y curricular, también lo es en la misma proporción el conocimiento didáctico matemático, elemento que pertenece al campo de la Didáctica de las Matemáticas y se relaciona con el conocimiento profesional particular que es capaz de transformarse en conocimiento matemático para ser enseñado (Socas Robayna, 2011).

2.2.3.2.4 Tim Rowland, Peter Huckstep y Anne Thwaites. La propuesta de Rowland et al. (2005) se centra en el conocimiento matemático, los autores desarrollan “El cuarteto Matemático”, es una teoría con una base práctica, desarrollada a partir de clases grabadas de Matemáticas de los estudiantes de último año de Básica Primaria, con el objetivo de identificar y desarrollar el Conocimiento Matemático que requieren los profesores cuando enseñan Matemáticas. Las categorías que emergieron de este trabajo fueron las siguientes:

1. Fundamentos: El conocimiento y comprensión de las matemáticas en sí, conocimiento *per se* y la pedagogía específica de la misma.
2. Transformaciones: Transformar el conocimiento a enseñar, haciéndolo accesible a los estudiantes.
3. Conexiones: Conocimiento que expresan los profesores al hacer relaciones entre diferentes partes del contenido.
4. Contingencias: Es la habilidad del profesor de dar respuestas convincentes, razonadas y bien informadas ante situaciones inesperadas de la clase de matemáticas.

En conclusión, el interés de los investigadores radica en el conocimiento y creencias del profesor y cómo identificar las oportunidades para mejorar los conocimientos matemáticos para la enseñanza que estos tienen. Un ejemplo del uso de esta propuesta es la investigación *Análisis didáctico de prácticas matemáticas de aula utilizando ‘el cuarteto del conocimiento’*, escrita por Martínez y Arévalo (2017) en la ciudad de México. En la investigación se utilizan las clases de matemáticas como estrategia para el desarrollo profesional de los profesores de educación básica; evaluando su impacto en cada una de las categorías del modelo con la temática de proporcionalidad. Un hallazgo importante evidenciado en esta investigación es que el análisis didáctico de clases de Matemáticas a través de las dimensiones del cuarteto del conocimiento es una herramienta útil que permite

identificar el conocimiento matemático y didáctico que el profesor despliega en la clase y esto constituye un aporte para la investigación sobre el conocimiento profesional del profesor desde la práctica.

Por su parte Rowland et al. (2005) introducen la categoría contingencia, que no está en ninguno de los otros modelos. Es una categoría bien interesante, que no puede generalizarse de cierta manera, ya que se explicita en cada docente de forma diferente, en el contexto, en el momento, al presentarse situaciones que no están dentro de su planeación o que surgen de maneja inesperada. Pone en juego no sólo el conocimiento del profesor; sino también como el profesor puede potenciar o no el hecho inesperado al salir avante ante la situación, acude un poco también a la improvisación.

2.2.3.2.5 Juan Díaz Godino. Exhibe un modelo didáctico matemático del profesor, sustentado en el “enfoque ontosemiótico” (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática, basado en 6 facetas:

1. Epistémica: Conocimientos matemáticos relativos al contexto institucional.
 2. Cognitiva: Conocimientos personales de los estudiantes y progresión de los aprendizajes.
 3. Afectiva: Estados afectivos de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.
 4. Mediacional: Recursos tecnológicos y asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos.
 5. Interaccional: Patrones de interacción entre el profesor y los estudiantes y su secuenciación orientada a la fijación y negociación de significados.
 6. Ecológica: Sistema de relaciones con el entorno social, político, económico.
- (Godino, 2009, 19)

Plantea cuatro categorías para abordar el CDC

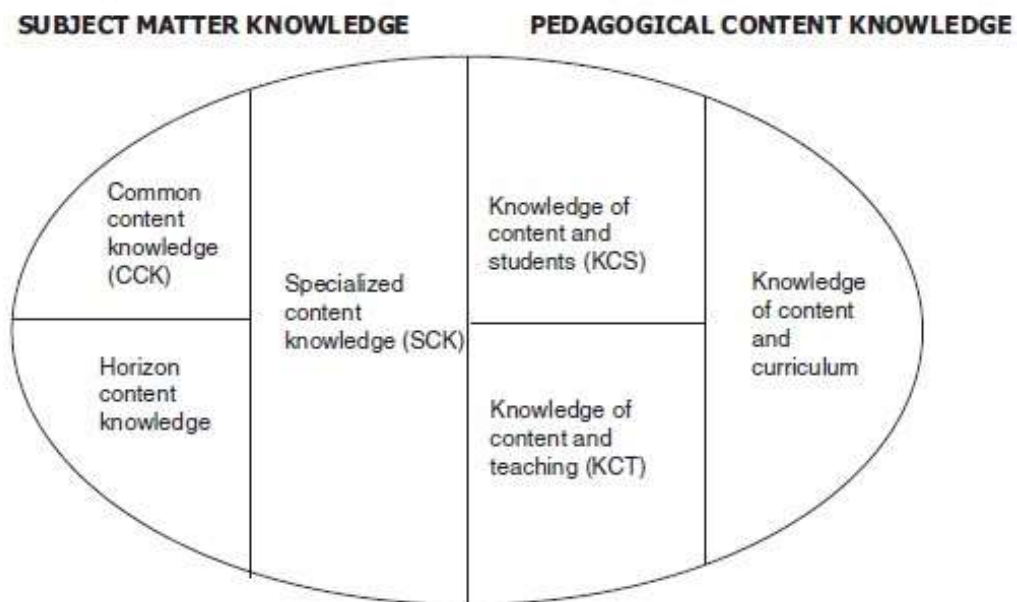
1. Conocimiento del contenido (común, especializado y ampliado).
2. Conocimiento del contenido en relación a los estudiantes (aprendizajes).
3. Conocimiento del contenido en relación a la enseñanza.
4. Conocimiento del currículo y conexiones intra e interdisciplinarias.

2.2.3.2.6 Modelo MKT “Conocimiento Matemático para la Enseñanza” (2008). *El Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático como parte del modelo del*

Conocimiento Matemático para la Enseñanza. Ball et al. (2008) exponen el *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT- Conocimiento Matemático para la Enseñanza) como un modelo del conocimiento del profesor de matemáticas. Sus investigaciones se enfocan en un modelo multidimensional, desarrollado en el nivel de Básica Primaria a partir de la observación sistemática de la práctica docente. El MKT se desarrolla analíticamente en dos dimensiones o dominios, sustentadas inicialmente por Shulman (1896): la primera, el Conocimiento del Contenido (o *Subject Matter Knowledge*) y la segunda, el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático (o *Pedagogical Content Knowledge*). A su vez, cada una de ellas se encuentra subdividida en tres subdominios.

La primera de sus dimensiones corresponde al SMK (*Subject Matter Knowledge* – Conocimiento del Contenido): Sus tres subdominios son: CCK (*Common Content Knowledge* - Conocimiento Común del Contenido Matemático), HCK (*Horizon Content Knowledge* - Conocimiento del Horizonte Matemático) y SKC (*Specialized Content Knowledge* - Conocimiento Especializado del Contenido Matemático). Por su parte la segunda dimensión Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, que es precisamente la que se aborda en la presente investigación, se encuentra subdividida de la siguiente forma: KCS (*Knowledge of Content and Students* - Conocimiento del Contenido Matemático y los Estudiantes), KCT (*Knowledge of Content and Teaching* - Conocimiento del Contenido Matemático y la Enseñanza) y KCC (*Knowledge of Content and Curriculum* - Conocimiento del Contenido Matemático y el Currículo) como se observa en la Figura 11.

Figura 11 Dominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza



Nota. La figura presenta los *Dominios y subdominios del Conocimiento matemático para la enseñanza*. Fuente: Ball et al. (2008).

A continuación, se presenta una breve conceptualización respecto a cada uno de los subdominios de la segunda dimensión:

a) Conocimiento del contenido matemático y los estudiantes:

Esta categoría “consiste en la conjunción del entendimiento del contenido y saber lo que los alumnos pueden pensar o hacer matemáticamente” (Sosa Guerrero, 2013, p. 1580). Uno de los elementos más importantes en este apartado hace alusión a que el docente debe estar en capacidad de conocer a sus estudiantes, no solo en términos sociales y culturales, sino también en familiarizarse con el pensamiento de sus estudiantes; así, este conocimiento incluye saber cómo construyen su mundo matemático, o específicamente su mundo estadístico, para este caso en particular; es a ese tipo de relación, de ellos con el conocimiento es que se refiere esta categoría. “El KCS incluye las habilidades que tienen los profesores para predecir lo que a los alumnos les parecerá interesante, motivante, fácil, difícil, aburrido o agobiante” (Sosa Guerrero, 2013, pp. 1580-1581). Así mismo el docente debe estar en capacidad de identificar los errores más comunes que los estudiantes cometen a la hora de realizar distintas tareas. Sin embargo, para que el proceso de enseñanza y aprendizaje sea efectivo debe existir esa comunicación asertiva en ambas direcciones estudiantes/docentes y docentes/estudiantes; de esta manera, una acción principal a realizar por los docentes consiste en “dirigir y guiar el desarrollo de ideas en las mentes de sus estudiantes, por ello es importante para el profesor conocer qué es lo que sus estudiantes se encuentran pensando, y no limitarse a hacer suposiciones sobre esas ideas” (Rico, 1998, p. 82).

b) Conocimiento del contenido matemático y la enseñanza:

El KCT incluye la relación que tiene el contenido con su enseñanza, “es decir, al entendimiento del contenido matemático y su familiaridad con los principios pedagógicos para enseñar ese contenido en concreto” (Sosa Guerrero, 2013, p. 1581). Dentro de este conocimiento están las habilidades que el docente tiene para utilizar las diferentes métodos o estrategias que se han concebido y utilizado en la enseñanza de una temática. A este subdominio pertenecen también el conocimiento sobre las maneras en que las diferentes representaciones de un objeto matemático se pueden poner en juego en la enseñanza. Igualmente, a este subdominio pertenece el conocimiento sobre los recursos didácticos

disponibles para la enseñanza como el efecto de estos en el aprendizaje. Sin duda alguna este conocimiento también refiere a las maneras en que algunas definiciones, propiedades, teoremas o algoritmos se pueden exponer a través de la actividad docente del profesor o se pueden construir a través de la actividad matemática del estudiante. c) Conocimiento del contenido matemático y el currículo:

Para la definición de este subdominio (KCC), se aborda la conceptualización presentada por Shulman (1986):

representado por el conjunto de programas diseñados para la enseñanza de temas específicos y temas a un nivel determinado, la variedad de materiales educativos disponibles en relación con los programas, y el conjunto de características que sirven tanto como las indicaciones y contraindicaciones para el uso del plan de estudios particulares o los materiales del programa en determinadas circunstancias. (p. 10)

El conocimiento referido a esta relación da cuenta y razón de los propósitos formativos que respaldan la aparición de una temática en un plan de estudios o en un currículo. Igualmente, comporta la secuencialidad temática del tratamiento de un contenido a lo largo de un grado escolar e incluso entre diferentes grados escolares. También expresa el conocimiento del profesor sobre la relación o relaciones que se puede establecer entre la temática y las otras temáticas del mismo grado. No menos importante es el conocimiento del profesor en torno a la evaluación del aprendizaje del contenido matemático asunto que hace parte central de una propuesta curricular en matemáticas. No puede quedar de lado también el conocimiento del profesor sobre las diferentes maneras en que la temática en cuestión ha aparecido en la historia curricular y, por tanto, los diferentes hitos históricos que corresponden a su presentación en los planes de estudio.

2.3 La Estadística en la vida de los seres humanos y en el modelo MKT

La tercera sección de este segundo capítulo está dividida en dos partes; la primera de ellas abordará la importancia que tiene la Estadística en la vida de las personas y la necesidad que persiste en la actualidad de ser estadísticamente cultos, sustentado todo ello en diversas investigaciones que enmarcan la incursión gradual de esta disciplina en los currículos escolares; así mismo, se explicará de manera amplia el concepto de gráficos estadísticos, sus elementos estructurales y sus niveles de lectura; y de forma específica como están enunciados en los EBC de Matemáticas, que para el caso de los grupos de grados de Primero

a Tercero y de Cuarto a Quinto son pictogramas, tablas y diagramas. La segunda parte explica cada una de las tres subcategorías del modelo MKT en lo que respecta al Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, objeto de estudio de la presente investigación, cada subcategorías se encuentra sustentada y evidenciada a partir de diversas fuentes bibliográficas, libros de texto y los referentes curriculares del Ministerio de Educación colombiano, respectivamente, las cuales se encuentran articuladas y en total correspondencia con el contenido representación e interpretación de gráficos estadísticos, tópico central del análisis y cimienta cada uno de los subdominios del CDC del modelo MKT como eje articulador.

2.3.1 La Estadística en la vida de las personas

En cuanto a la Estadística se refiere hay varias definiciones posibles para abordar este término; sin embargo, se han seleccionado dos de estas que engloban de manera amplia elementos descriptivos que conllevan a su comprensión. Se inicia con el concepto dado por Batanero y Godino (2002): “La estadística se ocupa del diseño de estudios en los que sea necesario la recogida de datos, el análisis de estos datos, y la predicción o toma de decisiones a partir de los resultados” (p. 702). El segundo concepto abarca tanto su objeto de estudio como la relación existente con las Matemáticas y se encuentra explícita en Moore (1991): La estadística es la ciencia de los datos. Con más precisión, el objeto de la estadística es el razonamiento a partir de datos empíricos. La estadística es una disciplina científica autónoma, que tiene sus métodos específicos de razonamiento. Aunque es una ciencia matemática, no es un subcampo de la Matemática. Aunque es una disciplina metodológica, no es una colección de métodos. (Citado en Batanero y

Godino, 2002, p. 701)

En un texto escolar de Matemáticas grado Tercero utilizado por el Programa Todos a Aprender del MEN, los autores Fontaine et al. (2015, 2016) presentan la siguiente definición: “La estadística permite estudiar y representar resultados a partir del análisis de datos. Es decir; ordenarlos, clasificarlos e interpretarlos” (p. 136).

En Colombia, como en muchos otros países, la Estadística se encuentra inmersa en el área de Matemáticas. Para este caso, específicamente, se enuncia en los *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas* (MEN, 2006) en el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, sin embargo, también se le asigna otro nombre:

...llamado también probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria (p.64)

De esta manera, es imperioso diferenciar la Estadística Inferencial de la Descriptiva, de acuerdo con Batanero y Godino (2002) y los EBCM (MEN, 2006) esta última recoge información a partir de las características de un conjunto de datos y los representa a través de tablas o gráficos que permiten comparar resultados sin abordar la teoría de probabilidad, mientras que la Estadística Inferencial estudia el comportamiento de una población a partir de una muestra de esta y se determina mediante un modelo probabilístico.

En esta misma línea, la Asociación Estadounidense de Estadística (ASA, por sus siglas en inglés) dio su aporte al proyecto Pautas para la Evaluación e Instrucción en Educación Estadística (GAISE, por sus siglas en inglés) (Aliaga et al., 2005). El trabajo resalta la alfabetización estadística como el objetivo fundante de la enseñanza; siendo así, los ciudadanos estarán en capacidad de ejercer su participación y tomar decisiones tanto a nivel personal como profesional y laboral. Este proyecto fue concebido por la Asociación Americana de Estadística y desarrollado en Estados Unidos, en él se sugieren seis recomendaciones fundamentales a tener en cuenta para la enseñanza de la Estadística desde los primeros niveles de educación escolar, además estrategias para los profesores sobre cómo poner en práctica estas recomendaciones:

- (1) Énfasis en la alfabetización estadística y el desarrollo del pensamiento estadístico.
- (2) Usar datos reales.
- (3) Enfocarse en el entendimiento conceptual en lugar del mero conocimiento de procedimientos.
- (4) Fomentar el aprendizaje activo en el aula.
- (5) Utilizar la tecnología para el desarrollo del entendimiento conceptual y el análisis de datos y
- (6) Emplear la evaluación como mecanismo de mejora del aprendizaje estudiantil.

Si bien este proyecto fue desarrollado en Estados Unidos, se observa la influencia que ha tenido en otros países, dado las similitudes que presentan estas sugerencias con las realizadas por autores de diferentes nacionalidades que han abordado el tema. En varios países de América Latina también se ha desarrollado la enseñanza de la Estadística en la

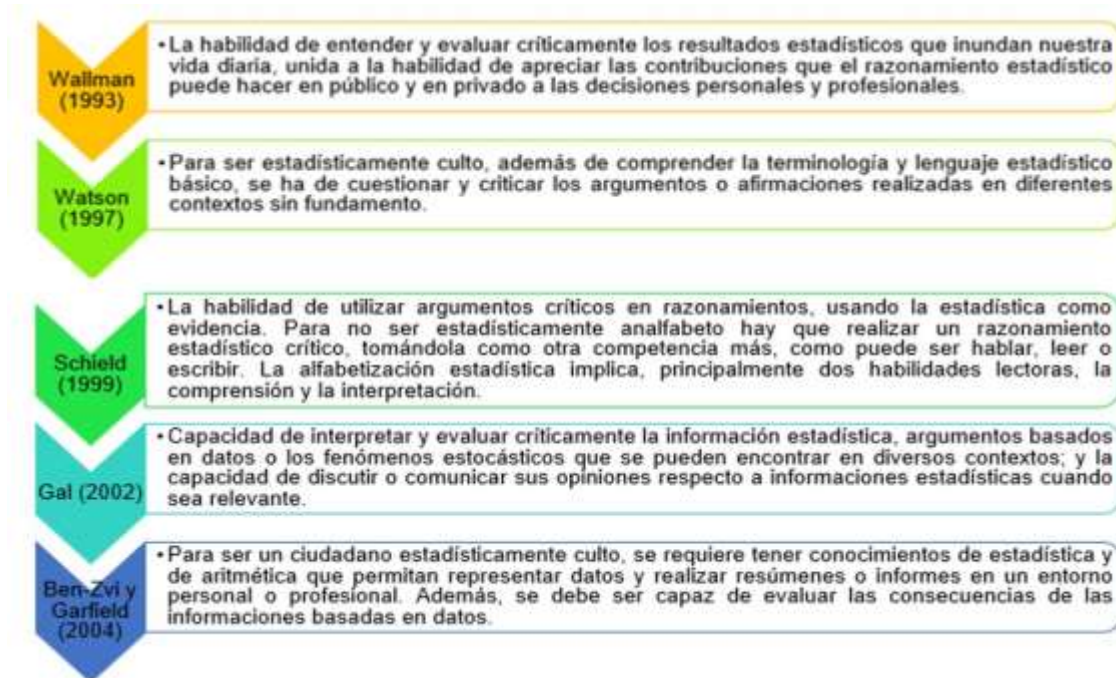
Educación Primaria a través de proyectos, adecuando los programas a los estándares mencionados para el desarrollo de competencias estadísticas en los estudiantes (Ruiz López, 2015). De esta manera, la Estadística juega un papel fundamental dado la influencia que tiene en el desarrollo profesional de las personas, la información que se analiza en ella, y el papel que desempeña en el día a día.

Por consiguiente, la estadística forma parte de la sociedad en la cual se desarrollan y están inmersos los seres humanos convirtiéndose así en un instrumento que posibilita el análisis de variables, la realización de experimentos y la toma de decisiones respecto a determinadas situaciones, dado que un porcentaje alto de esta información se encuentra organizada mediante gráficos estadísticos (Batanero, 2001, 2002; Ruiz López, 2015; DíazLevicoy, Arteaga et al., 2017). De esta manera, es importante que se pueda decidir en asuntos de la cotidianidad tales como: “la calidad nutricional de los alimentos, la seguridad y eficacia de los fármacos, la información bursátil y económica, los sondeos electorales, los índices de audiencia de programas televisivos, el rendimiento, seguridad y confiabilidad de los automóviles” (Del Pino y Estrella, 2012, p. 54).

En este sentido, Arteaga et al. (2009) declaran la necesidad que cualquier ciudadano tiene para tomar una postura crítica respecto a la información que circula en la sociedad, a través de la correcta interpretación y construcción de los gráficos estadísticos. Watson (2006) manifiesta la importancia que tiene la disciplina de la Estadística como una necesidad para que los ciudadanos se formen estadísticamente cultos.

En la tesis *“Desarrollo de la cultura estadística a partir de la comprensión, interpretación y argumentación de información estadística”* elaborada por Areiza González y Cáceres Linares (2020), los investigadores recogieron la información presentada por Contreras y Molina-Portillo (2019) respecto a la definición del concepto de cultura estadística desde el punto de vista de algunos autores representativos en el tema, de manera que puede evidenciarse allí la evolución que dicho concepto ha tenido desde 1993 hasta 2004, mediante un gráfico que fue elaborado en la tesis. (Ver Figura 12)

Figura 12 Evolución de la definición de Cultura Estadística



Nota: La figura muestra la definición de lo que es Cultura Estadística desde la mirada de cinco autores en un lapso de tiempo. Fuente: Contreras y Molina-Portillo (2019, citado en Areiza González y Cáceres Linares, 2020, pp. 14-15).

Otras definiciones se han venido desarrollando en torno a este concepto, una de ellas es la presentada por Del Pino y Estrella (2012) quienes estiman la cultura estadística como un derecho de los ciudadanos que comporta “leer e interpretar tablas, gráficos [...] que aparecen en los medios; interpretar, evaluar críticamente y comunicar información estadística; comprender y utilizar el lenguaje y las herramientas básicas de la estadística; apreciar el valor de la estadística en la vida cotidiana.” (p. 55).

Así mismo, Batanero (2013) define ‘Cultura estadística’ como los conocimientos estadísticos que cualquier persona educada debe tener para entender el mundo. De igual forma, en Batanero, Díaz et al. (2011), se declara que “La estadística se considera hoy día como parte de la herencia cultural necesaria para el ciudadano educado” (p. 10). Según Cazorla y Utsimi (2010, citado en Díaz-Levicoy, Arteaga et al., 2015), la cultura estadística se caracteriza por el discernimiento de la información estadística presentada a través de los números, los textos orales o escritos, símbolos y los diferentes gráficos utilizados para este fin, enmarcados en los diferentes contextos en los cuales se desenvuelve una persona.

En otro documento, expresan Díaz-Levicoy et al., (2016), que tanto las redes sociales como los medios de comunicación forman parte de la cultura estadística debido a que allí se moviliza una amplia información a la que una persona tiene la posibilidad de consultar en

cualquier momento, hora y lugar, gracias a los avances tecnológicos con los que se cuenta en la actualidad. Los estudiantes aprenden en los diferentes escenarios en los cuales se desenvuelven, por ello, el contexto escolar no es el único en el cual se da el aprendizaje; la interacción permanente con el medio que lo rodea se convierte en el escenario ideal para su desarrollo, de ahí la necesidad de que los estudiantes adquieran competencias que les permitan acceder a la información que a diario circula a través de diferentes representaciones, factor ineludible para la vida de cualquier persona (Azcárate y Cardeñoso, 2011).

El crecimiento del pensamiento estadístico, se relaciona de manera directa con la cultura estadística que todo ciudadano debería desarrollar y que se hace explícita mediante dos elementos que se interrelacionan en sí:

(a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y (b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante. (Gal, 2002, pp. 23)

Watson (2006), formula una clasificación jerárquica para la adquisición de la cultura estadística, a partir de tres elementos: a) El avance de las concepciones fundamentales tanto en Estadística como en Probabilidad, b) Entender la forma de razonar y argumentar estadísticamente en contextos que sobrepasan el aula, c) Postura crítica frente a las evidencias estadísticas.

Otra de las maneras que existen para razonar en la Estadística en la transnumeración, por lo tanto, la organización, descripción y análisis de datos tienen un papel fundante para comprender el lenguaje gráfico. La transnumeración se presenta cuando se “produce nueva información, al cambiar de un sistema de representación a otro. Por ejemplo, al pasar de una lista de datos desordenada a un histograma, se visualiza la moda y se percibe la simetría o asimetría de la distribución”. (Arteaga, Batanero, Ortiz et al., 2011, p. 34)

De esta manera, cuando se habla de que una persona debe ser culta estadísticamente desde los componentes personal, social y político, se refiere a la capacidad que dicha persona tiene para tomar decisiones basadas en este conocimiento desde los diferentes contextos que se han mencionado. De acuerdo a Batanero (2002), las instituciones educativas son el medio más eficaz para que los ciudadanos tengan acceso a la información y se conviertan en

personas estadísticamente cultas, razón por la cual los entes gubernamentales encargados del diseño de los currículos y las políticas educativas son los llamados a garantizar en primera instancia que este proceso sea posible para todos los seres humanos.

Sin embargo, para que cualquier persona pueda ser competente en la enseñanza de una disciplina existe la necesidad que quien la oriente tenga experticia respecto a este proceso, no solo en cuanto al conocimiento se refiere, sino también a su didáctica, y la Estadística no está aislada de esta afirmación, más cuando su didáctica difiere de las Matemáticas, inclusive cuando hace parte de esta área y es aún mucho más incipiente su aparición (Del Pino y Estrella, 2012).

Argumentos como los expuestos en los párrafos anteriores justifican la incorporación de la Estadística en el currículo de Matemáticas y de manera especial, los gráficos estadísticos en el contexto escolar en los diferentes niveles: primaria, secundaria y universitario. Así lo describen Estrella et al., (2015), quienes además expresan la necesidad de que los docentes gocen no solo de conocimientos en el área, sino también de ciertas habilidades para la gestión y enseñanza de esta disciplina. La situación descrita se evidencia en las tendencias que se presentan respecto a la inmersión de la Estadística en los currículos de Primaria desde finales del siglo pasado en todos los países del mundo, cada vez a edades mucho más tempranas, con un fuerte énfasis en su experimentación a través de contextos reales de los estudiantes (Ruiz López, 2015). A pesar de ello, la Estadística aún se está empezando a desarrollar si se compara con otras disciplinas que llevan muchos más años de aplicación.

En países latinoamericanos como Argentina, Brasil, Colombia, México y Chile, existen universidades con algunos grupos de trabajo en didáctica de la matemática y/o matemática educativa cuyas líneas de investigación se enfocan en Estadística, de igual manera ocurre en España, gracias a la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (Estrella et al., 2015). Además de su presencia en los currículos de matemáticas, también lo hace en los textos escolares utilizados en el nivel de básica primaria en países como España y Chile (Díaz-Levicoy, Arteaga, et al., 2015). En este último país, específicamente, se ha iniciado la enseñanza de Estadística desde el primer ciclo de Educación Primaria, mientras que en los demás ciclos se ha fortalecido su enseñanza (Batanero, Arteaga et al., 2011). De la misma manera, esta ha impactado los currículos de Estados Unidos y Brasil (Díaz-Levicoy, Morales et al., 2017).

Situación similar a la mencionada se presenta en Colombia, dado que la estadística ha entrado con fuerza desde hace ya varios años atrás y hoy forma parte del plan de estudios de Matemáticas desde los primeros años de escolaridad, contenidos que están de manera explícita a través del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, enunciados en los *Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas* del Ministerio de Educación Nacional (2006) de manera continua y por ciclos de grados, de Primero a Tercero, Cuarto y Quinto y continúan en básica secundaria hasta el grado Undécimo.

Con el ánimo de señalar la importancia de la Estadística en los currículos desde los primeros años de escolaridad, tal como se ha venido mencionando a lo largo de este documento, se concluye con la siguiente postura presentada por Alsina (2012), quien reflexiona sobre tres elementos que se deben considerar para el desarrollo de esta disciplina: a) Las matemáticas informales son la base para alcanzar conocimientos estadísticos. b) La enseñanza de la estadística debe iniciar a partir de los 3 o 4 años de edad. c) Los contenidos en esta disciplina deben aprenderse a la luz de los procesos matemáticos.

2.3.2 Los gráficos estadísticos

Dentro del campo de la Estadística se encuentran estudios que giran en torno a la lectura y construcción de gráficos estadísticos utilizados en todos los niveles de escolaridad; sin embargo, para el caso específico de la presente investigación la mirada gira en torno a aquellos gráficos que se emplean en el nivel de básica primaria en el territorio colombiano: pictogramas, tablas y diagramas. Para tener un acercamiento preciso a todos ellos, es necesario iniciar con su conceptualización, además se tratará de analizar de manera específica cada una de ellos con sus elementos estructurantes, explicados a continuación de forma amplia desde la mirada de variados autores.

Se inicia la conceptualización en este segmento a partir de lo que son los gráficos estadísticos. Autores como Batanero et al., (2010) y Arteaga, Batanero, Cañadas et al. (2011) los definen como objetos semióticos complejos, dado que se necesita tener conocimiento de algunos elementos matemáticos para su construcción y lectura; tal como se ha mencionado por otros autores en este apartado, por ello es importante tratar de identificar cada uno de sus componentes estructurantes de manera independiente a partir de la traducción de la realidad representada de diversas formas.

Según Assupta (2007), Arteaga, Batanero, Ortiz et al. (2011), los gráficos estadísticos revierten gran significación, a pesar de ello, las investigaciones que se han realizado en didáctica de las Matemáticas sugieren que el desarrollo de esta competencia es insuficiente en las carreras que forman los futuros profesores de Educación Primaria. De acuerdo a ello, los docentes cuentan con limitados recursos para la planeación y ejecución de sus clases y propenden a suprimir el tema en algunos casos, acortarlo en otros u orientarlo con una metodología inadecuada de acuerdo a los contenidos suscritos (Batanero, 2000) y (Assupta, 2007).

Esta situación es preocupante si se tiene en cuenta lo que expresa Díaz-Levicoy (2014), respecto al tema en mención: “para el estudio de los gráficos estadísticos, es necesario que el alumno, además del conocimiento de la estadística, desarrolle el dominio de diferentes contenidos de matemática escolar, como porcentajes, fracciones, proporcionalidad, entre otros” (p. 23).

Curcio (1987) va un poco más allá al mencionar la triada necesaria para hacer comprensible las relaciones matemáticas a través de los gráficos estadísticos: a) Presaberes suficientes sobre el tema abordado y representado en el gráfico utilizado, b) Manejo de los conocimientos matemáticos abordados en el problema o pregunta que se platee, y c) Conocimiento de los elementos estructurales para la construcción de los diferentes gráficos estadísticos.

Una de las investigaciones que aborda el tema de gráficos estadísticos y que se llevó a cabo en Suramérica es la realizada por Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero (2015), en ella se desarrollan dos actividades para su estudio: en la primera realizan el análisis de diferentes tipos gráficos estadísticos entre los que se encuentran “gráfico de barras, líneas, puntos, sectores, tallo y hojas, pictograma y otros (que se presentan en forma esporádica o que piden al estudiante seleccionar el gráfico o combinación de gráficos)” (p. 232), en 12 libros de texto de los grados 1° a 6° de educación primaria en Chile, la mitad de ellos elaborados por el Ministerio de Educación y los restantes por la Editorial Santillana; en la segunda tarea analizan el nivel de lectura intencionado en estos de acuerdo a los propuestos por Curcio (1989) y Friel et al. (2001). En las conclusiones, los autores exponen que en los libros de ambas editoriales tienen en promedio 35 actividades relacionadas con Estadística con predominio de los gráficos de barras seguido de los pictogramas, respecto al nivel de lectura el que se evidencia con mayor porcentaje es leer dentro de los datos que corresponde al nivel

2. Por consiguiente, los investigadores tienen la intención de sugerir los niveles de lectura 3 y 4 en las tareas desarrolladas con los estudiantes y consideran valioso este estudio como antecedente para los docentes en formación y también en ejercicio, dada las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina.

2.3.3 Componentes de un gráfico estadístico

De acuerdo con el hilo argumental que se ha venido entretejiendo alrededor de los gráficos estadísticos, es necesario tener elementos claros y bien definidos para su lectura, análisis, interpretación y construcción; tanto de sus elementos estructurales como los diferentes datos que pueden encontrarse en ellos. De esta manera, se potenciará que la información allí representada tenga una alta probabilidad de tener mayor veracidad al momento de realizar su análisis, extraer conclusiones, hacer inferencias respecto a esta o comunicar resultados.

El Instituto Nacional de Estadística de España (INE, s. f.) plantea algunas conceptualizaciones respecto a los componentes empleados en los gráficos estadísticos, de manera particular explica los tipos de variables que se pueden utilizar en la construcción de estos y las clasifica de acuerdo a sus características, estas son discriminadas a continuación:

2.3.3.1 Variables cualitativas. Una variable es cualitativa si los elementos que la conforman pueden organizarse en categorías no numéricas, de tipo cualitativo. En este caso, estas variables se clasifican en dos grupos:

2.3.3.1.1 Categóricas o Nominales. Cuando se presenta esta situación, las variables se clasifican por categorías y no permiten un criterio de orden, algunos ejemplos son: un conjunto de frutas, algunas mascotas, el estado civil de una persona (soltero, casado, separado, divorciado y viudo).

2.3.3.1.2 Ordinales. Permite un criterio de orden o secuencia, tales como los días de la semana, al abecedario, medalla conseguida en una prueba deportiva (oro, plata, bronce).

2.3.3.2 Variables cuantitativas. Cuando una variable es cuantitativa hace referencia a cantidades o valores numéricos. De esta manera, los valores se dividen en dos grupos:

2.3.3.2.1 Discretas. Si las variables son número enteros (0, 1, 2,3...) que se pueden contar y no toman ningún valor entre dos números consecutivos. Como ejemplos se pueden mencionar el número de animales que tiene un zoológico, la cantidad de dedos de las manos, el número de personas en un partido de fútbol.

2.3.3.2.2 Continuas. Si las variables pueden tomar cualquier valor dentro de un intervalo y puede asumir un número incontable de valores. Para ejemplificar este tipo de variables se podría tener en cuenta la estatura de una persona o su peso, como también la velocidad a la que viaja un vehículo.

Teniendo en cuenta la organización expuesta, es necesario dejar clara la importancia de una elección adecuada del tipo de variable, dado que es uno de los elementos indispensables para la elección del gráfico estadístico que se va a elaborar y donde se representará los datos a analizar.

De acuerdo con Encarnación Baltazar (2019), al abordar un gráfico estadístico para su lectura, se realiza “una traducción entre lo que se presenta en el gráfico y el contexto de la información presentada, por esta razón, para que un estudiante pueda interpretar esta información debe conocer y asignarles un significado a los componentes estructurales” (p. 18). Según Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero (2015), “La necesidad de comprensión simultánea de estos componentes convierte a la lectura de los gráficos estadísticos en una actividad compleja” (p. 230). De ahí la importancia que reviste su correcta utilización.

2.3.4 Elementos estructurales de los gráficos estadísticos

Friel et al. (2001) explican algunos elementos estructurales que tienen los gráficos estadísticos, los cuales deben ser ampliamente conocidos tanto por docentes como por los estudiantes. Estos son:

2.3.4.1 El título y las etiquetas. En esta información se evidencia el contenido contextual del gráfico, además de las variables que se representaron. De acuerdo a ello, es posible relacionar las palabras, frases u oraciones que allí aparecen, en otras palabras, la situación que se desea comunicar con el contexto en que se ha representado la información.

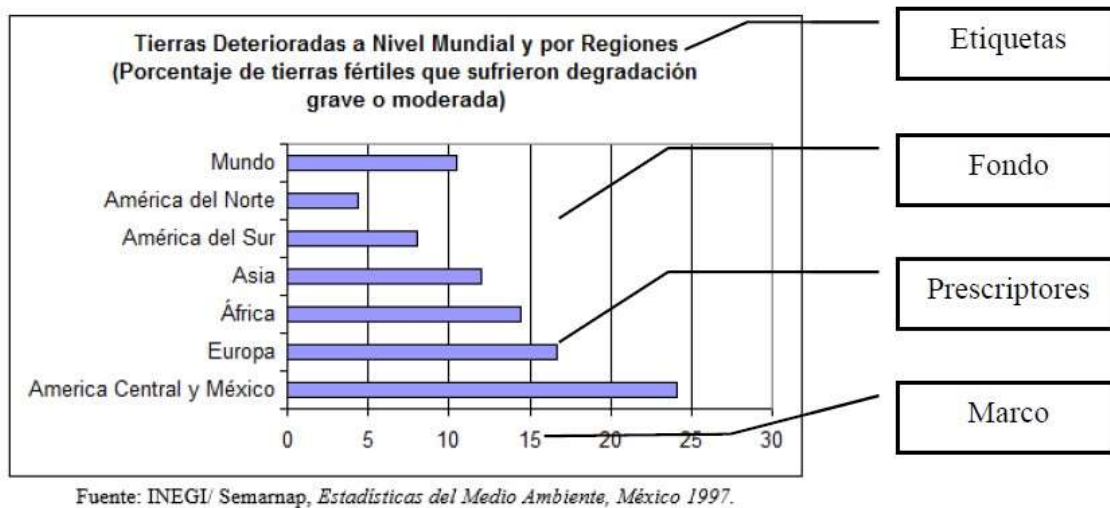
2.3.4.2 El marco del gráfico. Está compuesto por los ejes y las marcas de referencia de cada uno de ellos, así como las escalas, las cuales brindan información sobre las

magnitudes utilizadas en el gráfico. “Puede haber diferentes tipos de marcos y sistemas de coordenadas (lineales, cartesianas bidimensionales o multidimensionales, polares). En las tablas también se incluyen etiquetas que diferencian las variables representadas, sus valores y diferentes tipos de frecuencias y porcentajes” (Gutiérrez Serrano, 2018, p. 33).

2.3.4.3 Los especificadores. También se le llaman prescriptores, son aquellos elementos visuales que se utilizan para representar los datos o la información. Por ejemplo, en los histogramas, diagramas de barras o gráficos de barras se emplean los rectángulos o las barras, mientras que en un diagrama de dispersión el elemento usado se corresponde con el punto.

2.3.4.4 El fondo. Se relaciona con los colores, las imágenes y la cuadrícula donde es posible incorporar el gráfico. A continuación, se presenta el ejemplo de un gráfico estadístico con cada uno de los elementos estructurales (Figura 13) como se explicó líneas atrás, para este caso en particular se aborda un diagrama de barras.

Figura 13 Elementos estructurales de un gráfico de barras



Nota. La figura muestra cada uno de los elementos que estructuran un gráfico estadístico, para este caso en particular se referencia un gráfico de barras. Fuente: (Encarnación Baltazar, 2019, p. 19).

2.3.5 Niveles de lectura de los gráficos estadísticos

El análisis y la lectura de gráficos es un factor determinante para su correcta interpretación, en este aspecto se han realizado múltiples estudios en Educación Estadística

que versan sobre diferentes niveles de lectura, relacionados cada uno de ellos con las habilidades y competencias necesarias que las personas deben desarrollar para llevar a cabo este proceso de forma correcta y las múltiples dificultades que su lectura comporta para los estudiantes. Entre los niveles más conocidos y abordados en las investigaciones consultadas se encuentra el propuesto por (Curcio, 1989; Friel et al., 2001). Según Encarnación Baltazar (2019), “Estos niveles de lectura han sido considerados como un modelo para evaluar y caracterizar la lectura de gráficos estadísticos” (p. 21).

Inicialmente, Curcio (1989), presenta tres niveles de lectura que se explican a continuación, cada uno de ellos requiere de un mayor desempeño a medida que se avanza de nivel por su estructura jerárquica, en otras palabras, tener la apropiación o poder leer en el último nivel implica el dominio de los niveles anteriores.

2.3.5.1 Nivel 1. Leer los datos. Indica lo que es hacer una lectura literal de la información contenida en el gráfico estadístico, lo que significa que esta se encuentra allí de manera explícita y, por tanto, no se realiza una interpretación de la información que hay representada. “Se refiere a observar lo que está representado en el gráfico, lo que implica localizar los datos necesarios y traducirlos a un lenguaje verbal” (Gutiérrez Serrano, 2018, p. 33). Para esta lectura es necesario conocer los elementos estructurantes de cada uno de los gráficos representados. “Leer los datos, que implica reconocer los elementos que componen un gráfico y los convencionalismos utilizados en su conformación” (Eudave Muñoz, 2009, p. 13). “Un ejemplo de ello sería identificar la variable representada en el eje X” (Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero, 2015, p. 231). Como también “leer la frecuencia que corresponde a un valor de la variable en gráfico de barras” (Batanero et al., 2018, p. 51).

2.3.5.2 Nivel 2. Leer dentro de los datos. Este nivel no solo contiene al anterior, sino que también es contrario a él en cuanto a la presentación de la información, acá los datos se encuentran de manera implícita y, por tanto, el estudiante debe realizar una interpretación y comparación de los datos presentados. Por consiguiente, es necesario realizar en algunos casos procedimientos matemáticos sencillos (Estrella y Olfos, 2012; Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero, 2015; Gutiérrez Serrano, 2018; Encarnación Baltazar, 2019). Un ejemplo de las actividades que podrían desarrollarse en este nivel lo presentan los autores Díaz-Levicoy, Batanero, et al. (2015) y se relaciona con la comparación de frecuencias en un gráfico de barras con el objetivo de hallar la moda.

2.3.5.3 Nivel 3. Leer más allá de los datos. Para alcanzar este nivel es necesario poner en juego no solo los dos anteriores sino ir mucho más allá de lo que se ve y presenta a simple vista -dado que los datos no están de manera explícita en el gráfico, ni es suficiente la realización de operaciones aritméticas- sino también el uso de algunos conceptos y realizar predicciones e inferencias a partir de la información presentada. Según Estrella y Olfos (2012), "...implica la extrapolación de datos" (p. 127). Algunos ejemplos de la lectura en este nivel se relacionan con la posibilidad que tienen los estudiantes de predecir datos o encontrar alguna secuencia a partir del análisis de la información representada (Díaz-Levicoy, Batanero, et al., 2015; Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero, 2015). Otro ejemplo se puede dar "a partir de una representación gráfica de datos correspondientes a seis años consecutivos se pide predecir el valor de la variable representada el año siguiente a la serie (Batanero, Díaz-Levicoy y Arteaga, 2018, p. 51).

Posterior a esta clasificación Friel et al. (2001) agregan un cuarto nivel, de esta manera se amplía y completa la presentada inicialmente.

2.3.5.4 Nivel 4. Leer detrás de los datos. Este nivel recoge a todos los otros niveles anteriores, para llegar a él es necesario tener una postura crítica respecto a la recolección y organización de la información, así como de las conclusiones expuestas. Para ello es indispensable un amplio conocimiento no sólo matemático sino también del contexto.

La lectura e interpretación de los gráficos estadísticos no son tareas fáciles para estudiantes de diferentes edades y niveles educativos, las investigaciones que se han adelantado en el tema han evidenciado que los aprendizajes en este aspecto no son profundos y causa dificultad alcanzar niveles superiores en este aspecto, dado que ello requiere un conocimiento profundo de varios elementos que allí se involucran (Postigo y Pozo, 2000).

2.3.6 Clasificación de gráficos estadísticos

Una vez definido qué son los gráficos estadísticos, los tipos de variables que pueden utilizarse en estos, sus componentes estructurales y los niveles de lectura que son posible alcanzar, se conceptualizará de manera específica los tres tipos de gráficos que se abordan en educación primaria (pictogramas, tablas y diagramas) cada uno de ellos de forma amplia a la luz de las investigaciones desarrolladas por diferentes autores.

2.3.6.1 Pictogramas. Para Martos García (2008) “los pictogramas son representaciones gráficas esquemáticas, de amplio uso en el ámbito de lo que se ha llamado Signalética” (p.49).

Otro concepto es el presentado por Delgado Santos (2012), “Un pictograma es un dibujo que puede representar una realidad concreta (p.e. [sic] un objeto, animal, persona, etc.), una realidad abstracta (p.e. [sic] un sentimiento), una acción, (p.e. [sic] leer), e incluso un elemento gramatical (p.e. [sic] adjetivos, conjunciones, artículos, preposiciones, etc.)” (P. 12).

Para Díaz-Levicoy, Arteaga y López-Martín (2015) “Los pictogramas son gráficos estadísticos los cuales para mostrar información usan representaciones icónicas (imágenes)” (p.177).

En otras investigaciones, Díaz-Levicoy, Arteaga et al. (2017) y Heleno Román y Manzaba Carranza (2019) expresan que la dimensión de los símbolos o imágenes utilizados en los pictogramas para representar una cantidad concreta debe corresponder de manera proporcional con su frecuencia absoluta, relativa o porcentual, así mismo explican que el símbolo puede repetirse las veces que sea necesario de acuerdo a la frecuencia requerida, en este caso debe explicitarse la situación. Otros autores presentan conceptualizaciones similares que abordan elementos adicionales que son necesarios para el abordaje de los pictogramas con escala, de la siguiente manera: “el icono puede tomar un valor fijo, distinto de la unidad, y repetirse las veces que sean necesarias, hasta representar la frecuencia considerada; en tal caso se debe indicar el valor numérico de la frecuencia que representa el icono” Martins y Ponte (2010, citado en Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero, 2017, p. 218).

De la misma manera se aborda la conceptualización expuesta por los investigadores Díaz-Levicoy, Arteaga et al. (2017) “Los pictogramas son gráficos estadísticos que representan los valores de una variable cualitativa” (p. 218). Para Heleno Román y Manzaba Carranza (2019), “Un pictograma es un signo que representa esquemáticamente un símbolo, objeto real o figura. Es el nombre con el que se denomina a los signos de los sistemas alfabéticos basados en dibujos significativos” (p. 12).

En la tesis elaborada por Pilco Saltos (2018), la autora conceptualiza respecto a este gráfico estadístico de la siguiente manera: “Los pictogramas son imágenes que expresan un mensaje que se desea transmitir, son recursos comunicativos que los utilizamos a diario y son de gran beneficio en el aprendizaje de los preescolares” (p. 37).

Finalmente, se aborda el concepto que presenta en MEN (2017a) en las *Mallas de Aprendizaje de Matemáticas* de los grados de Primero a Cuarto, “Pictograma. Tipo de gráfica utilizada para representar datos por medio de símbolos o dibujos que indican la frecuencia con la que aparece cada valor de la variable en estudio. Cada símbolo puede representar una o más unidades” (p. 26). Además, especifica la clasificación de los pictogramas de acuerdo al valor que se le asigne a los símbolos. Cuando a cada uno de los dibujos o símbolos utilizados se le asigna el valor de uno, es un pictograma sin escala, en caso contrario, si a cada dibujo o símbolo se le asigna cualquier valor diferente de uno, es un pictograma con escala. Al respecto, los pictogramas sin escala se enseñan en el grado Primero, mientras que los pictogramas con escala se enseñan en los grados Segundo y Tercero, según aparece registrado en los Derecho Básico de Aprendizaje de Matemáticas, en el N° 10 específicamente.

Según lo explica Carvalho (2009, citado en Díaz-Levicoy, Arteaga y López-Martín, 2015), estos gráficos son pertinentes para trabajar con los estudiantes en Básica Primaria desde los primeros años de escolaridad, dado su similitud con los gráficos de barras al sustituir las barras por los símbolos, imágenes o íconos que se corresponden. Mientras que Alaminos (1993) complementa esta pertinencia expresando que el alto impacto visual de los pictogramas es uno de los beneficios que estos tienen en los medios de comunicación.

Para realizar un análisis más detallado de los pictogramas, se tiene en cuenta la clasificación que hacen algunos expertos respecto a estos, de acuerdo a diferentes características que atienden al contenido, diseño, esencia y forma. La primera clasificación que se presenta es la de Delgado Santos (2012), para este caso la relación se da respecto al diseño de la imagen o el símbolo utilizado en los pictogramas, la esencia y la forma; de acuerdo a ello y según el autor existen cuatro tipos de pictogramas, que son explicados a continuación:

1. De color: son aquellos pictogramas en los cuales las imágenes utilizadas tienen colores que distinguen cada una de sus partes.
2. Sin color o transparente: las imágenes que se utilizan para representar los pictogramas carecen de color y solo aparece la silueta de estas.
3. Esquemáticos: en este caso, generalmente las imágenes o símbolos representan acciones y al igual que el anterior tipo, también está basado en siluetas.

4. “Contraste blanco sobre negro: con imágenes lineales y dirigido a personas con baja visión” (p. 14).

En Alaminos (1993), se presenta otra clasificación de los pictogramas con la misma cantidad que lo hace el autor mencionado en el párrafo anterior, esta se elabora de acuerdo a características de valor, tamaño y forma, tal como se explica a continuación:

Primer tipo: se refiere a los pictogramas donde a cada símbolo o imagen se le asigna un valor uniforme y determinado. Este primer tipo de pictograma es equivalente a la clasificación que hace el MEN (2016a), sin escala (el símbolo vale una unidad) y con escala (el valor del símbolo es diferente de uno).

Segundo tipo: en este caso se debe tener en cuenta el tamaño que presentan los símbolos o las imágenes, los cuales deben ser proporcionales a los valores que se representan.

Tercer tipo: “pictogramas donde un gráfico estándar (línea, barras, sectores, etc.) es decorado con elementos figurativos o donde un gráfico estándar es presentado como de un cuadro más amplio” (Alaminos, 1993, p. 60).

Cuarto tipo: “pictogramas donde la composición figurativa refleja una relación multivariable” (Alaminos, 1993, p. 60).

Moritz y Watson (1997, citado en Friel et al., 2001, p. 15) expresaron que el uso de pictogramas es “particularmente importante para establecer vínculos entre objetos reales y la [correspondencia en la] representación de datos uno a uno, antes de [introducir] formas más simbólicas de representación escalada” (p. 222).

Así como la comprensión del concepto y uso de los pictogramas son componentes importantes para su enseñanza, lo son también los estudios realizados en torno a esta forma de representar la información. Diferentes autores se han sumergido en la didáctica de la Estadística con el objetivo de indagar la lectura y construcción de gráficos estadísticos, entre ellos por supuesto los pictogramas en los diferentes niveles educativos (Encarnación Baltazar, 2019).

Aunque no son numerosas las referencias bibliográficas rastreadas en el nivel de Básica Primaria, algunas de ellas se toman como antecedentes que aportan elementos sustanciales para esta investigación. Curcio (1981) realiza un estudio con los grados Cuarto y Séptimo; para el primero se contó con la participación de 204 estudiantes, mientras que, para el segundo con 185 de ellos, el eje central se establece en torno a la relación que se da

en las variables existentes para comprender los pictogramas, entre otros gráficos estadísticos. Las 18 preguntas formuladas en el cuestionario que deben desarrollar los estudiantes son de opción múltiple y corresponden a los niveles de lectura 1, 2 y 3 propuestos por el mismo autor. Como conclusión se afirma que tanto la edad como el conocimiento matemático influyen de manera positiva para la solución de las preguntas, mas no se dan resultados respecto al nivel de lectura que tuvieron los estudiantes.

Otra investigación respecto al gráfico en mención es la efectuada en Australia por Watson y Kelly (2003, citada en Batanero et al., 2018) con 730 estudiantes desde tercero hasta el grado noveno, comprendiendo así los dos primeros niveles educativos. El estudio involucra tanto el análisis de datos como la probabilidad y establece tres propósitos: a) Observar las variadas formas en que los estudiantes utilizan los pictogramas para hacer predicciones, b) Las diferencias que se presentan entre los cursos participantes de la investigación, especialmente entre grados de los mismos niveles de escolaridad, y c) La reacción que tienen los estudiantes ante las preguntas que se les formularon. Según los autores los hallazgos se dan en relación al lenguaje que utilizan los estudiantes en las respuestas dadas, la identificación del concepto de aleatoriedad en las situaciones presentadas y un alto porcentaje de diferencias entre los resultados de los grados 3° y 5°, así como en 7° y 9°.

Díaz-Levicoy, Arteaga y López-Martín (2015), exponen los resultados parciales del trabajo denominado *Pictogramas en una muestra de directrices curriculares latinoamericanas*. Allí realizan el análisis de las directrices curriculares de 10 países latinoamericanos (Ecuador, El Salvador, Chile, Guatemala, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú y Puerto Rico), respecto al uso de pictogramas y las actividades que se relacionan con dicho contenido matemático en el nivel de Educación Primaria. De acuerdo a los resultados obtenidos el uso de pictogramas se centra en los grados Segundo y Cuarto, con actividades como “Construcción, lectura e interpretación, además de la recolección, registro y organización de datos” (p. 182).

En Chile, específicamente, varios autores realizan diferentes investigaciones con los pictogramas como eje central, para este caso, se analiza el estudio *Lectura de pictogramas por estudiantes chilenos de educación primaria*, elaborado por Díaz-Levicoy, Arteaga et al. (2017). Allí se evalúa la lectura de pictogramas, la traducción de un pictograma a una tabla de datos y los niveles de lectura de gráficos. Se desarrolla con 380 estudiantes de grado

Sexto de Educación Primaria en Chile, cuyas edades oscilan entre 11 y 12 años. El cuestionario aplicado se analiza a partir del desarrollo de dos ítems: en el primero, los estudiantes deben identificar si las afirmaciones presentadas respecto a un pictograma son verdaderas o falsas y justificar sus respuestas. En el segundo, se debe llevar la información presentada en un pictograma a una tabla de datos. Para la lectura de gráficos, utilizan los cuatro niveles de lectura propuestos por Curcio (1989), Friel, Curcio y Bright (2001); además, agregan el nivel cero a esta clasificación, el cual es asignado a las respuestas en blanco o a aquellas actividades que no son abordadas por los estudiantes, nivel este que no se contempla en la clasificación inicialmente nombrada.

Los resultados presentados ponen de manifiesto que un poco más del 65% de los estudiantes leen de manera correcta la información en pictogramas y aproximadamente el 75% puede llevar los datos de un pictograma a una tabla de forma acertada. En cuanto a lo relacionado con la lectura de datos, 0,08% se encuentra en el nivel cero, 5,5% en el nivel 1 y 93,7% en el nivel 2. Concluyendo así, que las tareas realizadas por los estudiantes han arrojado resultados positivos, aunque los investigadores manifiestan que estas son adaptadas de textos escolares de grados inferiores.

Para dar continuidad al estudio anterior los mismos autores desarrollan otra investigación: *Evaluación del nivel de lectura y la traducción de pictogramas por estudiantes chilenos de Educación Básica*, Batanero et al., (2018). Para su ejecución se solicita a los estudiantes la realización de las dos tareas descritas anteriormente. El estudio se desarrolla con 745 estudiantes, 380 para el grado Sexto que corresponde al último año del nivel primaria en este país, con edades entre 11 y 12 años, mientras que para Séptimo se contó con la participación de 385 estudiantes entre 12 y 13 años de edad.

El análisis de la primera tarea se realiza en una escala de cuatro ítems: respuestas correctas: 75,4%, respuestas parcialmente correctas: 18,5%, respuestas incorrectas 3,8% y respuestas incompletas: 2,3%. Es de anotar que, al comparar las respuestas entre los dos grados las diferencias fueron mínimas; en cuanto a la segunda tarea propuesta alrededor de un 63,5% aproximadamente respondieron de forma acertada; respecto al nivel de lectura un alto porcentaje de los estudiantes que corresponde al 92,6% alcanza el nivel 2. En las conclusiones se confirma la continuidad en el desarrollo de las competencias estadísticas de los estudiantes de un grado a otro y su buen desempeño en el abordaje de los pictogramas, uno de los gráficos más utilizados en los libros de texto y los lineamientos curriculares de

este país, aunque se observaron algunos errores en el grado Séptimo, los autores consideran que no son significativos estadísticamente, a la vez que proponen estudios similares en otros grados de escolaridad.

Una investigación mucho más reciente se llevó a cabo en Brasil por Gomes Fernandes et al. (2017), con 35 estudiantes del grado Quinto de primaria, a partir del desarrollo de una secuencia didáctica donde se utilizan gráficos estadísticos, entre ellos los pictogramas. Para el análisis de resultados se realizaron dos pruebas que fueron comparadas, una antes de la intervención (pre-test) y otra posterior al desarrollo de la secuencia (postest). En los resultados obtenidos se observan resultados positivos en el avance que se refleja en las respuestas dadas por los estudiantes respecto a la pregunta que corresponde a la lectura de pictogramas sin escala, el 100% de ellos la respondieron de manera correcta después de la intervención, en contraste con la primera vez donde solo fue acertada por el 63,3% de los estudiantes.

2.3.6.2 Tablas. Como se mencionó párrafos atrás, el segundo gráfico estadístico que se aborda en los EBC en Matemáticas en Colombia son las tablas, y específicamente en los DBA se relacionan tres tipos de tablas: de conteo, de frecuencia y de doble entrada. Este gráfico es otra de las maneras que se tienen para la organización de la información y es posible encontrarlas en diferentes productos nutricionales o cuando se analizan datos de las poblaciones (Espinoza Esteban, 2015). De acuerdo a la importancia que tiene este concepto en los currículos de Matemáticas en los primeros años de escolaridad, es necesario centrar la atención en las investigaciones que se han desarrollado al respecto, de tal manera que sea posible la verificación del aprendizaje de este, tanto para los estudiantes como para los docentes, siendo estos últimos los encargados de dicho proceso (Díaz-Levicoy, Morales et al., 2017).

Según Estrella (2014), para el caso de las tablas concretamente, hay algunas habilidades que se deben desarrollar, tales como saber leerlas, poder completarlas, elaborarlas e interpretar la información que en ellas aparece, dado que no es sencillo entender los procesos cognitivos necesarios para su uso. Además, en la misma investigación presenta un concepto respecto a las tablas estadísticas y las define de la siguiente forma:

un arreglo rectangular con una estructura que comprende un conjunto de filas y columnas [...], permite presentar los datos correspondientes a una o más variables

[...] en forma clasificada y resumida, para permitir la visualización del comportamiento de los datos y facilitar la comprensión de la información que se puede extraer. (p. 6)

En Espinoza Esteban (2015) se le llama tabla “al formato de organización gráfica donde una información cualitativa o cuantitativa se organiza de acuerdo a un doble eje, horizontal y/o vertical, que ordena y sistematiza datos o elementos de información relacionada entre sí” (p. 24).

Algunos autores organizan diferentes tipos de tablas de acuerdo a sus características, para este caso se tomarán como referencia las clasificaciones realizadas por Díaz-Levicoy, Morales et al. (2015); Díaz-Levicoy, Morales et al. (2017), quienes presentan una clasificación de cuatro tipos de tablas estadísticas que a menudo los docentes utilizan en todos los niveles de Educación Básica Primaria, estos son:

2.3.6.2.1 Tablas de datos. Corresponden a representaciones sencillas, en las que no se usa la idea de frecuencia ni de distribución al ser datos aislados, pero sí las ideas de variable y valor. “Una tabla de datos es una lista de hechos o respuestas recogidas durante una investigación o encuesta. Podemos representar e interpretar los datos con la ayuda de varias representaciones, por ejemplo, mediante un diagrama de barras o un pictograma” (MEN, 2016c, p. 136).

2.3.6.2.2 Tablas de frecuencias. Son aquellas tablas en que se registran las frecuencias de aparición de una determinada categoría y se aborda la distribución.

2.3.6.2.3 Tablas de conteo. Son las tablas en las que se realizan un recuento de cada categoría en una determinada celda y cada valor de la variable se representa por medio de cierto símbolo; por lo que se puede considerar una simplificación de la tabla de frecuencia, ya que muchas veces este recuerdo va acompañado de este valor.

2.3.6.2.4 Tabla de doble entrada. Es aquella que hace referencia a dos variables, una representada en las filas y otra en las columnas, es decir, un valor está relacionado con dos variables a la vez. (p. 154).

En el artículo elaborado por Estrella (2014), se realiza un estudio que recoge durante 35 años el estado del arte respecto a tablas estadísticas. El recorrido de la revisión

bibliográfica inició en 1977 hasta el año 2012 y tuvo como propósito el aporte de criterios que contribuyeran a la enseñanza de este tópico estadístico; sin embargo, aclara que las fuentes de información para el desarrollo de su investigación fueron escasas. En las conclusiones se revela la necesidad de reconocer la estructura y uso que se le debe dar a las tablas desde los primeros años de escolaridad, dado que aparentemente parecen sencillas de trabajar, al ser consideradas necesarias “como herramientas de análisis capaces de transformar la cognición y no solo como ayudas externas que comunican información” (p. 19). Además, deja en evidencia la escasa bibliografía en el tema. Finalmente, el estudio es considerado como un aporte importante para el proceso de enseñanza y comprensión de las dificultades que este conlleva, situaciones que no se deben seguir ignorando en la práctica, según lo expresa la autora.

Otro de los estudios abordados como antecedentes respecto a este gráfico estadístico es el elaborado por Díaz-Levicoy, Morales et al. (2015), al analizar las actividades planteadas a través de tablas estadísticas que se presentaron en cuatro libros de texto de los grados Primero y Segundo de educación primaria en Chile de dos editoriales. En las conclusiones que presentan los autores evidencian algunos aspectos importantes que se describen a continuación:

1. Las tablas más utilizadas en los textos de ambas editoriales son las de conteo, justificado desde la facilidad que tienen los estudiantes de los primeros grados de escolaridad para su manejo, dado que “el estudiante es consciente del proceso de organización de los datos, así como de los valores que toma la variable y del cálculo de las frecuencias asociadas” (p. 32).
2. Una de las editoriales abordadas triplica a la otra que es la del MINEDUC respecto a las actividades relacionadas con este tópico estadístico; por lo tanto, sugieren su revisión, teniendo en cuenta que en el currículo oficial propuesto por esta entidad gubernamental aparece este tópico estadístico para su desarrollo.
3. De las actividades planteadas en los textos se presentan tres con predominio sobre las demás, ellas son “calcular, completar y traducir” (p. 33).
4. Los textos priorizan el nivel de lectura 2, que corresponde a “leer dentro de los datos” (p. 33).

5. En los contextos utilizados en los libros se privilegia el personal “gustos y preferencias”; sin embargo, los autores sugieren tener en cuenta otros contextos como el “profesional, social o científico” en la misma proporción (p. 33).
6. El último factor analizado es la variable más utilizada en los textos, la cual corresponde a la “cualitativa nominal”, por lo que en este aspecto también sugieren incorporar otro tipo de variables, de acuerdo a la relevancia que esto conlleva para su formación.
7. Finalmente, motivan a seguir explorando los libros de texto en otros tópicos y niveles educativos, por la importancia que comportan los textos en el proceso de aprendizaje.

En el contexto peruano se desarrolla la investigación presentada por Espinoza Esteban (2015) con 15 estudiantes del grado primero cuyas edades oscilan entre los 6 y 7 años. Los gráficos utilizados fueron tablas y diagramas de barras, enmarcados en las fases del ciclo investigativo, además se trabajó el nivel 1 de lectura propuesto por Curcio. En las conclusiones finales se expone la naturalidad con la cual los estudiantes transitaron por cada una de las fases del ciclo investigativo y respondieron de forma correcta las preguntas relacionadas con los dos gráficos intencionados, así como las correspondientes al nivel 1 de lectura; de esta manera los investigadores sugieren continuar con el estudio en el siguiente grado, al igual que el grado 2 del nivel de lectura.

Para dar continuidad, de cierta manera, a la investigación anterior, Ochoa Quijada (2015) desarrolla su estudio con características similares, tanto en el contexto como en el hecho de abordar las etapas del ciclo investigativo; sin embargo, en este caso se realiza con niños de grado Segundo y se incluyen los dos primeros niveles de lectura propuestos por Curcio, tal como se había recomendado en la investigación realizada por Espinoza Esteban (2015). En cuanto al tránsito por los ciclos de investigación, el comportamiento fue homogéneo para los niños de este grado, mas no sucedió de igual manera con la lectura de gráficos, donde se observó una dificultad marcada para la lectura en el nivel 2.

Amorim y Lima Silva (2016) realizan una investigación que también tiene como propósito examinar cuatro libros de texto, esta vez de los grados Cuarto y Quinto de Educación Primaria en Brasil, con el objetivo de analizar la manera en que se presentan y estudian las tablas en ellos. En las consideraciones finales expuestas por las autoras; concluyen, en primer lugar, que en ocasiones los libros presentan tablas o bases de datos y

se les denomina de la misma manera. Y, en segundo lugar, observan que los libros están enfocados en un alto porcentaje a la lectura o a completar las tablas a partir de una información dada y no a la construcción misma de estas. Como tercer elemento, se percibe que muchas actividades aritméticas se representan con tablas, razón por la cual sugieren ser precisos en el uso de la nomenclatura que se utiliza para su construcción. Para concluir resaltan el uso de datos relacionados con el entorno de los estudiantes, situación que da sentido al uso e importancia de la Estadística en la vida cotidiana.

Un estudio un poco más reciente es el elaborado por Díaz-Levicoy, Arteaga et al. (2017) en el contexto chileno, con 380 estudiantes cuyas edades oscilan entre los 11 y 12 años pertenecientes al grado Sexto de primaria. La base del trabajo realizado son resultados de un estudio de libros de texto, para lo cual se propusieron dos actividades, la primera con pictogramas, en cuyo caso era necesario el nivel 2 de lectura para desarrollar la tarea propuesta; y la segunda, consistía en pasar la información de este último a una tabla, teniendo en cuenta que los símbolos que se les asignaron son valores diferentes de uno, 5 o 10, respectivamente (pictogramas con escala). Los resultados arrojados evidencian que un 74,4% pasó la información a la tabla de forma correcta, el 20,8% de los estudiantes lo hicieron parcialmente correcto, 3,7% fue incorrecto y el 1,1% no completó la tabla, por lo que se evidencia un nivel bajo de dificultad en la realización de la tarea propuesta.

Otro antecedente respecto a este segundo elemento es la investigación realizada por Díaz-Levicoy, Morales et al. (2017), con 79 estudiantes de grado Tercero de Educación Básica en Chile, específicamente en la representación de datos utilizando tablas estadísticas. El estudio se elaboró alrededor del desarrollo de dos tareas; en primer lugar, los estudiantes debían construir una tabla de conteo a partir de unos datos que no estaban agrupados, la segunda actividad fue construir una tabla a partir de los datos registrados en un pictograma. Los resultados evidencian que la primera actividad fue desarrollada de manera exitosa por el 92,5% de los estudiantes, mientras que la segunda tarea solo el 53,2% la realizó de forma correcta, según lo expresan los autores.

De esta manera, se concluye que para los estudiantes es mucho más fácil completar la tabla e identificar la frecuencia que pasar los datos a un pictograma, situación que se presenta porque los estudiantes no identifican la escala, la cual hace referencia al valor diferente de uno que se le puede asignar a los íconos seleccionados para el ejercicio; este error es recurrente en estudiantes chilenos de grado Sexto en la investigación realizada por

Díaz-Levicoy, Arteaga et al. en el año 2017. Finalmente, los autores sugieren incrementar el número de ejercicios que contemplen actividades similares a la tarea número dos.

En los antecedentes presentados para el desarrollo de este segundo gráfico estadístico se observa que en países como Chile, Perú y Brasil se ha abordado un poco más su estudio que en Colombia, intencionado en el abordaje de las tablas en libros de textos de diversas editoriales, incluida la del Ministerio de Educación de Chile, el desarrollo de secuencias en el marco del ciclo investigativo y los niveles de lectura de tablas estadísticas. Se observa homogeneidad en la importancia de su estudio desde los primeros años de escolaridad, razón por la cual se debe incluir en los currículos de Matemáticas y Estadística específicamente, así como la necesidad de su correcta lectura, análisis, interpretación y construcción para el desarrollo de habilidades y competencias por parte de los estudiantes, de ahí la importancia de que los docentes tomen conciencia y conozcan los errores y dificultades que presentan los estudiantes para su aprendizaje, aspectos abordados en la lectura y desarrollados a través de las diferentes investigaciones realizadas. De igual manera, el proceso de formación docente en esta disciplina es un factor relevante en la escuela, tanto para los estudiantes de carreras de educación como para los docentes en ejercicio, al ser los responsables directos de este proceso.

2.3.6.3 Diagramas. Corresponde al tercero y último de los gráficos estadísticos que se abordan en los EBC (MEN, 2006) en Matemáticas para la Básica Primaria, allí se enuncian tres tipos de diagramas: de barra, de líneas y los circulares; mientras que según los DBA (MEN, 2016a) están expresados los siguientes gráficos: de puntos, de barras, de líneas, de barras agrupadas y los gráficos circulares. Para esta investigación se tendrán en cuenta solo los diagramas de barras y diagramas circulares, por ser los más usados en el contexto, tanto por los docentes como en los libros de texto. Conviene subrayar el uso del lenguaje en los estándares de Primero a Quinto, dado que se habla tanto de diagramas como de gráficos de barra de manera indistinta.

2.3.6.3.1 Diagrama de barras. Los gráficos de barra como los enuncia Gutiérrez Serrano (2018) “Son una representación visual de los datos utilizando rectángulos horizontales o verticales, cuyas longitudes son proporcionales a las cantidades que representan. Las gráficas de barras se deben utilizar para datos cualitativos o categóricos”

(p. 37). Sin embargo, es posible que también se usen variables cuantitativas discretas en el caso de asignarles valores no muy numerosos, de igual manera es posible observar las categorías que se abordan.

En la tesis desarrollada por Almaguer, Cantú, Rodríguez y Rodríguez (2017, citada en Encarnación Baltazar (2019), se aborda el concepto de gráfico de barras de la siguiente manera:

Un *gráfico de barras* se forma con rectángulos en cuya base se indica el dato, valor de la variable y la altura representa la frecuencia de ese dato. Conviene elegir este tipo de gráfico cuando la variable independiente está sobre una escala nominal; sus valores pueden ir en cualquier orden, pero conviene ordenarlas por su valor asociado, es decir, por los valores que toma la variable dependiente. Entonces, el gráfico de barras destaca cuál es el valor de moda, y su diferencia con el valor que le sigue, etc. Sin embargo, para algunos diseñadores puede ser conveniente otro orden, obedeciendo a algún propósito determinado. (p. 20)

Otro concepto de lo que son los gráficos de barras se aborda en la tesis de maestría realizada por Gutiérrez Serrano (2018), el autor explica que estos “son una representación visual de los datos utilizando rectángulos horizontales o verticales, cuyas longitudes son proporcionales a las cantidades que representan”. Así mismo “las gráficas de barras se deben utilizar para datos cualitativos o categóricos. Pueden utilizarse también para describir variables cuantitativas discretas que toman pocos valores” (p. 36).

Dentro de los antecedentes que abordan el trabajo con diagramas de barras se encuentra la investigación desarrollada en Brasil por Silva (2014), cuyo propósito fue validar la interpretación y construcción de diagramas de barras y líneas con 69 estudiantes de grado Quinto de primaria de tres escuelas públicas en contextos diferentes; a partir de la realización de tres actividades: a) Un pretest con 8 preguntas relacionadas con el tópico mencionado, b) El desarrollo de dos clases que incluía interpretar escalas en la primera sesión y en la segunda construir escalas en diagramas de barras, y. c) La tercera actividad fue un pretest con las mismas características del primero. En las conclusiones expresadas la autora resalta el mejoramiento en el desempeño de los estudiantes para desarrollar las 8 tareas después de la intervención, así mismo concluye que los estudiantes demuestran facilidad para el aprendizaje desde los primeros años de escolaridad; por lo tanto, es importante que este

trabajo se realice de manera sistemática, dado el papel que tiene la escuela en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

2.3.6.3.2 Diagramas circulares. De acuerdo con los libros Prest Matemáticas utilizados por el MEN (2016c, 2016d) en el marco del Programa Todos a Aprender, este gráfico estadístico solo se utiliza en el grado Quinto. Además de ello son escasas las investigaciones que abordan de manera específica su uso y análisis. A continuación, se enunciarán dos conceptualizaciones al respecto.

Según los textos mencionados en el párrafo anterior, “Un diagrama circular es una forma de representar datos agrupados en diferentes categorías por medio de un círculo dividido en sectores circulares. El tamaño de cada sector es proporcional al porcentaje de datos que pertenecen a cada categoría” (MEN, 2015b, p. 36).

El concepto presentado por Sánchez, Saiz, Hoyos y Guzmán (2016, citado en Encarnación Baltazar, 2019), complementa el anterior. Los diagramas de barras o gráficos circulares también son llamados gráficos de sectores; por lo tanto, “un gráfico circular es un círculo dividido en sectores” (p. 20). De esta manera cada una de sus divisiones o sectores refleja las categorías de acuerdo a la información representada, además su área es equivalente a la medida de la categoría expuesta. “Este gráfico resulta conveniente elegirlo cuando la variable independiente está sobre una escala nominal y cuando las medidas están dadas en porcentaje, o cuando se pueden traducir en porcentajes” (p. 20).

2.4 El Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático como parte del modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT)

El propósito que da cuenta de este apartado se enmarca en el desarrollo del modelo MKT de Ball et al. (2008), en lo que respecta al segundo subdominio, Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, a partir del abordaje y desglose de cada una de las tres subcategorías que lo estructuran: conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y conocimiento del contenido y el currículo, descritas de manera general en el apartado 2.2 de este segundo capítulo. Sin embargo, para esta sección, la mirada gira en torno a un tópico matemático específico: representación e interpretación de datos estadísticos en el nivel de Básica Primaria, objeto de estudio de esta investigación, como ya se ha mencionado en varios momentos. A continuación, se abordan

las tres subcategorías del CDCM, a través de su definición, elementos organizacionales e investigaciones que sustentan todo su andamiaje conceptual.

2.4.1 Conocimiento del contenido matemático y los estudiantes

Dentro del conocimiento que debe manejar el docente en relación con el conocimiento del contenido y los estudiantes para la enseñanza de gráficos estadísticos, Friel et al. (2001) consideran que esta debe darse de manera gradual y propone una progresión de acuerdo a dos características: primera, el grado de escolaridad, el cual tiene relación directa con los conocimientos matemáticos que los estudiantes deberían tener y la forma como este conocimiento se desarrolla, elementos estos que inciden en la cantidad de datos a representar o en las categorías a comparar, entre otros; segunda, los contenidos que se deben abordar, los cuales hacen referencia a la complejidad de los datos que se desean representar, en esta línea se tienen en cuenta la clase de datos que se requiere graficar.

Otro de los elementos importantes en esta subcategoría es examinar de manera específica las dificultades y errores que comenten los estudiantes en la forma como leen, analizan y representan los datos. Para ello se han revisado múltiples investigaciones en Estadística que buscan dilucidar el concepto de lo que es un error a nivel escolar y la razón de las equivocaciones de los estudiantes de Básica Primaria en el desarrollo de algunas tareas. Cabe resaltar que la bibliografía al respecto es escasa, ya que el reconocimiento de estos errores se focaliza principalmente en profesores con formación matemática y en estudiantes de los niveles de básica secundaria y universitario; y, aunque no son el centro de esta categoría, algunas de estas investigaciones se relacionan a continuación como antecedentes dado que se desarrollan en dos niveles educativos, uno de ellos primaria; además, aportan elementos importantes para comprender ciertos errores que podrían darse en el nivel foco de este estudio.

En relación con las Matemáticas escolares en el nivel de Básica Primaria, las situaciones y problemas que se plantean a los estudiantes presentan, en condiciones generales, características claras y bien definidas, razón por la cual los docentes pueden identificarlas y clasificarlas sin dificultad. De esta manera Kilpatrick et al. (1998) las clasifican en correctas o incorrectas, cuando sucede esto último, se cataloga como una respuesta errónea y, por tanto, la respuesta presentada por el estudiante, en relación a la pregunta propuesta, es un error. Sin embargo, estos eventos se consideran como parte del

proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, al ser valoradas como indicadores preocupantes de insuficiencia para alcanzar los objetivos propuestos. Situación que evidencia la importancia de su estudio en el campo matemático en los sistemas educativos, entre otros.

Respecto a las tareas asignadas a los estudiantes, autores como Batanero et al., (1994) y Batanero (2001), expresan que en algunas situaciones los estudiantes se equivocan y dan respuestas erradas a las tareas propuestas, mientras que, en otras, no se da respuesta alguna, respecto a este último planteamiento se refieren dos causas, la primera por distracción de los estudiantes y la segunda por considerar ‘difícil’ las tareas asignadas; sin embargo, diferentes autores coinciden en que estas situaciones no son aisladas ni aleatorias.

“Con frecuencia es posible encontrar regularidades, ciertas asociaciones con variables propias de las tareas propuestas, de los sujetos o de las circunstancias presentes o pasadas” (Batanero et al., 1994, p. 2). Estos eventos sucedidos han permitido identificar algunos errores que pueden cometer los estudiantes al enfrentarse a diversas tareas y que pueden ser poco conocidos por los docentes; aun así, por su aporte a la educación han sido objeto de análisis e investigación, situación que ha contribuido a enriquecer el haber bibliográfico, dado que diferentes autores han presentado diversidad de sugerencias o recomendaciones al respecto.

Es importante, por tanto, comprender qué se entiende cuando se habla de error. Rico (1998b) afirma que: “El error es un conocimiento deficiente e incompleto. El error es una posibilidad, y una realidad, permanente en el conocimiento científico” (p. 69). Condición esta que ha sido asunto de estudio por el aporte que posibilita no solo a la enseñanza de las Matemáticas, sino también a su aprendizaje. Respecto a los errores, estos mismos autores plantean tres premisas a considerar: (a) Los errores se pueden aprovechar como una oportunidad que impacta de manera positiva el proceso de aprendizaje de los estudiantes, (b) Se relacionan con la posibilidad de que los errores no son realizados de manera aleatoria - tal como lo expresan Batanero y sus colegas en algunas de sus investigaciones - sino que son producto de presaberes que tienen los estudiantes, y (c) Los estudiantes no son responsables de estos errores y, por lo tanto, lo que se pone sobre la mesa es un vacío de conocimiento de su parte, situación que debe ser resuelta por el docente.

Giménez Rodríguez (1997) realiza una tabla que resume algunas características de la evaluación en el área de Matemáticas, entre ellas presenta cuatro conceptos referentes al

error, los cuales se han modificado a lo largo de una línea de tiempo, tal como se presenta a continuación.

1. Inicios del siglo XX: el error es falta de capacidad cognitiva.
2. 1940 – 1970: falta de adquisición de conocimiento.
3. Década de los 80: reconocimiento de habilidades distintas. Obstáculos-errores.
4. Hacia el siglo XXI: de diversos tipos. Reflejo de un “modelo de estudiante” y de profesor. (p. 17).

De acuerdo a lo anterior, es indispensable que los docentes posean un vasto conocimiento en Estadística, por lo menos en el nivel educativo donde desarrolla su ejercicio docente, que para el caso que se ocupa esta investigación es Básica Primaria, de tal manera que tengan la posibilidad de entender el desempeño de los estudiantes en términos de una amplia comprensión de sus errores y aporten los elementos necesarios sobre el uso correcto de los fundamentos de la Estadística en el proceso de aprendizaje de esta. Estrella et al., (2015) expresan la importancia que tiene el conocimiento profundo de la Estadística por parte de los profesores de primaria, de esta manera es posible desarrollar habilidades que los lleven a ser competentes en términos estadísticos, dado el papel que desempeñan en el proceso de enseñanza, además, podrán comprender los errores sistemáticos que cometen los estudiantes, utilizar de manera apropiada diferentes herramientas y representaciones, así como poseer un amplio conocimiento de las tareas en pro del aprendizaje de los estudiantes respecto a esta disciplina.

Para Brousseau (1983) existen algunas limitantes en el conocimiento de los estudiantes que ocasionan dificultades al momento de resolver las diferentes tareas propuestas, condición por la cual se generan errores o falencias para lograr nuevos aprendizajes, cuando estos eventos suceden el autor los denomina obstáculos cognitivos. El obstáculo no significa ausencia de un conocimiento, dado que este es local y se encuentra en la mente del estudiante; sin embargo, ese conocimiento no es correcto en el contexto requerido y, por lo tanto, es un error. De acuerdo al origen y las características que presentan los obstáculos, Brousseau (1983) los ha organizado en tres categorías:

1. Obstáculo ontogénico: también se les llama obstáculos psicogenéticos. La causa de estos obstáculos son las limitaciones que presentan los niños en cualquier momento de su desarrollo, la mayoría de veces se asocian a causas neurofisiológicas.

2. Obstáculo didáctico: estos obstáculos hacen referencia de manera directa con las elecciones didácticas realizadas por diferentes sujetos en el proceso de enseñanza de un conocimiento específico.
3. Obstáculo epistemológico: estos obstáculos se racionan de manera intrínseca por el mismo conocimiento.

Según lo afirman Batanero et al. (1994), cuando alguno de estos obstáculos se presenta no solo es necesario identificarlo, sino también superarlo; sin embargo, también cabe la posibilidad que los estudiantes presenten dificultades diferentes a las categorizadas por Brousseau, en cuyo caso se le puede atribuir a una falta de conocimiento básico que obstaculiza la comprensión adecuada de un procedimiento o concepto, este caso es ejemplificado por los autores con el trabajo de Sierpinska (1989) donde se valida la dificultad que presentan los estudiantes en lo que respecta a la noción de límite y los objetos matemáticos allí involucrados. Mientras que Rico (1998b) considera que los errores que cometen los estudiantes se relacionan con otras variables que hacen parte del proceso educativo, entre las que se encuentran: “el profesor, el currículo, el entorno social en el que se enmarca la escuela, el medio cultural y sus relaciones, así como las posibles interacciones entre estas variables” (p. 83). Situación que, aunque ha permanecido en el tiempo en el proceso educativo, no es hasta hace mucho que se analiza y se tiene en cuenta su complejidad, según lo afirma el autor.

De esta manera, Almouloud (2007) sostiene que es importante considerar el error, dado que este elemento es una de las situaciones que más afecta el proceso de aprendizaje de las matemáticas para los estudiantes, ya que el error conlleva a la demostración de que los estudiantes tienen un conocimiento escaso o apenas en construcción y por tanto, es tarea del docente dejar claro la “manera correcta” que lo guíe a la construcción del conocimiento, de esta forma el error se podría superar sin que quede memorizado en la mente del estudiante.

En la investigación realizada por Arteaga, Batanero, Ortiz et al. (2011), los autores exponen algunos errores que cometen 207 futuros profesores de primaria en la construcción de gráficos estadísticos, estos a su vez estudian segundo año de Diplomatura de Magisterio y ya habían cursado la asignatura de Matemáticas y su Didáctica. En el marco del proyecto de investigación, cada participante debió realizar el lanzamiento de una moneda 20 veces y registrar en cuál de las dos caras cae por medio de algún gráfico estadístico, tarea esta que se realiza dos veces con una variante en la segunda de ellas. En la primera actividad, los

datos son ficticios, dado que deben inventarse por los participantes, mientras que al repetir el ejercicio los datos son reales, ya que efectivamente se debe lanzar la moneda. Para analizar las actividades realizadas por los estudiantes se tuvo en cuenta la siguiente clasificación de estos en torno a tres grupos según sus características:

1. Gráficos correctos: son aquellos en los cuales la información representada se hace de manera precisa.
2. Gráficos parcialmente correctos: para esta clasificación es importante tener en cuenta que, aunque los gráficos son formalmente correctos, presentan cierto error en alguno de sus elementos como lo son: el título, las coordenadas, las etiquetas, los ejes o la escala.
3. Gráficos incorrectos: se consideran incorrectos cuando las variables que se representan no tienen relación entre sí.

Los gráficos utilizados por los futuros profesores fueron: diagramas de barras y circulares, tablas y gráficos de puntos o de dispersión. Al realizar el análisis de las respuestas de los profesores los investigadores encontraron los siguientes errores:

- Fallos en la formación de la distribución de frecuencias a partir de una lista de datos.
- Errores en las escalas o divisiones de los ejes.
- Elección de un gráfico inadecuado.
- Confusión entre variable dependiente e independiente en un gráfico.
- Representación incorrecta de intervalos en la recta numérica.
- Comparaciones numéricas sin sentido.
- Cálculo de resúmenes estadísticos a partir de gráficas.
- Interpretación de información numérica de los gráficos. (p. 41-47)

En las conclusiones expuestas por los autores se hace referencia a la marcada dificultad presentada por los futuros profesores en la construcción de gráficos estadísticos; sin embargo, las falencias son justificadas de la siguiente forma: “no por la falta de conocimientos estadísticos, sino de componentes del sentido numérico tales como fallo en recuento y ordenación de cantidades numéricas, razonamiento proporcional y representación incorrecta de números en la recta numérica y no contextualización de la información” (Arteaga, Batanero, Ortiz et al., 2011, p. 47).

De acuerdo a las situaciones expuestas en investigaciones anteriores, Del Pino y Estrella (2012), sugieren comenzar la enseñanza de la Estadística a edades tempranas en

coherencia con dos antecedentes: el primero por la naturaleza de orden conceptual que tiene la Estadística y que se diferencia de las Matemáticas por su carácter operacional y la segunda por la complejidad de algunos conceptos fundantes en esta disciplina, entre ellos la construcción en interpretación de los gráficos estadísticos utilizados para la organización de la información, situaciones que suscitan dificultades y errores en los estudiantes al desarrollar las tareas propuestas.

Finalmente, se concluye que la construcción e interpretación de los gráficos estadísticos no es una tarea fácil de realizar, dada la escasa fundamentación con que cuentan los estudiantes para la realización de tareas de este tipo. Situaciones que se presentan por la dificultad para su comprensión y las relaciones que pueden presentarse entre las variables (Eudave, 2009).

Según el reporte *The Mathematical Education of teachers* (Conference Board of the Mathematical Sciences, 2001), la Estadística gira en torno a un paradigma que se constituye a través de tres elementos a saber:

1. Producción de datos: se realizan diversos estudios con el objetivo de recolectar datos importantes y de interés.
2. Análisis de datos: en este análisis se hace necesario el uso de variadas representaciones gráficas, tablas y resúmenes numéricos con el propósito de encontrar y describir patrones en los datos.
3. Interpretación: para el desarrollo de este elemento, se vinculan los resultados producto del análisis de datos con las preguntas planteadas al inicio de la situación y a partir de este evento, se realizan las conclusiones pertinentes; en caso de que el ejercicio no satisfaga las pretensiones iniciales, es posible la implementación de un estudio adicional.

El segundo componente, análisis de datos, se relaciona con las diferentes formas existentes para representar la información recolectada; sin embargo, es necesario que independientemente de cómo esta se represente, debe responder la pregunta o el interrogante que se planteó al inicio de la actividad, aunque en algunas oportunidades durante este proceso surgen preguntas nuevas mucho más interesantes o completas que la primera. Para ilustrar este segundo elemento se hace alusión de algunas investigaciones que abordan el aspecto en mención y que son presentadas a continuación.

En la primera de ellas, es la realizada por los autores Li y Shen (1992), quienes analizaron los gráficos estadísticos que elaboraron los estudiantes, en los hallazgos encontrados observaron que estos utilizan de manera indistinta los diferentes gráficos, sin tener en cuenta el tipo de variable que se encuentra en juego, en lo concerniente a la escala que se presentaba en los gráficos se encontraron algunas dificultades mencionadas a continuación:

- Elegir una escala inadecuada para el objetivo pretendido (por ejemplo, no se cubre todo el campo de variación de la variable representada).
- Omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos.
- No especificar el origen de coordenadas.
- No proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes. (Citado en Arteaga et al., 2009, p. 99)

En la misma línea, Arteaga (2008) afirma que uno de los errores más comunes que cometen los estudiantes al momento de representar la información, hace referencia a la elección del gráfico adecuado, el cual debe atender a dos características, la primera al tipo de variable; y la segunda, a la situación que se ha propuesto. Estos dos aspectos son de vital importancia para el análisis de la información, dado que, si un gráfico está mal construido, la información que allí aparece no es confiable ni verídica y, por lo tanto, no corresponde a la realidad. Un ejemplo claro para ilustrar esta situación hace referencia a la posición de los datos en un diagrama de barras, cuando estos están representados en un diagrama de barras horizontal en vez de utilizar un diagrama de barras vertical, el cambio de posición de la información genera en los estudiantes confusión y puede generar errores en su lectura (Pereira-Mendoza y Mellor, 1990).

Por su parte, los investigadores Díaz-Levicoy, Arteaga et al. (2017), describen la dificultad que tienen los estudiantes al momento de elegir un gráfico adecuado para la representación de datos, dado que deben tener en cuenta dos características: atender al tipo de variable y al problema que se plantea, elecciones en las cuales los estudiantes se equivocan con frecuencia. Mientras que para Landwehr y Watkins (1986, citado en Friel et al., 2001) la elección adecuada del gráfico debe responder al tipo de datos a representar y la magnitud de ese conjunto de datos, en relación con las características expuestas realizan una caracterización: cuando se tiene datos nominales, ordinales e intervalos donde haya conteo, se pueden utilizar gráficos de barras, de imágenes o los trazados de líneas, entretanto si los datos son continuos en los que la repetición es escasa es recomendable usar pictogramas,

dado la facilidad para trabajar conjuntos con un gran número de datos. Para otros autores como Mosenthal y Kirsch (1990b, citado en Friel et al., 2001) en el caso de necesitar hacer comparaciones de porcentaje o proporción, los gráficos circulares son una opción viable.

La interpretación es el tercero y último elemento referente a los paradigmas que se presentan en la Estadística. Para ello es necesario que una vez recogida y representada la información a través de diversas formas, esta pueda ser analizada y a partir de ello se puedan sacar conclusiones y, finalmente lograr la comunicación a las personas, a través de algún medio de divulgación pertinente para dicha situación.

Para ejemplificar este tercer elemento se continua con la revisión de la investigación desarrollada por Cruz (2013), esta se da en un contexto portugués, con 21 estudiantes de grado Tercero de básica primaria y cuyas edades oscilan entre 8 y 9 años. El propósito principal del estudio es validar los errores y las dificultades que presentan los estudiantes en la realización, lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos, específicamente en pictograma, gráfico, de barras y circular. Para su análisis se aplicó un cuestionario a los estudiantes para determinar el nivel de lectura de estos de acuerdo a la clasificación presentada por Curcio (1989) con resultados bajos en general, para el nivel 1 el 56% de las respuestas fueron correctas, un 41% para el 2 y solo el 27% para el nivel 3, observándose una disminución considerable a medida que se incrementa la dificultad en la lectura de los gráficos, de igual forma un alto porcentaje de estudiantes abordó de manera correcta el uso de pictogramas cuyo valor del ícono era uno.

Silva (2014) realiza el análisis con 69 estudiantes de grado Quinto con edades entre los 10 y 11 años en Brasil, a partir de la interpretación de gráficos de barras y líneas simples y dobles. El autor concluye que el 59% de ellos proporciona respuestas correctas a las tareas que hacen referencia a las barras, mientras que el 43% lo hace con las gráficas de líneas, así mismo, se evalúan los niveles de lectura, en el nivel 1 están el 60% de los estudiantes y el 2 y 3 con el 51% y 41% respectivamente.

Otro de los factores que puede abordarse en relación con los errores que pueden cometer los estudiantes al utilizar gráficos estadísticos se refiere a la evaluación de los mismos; al respecto Friel et al. (2001) y Watson (2006), expresan la importancia que tiene para los estudiantes la posibilidad de elección y manejo de las escalas para el abordaje de la información que ellos deban representar de diversas formas para llevar a cabo su lectura y posterior análisis. Se concluye que para dibujarla o leerla se presenta poca dificultad, mas

no ocurre de la misma forma al tener que realizar la elección de la escala más adecuada, ya que según los autores los estudiantes tienen escaso conocimiento al respecto.

En cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, se aborda la investigación realizada por Kilpatrick et al. (1998), autores que expresan en las conclusiones de su libro algunas consecuencias que se relacionan de manera directa con los errores que cometen los estudiantes en la resolución de problemas, tal como se ha mencionado en los párrafos anteriores; por lo tanto, se tomarán como un resumen referente a este aspecto. En primer lugar, se señala al error de forma positiva, dado que puede influir en el proceso de aprendizaje. Como segundo elemento, los errores tienen como base presaberes de los estudiantes, por tal razón no surgen de manera aleatoria, sino en un marco conceptual consistente. En el tercer término, se debe tener en cuenta que los estudiantes no son responsables de los errores, de esta manera, el docente debe preverlos durante el proceso de su aprendizaje. Para finalizar, los investigadores sostienen que todo proceso de aprendizaje tiene tendencia a cometer errores, indistintamente de sus causas. Por consiguiente, un error podría ser el elemento de potencialización de un aprendizaje cualquiera, y para un docente, el punto de partida donde los estudiantes pudieran llegar a la adquisición de un conocimiento determinado.

Otras dificultades que pueden tener los estudiantes en la construcción de gráficos estadísticos son expuestas por Batanero, Díaz et al. (2011) y se relacionan con la realización heterogénea de las escalas o la supresión de algunas de ellas; así mismo, las etiquetas pueden hacer referencia a un contenido que no corresponde con el gráfico representado; en ambos casos la información allí expuesta carece de veracidad; por lo tanto, estos dos autores recomiendan trabajar con elementos relacionados con el contexto de los estudiantes, en este caso sugieren los periódicos, para tratar de detectar en estos los errores descritos, de tal manera que ellos mismos verifiquen los errores que allí se presenten y sean conscientes de las consecuencias que ello puede acarrear.

2.4.2 Conocimiento del contenido matemático y la enseñanza

Para el desarrollo de esta categoría se abordaron investigaciones que hacen alusión a la enseñanza de la Estadística a partir de diversas estrategias en un primer momento y, a los recursos didácticos utilizados en un segundo momento.

2.4.2.1 La enseñanza de la Estadística a través de diversas estrategias. Para el desarrollo de esta subcategoría se abordaron diferentes fuentes que versan sobre la forma como se relaciona el conocimiento del contenido que tiene el docente con la enseñanza del mismo, y que de cierta manera responde a la pregunta, ¿De dónde procede este conocimiento? Para ello se consultaron algunas investigaciones en Estadística o en Didáctica de la Estadística, particularmente aquellas en las que se diseñan diversas estrategias, tareas o conjuntos de tareas a propósito de la representación e interpretación de datos. “A estas tareas se les podría llamar protocolos de investigación, las cuales pueden perfectamente luego asumirse como situaciones de enseñanza” (E. Guacaneme, comunicación personal, 10 de diciembre, 2018).

Otra bibliografía consultada fueron los referentes curriculares y de calidad en el área de Matemáticas como los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998), *Derechos Básicos de Aprendizaje* (DBA) (MEN, 2016), *Mallas de Aprendizaje* (MEN, 2017) y las *Orientaciones Pedagógicas* (MEN, 2017), todos ellos proponen diversas actividades y ejemplos que se pueden utilizar en la enseñanza de estos contenidos temáticos. Así mismo se revisaron los textos escolares Prest Matemáticas utilizados en el Programa Todos a Aprender del Ministerio de Educación Nacional, que presentan tanto los contenidos como diferentes maneras de enseñarlos, alusiones o formas de desarrollo de estos tópicos estadísticos.

Precisamente, cuando se habla de enseñanza de un contenido, es necesario también referirse a las múltiples formas que tienen los estudiantes para el aprendizaje de este; por tanto, el abanico de posibilidades debe abrirse a las distintas maneras que existe para enseñar determinado contenido y para el caso de análisis y representación de datos, no es la excepción. De acuerdo a lo descrito líneas atrás, se inicia este recorrido con las investigaciones realizadas en Matemáticas en el área de Básica Primaria, allí se exponen diferentes elementos que se relacionan de manera directa con Estadística o Didáctica de la Estadística y la enseñanza de la disciplina en este nivel y que aportan de manera indistinta ciertos componentes importantes en esta segunda categoría: Conocimiento del contenido y la enseñanza.

Para dar comienzo a esta ruta inicia este recorrido con algunos elementos presentes en el libro *Estadística con proyectos*, allí los autores Batanero, Díaz et al. (2011) declaran que, para el aprendizaje de esta disciplina, es necesario que los estudiantes desarrollen

competencias que hagan parte de la “cultura estadística”, en cuyo caso se debe cimentar desde la Básica Primaria e ir construyendo este constructo conceptual de manera gradual en los demás niveles de escolarización, aunado a ello, hacen énfasis en que metodológicamente se deben abordar los contenidos y técnicas de manera contextualizada o también a través de proyectos con situaciones reales vividas por los estudiantes. Tal como lo expresan Batanero (2000), Batanero y Díaz (2004) y Azcárate y Cardeñoso (2011), conocimientos que deben estar anclados al contexto de aplicación y no desde lo abstracto, de tal manera que se puedan desarrollar todos y cada uno de los pasos necesarios para resolver un problema estadístico.

Como complemento a estas situaciones los investigadores decidieron impartir estos contenidos por medio de escenarios, en otras palabras, el docente elabora un guion respecto a un tópico específico y los estudiantes lo recrean por medio de la actuación, situación que permite la interacción del estudiante de manera individual y cooperativa, además de su reflexión y la adquisición de una postura crítica frente a los diferentes problemas presentados (Azcárate y Cardeñoso, 2011). Tales proyectos pueden ser propuestos de igual manera por los docentes como por los estudiantes, según lo expresa (Ruiz López, 2015).

En la misma línea se encuentra Batanero, Arteaga et al. (2011) al exponer el proceso para realizar proyectos estadísticos en Primaria, a través de cuatro situaciones que los estudiantes deben desarrollar: “(a) Identifiquen un tema de estudio y formulen preguntas, (b) coleccionen un conjunto de datos relevantes para el tema en estudio, (c) analicen los datos e interpreten los resultados y (d) escriban un informe del proyecto” (p. 5).

A continuación, se exponen algunas razones que justifican el uso de proyectos en la enseñanza de la Estadística:

- La combinación de la Estadística con su aplicabilidad; por lo tanto, es útil para solucionar problemas no solo en su campo, sino también para otros campos de conocimiento Anderson y Loynes (1987, citado en Batanero, Díaz et al., 2011).
- El incremento de la motivación en los estudiantes por dar solución a situaciones contextualizadas a su entorno, resolviendo problemas con datos reales y no inventados (Batanero, Díaz et al., 2011).
- El desarrollo de algunas competencias básicas, tales como: comunicación lingüística, matemática, conocimiento y la interacción con el mundo físico, tratamiento de la información y competencia digital, competencia social y ciudadana, competencia para aprender a aprender y autonomía e iniciativa personal (Batanero, Díaz et al.,

2011). Otras competencias valoradas por Friz Carrillo et al. (2011) son conocimiento pedagógico general, que incluye desarrollo físico, psicológico y social, habilidades para diseñar espacios educativos adecuados y el conocimiento de las implicaciones que tiene el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC).

El estudio presentado por Batanero, Arteaga et al. (2011) *El currículo de estadística en la enseñanza obligatoria*, presenta algunas orientaciones metodológicas que los docentes podrían tener en cuenta a la hora de enseñar los elementos que estructuran la Estadística. El primero de ellos se encuentra en los mismos términos de los autores mencionados líneas atrás, al hacer referencia a la contextualización de la Estadística a través del abordaje de problemas de su cotidianidad, de datos reales, de tal manera que sea posible para los estudiantes entender, interpretar y describir los eventos que suceden a su alrededor, de este modo las fórmulas estadísticas no son el centro de esta disciplina, más sí es importante que los estudiantes comprendan las diferentes formas de representación que existe sobre la información y tengan la capacidad de elegir la más adecuada, de acuerdo a los datos que posean.

En lo concerniente a las orientaciones curriculares los investigadores recomiendan fomentar el desarrollo del pensamiento estadístico, el cual presenta características diferentes al pensamiento matemático. Finalmente, respecto a los contextos que se involucran en la enseñanza, los docentes deben hacer un análisis reflexivo de cada uno de los factores que inciden en ellos, a través de la dinámica del aula en el ejercicio de su práctica pedagógica, situaciones diferentes que podrían aportar a promover el desarrollo profesional docente, el cual se encuentra en relación directa con el progreso en el proceso de enseñanza y este a su vez repercute en el aprendizaje de los estudiantes de manera positiva (Azcárate y Cardeñoso, 2011).

Otro aspecto a resaltar en esta subcategoría es abordado en el estudio realizado por Ruiz López (2015), *La enseñanza de la Estadística en la Educación Primaria en América Latina*, allí se analizan algunas tendencias a partir de los resultados en el segundo estudio comparativo SERCE, una de ellas hace referencia al tiempo dedicado a la enseñanza de los contenidos en Estadística en 16 países de América Latina para el grado Tercero, los resultados obtenidos exponen que, aproximadamente el 16% del tiempo que se tiene para enseñar Matemáticas es utilizado para estos contenidos específicamente, siendo el más bajo respecto a números con un 50%, geometría con un 19% y medidas con un 18%. Asimismo,

se evidencia que se enseñan más contenidos en Estadística en los colegios públicos que en los privados, exceptuando a Colombia y, en cuanto a la diferencia entre urbanos y rurales, este último está por debajo del primero.

La prueba que se realizó a los estudiantes de grado Tercero abordó tres contenidos concretos: registro datos en tablas de doble entrada, elaboración de gráficos de barras e interpretación, tanto de las tablas como de los gráficos. Finalmente, el autor concluye sobre la importancia que tiene el pensamiento estadístico y lo diferencia del pensamiento matemático, como ya se ha mencionado por otros autores, dado que el primero requiere de un contexto específico que lo dote de significado. Además de ello, sobrepasa el pensamiento matemático y el entendimiento tanto de los conceptos como de los procedimientos (Batanero, Díaz et al., 2011).

De esta manera se podría establecer que uno de los elementos importantes en la enseñanza de la Estadística tiene relación directa con el tiempo asignado para su desarrollo y, por lo tanto, con su aprendizaje. Desde esta perspectiva sería posible hacer el siguiente cuestionamiento al respecto, el cual no es analizado en la investigación: ¿Es suficiente el tiempo dedicado a la enseñanza de esta disciplina en los países de América Latina, con especial atención en Colombia, para que los estudiantes desarrollen pensamiento estadístico?

En la investigación que se expone a continuación se analizaron tres componentes que hacen parte de la Estadística: “comprensión gráfica, diferenciación de niveles cognitivos y comprensión generada al cambiar de sistemas de representación” (Estrella et al., 2015, p. 477). El estudio denominado *El conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria*, y que fue expuesto en el estado del arte de la presente investigación, abordó además el conocimiento que tienen los docentes sobre los errores y dificultades que presentan los estudiantes de manera reiterada respecto al aprendizaje de la Estadística. Dentro de las conclusiones los autores validan las dificultades que presenta esta disciplina a partir de los bajos resultados que obtuvieron en sus respuestas no sólo los estudiantes sino también los docentes, para este último caso se aclara que dichos resultados son el producto de la ausencia de formación, experticia y poco acceso a información relacionada con las dificultades que la Estadística conlleva. Tal como lo expresa Assupta (2007) al indicar la escasa preparación de los docentes en esta disciplina, aun cuando han terminado sus estudios universitarios, lo que conlleva a varias situaciones: escasos recursos para que los docentes

orienten sus clases, supresión del contenido temático o en caso de ser orientado, lo hacen con una metodología inadecuada.

Con este panorama, los investigadores sugieren que los docentes deben estar familiarizados con las clases de situaciones que comportan los contenidos del currículo chileno en matemáticas, de tal manera que puedan ser llevados a la práctica pedagógica, situación que les aportará la experticia requerida para corregir las tareas que presentan sus estudiantes, factor que preocupa de manera amplia, al considerar al docente como un elemento determinante en el logro de los objetivos propuestos a los estudiantes (Estrella et al., 2015).

Otra de las recomendaciones que se encuentra en la bibliografía consultada hace referencia al análisis, reflexión y selección de los contenidos curriculares en Estadística que se deben orientar en los diferentes niveles académicos, tarea esta que debería ser realizada por los docentes -según lo expresan los investigadores- independientemente de que los contenidos sean organizados por las entidades oficiales pertinentes, además es necesario que sean ajustados al nivel de conocimiento que tengan los estudiantes (Azcárate y Cardeñoso, 2011). Sin embargo, esta posición debe ir acompañada de una adecuada formación y actualización para los docentes en Educación Estadística, dado que los autores consideran que este factor se ha trabajado de manera incipiente en las aulas, más aún cuando los profesores de todos los niveles tienen escasos referentes teóricos y prácticos y las situaciones problema que se podrían desarrollar en el aula, la mayoría son ajenas a su conocimiento, situación que se agudiza en el nivel de básica primaria, donde la formación que tienen los docentes no es específica en esta área en la mayoría de los casos, así mismo señalan la importancia que tiene en la enseñanza de la Estadística el uso de variadas estrategias de aprendizaje, entre ellas “simulaciones por ordenador y visualizaciones” (Azcárate y Cardeñoso, 2011, p.792), para la adquisición de los conceptos estadísticos básicos.

Para concluir este primer elemento de esta segunda categoría, se aborda el estudio realizado por Azcárate y Cardeñoso (2011), en este los investigadores proponen un diseño que podría utilizarse para el proceso de reflexión implícito en la formación docente, a partir de tres perspectivas: “a) Epistemológica: el dominio y comprensión conceptual y didáctica del contenido. b) Cognitiva: la comprensión del aprendizaje estadístico y formas de promoverlo. c) Práctica: el desarrollo de las competencias y estrategias de intervención en las aulas” (p. 9). Para la ejecución de esta propuesta formativa fue necesario enmarcar los

contenidos en tres ámbitos de conocimiento MELITOU (2006, citado en Azcárate y Cardeñoso, 2011):

1. Relacionados con el contenido: análisis la naturaleza del conocimiento estadístico; análisis y reflexión sobre los conceptos fundamentales en la probabilidad y la estadística; análisis didáctico y problemas históricos; análisis de planes de estudios; análisis de los criterios de selección y organización de los conocimientos para los alumnos, y selección de herramientas para trabajar con los alumnos.
2. Relacionados con el aprendizaje de la estadística: análisis de cómo los alumnos aprenden estadística y probabilidad; análisis y reflexión sobre la literatura de la investigación; análisis sobre el papel de herramientas tecnológicas en el aprendizaje del alumno; análisis de la organización del proceso de enseñanza y aprendizaje.
3. Relacionados con los procesos de intervención: diseño personal del plan de intervención en su aula; desarrollo en el aula; evaluación y reflexión del proceso.
(p. 9)

2.4.2.2 Los recursos didácticos en la enseñanza de la Estadística. La segunda fuente de información que se ha consultado con el propósito de recabar información respecto al conocimiento del contenido y la enseñanza, son los referentes curriculares y de calidad en el área de Matemáticas emitidos por el MEN. Para este aspecto, el enfoque se direcciona a dilucidar la exposición que allí se realiza en torno a algunas actividades, formas o estrategias de cómo se pueden enseñar ciertos contenidos estadísticos en el nivel de Básica Primaria, dado que su estructura y contenidos se abordarán de manera amplia en la siguiente subcategoría. A continuación, se realiza una descripción de cada uno de ellos:

2.4.2.2.1 Lineamientos Curriculares en Matemáticas, MEN (1998). En este documento se especifica cada uno de los pensamientos y sistemas que hacen parte de las Matemáticas, para la enseñanza del pensamiento aleatorio y sistemas de datos específicamente, se hacen ciertas sugerencias que pueden aportar elementos importantes en este proceso, algunas son:

- Los contenidos abordados en esta disciplina deben caracterizarse por la exploración y la investigación, tanto de docentes como de estudiantes Shanghnessy (1985, citado en MEN, 1994).
- Para su tratamiento es necesario que haya un proceso de evaluación, de tal suerte que se pueda hacer seguimiento a los posibles errores que se puedan cometer.
- El desarrollo de este pensamiento se basa en la actividad matemática resolución de problemas.
- Existe la necesidad de que estos contenidos sean abordados en contextos significativos y orientadas a proyectos.

Posteriormente, se explican los procesos generales de la actividad matemática, en un primer momento el razonamiento y la modelación de procesos y fenómenos de la realidad, los cuales se desarrollan a través de actividades y ejemplos concretos llamadas situaciones, en cada una de ellas se indican algunas formas para resolverlas y así fortalecer cada uno de ellos; estas situaciones se encuentran agrupadas por conjunto de grados, en lo que respecta a la básica primaria se organizan en tres grupos de la siguiente manera: a) Preescolar, b) Primero, Segundo y Tercero, c) Cuarto y Quinto, este grupo además incluye el grado Sexto. Cabe aclarar que, aunque se incluyen los cinco pensamientos matemáticos, de las 24 situaciones presentadas en sólo una de ellas se hace referencia al pensamiento aleatorio y corresponde específicamente al tópico permutaciones. En los otros tres procesos de la actividad matemática: formular y resolver problemas; comunicar; formular comparar y ejercitar procedimientos, se encuentran algunos elementos teóricos, mas no ejemplos concretos como los ya mencionados.

En el apartado de contexto para la evaluación, específicamente en el ítem de indicadores de respuestas creativas se presentan tres ejemplos, dos de ellos hacen referencia al pensamiento numérico y geométrico respectivamente, y el otro al aleatorio, también en permutación, todos ellos en el nivel de Básica Primaria.

De acuerdo a lo analizado en los Lineamientos Curriculares queda claro que no se encontraron ejemplos concretos para la enseñanza del análisis y representación de gráficos estadísticos, más sí algunas sugerencias de orden metodológico mencionadas líneas atrás que podrían ser implementadas sin dificultad por los docentes en el desarrollo de su práctica pedagógica en el aula clase.

2.4.2.2 Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas (DBA) MEN (2016).

Es importante resaltar que cada uno de los DBA aborda de forma manifiesta los conocimientos básicos en Matemáticas expuestos de manera general en los cinco pensamientos y sistemas enunciados en los *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas* (MEN, 2006). De acuerdo al pensamiento intencionado y en algunos casos al tópico abordado, corresponde un número específico en todos los grados de escolaridad, para el caso del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, en lo referente a la representación y análisis de datos el DBA es el número 10.

Para el abordaje de esta segunda subcategoría, se analiza concretamente el tercer componente de los DBA que hace referencia a un ejemplo y al gráfico que acompaña cada uno de ellos, estos se encuentran articulados de manera directa con los dos primeros componentes, el enunciado (DBA) y las evidencias de aprendizaje. En consecuencia, se hizo posible la verificación respecto a la progresión de aprendizajes que se da en los diferentes grados de escolaridad, tanto en la situación problema expuesta como en el gráfico utilizado, tal como se enuncia a continuación:

Primero: En el contexto de la bienvenida de vacaciones, los estudiantes de este grado deben escoger el sabor preferido de helado, el cual es representado en la Figura 14 a través de una tabla de conteo donde cada helado representa una unidad (sin escala).

Figura 14 Ejemplo DBA en Matemáticas N° 10 grado Primero. Tabla de conteo

PREFERENCIA DE HELADOS DE LOS ESTUDIANTES DE 1A	
Sabor de helado	TARJETAS
Fresa	
Uva	
Vainilla	
Chocolate	
Maracuyá	

Nota: La figura muestra la tabla de conteo utilizada como ejemplo en el grado Primero en los DBA N° 10. Fuente: MEN (2016, p.13).

Segundo: La situación que se recrea en este grado se relaciona con la elección del personero estudiantil, el gráfico utilizado en la Figura 15 es un pictograma con escala, cuyo valor de cada ícono es de 5 unidades.

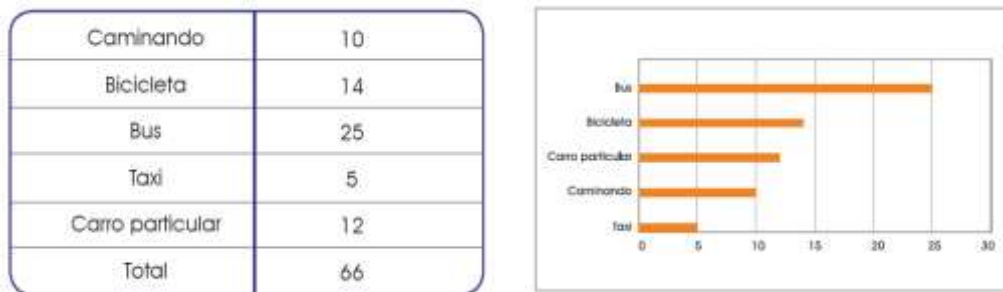
Figura 15 Ejemplo DBA en Matemáticas N° 10 grado Segundo. Programa con escala



Nota: La figura muestra el pictograma que se usó en el ejemplo del grado Segundo en los DBA N° 10. Fuente: MEN (2016, p. 20).

Tercero: Para este grado se presentan dos gráficos estadísticos, en la Figura 16 se representa la información a través de una tabla de frecuencia y un diagrama de barras horizontal que contienen los mismos datos, posiblemente, el medio de transporte utilizado por los estudiantes para desplazarse a la escuela, la actividad es convocada por el director y hay dos tareas a elaborar: la primera de ellas es asignarle un título a cada uno de los gráficos y la segunda, realizar un informe corto sobre el análisis de los resultados presentados.

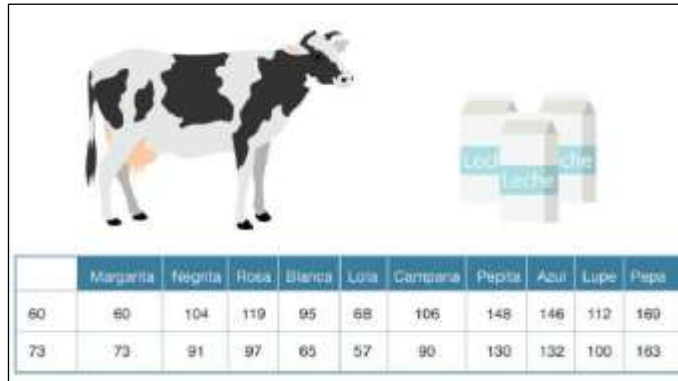
Figura 16 Ejemplo DBA en Matemáticas N° 10 grado Tercero. Tabla de frecuencia y diagrama de barras



Nota: La figura muestra dos gráficos estadísticos usados en el ejemplo; el primero es una tabla de frecuencia y el segundo un diagrama de barras horizontal, ambos gráficos corresponden al grado Tercero en los DBA N° 10. Fuente: MEN (2016, p. 28).

Cuarto: El contexto en el que se desarrolla este ejemplo (Figura 17) es un hato lechero, la información recolectada se presenta en una tabla de doble entrada que compara la producción de leche de 10 vacas, tanto en horas de la mañana como en horas de la tarde, así como la variación de la producción de cada una de ellas. La tarea a desarrollar por los estudiantes es un informe escrito.

Figura 17 Ejemplo DBA en Matemáticas N° 10 grado Cuarto. Tabla doble entrada



Nota: La figura muestra una tabla de doble entrada usada en el ejemplo del grado Cuarto en los DBA N° 10. Fuente: MEN (2016, p.36).

Quinto: El ejemplo para este grado corresponde al desarrollo de variadas actividades deportivas y recreativas por parte de la alcaldía de un municipio (Figura 18), para ello requieren al colegio información pertinente respecto a la talla de zapatos y de uniformes de los estudiantes de los grados Cuarto y Quinto. Para obtener dicha información deben formular las preguntas, realizar una encuesta, registrar, organizar y presentar los datos, seleccionar las tablas y los gráficos de acuerdo al nivel de escolaridad, género y el comportamiento general de ambos grados, finalmente, deben redactar el informe.

Figura 18 Ejemplo DBA en Matemáticas N° 10 grado Quinto



Nota: La figura muestra dos diagramas, el de la parte superior izquierda es de barras, mientras que el de la parte inferior derecha es circular, usados en el ejemplo del grado Quinto en los DBA N° 10. Fuente: MEN (2016, p. 42).

Los ejemplos que se presentan en los DBA para cada uno de los grados de Primero a Quinto para la enseñanza del análisis y representación de gráficos estadísticos, están articulados a un contexto escolar y corresponden a una situación problema relacionada con eventos que podrían vivenciar los estudiantes en su cotidianidad. De manera que el panorama descrito en los DBA se encuentra en reciprocidad con las sugerencias de autores

como Batanero (2000), Batanero y Díaz (2004), Azcárate y Cardeñoso (2011). Es importante resaltar que las imágenes presentadas en el documento en mención, son a color y con un tamaño de letra adecuado; sin embargo, se observa que no todos los gráficos estadísticos que allí se relacionan cumplen a cabalidad con sus elementos estructurales. Otro de los aspectos más relevantes de los DBA es que al estar explícitos de Primero a Quinto, es posible observar la progresión de los aprendizajes para cada grado de escolaridad, factor que no se observa en los EBC al estar reunidos por grupos de grados.

2.4.2.2.3 Mallas de aprendizaje, MEN (2017). En este apartado sólo se abordarán dos de las cinco secciones (la cuarta y la quinta) en que están divididas las mallas de aprendizaje, por considerar que son las que aportan elementos para la enseñanza de esta disciplina, de manera específica en el tópico objeto de estudio de esta investigación.

La cuarta sección se divide en dos partes: la primera, las consideraciones didácticas, cuyo corazón está enmarcado en la propuesta metodológica del ciclo investigativo, definido así: “es un enfoque didáctico utilizado en estadística basado en la resolución de problemas” (MEN, 2016, p. 26). El ciclo investigativo parte del planteamiento de un problema que conlleva a la constitución de una pregunta que se posteriormente se desarrolla en cinco fases:

1. Planteamiento de un problema: se establece a partir de una pregunta.
2. Realización de un plan: Se ponen sobre la mesa los procedimientos que se van a utilizar para el desarrollo del estudio.
3. Los datos: Estos tienen que ver con la forma como se va a recoger la información.
4. El análisis: Son los procedimientos y las herramientas utilizadas para organizar la información.
5. Las conclusiones: Son las afirmaciones que se hacen respecto a la interpretación de los datos y la respuesta dada a la pregunta de investigación que se había planteado al inicio de la situación.

Esta herramienta proporciona pautas de acuerdo al grado de escolaridad trabajado y el desarrollo de los aprendizajes planteados en el DBA N° 10, por tal razón los ejemplos enunciados y los gráficos utilizados se encuentran en total coherencia con los expuestos en los DBA y que fueron explicados en párrafos anteriores. La propuesta utilizada se encuentra estructurada con un método inductivo, a partir de la realización de diferentes actividades

que se pueden dar en los momentos de una clase; de acuerdo a ello, se realiza la descripción de una de las formas que existen para resolver una situación problema en Estadística. En primera instancia, se parte de la información que podría ser objeto de estudio, las variadas preguntas que pueden abordarse de acuerdo a los datos, las diferentes formas de representación en la cual se debe organizar la información acorde a la población y a las variables que se encuentran en juego, de igual manera se dan las instrucciones para la realización del informe. Cabe resaltar que las situaciones se presentan indistintamente para cada uno de los grados de escolaridad.

La segunda parte de esta cuarta sección se relaciona con situaciones que promueven el aprendizaje, en ella se exponen diferentes ejemplos de contextos generales que pueden ser vividos por los estudiantes y se desarrolla paso a paso uno de ellos, a través de sugerencias metodológicas y didácticas que el docente puede retomar para trabajar con sus estudiantes. Aunque el ciclo investigativo no se divide en los momentos de una clase, si se encuentran actividades para cada uno de estos, estas situaciones pueden ser utilizadas por los docentes para fortalecer las planeaciones de aula y el diseño de situaciones problema, dado el valor que poseen en cuanto al abordaje de contenidos que son necesarios para el desarrollo del pensamiento estadístico.

La quinta y última sección de los DBA corresponde al apéndice, en ella se conceptualiza en todos los grados alrededor de qué son variables cualitativas y su clasificación, con ejemplos ilustrados en cada uno de los casos; para el grado primero se anexa el concepto de pictograma sin y con escala. Contenidos estos fundamentales para la enseñanza de esta disciplina y necesarios para la representación correcta de los datos y, por ende, de su interpretación.

2.4.2.2.4 Orientaciones pedagógicas, MEN (2017b). En los dos grados Tercero y Quinto se desarrolla una orientación que aborda el uso de gráficos estadísticos enfocado al aprendizaje que se ha intencionado. En cada uno de los tres momentos (saberes previos, estructuración y transferencia) se sugieren actividades del contexto escolar, social y familiar de los estudiantes para ser trabajadas con ellos, además se presentan ejemplos concretos.

En Tercero, el aprendizaje es “Representar un conjunto de datos a partir de un diagrama de barras e interpretar lo que un diagrama de barras determinado representa (p. 9). En los saberes previos hay dos actividades concretas: los puntajes en un juego de *pac man*

y una tabla realizada a partir de una encuesta sobre el deporte favorito de los estudiantes. En la estructuración se propone el juego de tiro al blanco y se sugieren formas de organizar la información, de acuerdo a los datos que se pueden registrar. En el último momento, se proponen la construcción e interpretación de diagramas de barras, así como situaciones problema con los pasos del ciclo investigativo.

En Quinto grado, el aprendizaje es “Representar gráficamente un conjunto de datos e interpretar representaciones gráficas” (p. 38). Se inicia cuestionando a los estudiantes sobre las diferentes formas que ellos utilizan para comunicar sus ideas en Matemáticas. En el segundo momento se propone una situación familiar, la cual debe ser registrada en una tabla de frecuencia y un diagrama de barras. En el momento tres se sugiere el mismo tema desarrollado a través de una encuesta y graficada de la misma manera.

Finalmente, cada uno de estos documentos proponen diversos ejemplos, actividades, estrategias o métodos para la enseñanza de la representación e interpretación de gráficos estadísticos en cada uno de los grados, y que se pueden ser utilizados por el docente en el desarrollo de su práctica pedagógica.

2.4.2.2.5 Materiales Educativos PREST Matemáticas MEN (2015b, 2016c, 2016d).

El análisis de estos textos escolares tiene como objetivo identificar la forma en que se trabajan los gráficos estadísticos en ellos en el nivel de Básica Primaria, de acuerdo a la importancia que tiene su uso en el proceso de enseñanza aprendizaje. Según lo expresan algunos autores, entre ellos Salcedo (2015), el libro de texto aparte de ser uno más de los recursos utilizados por el docente, se convierte para muchos de ellos en “la representación del currículum en el aula; es el saber docto transformado en saber a enseñar, de allí que en muchas ocasiones es quien determina el currículum a ser enseñado, el currículum real” (p. 71). A sí mismo las variadas actividades propuestas en ellos potencian el desarrollo de habilidades y la conceptualización.

De esta manera, otro de los documentos que se consultaron para el abordaje de esta subcategoría es el material educativo Prest Matemáticas utilizados en el PTA (Programa Todos a Aprender) del Ministerio de Educación Nacional. La elaboración de esta propuesta pedagógica se llevó a cabo en el marco de un proyecto articulado en construcción colaborativa para el diseño, edición y contextualización del material, realizado entre la Universidad de Los Andes, la Organización Pôle regional pour l’enseignement de la science

et de la technologie (PREST) de Quebec (Canadá) y el Ministerio de Educación Nacional y fue adaptada al contexto colombiano para la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria en los años 2015-2016. El material presenta las siguientes características:

1. Promueve la competencia matemática formulación y resolución de problemas, ya que este es el corazón de todo su desarrollo temático, se da en contextos cercanos a los estudiantes para facilitar un acercamiento personal a las Matemáticas. Tal como lo sugieren diferentes autores.
2. Las secuencias didácticas que se presentan en las guías están estrechamente ligadas al enfoque de RdP descrito por Polya (1969, citado en MEN, 1998). Entendiéndose como problema una situación que requiere un procedimiento, aunque no de manera muy sencilla para darle respuesta (Lester, 1983, citado en Pérez Echeverría, 1987). La resolución de problemas consta de cuatro fases: a) comprensión del problema, b) concepción de un plan, c) ejecución del plan y d) visión retrospectiva.
3. En cada uno de los grados se presentan cinco grandes problemas llamados “Situaciones”, dado que exponen un problema en la ambientación de un contexto determinado que se le propone solucionar al estudiante a través de diferentes heurísticas una vez se hayan desarrollado cada uno de los centros de aprendizaje propuestos en las situaciones, en ellos se encuentran los contenidos temáticos y las actividades a realizar. El promedio en centros de aprendizaje para cada situación es de cuatro.
4. La secuencia didáctica sugerida para el desarrollo de cada situación problema está dividida en cuatro etapas: Comprensión, descontextualización, resolución de la situación problema y etapa de reflexión.
5. Para el desarrollo de los centros de aprendizajes se utiliza un material recortable y manipulable que se encuentra al final de cada situación, por lo tanto, se utiliza el método COPISI (Concreto, Pictórico y Simbólico) para la realización de las tareas propuestas.
6. En el material se incluyen los cinco pensamientos matemáticos expuestos en los EBC, además se puede evidenciar la coherencia horizontal de la cual se habla en este documento.
7. Existen dos clases de libros para cada grado, el libro del estudiante que es utilizado para resolver las tareas propuestas y el libro del docente. Este último adquiere gran

importancia por su contenido, el cual presenta recomendaciones didácticas y metodológicas para el abordaje y desarrollo de cada uno de las actividades propuestas en estos, así como las respuestas que los estudiantes deberían dar a las mismas.

8. Otro factor importante del libro del docente se relaciona con el proceso de validación de los aprendizajes obtenidos por los estudiantes, la cual se enmarca en la evaluación formativa, de esta manera al terminar cada una de las situaciones se encuentra una rejilla de evaluación, esta se estructura a partir de dos componentes: a) la comprensión: el estudiante entendió e interpretó adecuadamente los elementos del enunciado y hay unos ítems para verificarlo, b) la movilización de conceptos y procesos: si el estudiante aplicó conceptos matemáticos, también con sus ítems respectivos. Para finalizar se encuentra una tabla que contiene diferentes indicadores de desempeño de acuerdo a la temática propuesta que evalúa el aprendizaje de los estudiantes en cinco niveles (A, B, C, D, E), cada uno de los cuales tiene un valor que se suma al final para validar de cierta manera el alcance de los logros u objetivos propuestos.

Finalmente, el uso pedagógico del material educativo de Matemáticas (PREST) favorece la comprensión de conceptos y procesos, y desarrolla a la vez, competencias de los estudiantes en Matemáticas en el marco que se propone desde los *Estándares Básicos de Competencias*, EBC (MEN, 2006) y atendiendo a la estructura curricular que se ha puesto de manifiesto en los *Lineamientos curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998), en donde se establecen tres grandes ejes para organizar el currículo en un todo armonioso, a saber:

- Conocimientos básicos: los pensamientos numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional.
- Procesos Generales: el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos
- Y por último el Contexto. (MEN, 1998, p.19)

Adicionalmente, permiten guiar al docente para construir su conocimiento didáctico del contenido, ilustrar modelos de buenas prácticas de enseñanza y de evaluación, además de proporcionar instrumentos y orientaciones claros para la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes. Sin embargo, es importante resaltar que una vez analizados los contenidos

concernientes al pensamiento Aleatorio y Sistemas de datos en la colección completa de Primero a Quinto, se observa la no representación del 100% de los gráficos estadísticos referenciados en los EBC y los DBA que propone el MEN.

Para finalizar el recorrido de esta segunda subcategoría se tienen en cuenta algunas recomendaciones respecto al uso de recursos didácticos disponibles para a enseñanza de este tópico matemático, así como su efecto en la enseñanza. Al respecto, Batanero, Díaz et al. (2011) sugieren utilizar otras estrategias que se vinculen de manera directa al uso de los recursos, por ello proponen la utilización de internet para la enseñanza de la estadística, algunos de estos elementos son: cursos y materiales didácticos, revistas electrónicas y centros de recursos, servidores con recursos y software didáctico en internet (applets), entre otros.

2.4.3 Conocimiento del Contenido Matemático y Currículo

El conocimiento profesional sobre el currículo da cuenta de los cambios que se han generado a través de la historia y la manera como debe concebirse en las prácticas cotidianas. De allí la posición crítica y constructiva que se debe asumir para sea dinámico y se revalúe de manera permanente. Conocer la forma en la cual ha sido estructurado el currículo matemático en el sistema educativo colombiano, y de manera particular el objeto de estudio análisis y representación de gráficos estadísticos, implica necesariamente remitirse a un poco de historia en el campo de interés, hecho que supone una indagación en torno a las bases de la construcción teórica que ha dado soporte a dicha estructura, misma que, hoy por hoy, se fundamenta en cuatro componentes básicos, a saber: a) Ley General de Educación, Ley 115 de 1994, con los artículos que sustentan de manera específica los elementos relacionados con la construcción de currículo en el territorio colombiano, además de algunas investigaciones que no solo conceptualizan al respecto, sino que también abordan componentes para la construcción de los currículos y diferentes categorizaciones de acuerdo a las miradas de varios autores, b) Los referentes curriculares en Matemáticas, que aluden a los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias, c) Referentes de calidad: entre los que se pueden citar: Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de Referencia, Orientaciones Pedagógicas y Mallas de Aprendizaje y, d) Finalmente, se hace un comparativo con los contenidos planteados en los referentes curriculares propuestos desde el MEN y los documentos establecidos en la Institución Educativa focalizada para esta

investigación, a la par que se analizan los planes de aula de los docentes participantes en la investigación. De tal manera que sea posible develar el tercer componente a analizar respecto del CDC en el modelo MKT: Conocimiento del contenido y el currículo, y las implicaciones que este elemento comporta en la enseñanza del tópico abordado, a partir de la organización, planificación y práctica del docente en la clase de Estadística.

A partir de la renovación curricular liderada por el doctor Carlos Eduardo Vasco Mora en el año 1978, que tuvo como base las diferentes reformas sucedidas en años anteriores, entre las que contamos el “Mejoramiento Cualitativo de la Educación”, fueron diseñadas pautas con el objetivo de analizar los programas de la Educación Básica y generar algunas determinaciones al respecto. Para el área de Matemáticas se plantea el “enfoque de sistemas”, visión que pretende abordar los diferentes aspectos matemáticos como sistemas y no como conjuntos, tal como se había venido desarrollando desde las décadas de los años 70 y 80. Esta situación refiere una aproximación a las Matemáticas desde “los números, la geometría, las medidas, los datos estadísticos, la misma lógica y los conjuntos desde una perspectiva sistémica que los comprendiera como totalidades estructuradas, con sus elementos, sus operaciones y sus relaciones” (MEN, 1998, p. 6).

Teniendo la ruta histórica y cronológica, estrategia metodológica mediante la cual se dio impulso al proyecto de mejoramiento cualitativo de la educación, siguiendo el mismo mecanismo, y con el objetivo de tener un panorama mucho más claro en este ámbito, se presentan a continuación algunos documentos elaborados por el Ministerio de Educación Nacional, y que se han tomado como referentes para el análisis que se adelanta con respecto al estudio de las Matemáticas.

2.4.3.1 Ley General de Educación. Ley 115 (1994). Documento que refiere conceptos y precisiones sobre diversos aspectos educativos, entre ellos, incluye los elementos asociados al currículo, su fundamentación legal y de manera tácita la invitación a la reflexión y análisis permanente del contexto como un referente promotor en pro de adelantar los ajustes que se deben hacer para que el currículo dé respuesta a las necesidades de los estudiantes, quienes finalmente son los que se benefician del hacer de la escuela y sus docentes.

Hasta la promulgación de esta ley el Ministerio de Educación Nacional era el encargado de definir los programas para las áreas fundamentales y obligatorias

históricamente determinadas hasta el momento. Sin embargo, a partir de su publicación se decide que esta entidad gubernamental tendría la responsabilidad solamente de elaborar “los lineamientos generales de los procesos curriculares” y “los indicadores de logros para cada grado de los niveles educativos” de la educación formal, a través de la regulación del currículo, expresada esta determinación en el artículo 78 de la presente Ley. Además, deja claro que las Instituciones Educativas deberán ser las encargadas de acordar “los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración” (art. 78), la estructuración de los planes de estudio al organizar las áreas obligatorias y optativas, por mediación del Proyecto Educativo Institucional (PEI). A continuación, se exponen algunos de sus artículos que abordan elementos de interés para la exposición de esta tercera subcategoría, conocimiento del contenido y del currículo matemático:

El artículo 22, *Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria*, ratifica el enfoque de sistemas propuesto para el área de Matemáticas en la reforma “Mejoramiento Cualitativo de la Educación”, específicamente en el numeral 3, en el que se lee:

El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.
(art. 22)

Si bien el artículo 21, *Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de primaria* de la ley en mención, deja claro el enfoque por sistemas, como sí lo hace el artículo 22, los contenidos temáticos en el área de Matemáticas para este nivel se desarrollan atendiendo a esta estructura por sistemas; sin embargo, en el nivel de Básica Primaria no contempla hasta ese momento el trabajo de los sistemas analíticos, más sí lo hace con los otros cuatro sistemas.

El artículo 76 expone de forma clara y concreta el concepto de currículo para ser adoptado en las instituciones educativas públicas y privadas del país, expresado de la siguiente manera:

Currículo es el conjunto de criterios, planes de estudios, programas, metodología, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad

cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional. (art. 76)

De igual manera, la presente Ley sugiere en el mismo artículo el abordaje de dos documentos que sustentan y reglamentan el currículo colombiano, uno de ellos es la Resolución 2343 de 1996 del MEN, la cual acoge un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal en los niveles básicos. El segundo documento que reglamenta la estructuración de los currículos es el Decreto Nacional 1860 de 1994 también del Ministerio de Educación Nacional, quien es el ente encargado de definir las pautas para la organización de los currículos en las instituciones educativas, explicitados estos en su artículo 33, así:

Criterios para la elaboración del currículo. La elaboración del currículo es el producto de un conjunto de actividades organizadas y conducentes a la definición y actualización de los criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyan a la forma integral y a la identidad cultural nacional en los establecimientos educativos.

El currículo se elabora para orientar el que hacer académico y debe ser concebido de manera flexible para permitir su innovación y adaptación a las características propias del medio cultural donde se aplica.

De acuerdo con lo dispuesto en el artículo 77 de la Ley 115 de 1994, las instituciones de educación formal gozan de autonomía para estructurar el currículo en cuanto a contenidos, métodos de enseñanza, organización de actividades formativas, culturales y deportivas, creación de opciones para elección de los alumnos e introducción de adecuaciones según condiciones regionales o locales. (art. 33)

Sin embargo, es necesario recalcar que a pesar de la autonomía y flexibilización curricular con que cuentan los establecimientos educativos, los currículos elaborados por cada uno de ellos, deben atender a criterios claros, generales y comunes que responden a las siguientes condiciones:

- a) Los fines de la educación y los objetivos de cada nivel y ciclo definidos por la misma ley.
- b) Los indicadores de logro que defina el Ministerio de Educación Nacional.

- c) Los lineamientos que expida el Ministerio de Educación Nacional para el diseño de las estructuras curriculares y los procedimientos para su conformación, y
- d) La organización de las diferentes áreas que se ofrezcan. (Decreto Nacional 1860 de 1994, art. 33)

En este sentido, corresponde al maestro precisar y configurar en su planeación una estructura que articule y fortalezca el desarrollo curricular para que el despliegue que se haga en el área objeto de estudio se conciba como un todo y cada elemento del mismo contribuya al aprendizaje de los estudiantes. Por lo tanto, el docente está llamado a hacer un aporte significativo que va desde su experiencia hasta el dominio conceptual sobre su disciplina para que la organización curricular no se constituya en un documento más que circula por los diferentes espacios educativos, del que se dice mucho, pero produce poco, significando lo anterior, la necesidad de la participación activa de todos los actores de la educación en la construcción del currículo. Visto de esta manera, es necesario trasladar los contenidos a un espacio donde se establezcan relaciones con el tipo de estudiante que se está formando, los recursos disponibles o posibles de diseñar, la secuenciación de los mismos y las estrategias con las cuales se evaluaría, teniendo presente las formas de enseñar y los propósitos de formación que se plantean en dicho proceso.

2.4.3.2 La mirada del currículo desde otras perspectivas. La Ley General de Educación (Ley 115 de 1994) asume una postura sobre el concepto de currículo, donde deja entrever teorías de varios autores, tal como se presenta en el documento. Así que, reconocerlas es una manera de entender cuáles son sus características, a la vez que identificar los autores que han permitido dar mayor precisión al concepto. Por esta razón, a continuación, se abordan algunas investigaciones que conceptualizan al respecto y realizan una clasificación de diferentes tipos de currículos en relación con sus características; así como se analiza también la importancia que implica un currículo organizado, coherente y estructurado que dé respuesta a las necesidades en la educación, dado que este adquiere valor y sentido en la medida que se repiense y, a partir de las diferentes concepciones epistemológicas y pedagógicas se pueda trascender a niveles que rompan con lo tradicional y se enfoque en los procesos y cambios sociales y culturales.

Desde su etimología la palabra currículo proviene del latín *currículum*, que significa "carrera"-, y el plural corresponde a *curricula*.

Es el plan de estudios o proyecto educativo general en donde se concretan las concepciones ideológicas, socioantropológicas, epistemológicas, pedagógicas y psicológicas que determinan los objetivos de la educación escolar; es decir, los aspectos del desarrollo y de la incorporación de la cultura que la institución en cuestión trata de promover (“Currículo [educación]”, 2021).

La Real Academia de la Lengua Española (RAE) (2021) define la palabra currículum de igual manera que en el párrafo anterior de acuerdo a su etimología. También lo hace con la siguiente acepción: “Plan de estudios. [...] Conjunto de estudios y prácticas destinadas a que el alumno desarrolle plenamente sus posibilidades [...] currículum”. (RAE, s.f.)

El currículum no termina tan solo en la estructuración de la programación escolar, dado que forma parte de la visión que tenga la sociedad respecto a la educacional y el tipo de individuo que se quiere formar. A causa de esa se da en función de aquello que la sociedad requiere de los educandos en los ámbitos individual, social y productivo entre otros, la modulación social que imprime en su radio de acción la implementación de un currículum educativo, comporta por sí misma un hecho político.

Esta elaboración del concepto de currículum trasciende la suma de componentes para avanzar hacia la necesidad de su construcción desde la importancia que reviste para el sujeto y para la sociedad, al tocar con temas fundamentales como lo es lo cultural, lo económico, social y hasta lo político. Y es que, ¿para qué se educa y forma en las instituciones educativas? De acuerdo con algunos autores, entre ellos Vélchez (2004), la palabra currículum es un sustantivo de origen latino que traduce literalmente “curso o pista donde se corre”. En su mismo origen etimológico sugiere avance y progreso, planteando el dilema teleológico y el dilema existencial de la educación.

A partir de algunas aproximaciones al concepto de Currículum, en el mismo estudio, Vélchez (2004) estructura una definición respecto al tema, la cual recoge varios elementos presentes en el proceso educativo, “Currículum es el conjunto de aprendizajes compartidos que la escuela, deliberada y espontáneamente, pone a disposición de estudiantes y maestros para que desarrollen plenamente sus potencialidades y participen en el proceso constante de transformación vital” (p. 201). Así mismo, expresa la participación de otros elementos como el plan de enseñanza, la atmósfera escolar y el factor tiempo, no solo como proceso, sino también como resultado, definición esta que se desarrolla en cada una de sus ideas fundantes: es un conjunto de aprendizajes, dado que atiende a más de un aprendizaje, además de ser compartidos, porque no sólo el estudiante aprende, también lo hace el docente durante el

proceso, es deliberado y espontáneo, dado que no condiciona al aprendizaje al solo espacio del aula o a las actividades planeadas por el docente y, finalmente la transformación a la cual hace alusión se da en el individuo desde las dimensiones personal, social, política, económica y cultural.

Es evidente en esta definición que el acento se ha colocado en los resultados, pero dejando abierta una puerta que impulsa hacia el cambio de las personas, infiriendo ajuste del ser a los cambios sociales. En este sentido podría pensarse que los contenidos han sido clasificados atendiendo a esta perspectiva de formación, sin embargo, lograr este objetivo implica la incorporación de otros aspectos. Desde esta apreciación, el currículo amplía su espectro de posibilidades de comprensión al incluir otros componentes que le dan mayor peso al desligarlo de los contenidos como elemento prioritario e incluir otros, sin los cuales esas temáticas no alcanzarían los propósitos de transformación vital en el individuo.

En la investigación realizada por Díaz-Levicoy, Arteaga y López-Martín (2015), los autores asumen el currículo desde los lineamientos oficiales como el cúmulo de contenidos que debe enseñarse en el sistema educativo, además de exponer en sus antecedentes la postura de diversos autores al respecto, dada la pluralidad de significados que se le ha dado. Para Pinkasz y Tiramonti (2006), el currículo en el “resultado de un proceso de selección cultural que establece, para una sociedad en un momento determinado, qué es lo deseable que las nuevas generaciones aprendan” (p. 68). Coll (1991) establece cuatro componentes que tratan de dar respuesta a la elaboración del currículo: (1) qué enseñar; (2) cuándo enseñar; (3) cómo enseñar; (4) qué, cómo y cuándo evaluar.

Rico (s. f.) define currículo desde el ámbito educativo de manera general como “toda aquella actividad que organiza y lleva a cabo un plan de formación” [p. 1]. De igual modo, se determina de manera específica el currículo para el área objeto de esta investigación con la siguiente acepción “...el plan de formación en matemáticas para los niños, jóvenes y adultos de un país, que tiene lugar en el Sistema Educativo, cuya puesta en práctica corresponde a profesores y especialistas, y del cual es parte destacable la Educación Obligatoria” [p. 1].

Conocer este plan de formación con precisión y criterios claros que le den sustento, permite, en todo caso, la planeación ajustada a las necesidades de aprendizaje, requerimientos del MEN y otras surgidas de la relación pedagógica que media entre el estudiante y el docente. Aunque el MEN ha proporcionado todas las herramientas para una

adecuada planeación, este ejercicio, debe dar cuenta de un minucioso análisis de contenidos y una propuesta didáctica que acerque al estudiante al conocimiento, en términos de un acto consciente. Frente a lo anterior surge la evaluación, no sólo del qué se aprendió, sino del cómo y el para qué, pues la enseñanza de las Matemáticas es una apuesta al fortalecimiento de las competencias y habilidades para la vida, donde los números, las relaciones, los conteos, las formas, el análisis, entre otros, juegan un papel vital en la cotidianidad de las personas.

En otro de los estudios adelantados por Rico (1997) se encuentran cuatro elementos centrales que se deben atender al estructurar el currículo: el primero de ellos hace referencia a la elección, secuenciación y organización de los *contenidos*; el segundo, alude al trabajo específico en el aula y la forma como este se realiza a través de la *metodología*. Como siguiente elemento se plantea la construcción del conocimiento mediante el desarrollo y alcance de los *objetivos* propuestos y, finalmente la *evaluación*, que se determina por los logros alcanzados y el manejo dado a los errores que cometen los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje; todos estos elementos son mediados por el docente como hilo conductor y agente principal de la enseñanza. Siendo así, el currículo se plantea como un “conjunto de contenidos, metodología, objetivos y evaluación” (Rico, 1998a).

Conviene subrayar que, aunque los docentes reconozcan la importancia de los cuatro elementos necesarios para la estructuración de los currículos en Matemáticas, al momento de realizar la planeación de las unidades didácticas, el eje central está en relación con los contenidos, mientras que los demás elementos se circunscriben de manera general. Dicha situación se sustenta, entre otros aspectos, en la estructuración que presentan los planes de formación desarrollados en el contexto español, para los profesores de secundaria, en las licenciaturas ofrecidas y los programas de formación en Matemáticas que reciben los docentes, dado que el énfasis se encuentra en “gestionar los contenidos” y no en la didáctica, la cual es apenas incipiente y poco estructurada (Rico, 1997). Al respecto, se podría pensar entonces, que un alto porcentaje de maestros siguen anclados en esquemas rígidos y tradicionales, donde lo que prevalece es la selección de temas o contenidos, tarea que está bajo su responsabilidad y que genera en diferentes situaciones una mirada sesgada para el momento actual que se está viviendo.

Para Vílchez (2004) las ciencias de la educación están sustentadas a partir de cuatro disciplinas que son los pilares para su estructuración y por intermedio de su estudio es posible

el análisis y discusión de lo concerniente al acto educativo, las cuales son: pedagogía, currículo, didáctica y psicología del aprendizaje. Sin embargo, su organización no es lineal, dado que la pedagogía se encuentra como categoría superior que contiene a las otras tres disciplinas, de la misma manera como el currículo abarca a la didáctica y esta a su vez se fundamenta en una teoría del aprendizaje. Una segunda relación se evidencia entre la pedagogía y el currículo, al ser este último el puente que facilita la comunicación de la pedagogía, mientras que el currículo lo hace por medio de la didáctica. Así mismo, conecta de manera paralela “la teoría pedagógica (¿qué aprender y enseñar?) y de la práctica didáctica (¿cómo hacerlo?)” (Vílchez, 2004, p.198). Para identificar de forma más clara las relaciones existentes entre las disciplinas en mención, el autor utiliza la siguiente metáfora “La reflexión pedagógica es el techo del currículo, mientras que el acontecer didáctico del aula es su piso” (p. 197). De allí la importancia de su abordaje, dado que las relaciones expuestas, ponen de relieve las diferencias que se han establecido entre didáctica, pedagogía y relaciones pedagógicas que, aunque existen por sus raíces etimológicas y por las maneras de llevarlas al escenario de lo educativo, donde históricamente unas han tenido más peso que otras, ahora, todas cumplen un papel esencial y no es posible prescindir de alguna o simplemente ignorarla, pues al hacerlo se rompen hilos sutiles que las conectan y le dan sustento al currículo estructurado y comprendido.

Alsina (2000), por su parte, elabora una clasificación de cuatro tipos diferentes de currículos: a) currículo oficial: se estructura a partir de los documentos propuestos por las entidades oficiales del sector educativo en un territorio dado, se relacionan por tanto con las directrices curriculares, b) currículo potencial: se organiza a partir de las investigaciones desarrolladas por los docentes, además se complementa con textos escolares y otros materiales didácticos elaborados, c) currículo impartido: se desarrolla mediante la ejecución que realiza el docente de sus clases en los períodos académicos y, d) currículo aprendido: se evidencia mediante el aprendizaje de los estudiantes, sin dejar de lado que estos olvidan un porcentaje de este currículo, es importante tener en cuenta que estos currículos se desarrollan en diferentes contextos, no solo en el aula de clase. Así mismo Howson (1994, citado en Alsina, 2000), expresa la dificultad que conlleva analizar el impacto que podría tener un currículo oficial, dada la siguiente situación: “parte del currículum oficial puede no ser explicado, parte de lo explicado no es entendido, lo entendido es en parte olvidado” (p. 14). Posner (1998, citado en Vílchez, 2004) plantea inicialmente tres tipos de currículo (el

formal, el real y el oculto) y a partir de estos elabora una variación en la cual es posible identificar seis modelos distintos de currículo, los cuales son explicados en la Tabla 2.

Tabla 2 *Tipos y variantes del currículo según G. Posner*

Tipos	Variantes
C. Formal	C. Oficial: documento, plan explícito y visible, legible y tangible, aunque teórico.
C. Real	<p>C. Práctico u operacional: acción deliberada durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.</p> <p>C. Realizado: expresa logros, resultados encarnados e los alumnos, egresados y maestros.</p> <p>C. Nulo, potencial o inexpresado: lo valioso excluido de la programación. Debe estar y no está.</p>
C. Oculto	<p>C. Oculto: práctico, implícito y subyacente.</p> <p>Actitudes y valores captados y compartidos por alumnos y maestros en la atmósfera escolar.</p>
Tipos	Variantes
	Extra currículo: no escrito, aceptado tácitamente, como ingreso o aprobación por deporte, cultura, acuerdos federativos o padres sufragantes. Se considera un caso particular del precedente.

Nota: el contenido de la tabla aborda el concepto de currículo desde la visión de Posner (1998, citado en Vílchez, 2004, p. 203).

Se puede observar, en el campo educativo de manera general y en el área de Matemáticas de manera particular, diversidad de conceptos respecto a la definición de currículo, tal como lo exponen los autores abordados hasta el momento; sin embargo, es claro también que los conceptos expuestos sobre el currículo presentan algunos puntos de convergencia que sustentan el andamiaje conceptual del cual se ha dotado este término. Desde la selección, organización y planeación de contenidos, hasta la metodología con la cual estos contenidos se transforman en aprendizajes para una población que desarrolla sus diferentes dimensiones, a partir de unas metas a alcanzar por mediación de un sistema educativo que no solo unifica criterios claros para su construcción, sino también legitima el acto pedagógico. Para efectos de la presente investigación y el análisis de la categoría *conocimiento del contenido y el currículo*, se retoma el concepto de currículo explicitado por el MEN y adoptado en el sistema educativo colombiano a través de la Ley General de

Educación en su artículo 76 con los elementos que este comporta, como se mencionó párrafos anteriores. De acuerdo con esta postura, se da cuenta de los aspectos fundamentales a considerarse en su diseño, pero vincula además la proyección social y transformadora de vida. No se puede concebir una educación por tantos años en la escolaridad que ignore las transformaciones del ser en lo físico, cognitivo y emocional y desconozca las herramientas que va construyendo para asumir su responsabilidad ante la sociedad. Este concepto, que abarca los componentes de un currículo, coloca de cara a la realidad al docente y a la institución, pues los lleva a ver más allá de su “clase”, de su plan de trabajo e incursionar en otros temas como los materiales, los recursos, la evaluación e incluso las relaciones que se suscitan entre pares; hasta constituirse en redes de trabajo interno.

En coherencia con el hilo argumental propuesto, para el presente trabajo el currículo es a la matemática el medio para definirla, para delimitar su naturaleza, su metodología, su relación con la cultura, con el enfoque según el contexto, y los modos de evaluarla en situaciones reales de aprendizaje.

Al tratar de dilucidar estos interrogantes, surgen otras preguntas, entre ellas estas particularmente, ¿Hasta qué punto sería posible estructurar y unificar un currículo en concordancia con su desarrollo en el aula y el logro de los aprendizajes propuestos para los estudiantes?

Los planteamientos expuestos remiten nuevamente al papel que cumple la escuela desde su carácter organizativo e intencional en la gestión académica, porque la orientación en la formación de los estudiantes hace que sea posible entrar en el campo de la proyección hacia un mundo social que finalmente es quien requiere de personas fuertemente preparadas para afrontar los retos que el mundo de la vida les pone en su camino. Es la Academia, enmarcada en lo legal, y considerando el contexto, las necesidades y expectativas, la encargada de invitar a la discusión y a la reflexión a los integrantes de esa unidad educativa para que encuentren el norte de su PEI.

Las preguntas relacionadas con la construcción de un currículo claro, coherente, organizado, estructurado y con metas definidas, deben estar presentes al momento de revisar los procesos. Y es que, al responder en colectivo, al hacer análisis, el compromiso es mayor, los protagonistas sienten como propio lo que hacen y apuntan a intereses reales y comunes. En los maestros se deposita la confianza para construir currículos pertinentes, coherentes, oportunos, donde se visibilicen las intenciones formativas, así que incluir todos los

componentes genera mayor confianza en los procesos, porque como se ha mencionado líneas atrás, los currículos se normalizan cuando se registran en el PEI. Aquí, se vuelve la mirada sobre un documento institucional que se redefine y se reconstruye a partir de metas alcanzadas y prospectiva de formación.

Finalmente, los currículos no son solo los materiales dispuestos, sino además aquellos que se construyen en el ir aprendiendo, los sujetos que con sus voces y gestos transmiten, los espacios que se abren, crean y recrean según necesidades e iniciativa de los docentes y estudiantes, los planes de estudio que en secuencias u otras estrategias didácticas dan cuenta del dominio disciplinar del docente, los contenidos que propone el MEN, pero también los que surgen como parte de la interacción docente - estudiante, estudiante - estudiante y buscan solucionar preguntas. Entendido así, el currículo para el tercer subdominio de esta investigación; ya que, de esta manera, recoge lo descrito, se apuntala en las recomendaciones del MEN y su espectro ante lo temático también se amplía, sin perder el norte en la intencionalidad formativa y educativa que este debe tener.

2.4.3.3 Referentes curriculares y de calidad. Otro de los elementos que aportaron a la configuración de este subdominio fueron los Referentes Curriculares y de calidad, documentos expedidos por el MEN de manera paulatina en distintas áreas del conocimiento, entre ellas Matemáticas y se han integrado al sistema educativo como apoyo al currículo, a la evaluación y al uso pedagógico de resultados. Los documentos específicos para el área de Matemáticas tienen como objetivo identificar cómo están representados los datos y cuáles son los tipos de representaciones que aparecen en estos documentos. La información recolectada en cierto sentido constituye el conocimiento que el docente debería tener en relación con el objeto matemático, representación e interpretación de datos en el currículo, el deber ser. Situación que podría enriquecer la labor del docente en el aula, como también convertirse en soporte, en el andamiaje de cara a la estructuración de un currículo pertinente para formar docentes en este pensamiento.

2.4.3.3.1 Lineamientos curriculares en Matemáticas, (MEN, 1998). Este documento fue elaborado a partir de la necesidad que presentaba el Ministerio de Educación Nacional en el sentido de dar respuesta a algunos interrogantes planteados en torno al quehacer educativo, tales como qué debe enseñarse y qué debe aprenderse en las

instituciones educativas del país, de tal manera que se hiciera posible la unificación de un currículo a partir de criterios claros, no solo en área de Matemáticas, sino también en todas las áreas obligatorias, en concordancia con la Ley General de Educación. Ello, sin desconocer la flexibilidad curricular promulgada en la misma Ley, al tiempo que hace referencia en que la finalidad de las Matemáticas ya no es el manejo y dominio de muchos sistemas matemáticos, conceptuales y simbólicos, como se había propuesto décadas atrás, sino “el desarrollo de cinco tipos fundamentales de pensamiento matemático” (Vasco, 2002, p. 61), evidenciado en la modelación matemática de la cotidianidad de los estudiantes.

“El documento de los lineamientos curriculares contempla una visión global e integral del quehacer matemático” (Gómez et al., 2016, p. 325), dado que los Lineamientos Curriculares procuran brindar orientaciones para la estructuración del currículo en el área de Matemáticas, donde se establecen tres grandes ejes para su organización en un todo armonioso, a saber. En primer lugar, los procesos generales de la actividad matemática: “el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos” (MEN, 1998, p. 18). Como segundo eje: los conocimientos básicos, que atienden dos aspectos, el desarrollo del pensamiento y los sistemas planteados desde la Renovación Curricular, expresados, por tanto, de la siguiente manera: pensamiento numérico y sistema numérico, pensamiento espacial y sistema geométrico, pensamiento métrico y sistema de medidas, pensamiento aleatorio y sistema de datos y finalmente, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. El tercero de los ejes es el Contexto, abordado desde el enfoque de situaciones problémicas a partir de tres ejes: de las matemáticas mismas; de la vida diaria, y de las otras ciencias.

Los procesos generales hacen referencia al aprendizaje del estudiante. Los conocimientos básicos se relacionan al desarrollo del pensamiento matemático a través de los diferentes sistemas expuestos, los cuales son inherentes a las matemáticas mismas. Finalmente, el contexto tiene que ver con los variados ambientes en que los estudiantes están inmersos, situación que deben atender los maestros para la planeación de su práctica pedagógica (MEN, 1998).

2.4.3.3.2 Estándares Básicos de Competencias. EBC (MEN, 2006). Son una construcción colectiva llevada a cabo por expertos en temas educativos que responde a los

diferentes factores que se asocian a la calidad de la educación colombiana, entre ellos, el currículo y la evaluación. La base para su elaboración está constituida por los Lineamientos Curriculares. Los EBC son unos parámetros que especifican lo que todos los estudiantes deben saber y saber hacer para alcanzar la calidad educativa deseada, la cual es medida a su vez por evaluaciones internas y externas aplicadas a los estudiantes matriculados en el sistema educativo.

Los estándares son unos referentes, unos criterios comunes, claros y públicos que permiten conocer el nivel de calidad en el cual se encuentra un estudiante a su paso por el sistema educativo en cuanto a niveles de desarrollo de las competencias, así como da cuenta de la estructura o estado general de una institución o del propio sistema educativo y, aunque fueron creados con la finalidad de tener criterios comunes para evaluar los estudiantes matriculados en el sistema educativo, han sido utilizados también para la elaboración de los diferentes currículos institucionales. Se encuentran organizados por grupos de grados: 1° a 3°, 4° y 5°, 6° y 7°, 8° y 9°, 10° y 11° y tipos de pensamientos. Los *Estándares Básicos de Competencias* (MEN, 2006) son pautas para:

1. El diseño del currículo, el plan de estudios, los proyectos escolares e incluso el trabajo de enseñanza en el aula;
2. la producción de los textos escolares, materiales y demás apoyos educativos, así como la toma de decisión por parte de instituciones y docentes respecto cuáles utilizar;
3. el diseño de las prácticas evaluativas adelantadas dentro de la institución;
4. la formulación de programas y proyectos, tanto de la formación inicial del profesorado, como de la cualificación de docentes en ejercicio. (p. 11)

Según Gómez et al., (2016) los estándares curriculares constituyen escalas ascendentes que hacen visible la constitución de un currículo cuya funcionalidad se proyecta en la formación de individuos poseedores de competencias matemáticas obtenidas a través de procesos de trabajo específico de formación en la materia. Desde la estructura que presentan los EBC se hace visible la coherencia vertical y horizontal que estos poseen. La primera se puede evidenciar en el incremento de complejidad de un mismo contenido a medida que se avanza de un grado o grupo de grado a otro superior. Mientras que la coherencia horizontal se explicita en la necesidad y la relación que presenta un estándar

determinado con los otros estándares de los demás pensamientos en el mismo conjunto de grados, para poder ser desarrollados (MEN, 2006).

2.4.3.3.3 Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas, DBA (MEN, 2016a).

La primera versión de los DBA fue publicada en el año 2015 para las áreas de Matemáticas y Lenguaje. Sin embargo, a partir del análisis, reflexión y discusión en torno a la misma por parte de la comunidad educativa, la cual se organizó en diferentes mesas de trabajo en todo el territorio colombiano, se publica la segunda versión en el año 2016 y se agregan dos áreas más, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales, además de los DBA para el grado Transición, y es precisamente esta última versión, la v2, la que se utiliza actualmente en los establecimientos educativos.

Los DBA son la agrupación de aprendizajes estructurantes y que se encuentran de manera explícita para cada uno de los grados y algunas áreas del conocimiento, entre ellas Matemáticas. En síntesis, puede decirse que los DBA se constituyen como elementos organizados en virtud, tanto de su subdivisión en unidades determinadas para cada grado estudiantil, así como por su inserción en el contexto cultural y social del individuo, permitiendo operar transformaciones en el mismo, hecho que comporta un proceso de cualificación educativo.

Los *Derechos Básicos de Aprendizaje* (MEN, 2016a) tienen su fundamento en los *Lineamientos Curriculares* (MEN, 1998) y los *Estándares Básicos de Competencia* (EBC) (MEN, 2006) y a diferencia de estos últimos se encuentran organizados por grados. Sin embargo, es necesario aclarar que el logro de los aprendizajes, año por año, por parte de los estudiantes de los DBA, conlleva al alcance de los *Estándares Básicos de Competencia* que se encuentran estructurados por grupos de grados. Conviene subrayar que los DBA “no agotan los contenidos implícitos en los Estándares y varios DBA le pueden apuntar al desarrollo de un mismo estándar por grado” (MEN 2016a, p.4).

Aun cuando los DBA han sido concebidos para un grado específico de educación, se hace característica la movilidad de los mismos entre diferentes grados de estudio, según criterio del docente y en atención a determinados procesos adelantados por este “...de esta manera, los DBA son una estrategia para promover la flexibilidad curricular puesto que definen aprendizajes amplios que requieren de procesos a lo largo del año y no son alcanzables con una o unas actividades” (MEN, 2016a, p. 6). De acuerdo a sus características

son una herramienta de apoyo para la realización de estrategias en la práctica docente, al igual que en la revisión, estructuración y actualización para los planes de aula y de área, dado que, a diferencia de los Estándares, estos presentan una ruta para un año lectivo que presenta un grado de complejidad mayor al siguiente año escolar y, por lo tanto, accesible a los diferentes actores de la comunidad educativa. Finalmente, “...aportan a responder la pregunta ¿Cuáles son los aprendizajes prioritarios para que los estudiantes se formen como ciudadanos y se empoderen de su entorno?” (MEN, 2016a, p. 19).

En cuanto a su estructura, esta se da a partir de tres componentes a saber: el primero de ellos es el “enunciado”, el cual explicita el aprendizaje que se desea incluir y que el estudiante debe alcanzar a lo largo del año lectivo. Como segundo componente se presentan las “evidencias de aprendizaje”, las cuales presentan criterios claros que identifican el nivel de alcance del aprendizaje que se ha explicitado y, por lo tanto, puede observarse por parte del docente. El último y tercer componente hace referencia a un “ejemplo” que no solo le proporciona completitud al segundo componente, sino que también contextualiza aquello que el estudiante estaría en capacidad de realizar una vez alcanzado el enunciado, de acuerdo a su edad y etapa de desarrollo, estos ejemplos pueden ser planeados por los docentes en atención a los ambientes en los cuales se desarrollan sus estudiantes en cada uno de los contextos particulares.

2.4.3.3.4 Matriz de referencia (MEN, 2015a). Constituye fundamentalmente una herramienta de comparación que, basada en los EBC, permite establecer un comparativo entre los logros obtenidos por un estudiante en determinada área, con respecto a aquellos que debería haber obtenido. Este documento da cuenta de los aprendizajes evaluados por el ICFES en las pruebas Saber y los desarrolla a través de las evidencias de aprendizaje. Por su naturaleza se erige como una herramienta fundamental de planificación en cuanto a procesos futuros de educación, además de que su constitución misma facilita también el establecimiento de comparativos entre las competencias básicas y los diferentes componentes de las áreas de Lenguaje y Matemáticas.

A manera de ejemplo, el establecimiento educativo puede proyectar acciones de aprendizaje y mejoramiento con base en los resultados obtenidos en las pruebas Saber, teniendo en cuenta además los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). De

igual manera, el docente puede planear su clase con mayor pertinencia y el estudiante puede identificar los aprendizajes a mejorar (MEN, 2015a, p. 2).

La Matriz de Referencia está estructurada a partir de cuatro elementos centrales:

1. **Competencia:** puede definirse una competencia como el conjunto de aprendizajes y destrezas en general que tras su adquisición poseen un carácter y manifestación intercontextual, y que por tal naturaleza se integran así al desarrollo del individuo. Para el caso de las Matemáticas, el ICFES evalúa de manera explícita tres de los procesos generales de la actividad matemática expuestos en los Lineamientos Curriculares y para ello los nomina como competencias. Estos son: comunicación, razonamiento y resolución de problemas.
2. **Componente:** podría definirse como los pensamientos matemáticos que, basados en el contexto de un individuo, pretenden evaluar y optimizar su desempeño situacional a base de creación de situaciones problemáticas de ejemplificación, simulación o ejercitación. El elemento componente se relaciona de manera directa con los contenidos de los pensamientos descritos en los EBC. Para ello, el ICFES los reúne en tres grupos: numérico-variacional, métrico-geométrico y aleatorio.
3. **Aprendizaje:** el aprendizaje consiste en la adquisición de conocimientos y habilidades que se encaminan a convertirse en lo que se define como competencias, tras un proceso que comprende diferentes acciones dirigidas a la enseñanza y en el marco del cual es posible establecer la comparación entre las acciones adelantadas para promover dicho proceso y el nivel de logros obtenidos en el mismo.
4. **Evidencia:** es el elemento que permite observar los diferentes aspectos integrantes del proceso de aprendizaje, y que tiene relación estrecha con aquellos interrogantes que surgen respecto de cuáles son aquellos desarrollos que los estudiantes deben demostrar en determinadas áreas frente a los diferentes procesos evaluativos. Cada uno de los aprendizajes enunciados tiene entre una y cuatro evidencias.

2.4.3.3.5 Orientaciones pedagógicas. Matemáticas (MEN, 2017c). Son documentos que hacen parte de la Caja de Materiales Siempre Día E 2016. Elaboran una ruta didáctica de trabajo para el docente en los aprendizajes específicos de la matriz de referencia que han causado mayor dificultad a los estudiantes, en los grados que presentan pruebas externas 3°, 5°, 9° y 11°, cada uno de los grados mencionados tiene desarrollados seis orientaciones con

una estructura de tres momentos: saberes previos o exploración, estructuración o práctica y transferencia o valoración. Al final de cada uno de estos, se incluyen los DBA que están relacionados con el aprendizaje abordado, de acuerdo a los ciclos de grados de la siguiente manera: para el caso de Tercero, los remite desde Primero a Tercero; para Quinto, remite a los DBA del mismo grado y a los de Cuarto, respectivamente. Las Orientaciones Pedagógicas responden a las siguientes preguntas: ¿cómo pensar y estructurar las actividades de clase? ¿de qué manera trabajar los aprendizajes que se deben fortalecer?

2.4.3.3.6 Mallas de aprendizaje (MEN, 2017a). La Malla de Aprendizaje es un documento cuya base se encuentra en los DBA y se usan para su implementación. Su estructuración se lleva a cabo en cinco secciones:

La primera sección presenta las ideas, conceptos o aprendizajes generales en Estadística que un estudiante debería tener al iniciar el año lectivo y los que debe desarrollar durante el mismo, constituye un modelo de cómo podría estar organizado el currículo en cada uno de los grados, aporte importante para los docentes al momento de estructurar y de organizar tanto el plan de área como de aula, más aún si no se cuenta con una sólida formación disciplinar. Esta es una de las recomendaciones que realizan Azcárate y Cardeñoso (2011), entre otros autores.

En la Tabla 3 se resumen los aprendizajes que un estudiante debería tener al iniciar cada uno de los grados de escolaridad y los que debe desarrollar en ese mismo año lectivo, situación que evidencia de manera clara la coherencia vertical de la cual se habla en los EBC en el área de Matemáticas.

Tabla 3

Contenidos en Estadística por grados según las Mallas de Aprendizaje. Grado Primero a Tercero

Grado Se espera que los estudiantes Durante este grado, se espera que los lleguen a este grado con algunas estudiantes participen en experiencias ideas sobre: en las que:

1°	La clasificación de objetos y la descripción de sus diferencias y semejanzas.	Recolecten, representen (en tablas de conteo y <i>pictogramas</i> sin escala) y analicen datos sobre ellos mismos y su entorno cercano. Las variables en estudio principalmente serán <i>variables cualitativas</i> nominales.
2°	La recolección y análisis de datos sobre ellos mismos y su entorno, además de la representación de la	Discutan sobre la necesidad de utilizar el análisis de datos para resolver preguntas que impliquen la descripción del
Grado	Se espera que los estudiantes lleguen a este grado con algunas ideas sobre:	Durante este grado, se espera que los estudiantes participen en experiencias en las que:
	información, especialmente de <i>variables cualitativas</i> nominales, en tablas de conteo y <i>pictogramas</i> sin escala	comportamiento de una <i>variable cualitativa</i> nominal. Adquieran mayor habilidad en la construcción y lectura de representaciones como las tablas de conteo, <i>pictogramas</i> , gráficas de puntos y de barras simples.
3°	La necesidad de utilizar el análisis de datos para resolver preguntas que impliquen la descripción del comportamiento de una <i>variable cualitativa</i> nominal. También, tienen mayor habilidad en la construcción y lectura de representaciones como las tablas de conteo, <i>pictogramas</i> con escala y sin ella, gráficas de puntos y de barras simples.	Recolecten, organicen, representen y analicen datos, e inicien el estudio de <i>variables cualitativas</i> ordinales. Determinen la posibilidad de ocurrencia de eventos simples y los cuantifiquen en una escala cualitativa.

Nota: contenido tomado de las Mallas de Aprendizaje de los grados Primero, Segundo y Tercero. Fuente: MEN (2017a).

Tabla 4

Contenidos en Estadística por grados según las Mallas de Aprendizaje. Grados Cuarto y Quinto

Grado Se espera que los estudiantes lleguen a este grado con algunas ideas sobre:
Durante este grado, se espera que los estudiantes participen en experiencias en las que:

- 4° La recolección, organización, representación y análisis de datos, así como el trabajo con *variables cualitativas* ordinales, identificar la posibilidad de ocurrencia de eventos simples y su cuantificación en una escala cualitativa. Tengan experiencias con la recolección, organización y análisis de datos cuando se refieren a *variables cualitativas*, así como con el planteamiento de preguntas estadísticas que implican estudios censales y la recolección de datos mediante encuestas o experimentos simples.

Grado Se espera que los estudiantes Durante este grado, se espera que los lleguen a este grado con algunas estudiantes participen en experiencias en ideas sobre: las que:

- 5° Experiencias con la recolección, organización y análisis de datos cuando se refieren a *variables cualitativas*, así como con el planteamiento de preguntas estadísticas que implican estudios censales y la recolección de datos mediante encuestas o experimentos simples. Diferenciación de *situaciones determinísticas* de *situaciones aleatorias*. Diferencien *situaciones determinísticas* de *situaciones aleatorias*. Formulen y resuelvan preguntas estadísticas con las que comparen los datos al interior de una misma población o entre dos o más poblaciones, expliquen los resultados a partir de la forma de la distribución, medidas de tendencia central, el rango, y algunas causas de la variación de los datos (p. ej., diferencias entre los individuos que conforman la población, imprecisión de las medidas, entre otras). Realicen experimentos aleatorios simples y predigan la probabilidad de ocurrencia de eventos simples.

Nota: contenido tomado de las Mallas de Aprendizaje de los grados Cuarto y Quinto.

Fuente: MEN, 2017b. Mallas de Aprendizaje.

En las Tablas 3 y 4 se puede observar la progresión de aprendizajes y la coherencia vertical de los EBCM, reflejados en la relación de contenidos que existe entre las ideas con las que se espera que lleguen los estudiantes al iniciar el año lectivo y lo que se espera que desarrollen durante el mismo, de esta manera, este último es equivalente al primero en el siguiente año escolar.

En la segunda sección se halla un mapa de relaciones que explicita el grado y las categorías organizadoras, las cuales hacen referencia a los pensamientos agrupados de acuerdo a las matrices de referencia (numérico y variacional, métrico y espacial, aleatorio). Así mismo, presenta los ejes de progresión, estos se relacionan con las ideas estructurantes de cada pensamiento en la Básica Primaria. Otro aspecto del mapa de relaciones es la síntesis de los DBA desarrollados en cada grado con su respectiva numeración, seguido de tres de los procesos de la actividad matemática (comunicación, razonamiento, procedimientos y modelación). Todo ello alrededor del macroproceso resolución de problemas. Es importante resaltar que el mapa de relaciones es igual para todos los grados, exceptuando los enunciados de los DBA.

La tercera sección concentra la progresión de los aprendizajes. Allí se enuncian en cada uno de los cinco pensamientos matemáticos los DBA planteados para cada grado con sus respectivas evidencias de aprendizaje y el número correspondiente. Así mismo, se presenta el DBA del grado anterior y el DBA del grado siguiente, el cual coincide además en el número asignado a cada uno de ellos. Este factor es sin duda el elemento más relevante en las Mallas de Aprendizaje, ya que al visualizar la progresión de los aprendizajes que se da en los diferentes grados de escolaridad, brinda la posibilidad de reflejar la coherencia vertical que se expone en los EBC, expuesta en el párrafo anterior.

La cuarta sección hace referencia a las consideraciones didácticas, que se ofrecen de manera general para abordar varios de los contenidos temáticos enunciados en los DBA en cada uno de los pensamientos matemáticos, estas vienen acompañadas de situaciones que promueven el aprendizaje de los estudiantes a manera de ejemplos de contextos generales, las cuales pueden enriquecer los planes de aula de los docentes.

Finalmente, se encuentra la sección denominada Apéndice, allí se conceptualiza alrededor de variados elementos utilizados en el desarrollo de cada uno de los pensamientos y sistemas, que a la vez se constituyen en elementos estructurantes del área de Matemáticas en cada uno de los pensamientos, para este caso en particular interesa Estadística.

A partir de la legislación expuesta y los documentos curriculares planteados se estructuran o diseñan las propuestas curriculares en el área de Matemáticas en las instituciones educativas del país, tanto públicas como privadas, a través del Proyecto

Educativo Institucional (PEI), dado que no existe un único currículo para todo el territorio nacional.

Los documentos mencionados hacen referencia al contenido matemático y la relación existente entre el mismo y el currículo, es decir, responden a aquello que el profesor debe al hablar sobre representación y análisis de datos, así como del tratamiento dado a tales variables en el contexto curricular, de manera concreta para el de nivel Básica Primaria; de ahí la importancia que enmarca su abordaje y estudio.

2.4.3.4 El currículo propuesto, el planeado y el desarrollo en el aula. Se realiza un acercamiento a la organización curricular de la institución focalizada, y se compara con los referentes curriculares propuestos desde el MEN. Lo enunciado, porque este ejercicio remite a la revisión de los contenidos y aprendizajes, así como a los lineamientos definidos por la institución para hacer el filtro de estos contenidos. De esta manera, al recoger las miradas de los docentes y la manera como manejan este ejercicio de organización, planificación y desarrollo de la práctica del docente en la clase de Estadística, permite develar el tercer componente de análisis en esta investigación, Conocimiento del contenido y el currículo, así como las implicaciones que conlleva la enseñanza del tópico estudiado.

En la Tabla 5 se relacionan las directrices curriculares establecidas por el MEN (2006) a través de los EBC, de grado Primero a Tercero, específicamente, aquellos que se vinculan con el Pensamiento Aleatorio en el tópico Análisis y Representación de Gráficos Estadísticos; de igual manera que los DBA en el mismo grupo de grados y las evidencias de aprendizaje correspondientes. En consecuencia, se podrán observar los aprendizajes que se deben enseñar, los tipos de gráficos utilizados y las diferentes formas de recoger la información para el desarrollo de este proceso.

De esta forma se realiza el seguimiento a los contenidos establecidos para el área de Matemáticas en los EBC desde el MEN en el primer grupo de grados, Primero a Tercero; y su desarrollo por mediación de los referentes de calidad, pasando por los propuestos en la Institución Educativa a través del Plan de Área de Matemáticas adscrito al PEI hasta llegar a los contenidos temáticos que el docente planea y pone en juego con los estudiantes en la ejecución de sus clases con la ayuda del Plan de Aula establecido. Siendo así, se podrán observar las relaciones dadas al respecto y evidenciar de forma clara si el currículo

propuesto, tanto a nivel nacional como institucional, corresponde con el desarrollado en el aula y el aprendizaje por los estudiantes.

Tabla 5

Estándares Básicos de Competencia y Derechos Básicos de Aprendizaje de Primero a Tercero

EBCM 1° a 3°	
	<ul style="list-style-type: none"> • Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas. • Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar. • Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.
	<ul style="list-style-type: none"> • Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras. • Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo (p.81).
Grado 1°	
DBA 10	<ul style="list-style-type: none"> • Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica en fichas u objetos reales los valores de la variable en estudio. • Organiza los datos en tablas de conteo y/o en pictogramas sin escala. • Lee la información presentada en tablas de conteo y/o pictogramas sin escala (1 a 1). • Comunica los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos aparece? (p.13).
Grado 2°	
DBA 10	<ul style="list-style-type: none"> • Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder preguntas sencillas.
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica la equivalencia de fichas u objetos con el valor de la variable. • Organiza los datos en tablas de conteo y en pictogramas con escala (uno a muchos). • Lee la información presentada en tablas de conteo, pictogramas con escala y gráficos de puntos. • Comunica los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos se repite? (p.20).
Grado 3°	
DBA 10	<ul style="list-style-type: none"> • Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica las características de la población y halla su tamaño a partir de diferentes representaciones estadísticas. • Construye tablas y gráficos que representan los datos a partir de la información dada. • Analiza e interpreta información que ofrecen las tablas y los gráficos de acuerdo con el contexto. • Identifica la moda a partir de datos que se presentan en gráficos y tablas. • Compara la información representada en diferentes tablas y gráficos para formular y responder preguntas (p.28).
Matriz de referencia. 3°	

- Clasificar y ordenar datos.
- Describir características de un conjunto a partir de los datos que lo representan.
- Representar un conjunto de datos a partir de un diagrama de barras e interpretar lo que un diagrama de barras determinado representa.¹¹
- Resolver problemas a partir del análisis de datos recolectados.
- Resolver una situación problema, calculando datos extraídos de dos formas de representación.

Nota: la tabla contiene los EBC, MEN (2006) en Matemáticas de 1° a 3° y los DBA, MEN (2016a) de los mismos grados.

La información presentada busca concretar en el área de Matemáticas y de manera muy específica los planteamientos generales que se hicieron en los Lineamientos Curriculares, que posteriormente se intentaron precisar en los EBC, los cuales se ponen en juego en los DBA y se hacen específicos en las Mallas de Aprendizaje. Mientras que en el grado Primero los cuestionamientos hechos se relacionan con situaciones de su cotidianidad, de su entorno cercano que se vinculan, por ejemplo, con algunos gustos e intereses, en el grado Segundo ya se realizan encuestas y se elaboran planes para organizar la información de la manera más pertinente. En el último grado de este primer ciclo se prosigue con la formulación de preguntas, recolección, organización, representación y análisis de datos.

De esta manera, es posible constatar la progresión de los aprendizajes que se da en los grados de Primero a Tercero alrededor de tres ejes estructurales: la clasificación y organización de datos para llegar a la interpretación de éstos en el último grado de este primer ciclo. En estos tres años el proceso se desarrolla a partir de variables cualitativas, las cuales hacen referencia a características o cualidades que no son medibles con números sino que se clasifican en categorías, tales como el color de ojos, deporte favorito, mascotas, entre otros; sin embargo, para los dos primeros grados estas variables son de carácter nominal, lo cual significa que, a pesar de ser no numéricas, no requieren de un orden específico, mientras que en Tercero las variables pueden ser ordinales, que implica un orden, tal como se expresaría en el puesto obtenido en una carrera de atletismo o al ganar una medalla deportiva.

¹¹ Este es el aprendizaje seleccionado para el desarrollo de la investigación, dado que fue el que presentó mayor dificultad durante cuatro años consecutivos en las Pruebas Saber, según el informe del cuatrienio de la Institución Educativa El Roble en el año 2018, emitido por el ICFES.

El segundo eje se relaciona con las distintas formas como se representan los datos y, por tanto, es necesario profundizar en este aspecto; para el caso de estos primeros grados se hace empleando tablas y pictogramas. En Primero se usan pictogramas sin escala, los cuales hacen referencia a la organización de la información con gráficos relacionados con el tema donde cada uno de los símbolos o dibujos representa un dato, mientras que en los otros dos grados la representación de pictogramas es con escala, allí se observa que los símbolos utilizados tienen un valor diferente de uno; de esta manera, es importante tener en cuenta la equivalencia de los íconos expuestos, de lo contrario, la lectura, análisis e interpretación de los datos allí representados se hará de forma errónea. Estas representaciones se hacen tanto de manera vertical como horizontal.

En lo referente a la representación de la información en tablas, se inicia con tablas de conteo en los dos primeros grados, aunque en Segundo se adicionan los gráficos de puntos y las barras simples, que se continúan utilizando en el siguiente grado, además de las tablas de frecuencia.

El tercer y último eje hace referencia a la comunicación de los resultados obtenidos con el objetivo de responder a preguntas sencillas del entorno, para dar paso a la formulación de éstas en el grado Tercero.

En la Tabla 6 se relacionan los EBC, los DBA y las evidencias de aprendizaje del segundo grupo de grados, que corresponden a Cuarto y Quinto, así como la Matriz de Referencia de este último, tal como se realizó en la Tabla 5 con el primer grupo de grados.

Tabla 6

Estándares Básicos de Competencia y derechos Básicos de Aprendizaje de Cuarto y Quinto

EBCM 4° a 5°
<ul style="list-style-type: none"> • Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). • Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos. • Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). • Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos (p. 83).
Grado 4°

DBA 10	<ul style="list-style-type: none"> Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas, para dar respuesta a una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> Elabora encuestas sencillas para obtener la información pertinente para responder la pregunta. Construye tablas de doble entrada y gráficos de barras agrupadas, gráficos de líneas o pictogramas con escala. Lee e interpreta los datos representados en tablas de doble entrada, gráficos de barras agrupados, gráficos de línea o pictogramas con escala. Encuentra e interpreta la moda y el rango del conjunto de datos y describe el comportamiento de los datos para responder las preguntas planteadas (p. 83).

Grado 5°

DBA 10	<ul style="list-style-type: none"> Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados.
Evidencias de aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> Formula preguntas y elabora encuestas para obtener los datos requeridos e identifica quiénes deben responder. Registra, organiza y presenta la información recolectada usando tablas, gráficos de barras, gráficos de línea, y gráficos circulares. Selecciona los gráficos teniendo en cuenta el tipo de datos que se va a representar. Interpreta la información obtenida y produce conclusiones que le permiten comparar dos grupos de datos de una misma población. Escribe informes sencillos en los que compara la distribución de dos grupos de datos (p. 42).

Matriz de referencia. 5°

-
- Clasificar y organizar la presentación de datos.
 - Describir e interpretar datos relativos a situaciones del entorno escolar.
 - Representar gráficamente un conjunto de datos e interpretar representaciones gráficas¹².
 - Hacer traducciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos.
 - Hacer inferencias a partir de representaciones de uno o más conjunto de datos.
 - Resolver problemas que requieran representar datos relativos al entorno usando una o diferentes representaciones.

Nota: la tabla contiene los EBC, MEN (2006) en Matemáticas de 4° a 5° y los DBA, MEN (2016a) de los mismos grados.

Al igual que en el primer grupo analizado, en este segundo grupo de grados la progresión de los aprendizajes de los DBA también se estructura alrededor de tres ejes similares: en primer lugar, se tiene la recolección y organización de datos. En Cuarto, las situaciones propuestas se relacionan con la comparación de dos o más variables cualitativas

¹² Este es el aprendizaje elegido como tópico en la investigación, dado que fue el que presentó mayor dificultad durante cuatro años consecutivos en las Pruebas Saber, según el informe del cuatrienio de la Institución Educativa El Roble en el año 2018, emitido por el ICFES.

ordinales con una misma población, a través de estudios censales, para su elaboración se tiene en cuenta la encuesta con preguntas tanto abiertas como cerradas. En lo que respecta al grado Quinto, las variables pueden ser tanto cualitativas como cuantitativas y la recolección de la información no solo se realiza a través de encuestas, sino también de estudios experimentales y, por lo tanto, es posible la identificación de tendencias o patrones en la distribución.

El segundo eje gira en torno a las diferentes formas que se utilizan para representar la información, las cuales están determinadas por tablas de frecuencia, pictogramas, gráficos circulares y de barras compuesto, donde el eje “y” se encuentra inclusive expresado en porcentajes, así mismo, se usan los gráficos de líneas. Con los instrumentos en mención se hace posible la comparación de dos poblaciones o muestras. Una de las pretensiones en este proceso es que los estudiantes reconozcan las variaciones que se presentan en las formas de representación de los datos y el análisis de las diferencias existentes entre las variables de estudio.

El tercer y último eje se relaciona con la posibilidad de responder -en el primer año- y luego formular preguntas para analizar la información y comunicar los resultados obtenidos a través de una lectura inferencial de la información y el uso de expresiones relacionadas con la Estadística.

En consecuencia, las situaciones descritas en cada uno de los grados de escolaridad en la Básica Primaria evidencian la completitud de los aprendizajes para el desarrollo de los EBC tal y como se plantean allí por grupos de grados; así mismo, estos aprendizajes son evaluados por el ICFES en pruebas externas y se hacen visibles a través de las Matrices de Referencia. Finalmente, seis de los aprendizajes más críticos en las cuatro áreas fundamentales se desarrollan en una propuesta de Plan de Aula estructurada en tres momentos en las Orientaciones Pedagógicas, en este caso en Matemáticas expedidas por el MEN [2017c].

Como se observa en los referentes curriculares y de calidad, los contenidos en Estadística y especialmente en la representación e interpretación de gráficos estadísticos se deben abordar desde el primer año de educación básica, la cual es de carácter obligatorio en el territorio colombiano, explicitados estos contenidos en los ECBM en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos como se desglosó en párrafos anteriores.

2.4.3.5 Plan de área de Matemáticas Institución Educativa El Roble. El *Plan de áreas y asignatura de Matemáticas* (Colectivo de docentes, s. f.) se estructura a través de un formato institucional que cuenta con los siguientes apartados: objetivo general del área y por grados, introducción, justificación, estructura del área (tomada de la estructura que tiene el ICFES en cuanto a la agrupación de competencias y de pensamientos), competencia a desarrollar en el área, metodología, evaluación, intensidad horaria, planes especiales de apoyo para estudiantes con dificultades en su proceso de aprendizaje y una ruta para cada uno de los niveles ofrecidos, Básica (Primaria y Secundaria) y ciclo Media Vocacional. A partir de estos contenidos generales se construye una tabla para cada grado con cuatro períodos académicos con elementos como: competencias que enuncian los pensamientos intencionados, los estándares básicos de competencias que describen los contenidos estructurales del área, los desempeños o ámbitos temáticos que especifican los contenidos a desarrollar durante el año lectivo, los DBA con sus respectivas evidencias de aprendizaje y finalmente, los criterios de evaluación. La Tabla 7 describe de manera general los elementos encontrados en el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en cada uno de los grados de escolaridad en la Básica Primaria.

Tabla 7

Plan de área de Matemáticas Institución Educativa El Roble

Grado	Descripción de los elementos encontrados en el plan de área de Matemáticas	Contenidos orientados por los docentes
1°	Aunque el pensamiento Aleatorio se enuncia en el primero y cuarto período, sólo es abordado en este último con el estándar que corresponde a <i>describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos</i> , los ámbitos temáticos son Estadística y diagramas de barras, no hay DBA planteados ni evidencias de aprendizaje.	Período 3: Recolección de datos. Período 4: Pictogramas.

2°	Para este grado sucede de igual forma que en el anterior, el pensamiento Aleatorio se encuentra de manera explícita en los períodos segundo, tercero y cuarto, inclusive en el segundo también se registra el estándar <i>describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos</i> sin ningún ámbito temático, para el cuarto período los ámbitos temáticos corresponden a Estadística, tabla de frecuencias, diagrama de barras y pictogramas, con el estándar <i>clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas</i> , así mismo el DBA N° 10 con sus respectivas evidencias de aprendizaje.	Período Diagramas barras.	3: de
3°	El pensamiento aparece en el primer período con el estándar <i>identifico regularidades tendencias en un conjunto de datos</i> , el DBA N° 10 y una evidencia de aprendizaje; sin embargo, en el ámbito temático todos tienen relación con el pensamiento numérico; en el cuarto período el estándar correspondiente es <i>represento datos relativos a un entorno usando objetos concretos pictogramas y diagramas de barras</i> , allí los ámbitos temáticos son Estadística, tabla de frecuencias y diagrama de barras y el DBA es el N° 11, relacionado con la posibilidad de ocurrencia de un evento.	Período Estadística variación, diagrama barras, pictogramas y tablas frecuencia.	4: y de y de
4°	El pensamiento Aleatorio se encuentra enunciado en la casilla del estándar en el período uno: <i>Hace diferencias a partir de representaciones de uno o más conjuntos de datos</i> , el cual o corresponde con ninguno de los estándares enunciados. Mientras que en el período tres está enunciado <i>resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos mediante observaciones, consultas y experimentos</i> , y en el período cuatro, donde no está intencionado, se ubica el estándar <i>Represento datos usando tablas y graficas (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)</i> . <i>Sólo hasta el periodo cuatro aparecen los contenidos</i> y la única evidencia de aprendizaje no corresponde con las planteadas en los DBA.	Estadística, tablas de frecuencia, diagramas de barras y diagrama circular.	
5°	En lo referente al último grado de la Educación Básica Primaria, se registra el enunciado del pensamiento Aleatorio en todos los períodos, exceptuando el tercero. En el primer período se reconoce el estándar <i>resuelvo y formulo</i>	Frecuencia absoluta frecuencia	y
Grado	Descripción de los elementos encontrados en el plan de área de Matemáticas	Contenidos orientados por los docentes	
	<i>problemas a partir de un conjunto de datos mediante observaciones, consultas y experimentos</i> ; aunque ningún ámbito temático ni evidencias de aprendizaje. Así mismo en el segundo período con el estándar <i>interpreto información presentada en tablas y graficas (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)</i> y los ámbitos son variables estadísticas y diagrama circular, para finalizar el último período académico se aborda la teoría de la probabilidad, también sin evidencias de aprendizaje, y aunque pertenece al pensamiento Aleatorio, no hacer parte del tópico matemático estudiado.	relativa, variables cualitativas y cuantitativas, diagrama circular y frecuencia porcentual.	

Nota: la tabla contiene los contenidos temáticos en el tópico representación e interpretación de gráficos estadísticos de cada uno de los períodos académicos de la I. E. El Roble. Fuente: Colectivo de docentes (s. f.).

Al analizar los contenidos temáticos planteados en el *Plan de Área de Matemáticas* en la I. E. El Roble en el primer grupo de grados, de Primero a Tercero, se evidencia en primer lugar el abordaje de solo dos de los cinco estándares planteados por el MEN (2006) en análisis y representación de datos. En los grados Cuarto y Quinto se enunciaron dos de los cuatro Estándares propuestos en los sistemas de datos para el caso específico del tópico analizado.

De acuerdo a lo descrito, la coherencia horizontal no se visibiliza como tampoco se evidencia la coherencia vertical, cabe expresar que no hay correspondencia con el Plan de Área, dado que los contenidos temáticos relacionados con el tópico seleccionado se hallaban en uno, máximo dos de los períodos académicos, en algunos casos y no a lo largo del año lectivo. Como resultado tampoco sería posible entonces la progresión de los aprendizajes expresada en los DBA.

Cada uno de estos elementos mencionados hacen parte del conocimiento curricular que debería tener el docente, no significando esto que lo deba enseñar a sus estudiantes de esta manera. En conclusión, la progresión de aprendizajes la debe saber el profesor y hace parte de su conocimiento curricular, pero eso no se la enseña al estudiante, a ellos se les enseñan los contenidos, que hacen parte del currículo. Un ejemplo de esta situación podría ser la elección de un gráfico estadístico a partir del tipo de datos que se tienen, es necesario que los estudiantes tengan claridad en este tipo de conocimiento para una correcta representación de la información a través de la construcción de gráficos estadísticos.

En relación con los contenidos trabajados en el Plan de Aula por parte de la docente Ent1 en los grados Primero, Segundo y Tercero, es necesario recalcar que no guardan total correspondencia con el Plan de Área propuesto en la Institución, aunque es de aclarar que se abordan los gráficos utilizados para representar datos estadísticos. En lo referente al docente Ent1 -el otro docente participante en el estudio- en los demás grados, Cuarto y Quinto, se evidencia que no articula el plan de área propuesto por la institución con su Plan

de Aula, el cual se estructura a partir de un texto escolar *Claves Matemáticas* de la Editorial Santillana (Santillana, s. f.).

Como resultado de este análisis, cabe mencionar que el hilo conductor propuesto por el MEN, desde la unificación de unos referentes para un currículo deseado, no se encuentra en total correspondencia con los contenidos temáticos organizados en el currículo escrito que se halló en la Institución Educativa, ni con el currículo real desarrollado por los docentes con sus estudiantes en el aula de clase. Situación esta descrita por Díaz et al. (1997), en el análisis realizado a las pruebas TIMSS al señalar que uno de los elementos más importantes en este estudio es el currículo, siendo un componente fundamental al examinar las variables que intervienen en el contexto educativo, teniendo en cuenta el currículo desde la perspectiva de tres niveles diferentes: un currículo propuesto por las entidades gubernamentales, el desarrollado por los docentes en el aula y el logrado por los estudiantes a través de los aprendizajes obtenidos, evaluado este mediante un cuestionario aplicado a los estudiantes, y de acuerdo con los autores se presentan amplias disimilitudes entre ellos. Por lo tanto, la pregunta sería del orden del currículo propuesto, el escrito y el real, así como el conocimiento que tienen los docentes de estos documentos curriculares a la hora de elaborar tanto el Plan de Área como de aula en relación con el objeto, representación y análisis de datos en el currículo y la forma presentada para su desarrollo.

Capítulo 3. Marco Metodológico

En este capítulo se describen los fundamentos teóricos y metodológicos que soportan el desarrollo del trabajo de campo realizado en el marco del presente estudio y se estructura en ocho componentes. Se parte de la perspectiva metodológica, en la cual se sustenta el diseño metodológico con cada una de sus etapas, la naturaleza y el enfoque seleccionado de acuerdo a las características que presenta la investigación. El segundo componente es el proceso de participación, que se refiere a cada una de las acciones que se llevaron a cabo para invitar y vincular en el estudio a los docentes de las instituciones educativas del municipio. El tercer componente corresponde a los criterios de selección de los docentes participantes, en este apartado se describen las pautas tomadas en consideración para la escogencia de los docentes con los cuales realizar el trabajo de campo. El cuarto componente hace alusión al perfil de los participantes, allí se relata información de carácter general, profesional, académica y su experiencia en el campo de la educación. En el quinto componente se analiza el contexto institucional, enmarcado en la construcción del PEI y de algunos de los elementos presentes en este documento, desde la normatividad que ha guiado su construcción hasta el contexto escolar, el cual se encuentra articulado al SIEE¹³. En el sexto componente se explican las técnicas e instrumentos de recolección de la información privilegiadas, como la observación no participante y la entrevista. El séptimo componente describe el proceso de validación llevado a cabo con los instrumentos utilizados en el trabajo de campo. Para finalizar, el octavo componente, enuncia las fases de la investigación: exploratoria, descriptiva e interpretativa, con el objetivo propuesto para cada fase y las actividades a desarrollar.

3.1 Perspectiva metodológica

La selección adecuada del diseño metodológico para este estudio es una oportunidad para realizar no solo una descripción, sino también comprender y analizar el fenómeno que se estudia (Galeano Marín, 2004a). De este modo el estudio corresponde a una investigación

¹³ SIEE. Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes. “Con la expedición del Decreto 1290, el gobierno nacional otorga la facultad a los Establecimientos Educativos para definir el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes -SIEE_, siendo esta una tarea que exige estudio, reflexión, análisis, negociaciones y acuerdos entre toda la comunidad educativa” (MEN, 2020, párr. 2).

de enfoque cualitativo de naturaleza interpretativa. Al respecto, algunos autores referencian las características que se presentan en este tipo de investigación:

- Galeano Marín (2004a) afirma que, la investigación cualitativa busca comprender todo lo acontecido en el contexto, a través de la relación que se da entre el investigador y la población participante; por ello, esta debe ser directa y constante, esa comprensión se da a través de lo que existe, de la subjetividad e intersubjetiva de las personas involucradas y se inscribe en la comprensión de esta realidad, con base en la indagación de hechos de un proceso histórico.
- El proceso de indagación cualitativa para Hernández Sampieri et al. (2006) es “flexible y se mueve entre los eventos y su interpretación, entre las respuestas y el desarrollo de la teoría. Su propósito consiste en ‘reconstruir’ la realidad tal y como la observan los actores de un sistema social previamente definido” (p. 27). En la misma investigación expresan: “La investigación cualitativa, proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización del ambiente o entorno, detalles y experiencias únicas. También aporta un punto de vista ‘fresco, natural y completo’ de los fenómenos, así como flexibilidad” (p. 28).
- Para Rodríguez Gómez et al. (1999); Galeano Marín (2004a) y, Denzin y Lincoln (2005), la investigación cualitativa es naturalista. Concretamente, Denzin y Lincoln (2005) indican que “los investigadores cualitativos estudian las cosas en su situación natural, tratando de entender o interpretar los fenómenos en términos de los significados que la gente les otorga” (p. 2). Por lo tanto, este tipo de investigación se desarrolla en el medio natural, de una manera no forzada a través de la indagación, la observación y el acompañamiento de los sujetos involucrados en el estudio, para comprender los fenómenos analizados a través de su práctica pedagógica.

Al tener en cuenta la evolución que se ha presentado en cuanto a investigación cualitativa y los cambios que se han generado en cada uno de sus momentos históricos, Denzin y Lincoln (2005) elaboran una conceptualización acerca del tema, el cual se puede expresar de la siguiente manera:

La investigación cualitativa es un campo interdisciplinar, transdisciplinar y en muchas ocasiones contra disciplinar. Atraviesa las humanidades, las ciencias sociales y las físicas. La investigación cualitativa es muchas cosas al mismo tiempo.

Es multiparadigmática en su enfoque. Los que la practican son sensibles al valor del enfoque multimetódico. Están sometidos a la perspectiva naturalista y a la comprensión interpretativa de la experiencia humana. Al mismo tiempo, el campo es inherentemente político y construido por múltiples posiciones éticas y políticas. (Nelson et al., 1992, citado en Denzin y Lincoln, 2005, p. 6)

De acuerdo con los conceptos planteados sobre el enfoque cualitativo, se considera pertinente su elección para la presente investigación, al tenerse en cuenta que el propósito del presente trabajo es estudiar y comprender un fenómeno educativo en el contexto de dos docentes, al enseñar un contenido estadístico a estudiantes de una institución educativa de la zona rural del municipio de Neira, fenómeno que tiene sus propias características y limitantes, por la ubicación geográfica de las sedes en las que laboran los docentes, quienes no tienen formación en el área de Matemáticas, pero sí varios años de experiencia en la labor educativa; y con la característica que en ambas sedes los resultados de los estudiantes en pruebas internas y externas en esta área fueron bajos.

De esta manera, observar las clases en su contexto natural, reconocer las categorías propias de la enseñanza, sus limitantes y su complejidad, requiere de un enfoque que posea la flexibilidad y capacidad de describir e interpretar los eventos estudiados, no como una limitante sino como una oportunidad de enriquecer la información como lo permite la investigación cualitativa. De allí la necesidad de acompañar el proceso de enseñanza en detalle, conocer a profundidad la realidad del aula, reconocer los elementos que los docentes ponen en juego en sus prácticas e identificar los factores inmersos en el fenómeno para llegar a comprender la forma en que los docentes expresan o construyen su CDCM.

Asimismo, la investigación es de enfoque interpretativo, ya que allí se busca la comprensión profunda de la realidad, de cómo los actores experimentan, perciben e interpretan esa realidad al interior de las aulas en su ejercicio profesional, a partir de la enseñanza de los contenidos inmersos en el plan de área institucional y todos los elementos a los que debe enfrentarse no solo de contexto, sino también a partir de cada una de las particularidades y características. Al respecto, Stake (2007) sostiene que: “La principal característica de la investigación cualitativa es el lugar central que ocupa la interpretación, plantea que los resultados de la investigación no son tanto ‘descubrimientos’ como ‘asertos’” (p. 46). Con este escenario, se estudió a los docentes desde una perspectiva

naturalista e interpretativa. De acuerdo con Pinto (2010) “El supuesto que subyace es que el CDC del profesor sólo pueden estudiarse en el contexto real donde trabaja” (p. 153).

Teniendo en cuenta las características presentadas en la investigación (descritas de forma amplia en el capítulo uno), la naturaleza del problema, la población participante, las necesidades y los intereses presentes explícitos en la pregunta, además del tiempo efectivo para el proceso investigativo, se consideró el estudio de caso como una opción pertinente para el diseño metodológico de la tesis a realizar; ya que se adapta a la consecución de los objetivos planteados, a los procesos de análisis del CDC de los profesores en Matemáticas y a la información que se pretende recolectar, analizar e interpretar. Según Durán (2012) “En Escuelas de Negocios o en clínicas médicas, en Derecho, Psicología, Antropología o Educación, el Estudio de Caso se utiliza de manera intensiva especialmente desde los años 70, de dos formas: como herramienta pedagógica o como forma de investigar” (p. 124).

Para la investigación cualitativa, el Estudio de Caso ha tenido gran importancia en el desarrollo de las Ciencias Sociales, de la Salud y la Educación. Al respecto, agrega Durán (2012) “Los estudios de Freud, Piaget, Maslow y Rogers – entre otros- que nacieron y se nutrieron del Estudio de Caso, son algunos ejemplos de ese aporte y relevancia” (p. 125). En ese sentido, Stake (2007), afirma que “El estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular” (p.11).

Con esta investigación se busca identificar, describir, interpretar y comprender el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático que tienen los profesores participantes, al enseñar un tópico como representación y análisis de gráficos estadísticos, a partir de la observación no participante de sus clases, en las que podrían evidenciarse determinadas características de su quehacer pedagógico en cada profesor. De esta forma se podrán encontrar las particularidades que se presentan en su trabajo cotidiano de acuerdo a las características propias de sus contextos y cada una de sus categorías privilegiadas. Dado que las Matemáticas y su enseñanza siempre han estado permeadas por la idea de su dificultad y los resultados de aprendizaje, normalmente puestos en tela de juicio, es necesario indagar de manera argumentada sobre la realidad o falsedad de esta percepción; por ello se debe llegar al nicho, al contexto natural en el cual se da el proceso, que son las prácticas pedagógicas. Los contextos a observar que presentan características particulares tales como: el área rural, el tamaño de la Institución Educativa, la cantidad de estudiantes en el aula, caracterizadas estas por la presencia de un solo profesor que atiende varios grados de escolaridad, en esta

situación son llamadas aulas multigrado, en el caso del docente Ent2 hay seis grupos, mientras que la docente Ent1 tiene cuatro y, finalmente, docentes con un amplio rango de experiencia. Condiciones similares a la manera como lo expresa Stake (2007):

El cometido real de un estudio de casos es la particularización, no la generalización. Se toma un caso particular y se llega a conocerlo bien, y no principalmente para ver en qué se diferencia de los otros, sino para ver qué es, qué hace. Se destaca la unicidad, y esto implica el conocimiento de los otros casos de los que el caso en cuestión se diferencia, pero la finalidad primera es la comprensión de este último.

(p. 20)

Otros aspectos que se deben tener en cuenta para la elección del diseño metodológico son los siguientes: en primer lugar, el tipo de pregunta que se plantea en la investigación. Al respecto Yin (2009) afirma:

Las preguntas sobre ‘cómo’ y ‘por qué’ son más explicativas y es probable que conduzca al uso de estudio de caso, historias y experimentos como el método preferido de búsqueda. Esto se debe a que tales preguntas se relacionan con enlaces operacionales necesidad de ser rastreado en el tiempo, en lugar de meras frecuencias o incidencia. (p. 9)

Por lo tanto, la estructura de la pregunta planteada en esta investigación, es otra de las razones por las cuales se privilegia el estudio de caso sobre otros métodos que exponen características similares, como por ejemplo, las historias; sin embargo, el primero se utiliza para estudiar eventos que suceden en el presente o están cercanos a la realidad, y aunque comparte las técnicas para la recolección de la información con el segundo, el estudio de caso utiliza la observación directa de las situaciones acontecidas con el objeto de estudio y entrevistas de las personas que hacen parte en los eventos, que sería en sí el segundo criterio para elegir este enfoque (Yin, 2009).

Algunos autores han realizado diferentes clasificaciones de estudios de caso de acuerdo a características específicas; entre ellos se encuentra Yin (2009), quien organizó tipos de estudios de caso en tres categorías: explicativos o causales, descriptivos y exploratorios, y únicos o múltiples. Stake (2007) categoriza los casos de acuerdo a su finalidad en: estudio intrínseco, instrumental y colectivo; en este último, se unen varios casos individuales y estos son estudiados a profundidad para ser desarrollados. Otra tipología de acuerdo a las características que se presentan es la propuesta por Rodríguez et al. (1996),

quien los divide en caso único y casos múltiples. Cada uno de los estudios de caso se convierte en una herramienta para conocer sobre el objeto de estudio. El tipo de caso no se seleccionó a priori, ni tampoco el número de docentes lo determinó, como sí lo hicieron los hallazgos a partir de las actuaciones de los participantes. De esta manera, y aun con las diferencias que se reconocieron en los docentes, hay elementos comunes que coinciden en sus conocimientos, razón por la cual se identificó un solo caso representado en dos individuos que, por supuesto no son idénticos, pero las diferencias en general no los ubica en dos grupos diferentes, por lo tanto, se analizó un solo caso con dos unidades de análisis.

Si bien es cierto que el estudio de caso presenta características importantes y reconocidas como método de investigación cualitativa, según lo expresen diferentes autores, también es cierto que existen prejuicios para su uso, los cuales son argumentados desde Yin (2009) cuando explica las causas del por qué se presenta esta situación:

- La creencia de falta de rigor en el estudio, dada por la distracción de algunos investigadores en el manejo de la información, errores en la evidencia utilizada o manipulación de las conclusiones a las cuales se ha llegado en el estudio.
- De igual manera, se presentan equívocos entre la enseñanza de estudio con la investigación de estudio de casos, en el primero, la información se organiza y modifica de acuerdo a las necesidades, mientras que, en el segundo, esta situación no se presenta en ningún momento, debido al trabajo arduo que realizan los investigadores en su labor de organización y análisis de la información.
- Otro de los elementos que ha sido objeto de discusión a la hora de elegir el estudio de caso como diseño metodológico, se refiere a la preocupación manifiesta de que los estudios de caso no son fuente para la generalización. Sin embargo, es importante tener en cuenta que el objetivo principal de un estudio de casos no es la generalización; al hacer un estudio de caso, su objetivo será expandir y generalizar las teorías (generalización analítica) y no enumerar frecuencias (generalización estadística, de igual manera que un experimento, el estudio de caso no representa una "muestra").
- La creencia de que los estudios de caso necesitan un largo período de tiempo para su ejecución y la gran cantidad de documentos para su análisis. Esto se debe a que en muchas oportunidades se confunde el estudio de caso con otro método de recopilación de datos como la etnografía o los de participación-observación, también

por la forma como eran realizados los estudios de caso hace algunos años; sin embargo, hoy las narrativas largas no son necesarias.

A pesar de las preocupaciones y objeciones, se evidencia que es posible hacer buenos estudios de caso si se atiende las características específicas para su desarrollo. En este sentido, se consideraron los cinco componentes propuestos para este diseño de investigación, según Stake (1999) y Yin (2003): 1) formulación de preguntas bien estructuradas, 2) Planteamiento de los objetivos, 3) Descripción clara de las unidades de análisis, 4) Elaboración de la ruta para la recolección y organización de la información y 5) Determinación de criterios para la interpretación de los datos. Cada una de las etapas mencionadas se desarrollaron durante las fases propuesta en la investigación.

Para finalizar este apartado se evocan las palabras de Yin, (2009), dado que este considera que el estudio de caso se puede abordar desde dos miradas, la primera establece un marco para el trabajo, la discusión y el debate; y la segunda, aporta al conocimiento de diferentes fenómenos de carácter individual, social, organizacional y político. En la propuesta de investigación, la discusión y el debate están planteados en los instrumentos, ya que la observación no participante y la entrevista semiestructurada deben permitir contrastar la práctica docente con la concepción del investigador y la de los docentes, además este análisis de cada una de las prácticas individuales podría promover el desarrollo de una propuesta alternativa que involucre las diferentes concepciones del Conocimiento Didáctico del Contenido.

3.2 Proceso de participación

Es importante explicar que el sistema educativo en Colombia organiza la educación formal en tres niveles: a. Preescolar, el cual tiene como requisito la obligatoriedad mínima de un año lectivo. b. Educación Básica, estructurada en dos ciclos, el primero se denomina Educación Básica Primaria y está comprendida por cinco grados, de primero a quinto, y el segundo ciclo, Educación Básica Secundaria, con cuatro grados de sexto a noveno. c. Educación Media, constituida por dos grados de escolaridad, décimo y undécimo, para finalmente obtener el grado o título según la Ley general de Educación (Ley 115 de 1994).

Para el desarrollo de la investigación se obtuvo el aval del jefe de núcleo (Anexo A) como representante de la Secretaría de Educación y se invitaron a seis de las siete instituciones educativas del municipio, por lo cual se realizó visita a ellas y se dialogó con

cada uno de los rectores. Es necesario aclarar que la séptima institución no fue invitada por su ubicación geográfica, ya que se encuentra a dos horas y media de la cabecera municipal, lo que dificulta de manera considerable el acceso para el trabajo de campo. En la visita se explicó la naturaleza del estudio y se invitó a participar a los docentes interesados en la investigación doctoral *Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas. Estudio de caso con profesores de Básica Primaria*; así mismo se entregó documento escrito para dar validez y los rectores firmaron un consentimiento informado (Anexo B) autorizando el desarrollo del trabajo de campo con los docentes que demostraran interés. Posteriormente, cada rector dialogó e invitó a los docentes a participar en el proceso investigativo, de allí, seis de ellos demostraron interés y aceptaron ser parte del estudio, dos en zona urbana y cuatro en zona rural.

Después de obtener la autorización de los rectores, se acordaron los compromisos y el cronograma para el desarrollo del trabajo de campo con los docentes participantes en la investigación, los cuales impartían clases en Básica Primaria en diferentes grados de escolaridad y orientaban todas las áreas del conocimiento, incluida Matemáticas. Seguido se procedió a la firma del consentimiento informado por parte de los profesores (Anexo C), donde se explicaba la naturaleza de la investigación, los objetivos propuestos (en este apartado se hizo necesario ser explícitos al señalar que en ningún momento se pretendía evaluar el desempeño pedagógico de los docentes), las actividades a desarrollar en el trabajo de campo, entre ellas, la observación de algunas de sus prácticas de aula, las cuales serían grabadas con el fin de depurar y organizar la información y, finalmente los beneficios que obtendrían los docentes durante el proceso.

3.3 Criterios de selección de los docentes participantes

Es importante aclarar que, en la invitación realizada a los docentes, se especificaron algunos criterios necesarios para su participación en la investigación propuesta, tales como:

- Pertenecer o laborar en Instituciones Educativas de carácter oficial que atiendan población escolar en el nivel de Básica Primaria en el municipio de Neira, tanto en zona urbana como rural.
- Docentes con formación en áreas de la Educación, diferentes a Matemáticas. Si bien la formación disciplinar de los docentes en el área para el abordaje del CDC es un factor fundamental dentro del proceso de enseñanza, en la investigación busca

aproximarse a las condiciones reales de los contextos educativos en este nivel, donde un alto número de docentes deben enseñar Matemáticas y cuya formación disciplinar es en otras áreas del conocimiento. Es así como cobra mayor interés el desarrollo de la práctica de aula de estos docentes porque se pretende comprender la enseñanza en el campo estadístico bajo las condiciones mencionadas.

- Docentes con experiencia mayor a 20 años. Uno de los hallazgos en el Estado del arte hizo referencia a un CDCM más estructurado en profesores con experiencia, entendida la experiencia como la suma de años. En este sentido, Gudmundsdóttir y Shulman (2005), al investigar un docente experto y otro novel, en el área de Sociales -área con características similares a las matemáticas según la literatura científica- concluyeron que existen diferencias entre ambos docentes, ya que el experto tiene el CDC de la asignatura que orienta, misma que el novel no. De esta manera, se valora la experiencia docente como un criterio relevante en esta investigación.
- Docentes con compromiso, apertura al cambio y disponibilidad de tiempo para el desarrollo del trabajo de campo.
- El interés manifiesto de participar en la investigación.
- Algunos de los criterios expuestos se sustentan desde la mirada de diferentes autores como se enuncia en las siguientes líneas, al tener en cuenta que la investigación se constituye en un estudio cualitativo, se hizo necesario entonces privilegiar algunos criterios para la selección de los casos. En este sentido, se relacionan con la posibilidad de tener el mayor aprendizaje posible, de acuerdo a los objetivos planteados en el estudio, el tiempo establecido para desarrollar el trabajo de campo y la facilidad en el acceso a los participantes (Stake, 2007).

Es importante destacar los planteamientos que este autor hace al respecto, cuando afirma que el estudio de caso no es un estudio de muestra, y que la selección de los casos debe atender según los siguientes criterios:

- Más que la representación total, es la representación de un grupo diverso de participantes, con contextos diferentes que lleven a la consecución de los objetivos propuestos y a la solución de la pregunta o las preguntas de investigación. Por lo tanto, el primer criterio debe ser la máxima rentabilidad de aquello que aprendemos.
- Casos con facilidad para su estudio y con personas que expresaron buena acogida.

- Características específicas de la población participante, aquellas que nos ayuden a comprender y resolver el problema de investigación.

De acuerdo a los criterios descritos y a la realización de algunas actividades que se planearon en la primera fase de la investigación -exploratoria- fue posible la selección de los docentes que participaron finalmente en su desarrollo. En el año 2018 se inició la primera fase del proyecto con los docentes que cumplían los requisitos planteados al inicio de esta sección. Cabe resaltar que las actividades propuestas en la fase en mención se amplían más adelante en el apartado correspondiente a fases de la investigación. El trabajo con los seis docentes se apertura con la observación no participante de una clase de Matemáticas, en la cual cada docente eligió el contenido, el grado y el tiempo de duración de esta. Dicha observación era necesaria dado que el CDC es el eje central de la investigación y, su profundización y conocimiento será posible en la medida en que se analicen las diferencias educativas de los participantes desde sus contextos y particularidades.

El número final de docentes se seleccionó de acuerdo a las situaciones que se describen a continuación:

- En las pasantías nacional e internacional realizadas en el marco del doctorado con investigadores expertos en el tema se discutió y sugirió que, por la naturaleza del estudio, se contara con un número pequeño de casos y no con seis, de tal manera que fuera posible profundizar en ellos. Esta sugerencia llevó a que se consultaran diferentes investigaciones cuyo diseño metodológico correspondía a estudios de caso e identificar sus características como referente para la presente investigación.
- En primer lugar se consultaron cuatro tesis doctorales y un trabajo de maestría que abordaban el CDC o se relacionaban con algunos de sus elementos en áreas como Matemáticas y Ciencias; entre ellas se tienen: García Oropeza (2009), Melo Niño (2015) y Pinto Sosa (2010), con dos participantes en cada una de ellas; en Ruiz Ortega (2012) fueron cinco participantes, sólo que el análisis comprensivo se hizo con dos de ellos, luego de la configuración de los casos; mientras que el trabajo de maestría desarrollado por Méndez Cardona (2018) tuvo cuatro integrantes. En segundo lugar, se rastrearon investigaciones en CDC, tanto en Matemáticas como en otras áreas del conocimiento. Las referidas a Matemáticas son: Giné de Lera y Deulofeu (2014) con 4 participantes; mientras que Rojas et al. (2015), Vasco Mora et al. (2016) y Barbosa et al., (2010) solo contaron con 1 participante en cada una.

En cuanto al CDC en otras áreas se rastrearon las siguientes investigaciones: Reyes Roncancio y Romero Osma (2011), Melo Niño et al., (2016), Vásquez Bernal et al., (2019) con 1 solo docente; Gudmundsdóttir y Shulman (2005) y Mosquera Suárez et al., (2011) con dos participantes y, finalmente, Medina Moya y Jarauta Borrasca (2013), Mentado Labao et al., (2017) con tres docentes respectivamente.

De acuerdo a las 16 investigaciones consultadas, en tres de ellas, el trabajo de campo se realizó con uno y tres docentes respectivamente, mientras que solo en dos hubo participación de cuatro docentes, finalmente, en seis investigaciones se realizaron con dos docentes.

De esta manera, los criterios para seleccionar la cantidad de participantes obedecen a tres condiciones:

La primera se relaciona con las características, ventajas, limitaciones y posibilidades de participantes de los docentes, así como las condiciones de las instituciones y sus respectivas sedes. Durante la fase exploratoria se presentaron algunos cambios en la investigación, así como en los contextos de la población inicial. Sumado esta situación a la actitud, responsabilidad y disposición de los docentes para la realización de los procesos de planeación y ejecución de las clases que se habían acordado y las características de estas, el número de docentes se redujo. Además de ello, una vez explicado el cronograma de trabajo a las docentes del sector urbano, ellas expresaron la falta de tiempo para participar en la investigación. En segundo lugar, en atención a las sugerencias realizadas por expertos en CDC durante las pasantías nacional e internacional. Finalmente, el análisis de las investigaciones consultadas, que evidencia la cantidad de participantes en ellas y cuyo número no supera los cuatro, con predominación de dos participantes. Situaciones que dan validez respecto la decisión de desarrollar la investigación con dos docentes como unidades de análisis separadas.

Otro de los factores que incidió de manera significativa en la selección de los docentes se relaciona con el factor afectivo (García Oropeza, 2009). Dicho en otras palabras, dos profesores pertenecían a la Institución Educativa El Roble, la cual hace parte de los colegios focalizados por el Programa Todos a Aprender desde el año 2012. Allí la investigadora ha desarrollado procesos de formación continua en diferentes áreas del conocimiento, entre ellas Matemáticas, tanto a nivel disciplinar como didáctico a los docentes de Básica Primaria. Es decir, se conoce el contexto institucional, y, en

consecuencia, los docentes seleccionados podrían contribuir de manera significativa a la comprensión del objeto de estudio desde los diferentes momentos de la práctica docente y sus contextos, que, aunque rurales, son totalmente disímiles, lo cual incide en el proceso de enseñanza y aprendizaje, los que deberán ser analizados a la luz del CDCM que poseen los profesores participantes. De esta manera, se seleccionaron los dos de la I.E. El Roble para el desarrollo de la investigación.

Lo dicho hasta acá supone que la muestra obtenida se clasifica entonces como una muestra intencional según Cohen et al. (2000) al sostener que la muestra elegida no corresponde a una población extensa, sino a un grupo específico, de manera tal que se pueda realizar un análisis profundo sobre el tema de elección.

Finalmente, los dos docentes seleccionados laboran en diferentes sedes con características específicas del contexto y la población estudiantil, el docente Ent2 uno con una sede unitaria (escuelas con un solo docente, también llamadas escuelas unidocente) y aula multigrado con grados desde Transición hasta Quinto y la docente Ent1, con aula multigrado desde Transición hasta Tercero. Lo anterior con el propósito de obtener la mayor rentabilidad en términos de dar respuesta a la pregunta planteada y a los objetivos de la investigación. En este sentido, los dos docentes tuvieron la oportunidad de ser escuchados, hacer visibles sus pensamientos y conocimientos respecto al tópico representación e interpretación de gráfico estadísticos.

3.4 Perfil de los docentes participantes

Uno de los componentes más importantes que supone la participación de los dos docentes en el marco del proceso investigativo, es el aporte a su práctica de aula, desde la reflexión y los elementos que se ponen en juego a la luz de las categorías abordadas en el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, dado que no son actores pasivos que solo aportan información, sino que poseen una permanente motivación por los procesos curriculares y el deseo constante de mejorar su práctica profesional. A cada uno de los docentes que se encuentran inmersos en la investigación se les ha asignado un código con el objetivo de proteger su identidad, el primero ha sido llamado Ent1 y el segundo Ent2. Cada uno de sus perfiles se describen a continuación:

La docente Ent1 relata el interés que la llevó a pertenecer a la docencia, expresando que es una docente por imitación, al relacionar de manera directa este gusto por esta profesión a partir de una experiencia agradable vivida con la profesora que le enseñó en

Segundo de primaria, razón por la que desde allí empezó a jugar a la escuela en el rol de profesora. Posteriormente ingresó a la Normal de Neira y en grado Noveno inició el Bachillerato Pedagógico, título que obtuvo. La Ent1 inicia su proceso de formación en el pregrado como licenciada en Pedagogía Infantil, posteriormente se especializó en Informática Educativa y continuó cursando una maestría en Educación y Desarrollo Humano, esta última fue producto de una beca cuya convocatoria fue realizada por Colciencias a través del programa Ondas, como incentivo a la labor investigativa desarrollada con sus estudiantes.

Ha trabajado como docente en el sector público durante 26 años, desempeñándose en los grados Transición y Básica Primaria (Primero a Quinto) con estudiantes que oscilan entre los 5 y 12 años de edad, aunque antes de ser nombrada trabajó durante cinco años aproximadamente en Básica Secundaria. El área que más le agrada y complace preparar es Lenguaje, porque según la docente a través de su enseñanza los niños aprenden de manera específica a desarrollar habilidades de lenguaje, de comunicación y se aborda de forma explícita la literatura infantil, la cual abre un mundo de posibilidades literarias y desarrollo de su imaginación. La participante Ent1 se ha desempeñado como docente de aula multigrado, en Transición, Primero, Segundo y Tercero desde hace ya seis años, puesto que siempre ha trabajado en el sector rural. Lo que más le gusta del sector educativo es el trabajo que realiza con los estudiantes y observar los avances que se generan en el proceso de aprendizaje con cada uno de ellos.

La docente suscitó interés para la presente investigación por su permanente disposición y apertura para el aprendizaje, de manera especial en las áreas de Lenguaje y Matemáticas, además por los procesos investigativos desarrollados en sus estudios de maestría, que presentaba como enfoque la investigación en el aula, iniciativas que fueron validadas y apoyadas por los directivos docentes de la institución donde labora. Gracias al trabajo de formación en la institución educativa a través del PTA, Ent1 aceptó colaborar con el estudio.

De las cualidades que distinguen a la docente Ent1 se encuentra el interés permanente por aprender estrategias y recursos para enriquecer sus prácticas de aula y la lucha constante y altruista por educar y ayudar a superar las dificultades que presentan algunos estudiantes, tanto a nivel académico como comportamental, reflejado este por las complejas situaciones familiares que presentan algunos de ellos, al pertenecer a familias disfuncionales o inclusive

a hogares sustitutos de Bienestar Familiar. Méritos que, unidos a los académicos, la han llevado a ser postulada en varias oportunidades como la mejor docente de la Institución, e inclusive fue galardonada como la mejor docente del municipio en el año 2015 y postulada como mejor docente del departamento en el mismo año.

Respecto al segundo participante, docente Ent2, se puede decir que ha trabajado como docente en el sector público durante 33 años, desempeñándose únicamente en los grados Transición y Básica Primaria (Primero a Quinto) con estudiantes que oscilan entre los 5 y 12 años de edad. Los primeros dos años y medio trabajó como docente en los Llanos Orientales, luego de ello se ubicó en la Institución Educativa El Roble del municipio de Neira y es allí donde ha laborado el resto de tiempo y ha adquirido la experiencia que acredita hoy en día.

El docente inicia su pregrado cursando una licenciatura a distancia durante tres años, comenzó en el 2013 y la finalizó en el 2015, hace aproximadamente 6 años. En la carrera le homologaron tiempo de experiencia y el título obtenido fue licenciado en Preescolar. Respecto al postgrado, cursó una especialización en Lúdica Educativa un año después de haberse graduado en el pregrado. Sin embargo, el área que más le agrada y satisface enseñar es Lengua Castellana, argumenta que con las niñas y niños pequeños se inicia un proceso lecto-escritor que parte de cero y los estudiantes aprenden a leer y escribir, esos resultados observables y medibles le generan gran satisfacción en su carrera profesional de maestro de Básica Primaria como lo ha sido siempre.

En la actualidad, ejerce como docente de aula multigrado, con los grados Transición a Quinto. Lo que más le gusta al docente Ent2 del sector educativo es tener el placer no solo de enseñar a sus estudiantes, sino también compartir experiencias y aprender con ellos. Puesto que labora en zona rural, debe enfrentarse a todas las dificultades que tienen las escuelas unitarias por las condiciones particulares que estas presentan; sin embargo, destaca que es en este sector donde ha laborado la mayor parte de su vida y, por lo tanto, es allí donde ha formado su experiencia docente.

El docente generó interés para el estudio por su permanente disposición y apertura hacia el aprendizaje en las áreas de Lenguaje y Matemáticas, aun siendo esta última un área no muy amigable para su enseñanza, como lo afirma. Su interés por participar en la investigación responde a las cualidades que tiene la investigadora, según manifiesta, de quién puede aprender y sobre quién profesa credibilidad y gratitud por los siete años de

acompañamiento del Programa Todos a Aprender en los que su trabajo y sede educativa se han visto beneficiados.

Otras cualidades del docente son su sensibilidad y humanidad hacia sus estudiantes, dadas las dificultades de algunos de ellos a nivel familiar; también se destaca el interés permanente por aprender estrategias para mejorar sus prácticas pedagógicas. Ent2 es un docente con interés por la innovación, evidenciado esto en los procesos creativos llevados al aula a partir de las capacitaciones recibidas en Lenguaje y Matemáticas a través del PTA.

3.5 El contexto institucional

Según el artículo 23 de la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994) en el sistema educativo colombiano existen nueve áreas obligatorias y fundamentales, una de ellas es Matemática y debe estar presente en los currículos de todas las instituciones educativas para alcanzar los logros de la educación básica. Asimismo, el Decreto Nacional 1860 (1994) en su artículo 35, afirma que la intensidad horaria para cada una de las áreas se determina a partir de la autonomía institucional en concordancia a las determinaciones adoptadas en el Proyecto Educativo Institucional (PEI). Estas orientaciones se establecen de acuerdo a las necesidades de la comunidad educativa o necesidades de profundización, a las particularidades del contexto, a la modalidad ofertada y a la organización institucional, entre otros.

La Institución Educativa El Roble es de carácter oficial, ofrece los tres niveles educativos contemplados en la educación colombiana, con una población de 250 estudiantes aproximadamente. La modalidad implementada es agropecuaria y adoptó el Modelo Pedagógico Escuela Nueva, con una metodología activa-participativa, basada en las interacciones que promueve el aprendizaje colaborativo y el uso de recursos. Se encuentra ubicada en la zona rural del municipio de Neira y pertenece a la zona Centro sur del departamento de Caldas. La mayoría de las familias de la comunidad educativa pertenecen a estratos 1 y 2, habitan en fincas que no son de su propiedad, siendo este uno de los factores para que haya población flotante con estudiantes que ingresan y se retiran de la Institución Educativa en cualquier época del año, afectando en muchos casos su proceso educativo. La institución está conformada por ocho sedes en diferentes veredas del municipio, cada una de ellas tiene características de sedes unitaria, excepto la Principal, lo que implica que solo hay un docente para todos los grados de escolaridad.

El SIEE del Establecimiento Educativo El Roble contempla cuatro períodos académicos para orientar las áreas fundamentales que corresponden al 80% y el 20% restante para el desarrollo de las áreas optativas de acuerdo a la modalidad adoptada. En Básica Primaria fueron asignadas cinco (5) horas semanales para el desarrollo de los contenidos temáticos que se van a abordar con los estudiantes de acuerdo al Plan de Estudios y el Plan de Área de Matemáticas, y junto con Humanidades, son las áreas que tienen mayor intensidad horaria; sin embargo, es importante resaltar que es autonomía de los docentes orientar las temáticas propias de los pensamientos exigidos por el MEN en los EBC en Matemáticas.

De acuerdo a lo sustentado en el párrafo anterior, la docente Ent1 asigna cinco horas semanales a la enseñanza de las Matemáticas, tal como se registra en el PEI, de ese tiempo efectivo, una hora la distribuye al desarrollo de los aprendizajes del pensamiento geométrico, situación dada solo en los últimos años a partir de las reflexiones generadas en el PTA; los otros cuatro pensamientos, incluido el Aleatorio, que es donde se encuentran los contenidos de Estadística, no les asigna una cantidad específica de tiempo, todos ellos se orientan dentro de las Matemáticas de forma general. En el caso del docente Ent2, dentro del horario de clases, él se asignó cuatro horas semanales para el área de Matemáticas, sin contemplar un tiempo específico para la enseñanza de los tópicos correspondientes a Estadística y Geometría, inclusive expresó que en muchas ocasiones esta última no alcanza a enseñarse porque los contenidos se encuentran al final del libro y el tiempo es insuficiente; mientras que Estadística se encuentra antes; por lo tanto, los contenidos son orientados en cualquier momento del año, en uno de los cuatro períodos académicos de acuerdo al orden que se establece en el texto escolar guía de grado cuarto usado por el docente, que marca la pauta para la selección de estos contenidos.

3.6 Fases de la investigación

De acuerdo a la pregunta de investigación realizada y los objetivos propuestos en este estudio, se definieron tres fases para desarrollar en el marco metodológico, cada una de las cuales tiene un objetivo y enuncia diferentes actividades. Las fases se corresponden con los momentos expuestos a continuación: exploratoria, descriptiva e interpretativa.

3.6.1 Fase 1. Exploratoria

El objetivo de esta fase fue seleccionar los docentes participantes en la investigación. Para lo cual se llevaron a cabo tres actividades:

La primera, correspondió al análisis de los resultados de las pruebas Saber de los grados Tercero y Quinto, en el área de Matemáticas de seis de las instituciones educativas del municipio de Neira durante cuatro años consecutivos, desde al año 2013 al año 2016, organizados en el documento *Informe por colegio del Cuatrienio: Análisis histórico y comparativo*, Duarte Rodríguez y Sanabria Mejía (2018). El análisis realizado se estableció en dos direcciones:

A nivel de progreso: es el comparativo de los resultados de las pruebas Saber en una institución educativa de un año al año siguiente, se tendrá un buen promedio si el número de estudiantes que se encuentra en un nivel de desempeño insuficiente de un año a otro disminuye, y el número de estudiantes que se encuentra en un nivel de desempeño avanzado aumenta, se comparan los resultados de la institución consigo misma, para identificar qué tanto han avanzado año tras año. A nivel de eficiencia: son los resultados promedio de un colegio en las áreas evaluadas en las pruebas Saber, se tendrá un buen puntaje cuando su puntaje promedio es superior al promedio nacional.

Se compararon las instituciones entre sí para observar cómo estaban estos resultados respecto al municipio, al departamento y a la nación. Esta prueba evalúa cuatro niveles de desempeños: Insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado. Este análisis comparativo fue uno de los insumos presentados al jefe de núcleo del municipio, así como a los rectores y docentes de las instituciones educativas invitadas a participar en la investigación, con el propósito de exponer la importancia de un estudio como el aquí presentado en el sector educativo.

La segunda actividad se relacionó con la observación de una clase en el área de Matemáticas y en un grado específico. La tercera y última, atendió a la selección de los docentes para la ejecución del trabajo de campo, que se describió ampliamente en el apartado 3.3 y corresponde al proceso de selección de los docentes participantes.

3.6.2 Fase 2. Descriptiva

El objetivo de esta fase fue identificar y describir el CDC que tienen los docentes y que exponen en el desarrollo de su práctica educativa en el área de Matemáticas; por lo tanto, se lleva a cabo a partir de tres actividades:

La primera actividad que se realizó fue el ingreso al campo. El acceso al campo, es comprendido por Rodríguez Gómez et al. (1999) como un proceso, en el cual el investigador, consigue la información requerida para el estudio de manera gradual. Para su ejecución, se hizo necesario la estructuración, elaboración, validación y aplicación de las diferentes técnicas para la recolección de la información a los profesores participantes en la investigación, tales como, la observación no participante y la entrevista semiestructurada.

La segunda actividad de esta fase se estableció con la organización y sistematización de la información recolectada con cada docente para su posterior análisis y corresponde a: seis transcripciones de clase con sus respectivos diarios de campo, dos entrevistas y la rejilla para la observación no participante. Finalmente, en la tercera actividad se estructura la información de cada uno de los docentes participantes alrededor de tres categorías del CDC en el modelo MKT y las características que las sustentan, a través de algunos elementos de organización y análisis de contenido respecto a la información recolectada.

Según Denzin y Lincoln (2012) es posible abordar cinco fases interconectadas entre sí para precisar el proceso de investigación cualitativa. En este caso se consideraron la cuarta y quinta fase. La cuarta corresponde a los métodos utilizados para la recolección y análisis de los datos, entre ellos la observación y la entrevista e inclusive la propia experiencia personal, tal como se evidencia en este documento. Mientras que en la quinta fase que corresponde a la interpretación, fueron necesarios los diarios de campo para la construcción del documento interpretativo, que posteriormente se afinaron a partir del significado de lo estudiado. En otras palabras, “el análisis es la interpretación entre los investigadores y los datos” (Strauss y Corbin, 2016, p. 14).

En el análisis que se realizó a los datos recolectados fue de suma importancia el proceso de codificación que se llevó a cabo con ellos (Hernández, 2014). En la línea de Strauss y Corbin (2016), se presentan algunos procedimientos para la codificación, entre los que se tienen el uso de herramientas prácticas que permitan la manipulación de un alto número de datos brutos, como también la sistematización de estos. Los procesos utilizados para la interpretación de los datos se corresponden con lo que los autores denominan codificación abierta, axial y selectiva, de acuerdo con Hernández (2014) y Strauss y Corbin (2016). Es importante resaltar que para el análisis de la información recolectada solo fue posible utilizar la codificación abierta, dado que las categorías de análisis ya se encontraban construidas. En este sentido, las transcripciones, tanto de las entrevistas como de las

observaciones de clase se convirtieron en los insumos que alimentaron las codificaciones de los datos para su posterior análisis e interpretación.

Codificación abierta. “A través de ella se intentan expresar los datos en forma de conceptos” (Hernández, 2014, p. 196). En esta primera fase, los datos que se encuentran en los textos se examinan de manera exhaustiva con el propósito de encontrar categorías emergentes y se inicia el proceso de codificación de estos, a medida que se realiza la codificación es posible que surjan nuevas categorías, las cuales se van adaptando a las que ya se han encontrado en la medida que sea pertinente (Hernández, 2014).

Como se explicó líneas atrás en esta investigación se parte del hecho de que las categorías no se descubren, sino que ya se han definido con anterioridad, al estar enmarcadas en el modelo MKT, específicamente la dimensión del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, de tal suerte que las tres categorías se encuentran plenamente identificadas así: conocimiento didáctico del contenido y los estudiantes, conocimiento didáctico del contenido y la enseñanza y finalmente, conocimiento didáctico del contenido y el currículo. A su vez cada una de estas categorías presentaron propiedades que se han definido para esta investigación como “*características*”, las cuales sustentaron su desarrollo y las estructuraron. Estas características fueron utilizadas como el universo en el cual se enmarcaron y realizaron las codificaciones. De acuerdo con la cantidad de datos obtenidos y la saturación de estos, por no encontrar información nueva, relevante y diferente a la ya analizada, se procedió entonces al proceso de codificación con el apoyo del software de análisis de datos cualitativos Atlas.ti¹⁴, el cual arrojó el número de veces en el cual se repiten los eventos respectivos a las características y el nivel de saturación de cada una.

Con el objetivo de evitar preconcepciones y guardar fidelidad a los hechos en las observaciones y las respuestas dadas por los docentes participantes, se procedió a leer de manera repetida tanto las transcripciones de clase como las entrevistas, en concordancia a las sugerencias realizadas por (Hernández, 2014). En esta primera codificación abierta se utilizó el análisis línea por línea, según la clasificación realizada por Strauss y Corbin (2016),

¹⁴ Atlas. ti. Es un sofisticado sistema de análisis de datos cualitativos. Es utilizado en el tratamiento sistemático de datos cualitativos para la interpretación y comprensión de las codificaciones —Categorías y subcategorías— desarrolladas durante el análisis de los datos del proceso investigativo; es un potente apoyo de uso científico para la gestión de interpretaciones y comprensiones documentadas, además de ofrecer diferentes niveles de análisis por medio de tablas de frecuencia, de coocurrencias y diagramas de flujo. Ver: <https://atlasti.com/>

la cual consistió en una lectura precisa de cada renglón, palabra o frase -en este caso de la totalidad de los textos seleccionados- que se relacione de forma directa con las características de cada categoría. Se aclara que, aunque las características estaban claramente definidas, se esperó el surgimiento de algunas características nuevas a partir de la comparación y la coocurrencia de las ya existentes. Uno de los productos de la codificación abierta es la lista de códigos en las transcripciones de las observaciones y las entrevistas, finalmente, los códigos se relacionaron de acuerdo a su frecuencia, insumos necesarios para la codificación axial (Hernández, 2014).

La información arrojada por el software utilizado se registró en el capítulo cuarto de la investigación, además se registraron las categorías que emergieron en el análisis y la relación de los resultados de cada docente, luego se establecieron similitudes y distanciamientos entre los docentes a partir de los resultados.

3.6.3 Fase 3. Interpretativa

El objetivo de esta fase es interpretar el CDCM de dos profesores a partir de la organización, análisis y triangulación de la información recolectada. La triangulación es entendida como un proceso en el cual es posible corroborar los datos Rodríguez Gómez et al. (1999). Existen varios tipos de triangulación susceptibles de ser aplicados en la investigación cualitativa, entre ellas, la triangulación de datos que consiste en la revisión paulatina de variadas fuentes producto de la aplicación de instrumentos y métodos. En este sentido, la triangulación se realizó en atención a las técnicas y los instrumentos utilizados, entre los que se destacan las transcripciones de clase con sus respectivos diarios de campo, las entrevistas y la rejilla para la observación no participante, o sea, los hallazgos científicos y el conjunto de información previa a ellos, tal como se realizó en este estudio, además de las teorías que se encuentran a la base de la investigación.

De igual manera, la triangulación cobra importancia en la adquisición no solo de dependencia, sino también de credibilidad en el proceso investigativo (Hernández Sampieri et al., 2006). Algunos de los elementos más relevantes que acompañan la triangulación son: “un modo de protegerse de las tendencias del investigador y de confrontar y someter a control recíproco los relatos de diferentes informantes (...) también obtener una comprensión más profunda y clara del escenario y de las personas estudiadas” (Taylor y Bogdan, 1987, p. 92).

Para iniciar el proceso de triangulación, se representaron las coocurrencias en los instrumentos aplicados a través de cuatro diagramas radiales. El primero de los diagramas presentó las coocurrencias de las tres categorías en ambos docentes, y los tres diagramas restantes las características de cada una de ellas. Este procedimiento permitió identificar puntos comunes que facilitaron el análisis conjunto de algunas características, y otros puntos distantes – entre categorías y características- que fueron analizadas de manera independiente en cada docente. De manera posterior se analizaron 46 elementos entre categorías y características, lo que permitió cruzarlos con fragmentos que se correspondieran tanto de las transcripciones de clase como de los diarios de campo y las entrevistas, todos ellos a la luz de la teoría consultada y, en la mayoría de las situaciones, fue posible realizar el proceso de triangulación de estos elementos desde diferentes fuentes de información.

3.7 Técnicas e instrumentos de recolección de la información

En las líneas siguientes se procede a describir de manera amplia los procedimientos que se usaron para el diseño y aplicación de los instrumentos y las técnicas utilizadas para la ejecución del trabajo de campo, que posteriormente fueron empleados en las diferentes etapas de la investigación para la recolección y análisis de la información requerida; en concordancia con los objetivos propuestos en cada una de ellas. Cabe destacar que los instrumentos diseñados para el estudio tienen como objetivo evidenciar el CDCM que los docentes ponen en juego al desarrollar su práctica pedagógica al enseñar representación y análisis de datos estadísticos, con las características específicas de cada uno de sus contextos, a partir del modelo MTK con tres de sus subdominios: conocimiento del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento del contenido matemático y la enseñanza y conocimiento del contenido matemático y el currículo.

3.7.1 La observación no participante

La observación es una reflexión permanente de todos los eventos en detalle de lo sucedido, no es solo la contemplación, se deben registrar muy bien todos los acontecimientos. Es necesario utilizar todos los sentidos para realizar este ejercicio que implica analizar a profundidad las situaciones sociales (Hernández Sampieri et al., 2006). Otra de las características de la observación se evidencia en el concepto que presentan Bonilla-Castro y Rodríguez Shek (2005):

Observar, con un sentido de indagación científica, implica focalizar la atención de manera intencional, sobre algunos segmentos de la realidad que se estudia, tratando de captar sus elementos constitutivos y la manera como interactúan entre sí, con el fin de reconstruir inductivamente la dinámica de la situación. (pp. 228-229)

Para Rodríguez Gómez et al., (1999), la observación es utilizada como uno de los métodos más eficaces de recogida de datos en situaciones donde es necesario conseguir información específica y precisa sobre sucesos o hechos que se pueden percibir e interpretar de la forma real como se producen, no siendo así cuando se pregunta a través de un cuestionario o entrevista, dado que los entrevistados pueden no expresar de manera concisa sus comportamientos, creencias o pensamientos. Este instrumento es tomado para la investigación con el propósito de observar, analizar e interpretar el CDCM que los docentes exhiben al enseñar el tópico *representación e interpretación de gráficos estadísticos* a sus estudiantes.

De acuerdo con Campos y Covarrubias y Lule Martínez (2012), en el vasto campo de la investigación y la diversidad de autores que sobre ella conceptualizan, la observación adquiere diferentes significados de acuerdo a sus características propias, mientras que para unos es comprendida como un método, que se define de manera directa por el área del cual se hace objeto de estudio, para otros es una técnica que está presente en cualquier área. Enmarcados en el tema del que se trata la investigación y de acuerdo al objetivo propuesto con esta herramienta, la observación fue asumida como una técnica de recolección de información sobre la realidad del fenómeno estudiado, que se hizo de manera organizada, objetiva y rigurosa. Conviene subrayar que varios de los modelos creados en CDCM se fueron estructurando a través de la observación de clases de profesores con sus estudiantes, entre ellos el modelo MKT.

Para la selección del tipo de observación que se deseaba realizar, fue necesario atender a las características de la observación, la postura epistemológica del investigador, la metodología seleccionada y el objeto de estudio; de acuerdo a ello, la observación puede clasificarse en diferentes tipos (Campos y Covarrubias y Lule Martínez, 2012). Las observaciones hechas a los participantes del proyecto tuvieron como propósito identificar el CDCM que los docentes exponen en el desarrollo de sus clases, a través de las interacciones que se dan durante este proceso, los fenómenos acontecidos y la forma de enseñar de los maestros un tópico específico en su ambiente cotidiano de un aula de clase y, así registrar

las acciones y conductas que se evidenciaron desde las diferentes categorías analizadas y los componentes de cada una de ellas, como son: conocimiento del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento del contenido matemático y la enseñanza y conocimiento del contenido matemático y el currículo, y la relación que se da entre ellas desde su quehacer como docentes del área de Matemáticas.

Cada uno de los elementos descritos en el párrafo anterior constituyeron según Rodríguez Gómez et al. (1999) un sistema categorial, consistente este en realizar observaciones cerradas que se desarrollan siempre con unas categorías establecidas con anterioridad, las cuales buscan comprobar un modelo explicativo a partir de hipótesis y a través de la observación se recogen evidencias para ello. La selección del tipo de observación a utilizar en la presente investigación se relaciona de manera directa con el objetivo que se persigue con este instrumento, las particularidades de los docentes y el contexto de cada uno de ellos, de esta forma, se realizó una observación no participante. Este tipo de observación tiene como elemento central la presencia pasiva y expectante del investigador sin que se produzca alguna intervención de su parte en determinados momentos del desarrollo de la clase, su función se limita a tomar nota de todos los sucesos acontecidos en el espacio de tiempo designado para ello (Campos y Covarrubias y Lule Martínez, 2012).

La investigadora solicitó a los docentes participantes realizar clases en el tópico representación e interpretación de gráficos estadísticos, la elección de este contenido fue explicado ampliamente en el capítulo 1 y corresponde al bajo desempeño obtenido por los estudiantes de la Institución Educativa El Roble en la Prueba Saber durante cuatro años consecutivos. Las clases se realizaron en cada una de las sedes donde laboran los docentes -previa concertación con ellos- de acuerdo a las situaciones específicas de sus contextos, la duración de cada sesión osciló entre 1 y 1.5 horas, elemento establecido a criterio de los docentes de acuerdo a los objetivos de aprendizaje planteados y las actividades propuestas para su consecución.

En el caso de la docente Ent1, todas las sesiones fueron desarrolladas con los grados que tenía a cargo: Transición, Primero, Segundo y Tercero de manera simultánea, mientras que el docente Ent2 eligió el grado Cuarto para orientar sus clases, aun cuando labora en una sede unitaria con aula multigrado y estudiantes desde Transición a Quinto. El número de observaciones en cada caso fue de tres, de acuerdo al conocimiento que los docentes participantes tenían en el tema seleccionado y en atención a que ambos docentes

manifestaron en su momento no conocer otras formas para planear el tópico “representación e interpretación de gráficos estadísticos”. Sin embargo, de manera posterior, precisamente en la entrevista, la docente Ent1 expresó la insuficiencia de tiempo para orientar un número mayor de clases; mientras que el docente Ent2 consideró que eran suficientes las 3 para representar el tema correspondiente a Estadística, además porque en el texto escolar de apoyo utilizado por él, de la Editorial Santillana, de grado 4° de primaria tenía esos 3 temas específicos, y consideró por lo tanto, propicias y suficientes las clases orientadas para que los estudiantes comprendieran, además de ratificar no haber profundizado en más formas de representar el tema de manera concreta. Todas las clases fueron grabadas en audio y video, de tal manera que se contara con un soporte digital de los archivos que facilitara su consulta permanente y contribuyera al manejo riguroso de la información obtenida y analizada posteriormente.

Para el acompañamiento de la clase se elaboró un *Instrumento de observación no participante. Rejilla CDCM. Representación e interpretación de gráficos estadísticos* (anexo F) definido a partir de diferentes criterios, susceptibles de ser analizados durante el desarrollo de esta, cada uno de los cuales serían diligenciados mientras transcurrían las sesiones ejecutadas por los docentes. Para la estructuración del documento final de la rejilla de observación se realizaron tres versiones que fueron evolucionando de acuerdo a las necesidades y falencias identificadas. En los párrafos siguientes se describen los elementos que estructuraron cada una de ellas y en los anexos es posible observar su transformación y evolución, de acuerdo a las al contexto y las características de la investigación.

La primera versión de la rejilla se elaboró a partir de varios documentos utilizados en el PTA para realizar acompañamientos a los docentes y con base en la experiencia de la investigadora en la práctica misma. El documento se fue configurando atendiendo a los diferentes momentos y elementos que se dan en el desarrollo de una clase, desde su planeación hasta su ejecución y valoración, así como al objetivo planteado para el desarrollo de esta técnica. Por lo tanto, fue necesario su revisión y organización permanente, de esta manera se elaboraron cuatro borradores, la versión final de este primer documento se denominó *Instrumento de observación de las prácticas de aula. Versión 1* (Anexo D).

Si bien esta primera versión de la rejilla de observación se elaboró de acuerdo a los momentos y elementos de una clase, también lo es que no se incluyeron las categorías del CDC definidas en el modelo MKT, dado que, al estudiar la especificidad de unas categorías

determinadas a partir de las investigaciones que han hecho otros, estas necesariamente llevan a plantear unas maneras diferentes de mirar y construir un instrumento de análisis que permitiera observar en detalle las especificidades que se deseaban develar, en concordancia con los objetivos propuestos y la pregunta de investigación planteada. De acuerdo a ello se consideró realizar una segunda versión que posibilitara la inclusión de las tres categorías en mención: conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y, conocimiento del contenido y el currículo.

En este sentido, se reconfiguró la segunda versión de la rejilla de observación no participante, a través del refinamiento de cinco versiones mejoradas de esta. Su elaboración se estructuró a partir de un documento mucho más organizado como lo es la clasificación propuesta en el “Marco profesoral para la enseñanza”, en aspectos referentes a planeación, enseñanza, comunicación, ambientes de aprendizaje y evaluación, entre otros (Danielson, 2013). Este documento se llamó *Guía de observación de clases. Categorías Ball. Versión 2* (Anexo E). Par finalizar, la estructura de la tabla se organiza un espacio llamado descripción de evidencia. Allí se registran las notas tomadas por la investigadora en la ejecución de clase en cada uno de los ítems nombrados. De la misma forma como se organizó la categoría 1, se organizaron las otras dos categorías: conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y, conocimiento del contenido y el currículo.

Si bien la segunda versión de la rejilla de observación no participante se estructura alrededor de los componentes de las tres categorías del CDC, es importante aclarar que este instrumento también se debió reconfigurar, dado que se precisó que, aunque era un instrumento para la observación directa en el aula por corresponder con elementos generales para la observación de clases, podría usarse en cualquier asignatura y no para el área específica de las Matemáticas y en especial énfasis en la interpretación y elaboración de gráficos estadísticos. Lo que significaba que, al hacer la observación con esta segunda versión, el instrumento se mostraría insuficiente o inadecuado para la especificidad del CDCM. Siendo así, fue necesario que las categorías que devienen de la investigación en Educación Matemática o en Educación Estadística concretamente, determinaran asuntos que se podrían mirar porque están ligados y totalmente relacionados con el CDCM, por lo tanto, esa tercera versión del instrumento permitió ver de manera más detallada o más precisa algunos asuntos específicos del área que son necesarios para la investigación.

De acuerdo a algunos componentes abordados en las dos versiones anteriores y los elementos con los cuales se estructura el análisis y representación de gráficos estadísticos en la Básica Primaria, se realizó la tercera versión de la rejilla de observación no participante, la cual se ajustó a las necesidades requeridas para el trabajo de campo y fue sometida a revisión por parte de pares evaluadores expertos en el tema. De esta manera, el instrumento se corrigió con las recomendaciones dadas y a partir de estas se organizó la versión final del documento y se denominó Instrumento de Observación no Participante. Rejilla CDCM. Representación e interpretación de gráficos estadísticos (Anexo F). Siendo así, se pone en evidencia la evolución que ha tenido este instrumento en el desarrollo investigativo de acuerdo a las necesidades de la tesis y con el propósito de dar respuesta a la pregunta planteada a través de los objetivos propuestos. En las siguientes líneas se realiza una amplia descripción del proceso llevado a cabo para su configuración final.

3.7.2 Configuración del instrumento de observación no participante (rejilla)

El rastreo documental y bibliográfico realizado para la construcción del instrumento de observación no participante de las clases, se estructuró en cierto sentido como un estado del arte en relación con el tópico representación e interpretación de gráficos estadísticos, el cual se direccionó en total correspondencia con los tres subdominios del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático abordados y explicados en párrafos anteriores. Esta búsqueda se sustentó desde la perspectiva propuesta por Galeano Marín (2004a), quien expresa que el estado del arte es una investigación documental que implica la revisión de estudios y literatura relacionada con el tema de análisis; por lo tanto, desde este enfoque.

El diseño incluyó estrategias de búsqueda y selección de la información de diversas fuentes documentales, de esta manera se ubicaron y seleccionaron variados artículos de investigación, tesis doctorales, libros y algunos documentos (memorias de eventos académicos, teoría de diversos autores, ensayos, entre otros) que arrojaron la literatura de relevancia escrita sobre el tema de interés. Para ello se utilizaron diferentes descriptores como “enseñanza de la Estadística”, “gráficos estadísticos”, “errores y dificultades de los estudiantes en la lectura y representación de gráficos estadísticos” y el “currículo matemático en Estadística”, de acuerdo a las características que presentan cada uno de los subdominios y lo que se deseaba observar en ellos de forma concreta.

Para el caso del subdominio conocimiento del contenido y los estudiantes, la literatura rastreada hizo referencia a aquellos estudios específicos que precisaran las dificultades, obstáculos, limitantes y los errores que comenten los estudiantes al momento de representar e interpretar información a través de gráficos estadísticos, así como a los niveles de lectura que pueden darse a partir de la información presentada en los gráficos. En lo que respecta al segundo subdominio, conocimiento del contenido y la enseñanza el acopio se enfocó en investigaciones en Didáctica de las Matemáticas que hacen alusión a la enseñanza de la Estadística a partir de diversas estrategias y recursos didácticos utilizados para tal fin, así como en los libros de texto, de tal manera que fuera posible evidenciar algunas alusiones o formas de desarrollo de estos componentes en ellos. Finalmente, para el subdominio conocimiento del contenido y el currículo, se analizaron los referentes curriculares y de calidad expuestos por el Ministerio de Educación Nacional Colombiano, con el objetivo de identificar cómo están representados los datos y cuáles son los tipos de representaciones que aparecen en estos documentos. La información recolectada en cierto sentido constituyó el conocimiento que el docente debería tener en relación con el objeto matemático, representación e interpretación de datos en el currículo, el deber ser; de esta forma, seguramente su labor en el aula sería muy enriquecida con todos estos elementos como soporte; así mismo, podría ser el andamiaje de cara a la estructuración de un currículo pertinente para formar docentes en este pensamiento.

Es importante resaltar que, aunque hubo un enfoque en la búsqueda bibliográfica, de acuerdo a los subdominios expuestos, un variado número de los documentos analizados aportaron criterios valiosos no solo a uno, sino inclusive a los tres subdominios de manera indistinta. También cabe señalar, que se consultaron investigaciones específicas y de orden conceptual en lo que respecta a los gráficos estadísticos que se trabajan en el nivel de Básica Primaria, enunciados en los *Estándares Básicos de Competencia* (EBC) (MEN, 2006) de manera general en los grupos de grados y, de forma particular para cada uno de los grados en los *Derechos Básicos de Aprendizaje* (DBA) (MEN, 2016a). Así mismo, la conceptualización respectiva para precisar y dar claridad a la temática abordada.

El proceso descrito permitió entonces identificar dos criterios diferentes, dos momentos, temporalidades o acciones y que en cierto sentido se corresponden con el ejercicio docente y emergen antes y durante el desarrollo de una clase, independientemente del tiempo o las sesiones requeridas para ello. Para el caso de esta investigación, estas

acciones fueron denominadas *momentos de la clase* y se enunciaron de la siguiente manera: planeación y preparación de clases, en el primer momento y ejecución de la práctica en el segundo. A continuación, se realiza una descripción de cada una, de acuerdo a su intencionalidad.

En el momento “Planeación y preparación de clases”, se intentó precisar el conocimiento de orden curricular que tiene el docente en relación con el contenido específico de la representación e interpretación de datos estadísticos, así como la manera en que este contenido aparece en los planteamientos curriculares oficiales, por ejemplo, *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998), *Estándares Básicos de Competencia* (EBC) (MEN, 2006), *Derechos Básicos de Aprendizaje* (DBA) (MEN, 2016a) y *Mallas de Aprendizaje* (MEN, 2017a) y cómo los utiliza para su ejercicio docente. De la misma forma que se trató de reconocer cómo el profesor ejecuta la acción de planeación y preparación de clase de acuerdo al modelo pedagógico que se estableció en la intuición educativa. Interesaba saber qué elementos pone en juego en esta actividad; por ejemplo, cómo emplea los libros de texto que tiene a su disposición y la información consignada en ellos, cómo emplea la información procedente de anteriores ejercicios de docencia en la temática respectiva, lo que sabe de los errores de los estudiantes y estrategias en la preparación de sus clases y de acuerdo a esto, qué tipo de material diseña (talleres, guías, carteleras, juegos, etc.) y cómo planea utilizar los recursos didácticos que ha seleccionado para el desarrollo de estas.

En el segundo momento de la clase se desea verificar si la planeación elaborada es coherente con las actividades desarrolladas en la clase a través de cada uno de sus momentos, reconocer cuál es el conocimiento del docente, la metodología que emplea para desarrollar su práctica pedagógica, cuáles son las acciones que pone en juego ante las diferentes situaciones presentadas y cómo es su respuesta ante ellas, las estrategias de enseñanza que ha implementado, cuál es el uso que da a los materiales utilizados, el tipo de tareas que propone a los estudiantes para la elaboración e interpretación de gráficos de datos estadísticos y la identificación de los errores que estos suelen cometer en este tipo de actividades; de la misma manera que es importante identificar la manera como se evalúa el conocimiento a los estudiantes, sustentado desde la formación académica del docente y los años de experiencia que posee en el campo de la docencia, específicamente en la enseñanza de las Matemáticas en torno al pensamiento aleatorio.

El instrumento de observación está estructurado por 26 ítems. En ellos se precisaron algunos elementos que permitieran observar cuál es el CDCM de los profesores de Básica Primaria, en la enseñanza de la representación e interpretación de gráficos estadísticos en el marco del modelo MKT. Por ello, cada momento de la clase refirió criterios que intentaron abordar los tres tipos de conocimiento que el docente tiene o pone en juego, todos ellos susceptibles de análisis mediante el desarrollo de las clases. Por consiguiente, debió existir concordancia entre los 2 momentos (planeación y preparación de clases, - ejecución de la práctica pedagógica) y los 3 subdominios del Conocimiento Didáctico del Contenido, que para este contexto se nombraron como categorías (conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y conocimiento del contenido y el currículo). Como se registró en la tabla, cada una de los momentos de la clase tiene una descripción que guía el desarrollo de todos los elementos abordados en ellas.

Para concluir este proceso, el documento de observación no participante se estructura con las modificaciones realizadas a partir de las consideraciones sugeridas por los pares expertos en el tema. De esta forma se organizó con las siguientes características:

1. Se conserva el encabezado con el nombre de la tesis, de la investigadora y la doctora asesora.
2. Una tabla con los siguientes componentes:
 - a. Dos momentos. El primero corresponde a planeación y preparación de clases con 10 preguntas; y el segundo a práctica pedagógica con 16 preguntas, cada uno con su respectiva descripción.
 - b. Tres columnas con las categorías: conocimiento del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento del contenido matemático y la enseñanza, y conocimiento del contenido matemático y el currículo.
 - c. Un total de 26 preguntas, ubicadas cada una de ellas en una de las tres categorías del CDC del modelo MKT.

Los elementos esenciales de las observaciones no participantes realizadas a los docentes, se registraron en el formato guía elaborado para tal fin, con algunos datos generales y un código asignado a cada uno de ellos, de igual manera se realizaron sus transcripciones, que junto con las grabaciones de clase utilizadas para hacer más exhaustivo sus análisis, fueron el insumo para el diligenciamiento de los diarios de campo de cada una de las clases observadas, elemento este utilizado para efectuar la organización y posterior

análisis de la información. El diario de campo es una herramienta utilizada por el investigador que evidencia de manera clara todas las acciones sucedidas, para posteriormente ser objeto de organización, análisis e interpretación de la información (Bonilla Castro y Rodríguez Sehk, 2005). Según Vázquez Recio y Angulo Rasco (2003) el diario de campo es el instrumento más importante para asentar la información recogida en cuanto a procedimientos y acciones realizadas, ya que puede llegar a ser “la memoria de la persona investigadora”, en atención a que la memoria puede presentar algunos olvidos.

En conclusión, la rejilla de observación no participante tuvo varios lugares en esta investigación:

- Una guía de observación en el desarrollo de las clases.
- Una guía de identificación de información faltante que se debieron acopiar en las preguntas propuestas en la entrevista.
- Un insumo que permitió organizar en cierto sentido, parte del análisis e interpretación que se realizó con la información recolectada. Situación que fue un punto de apoyo para dar respuesta a la pregunta de investigación y cumplimiento de los objetivos propuestas al dar solución las preguntas planteadas en la rejilla.

3.7.3 La entrevista semiestructurada

En general, la entrevista es una técnica cuyo propósito es la recolección de información entre una persona a quien se le denomina entrevistador y otra u otras a quienes se les llama entrevistados a través de una conversación, según lo afirman (Rodríguez Gómez et al., 1999). Mientras que para autores como Walker (2002), la entrevista es un método que es utilizado de forma concreta en las ciencias sociales y humanas. Así mismo, Vázquez Recio y Angulo Rasco (2003) y Walker (2002), expresan que las personas entrevistadas tienen la posibilidad de dilucidar respecto a sus acciones y prácticas e inclusive llegar a un proceso reflexivo sobre ello.

Después de realizar la observación no participante de las clases de los docentes se procede a la organización de la información obtenida y se acuerdan encuentros con ellos, con el objetivo de revisar las sesiones de clase grabadas en video y recordar lo acontecido en estas, a partir de allí se inició el proceso de la aplicación de la segunda y última técnica utilizada en la investigación, la entrevista semiestructurada. El objetivo de esta es profundizar en aspectos del CDCM que no han sido explícitos en los otros instrumentos o

aquellos en los cuales se desea ahondar para tener mayor claridad, por lo tanto, una entrevista fue suficiente para cumplir con este propósito. Las entrevistas se realizaron a los dos docentes participantes en la investigación, buscando reconocer diferentes aspectos de su práctica educativa a la luz de las categorías seleccionadas, posteriormente se hizo el análisis a partir de los registros de las entrevistas para analizar el CDCM que tienen los profesores. Su configuración presentó la siguiente ruta:

Las preguntas propuestas para la entrevista se emplearon como técnica para complementar y profundizar las respuestas a los cuestionamientos planteados en la rejilla de observación no participante, al constatar la insuficiencia de la información recolectada en la ejecución y observación de las clases, así como en el análisis de los videos de estas (Anexo G).

El documento de la entrevista presentó el mismo encabezado que el de la rejilla -el cual fue modificado de acuerdo a todas las sugerencias realizadas por los validadores- al igual que la tabla con los dos momentos de clase definidos y las tres categorías. Sin embargo, se anexaron algunas preguntas luego del encabezado para identificar las características sociodemográficas y un encuadre biográfico de los participantes.

La entrevista se organizó con 26 preguntas iguales para ambos participantes; sin embargo, en los numerales 1, 2, 4, 8, 10, 13, 14, 15, 17, 19 y 24 se adicionó información a cada pregunta de acuerdo a lo observado en las clases ejecutadas por cada uno de ellos. Al finalizar el cuestionario, hubo cinco preguntas más de reflexión y cierre. De acuerdo al tipo de entrevista que se realizó, que corresponde a una semiestructurada, fue posible que a partir de las respuestas de los docentes se generaran algunas preguntas adicionales.

Con el propósito de crear un ambiente agradable y de confianza con el docente, al inicio de la entrevista se desarrolló un diálogo con el entrevistado respecto a la información general que se tenía sobre él, a partir de un perfil que se había creado durante conversaciones sostenidas a lo largo de la investigación. Este diálogo tuvo dos intencionalidades: primero, no hacer preguntas que ya habían sido respondidas en otros momentos y de las cuales existía cierta información y segundo, validar esta información para modificar algún dato erróneo y eventualmente, complementarlo.

La entrevista presentó la misma estructura que la rejilla de observación no participante, la cual se encontraba organizada en dos momentos: en primer lugar, la planeación y preparación de clases y, en segundo lugar, la práctica pedagógica; además de

una información general, como se mencionó en el párrafo anterior, junto a la experiencia y formación del docente, preguntas que se ubicaron en la primera sección de la entrevista. El formato presentó la columna *Pregunta a complementar en la rejilla*, allí se escribió el número de pregunta que se intentaba responder o complementar del instrumento de observación no participante, a partir de las respuestas que brindara el entrevistado. En la última columna, se hizo referencia a una de las tres categorías en la cuales están enmarcadas las preguntas elaboradas y son enunciadas a continuación con sus respectivas siglas en inglés:

KCMS: Conocimiento del Contenido Matemático y los Estudiantes.

KCMT: Conocimiento del Contenido Matemático y la Enseñanza.

KCMC: Conocimiento del Contenido Matemático y el Currículo.

Al igual que el instrumento de observación no participante, las preguntas para la entrevista semiestructurada fueron sometidas a validación por expertos en el tema, que de cierta manera ya conocían las características de la investigación propuesta, inclusive una de ellas participó en la validación de la rejilla.

3.8 Validación de los instrumentos

En este apartado se hace la descripción del proceso llevado a cabo para la validación de los instrumentos utilizados en el trabajo de campo de la investigación, así como la compilación de las sugerencias realizadas por los expertos y las modificaciones efectuadas a estos hasta llegar a su versión final.

3.8.1 Instrumento de observación no participante

La construcción del instrumento se sustentó en la propuesta del CDC desarrollada por Shulman (1986) y las características de los tres subdominios del CDCM de Ball et al. (2008), además de los elementos que estructuran el pensamiento Aleatorio en el área de Matemáticas de los grupos de grados de Primero a Quinto, en el tópico relacionado con la representación y análisis de gráficos estadísticos, según los EBCM (MEN, 2006). El objetivo de este instrumento fue identificar el CDCM que tienen los profesores al enseñar dicho contenido estadístico, de acuerdo al currículo colombiano.

El documento elaborado a partir de 26 ítems propuestos para la rejilla de observación no participante fue enviado para su validación a seis docentes universitarios expertos en el

tema y en procesos investigativos en el campo de la educación, de esta manera, se obtuvo repuesta de tres de ellos que contribuyeron en su estructuración, dos de nacionalidad colombiana y uno extranjero de nacionalidad mexicana. La primera, doctora, experta en el campo de la Estadística, quien trabajó durante varios años en la Universidad Distrital, hace parte de la comunidad de Educación Matemática, además tuvo participación en los *Lineamientos Curriculares*, los EBCM, DBA y las Mallas de Aprendizaje en los contenidos correspondientes a Estadística. La segunda docente magíster y candidata a doctora en Ciencias Cognitivas de la Educación con amplia formación y experiencia en el campo de las Matemáticas en todos los niveles educativos que se oferta en el sistema colombiano, formó parte activa del grupo de tutores del *Programa Todos a Aprender* del departamento de Caldas. El último docente, de talla internacional, doctor en Didáctica de las Matemáticas, con más de veinte años de experiencia en el campo disciplinar, experto en Estadística y en el CDC, estos dos últimos elementos fueron abordados en su tesis doctoral. La validación del instrumento se realizó desde las categorías del modelo MKT en el dominio CDC específicamente.

Las sugerencias realizadas al documento fueron consideradas para la reestructuración del mismo y su respectiva aplicación, corresponden con los siguientes criterios comunes a los tres evaluadores:

- Se incorporan 24 ítems (reactivos) que pretenden observar criterios y elementos específicos según el marco conceptual que se presenta en el texto; sin embargo, es necesario elaborar una matriz de consistencia que asocie cada ítem con los elementos del KCMC, KCMS, KCMT o una tabla de operacionalización de los ítems en la rejilla. Al retomar las definiciones que se hacen para cada subcategoría se encuentra que hay una serie de indicadores, que se podrían clasificar en cada uno de los subcomponentes, cuestión que también es útil para describir la estructura del instrumento de observación, ello puede ayudar a evaluar la suficiencia del total de ítem para observar lo que se propone, en la forma como se presentó el documento no es claro a qué ítem corresponde, a qué o cuál, su finalidad o propósito. De acuerdo a la situación descrita, se sugiere la elaboración un cuadro (como se muestra a continuación), que permita al lector claridad sobre el diseño de la rejilla de observación no participante o las subcategorías se van a analizar en cada uno de los momentos de la recolección de información, como también la interrelación entre estos dos momentos de observación: antes

(planeación) y durante (ejecución) la realización de la clase; es decir, la planeación se realiza para planificar la acción y luego se espera que ella sea la guía para ejecutar la clase, y dicha relación constituye un elemento de coherencia entre estos dos momentos. Es obvio que en el desarrollo de la clase se presenten contingencias que el profesor debe abordar y tomar decisiones sobre la práctica apoyado en su conocimiento didáctico.

Opción A.

	Conocimiento Didáctico del Contenido		
	Conocimiento del Contenido y los estudiantes	Conocimiento del Contenido y la enseñanza	Conocimiento del Contenido y el currículo
Planeación y preparación de clases	<i>Qué posibles errores identifica</i>		
Ejecución de la práctica pedagógica	<i>Cómo aborda los errores en la clase</i>		

Opción B:





Conocimiento didáctico del contenido	Planeación Ítems	Ejecución Ítems
Conocimiento del contenido matemático y de los estudiantes		
Conocimiento del contenido matemático y la enseñanza		
Conocimiento del contenido matemático y el currículo		

- Valorar si la redacción de cada ítem debe ser más detallado, haciendo enunciados más claros, precisos y basado en hechos observables y no tanto en interpretaciones, algunos se responden solo con un sí o un no, asimismo, revisar la extensión de algunos, al no provocar claridad de lo que se va a observar.

Coincidencias en las sugerencias de los evaluadores:

- La propuesta inicial del documento tenía una escala valorativa que se diligenciaba en cada uno de los ítems de la rejilla. La clasificación se realizó en cuatro estados de apropiación de acuerdo al nivel de avance, identificado en la planeación y el

desarrollo de las clases. Para ello se utiliza la representación de los colores de un semáforo de la siguiente manera:

	Nulo: N.	No existe.
	Inicial: I.	Apenas está iniciando el proceso.
	En práctica: P	Se han desarrollado algunos procesos.
	En apropiación: A	Los procesos se desarrollan de manera eficiente.

Un primer comentario está en relación con el empleo de la palabra proceso, porque lo que se pretende observar no son procesos, ya que los ítems propuestos corresponden a indicadores de la manifestación del CDC por parte de los profesores observados, tampoco en los objetivos se incluye observar procesos.

En la misma línea, se debe establecer la naturaleza de los enunciados, analizar si se trata de indicadores, criterios o asuntos; así como verificar si la escala valorativa es coherente o no con esos enunciados. Al pretender diligenciar la rejilla se hace muy difícil para casi todos los ítems utilizar las valoraciones, no solo por la palabra proceso sino por el mismo formato del ítem, por ejemplo:

Ítem: Las tablas estadísticas empleadas por los docentes son: de datos, de frecuencia, de conteo o de doble entrada. Al intentar seleccionar la valoración (Nulo, inicial, en práctica o en apropiación), no hay compatibilidad entre el ítem y su posible valoración.

De esta manera, la escala de valoración que se presentó no contribuye a la profundización del estudio del CDC, solo expresa si está o no presente en función de si existe o no, o si aparece o no en cada ítem. Esto puede ser contrario al estudio propios del CDC, que es un constructo complejo, cognitivo y no fácilmente estudiado. Valorar qué tipo de escala es más pertinente y factible; así como añadir la categoría "No se observó".

Sugerencias individuales de los evaluadores:

- Aclarar cómo se llevará a cabo la observación sobre los aspectos relacionados con la planeación, si se hará en un espacio diferente al salón de clases o se tomarán los documentos elaborados por el profesor y se analizarán de acuerdo con las categorías definidas. De igual manera, si la observación del desarrollo de la clase se hará *in situ*

y en qué condiciones, dado que observar un aula multigrado o un aula única trae complejidades que deben ser anticipadas por el observador.

- En la planeación se deben identificar, por ejemplo, qué tipo de tareas propone el profesor, cómo espera promover que los estudiantes produzcan, interpreten, cuestionen, utilicen diferentes gráficos estadísticos, qué errores o dificultades pueden presentar los estudiantes, qué procesos matemáticos: resolución de problemas, representación y comunicación, modelación, procesos y procedimientos, razonamiento ligados al pensamiento aleatorio y en particular al tema de interpretación de gráficos estadísticos va a promover, qué recursos didácticos se propone utilizar, cómo desarrollará la evaluación formativa. Estos aspectos están ausentes en este primer grupo de indicadores, los cuales son necesarios para dar respuesta parcial al objetivo propuesto de acuerdo a la categoría conocimiento didáctico del contenido matemático y los estudiantes.

En relación con las sugerencias dadas por los evaluadores se realizaron las siguientes modificaciones al instrumento de observación no participante:

- Se realizó una tabla de con las tres categorías propuestas y los dos momentos intencionados en la observación, cada uno de los ítems se ubicó en la categoría correspondiente.
- Fue necesario establecer la naturaleza de los ítems, porque algunos eran enunciados, otros criterios e indicadores, situación que no generó cohesión y coherencia del mismo instrumento. Por ellos estos se organizaron a través de preguntas.
- Se realizó una revisión exhaustiva no solo en cuanto a redacción y claridad de los ítems propuestos, sino también en la intención de cada uno de acuerdo a lo que se desea observar y el propósito central del trabajo, relacionado con describir el CDCM de dos profesores en relación con una temática específica, de esta manera, el instrumento tiene que ayudar a mostrar o a encontrar evidencias de ese CDCM. Por lo tanto, fue necesario cuestionar si las preguntas finales daban o no a elementos que permitieran describirlo.
- Respecto a la escala valorativa se concluye la dificultad para encasillar cada una de las preguntas en una escala como la propuesta, que finalmente se convierte en una escala de frecuencia y dado el propósito de lo que se desea observar a través del instrumento, se considera innecesario su uso. Sin embargo, se escribirán notas de

campo, registros anecdóticos, las narrativas (textual o parafraseada) del discurso, y de la descripción del contexto y lo que se observa durante la clase.

3.8.2 La entrevista

Teniendo en cuenta que las preguntas de la entrevista semiestructurada se organizaron alrededor de los elementos que no fue posible develar con la observación no participante, el documento fue enviado dos evaluadores que aportaron en el análisis de la rejilla, dado que ya conocían la intencionalidad y estructura del documento inicial. De la misma manera, se envió a un tercer evaluador, docente de nacionalidad colombiana, candidato a doctor, magíster en literatura y con procesos investigativos en el campo de la educación, con amplia experiencia de más de 20 años en el sector educativo, integrante además del grupo de tutores del PTA en el departamento de Caldas desde hace ya seis años.

Al no encontrar puntos de encuentro entre los tres evaluadores, se relacionan de manera individual las sugerencias de mayor relevancia en la estructuración de este instrumento. Los comentarios, sugerencias y cambios realizados al documento fueron los siguientes:

- Cambios en la redacción de algunas de las preguntas por considerarse que no son pertinentes, aportan poco al instrumento, pueden ser respondidas con un sí o un no, son enunciados como juicios de valor o con cierto tono de sesgo que pueden parecer estar juzgando su práctica.
- Realizar solo las preguntas en las cuales se tenga dudas o no se tenga suficiente información al respecto, en cuyo caso se puede leer la información que se tiene, con el propósito de validarla y complementarla.
- Unir o separar algunas preguntas, dada su naturaleza, la intencionalidad o la categoría a la cual pertenece.
- Cambiar algunas preguntas de categoría, por considerarse que sus características no pertenecen a la categoría seleccionada.
- Se cuestiona además por el uso de autores en la construcción de las preguntas, los cuales no deben estar presentes en el documento final.
- Elaborar y hacer algunas preguntas previendo posibles respuestas de los docentes; de igual forma, se debe ser muy suspicaz al momento de aplicar la entrevista, para

hacer preguntas que han sido derivadas de una respuesta, con el objetivo de recolectar el mayor volumen de información relevante en la investigación.

- Al término de las preguntas establecidas en la matriz, se realizaron cinco preguntas adicionales, se sugirió que se utilizaran como preguntas de reflexión y cierre.
- Finalmente, se sugiere enunciar algunas características sociodemográficas y encuadre biográfico al inicio de la entrevista, como una información contextual de los profesores que permite una descripción para completar su perfil. Se debe tener claridad de que no se va a subir dicha información como categoría de análisis, dada que no se va a establecer ninguna relación entre qué tipo de familia provienen los profesores y su conocimiento.

Capítulo 4. Presentación de los resultados de investigación

En el presente capítulo se recogen los resultados de la investigación articulados a las fases descritas en el capítulo metodológico. Se procede con los resultados de la fase descriptiva, con las observaciones de clase y la entrevista semiestructurada en un segundo momento; este a su vez, se subdivide en tres etapas: la primera corresponde a la *recolección y organización de datos*, se da apertura con la descripción de las técnicas e instrumentos aplicados durante la fase y la forma de organización de estos para el análisis respectivo, con el propósito de dar respuesta a los objetivos de la investigación. La segunda etapa es la *presentación de los resultados obtenidos*, allí se realiza la descripción del paso a paso llevado a cabo para la organización y presentación de los resultados de la información. Finalmente, la tercera etapa se relaciona con el *análisis interpretativo de los datos obtenidos* de los docentes participantes, y corresponde a la comprensión del CDCM a partir del modelo MKT, de sus tres categorías y características de los dos profesores de Básica Primaria que participaron en la investigación, al enseñar el contenido representación e interpretación de gráficos estadísticos, en una institución educativa del área rural del municipio de Neira, Caldas. La información fue organizada, analizada y presentada a través del Software Atlas.ti 9, buscando dar respuesta a cada uno de los objetivos planteados, tanto los específicos como el general.

4.1 Recolección y organización de los datos

La recolección y organización de la información son acciones establecidas para las primeras dos fases de la investigación -exploratoria y descriptiva- para lo cual fue necesario el desarrollo de las acciones enunciadas allí.

La actividad planeada en la primera fase -exploratoria- se relacionó con la observación de una clase en el área de Matemáticas, elemento que se tendrían en cuenta para la elección final de los docentes; sin embargo, no fue necesario usar este criterio para dicho proceso, tal como se explicó en el capítulo anterior.

Respecto a la segunda fase -la descriptiva- en primera instancia, se pretendió lograr el cumplimiento del objetivo general propuesto en esta investigación: *comprender el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático a partir del modelo MKT, de dos profesores de Básica Primaria que enseñan representación e interpretación de gráficos*

estadísticos, en una institución educativa del área rural del municipio de Neira. Situación que requirió enfocar la recolección de la información a través de las técnicas de observación no participante y la entrevista semiestructurada.

Cada uno de los docentes orientó tres sesiones de clase en su respectiva sede de la Institución Educativa, con un tiempo de duración que osciló entre los 45 minutos y 90 minutos cada sesión; durante el desarrollo de las clases observadas, se contó con una rejilla de preguntas estructurada en coherencia con las tres categorías de análisis estipuladas en el CDCM del Modelo Matemático para la Enseñanza (MKT). En efecto; se sistematizaron un total de ocho textos transcritos a partir de las grabaciones correspondientes. Cabe mencionar la determinación de esta técnica por considerar la eficiencia otorgada con la grabación, tanto de video como de audio, y su transcripción en detalle en procura de la factibilidad de los datos obtenidos, así que fueron de importancia también las notas de campo, registros anecdóticos, las narrativas —textual y/o parafraseada— del discurso, la descripción del contexto y lo que se observó durante las clases; así como los comentarios detallados en las transcripciones de todas las sesiones.

Adicionalmente, esta técnica fue complementada por una entrevista semiestructurada aplicada a cada docente, es decir, a la Docente Ent1 y al Docente Ent2. Fueron compilados cuatro textos por cada uno de ellos, esto es, ocho documentos soportados con la rejilla de preguntas, en total, nueve documentos. Este proceso permitió avanzar en la validez y confiabilidad de los datos recolectados con la implementación de ambas técnicas. Dichas compilaciones fueron denominadas transcripciones de observaciones y entrevista docente 1 y 2, respectivamente.

De forma posterior y para dar cumplimiento con la segunda fase, estos datos fueron introducidos en el Software de análisis de datos cualitativos, Atlas.ti. y la codificación se realizó mediante el paso de la codificación axial. El procedimiento consistió en organizar y gestionar sistemáticamente los datos cualitativos recolectados. De esta manera, los datos de cada docente se procesaron en un proyecto aparte con el software mencionado, con el propósito de lograr el análisis interpretativo a nivel individual, en lo referente al comportamiento de las categorías y sus características correspondientes al primer momento: observación no participante/Práctica Pedagógica y al segundo momento: entrevista semiestructurada/Planeación y Preparación de Clases. De igual manera, en búsqueda de comprender la relación entre las tres categorías principales fundamentadas en el CDCM:

conocimiento didáctico del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento didáctico del contenido matemático y la enseñanza y, conocimiento didáctico del contenido matemático y el currículo. Sin embargo, el análisis continuó a través de la interpretación de las saturaciones y relaciones entre las características de análisis, así que se haya aumentado el nivel de abstracción y de comprensión logrando resultados más específicos para el caso de cada docente que el determinado por las categorías generales.

Por consiguiente, con la finalidad de dar respuesta al objetivo específico uno de esta investigación: *identificar las características del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático a partir del modelo MKT, de dos profesores de Básica Primaria que enseñan representación e interpretación de gráficos estadísticos*, se obtuvieron 20 características de análisis interpretativo, discriminadas como se expresa a continuación: 7 para la categoría uno KCMS, 8 para la categoría dos KCMT y 5 para la categoría tres KCMC, las cuales se presentan en las páginas siguientes mediante diagramas. Asimismo, para dar cumplimiento al objetivo específico dos de la investigación: *interpretar el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de dos profesores en la enseñanza de la representación e interpretación de gráficos estadísticos*, implicó la utilización del Atlas.ti9.

Mientras que el objetivo 3 de investigación: *describir el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de dos profesores de Básica Primaria que enseñan representación e interpretación de gráficos estadísticos, a partir de tres categorías: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes, Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza, y Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo*, se consiguió al describir los resultados de investigación.

4.2 Presentación de los resultados de los datos obtenidos

Este apartado corresponde al orden en que se presentan los resultados de los dos docentes, obtenidos a partir de la organización y el análisis de la información recopilada en el trabajo de campo con las técnicas y los instrumentos propuestos para su desarrollo. En primera instancia se presentan los resultados correspondientes a la docente Ent1 a través de seis pasos que se exponen en el siguiente párrafo y, de igual forma se procede con el docente Ent2. La organización de la información tiene la misma estructura para ambos docentes, esta se presenta a continuación:

Pasos presentación de resultados para cada docente:

- 1) Resultados para *Categorías de análisis interpretativo del CDCM en el modelo MKT*.

- 2) Resultados para *Comportamiento de las categorías de análisis interpretativo en diagrama Sankey.*
 - 3) Resultados para *las características de análisis interpretativo. Categoría 1.*
 - 4) Resultados para *comportamiento de las características de análisis interpretativo. Categoría 1.*
 - 5) Resultados para *comportamiento de las características de análisis interpretativo en diagrama Sankey.*
 - 6) Resultados para *Relación de causa consecuencia entre las características de análisis.*
- Se repite el proceso desde el punto 3 al 6 con las categorías dos y tres respectivamente.

Una vez presentados los resultados de los dos docentes, se comparan entre sí por intermedio de las acciones descritas en los pasos 1 y 2, como se presenta a continuación:

Para ambos docentes, 1 y 2:

- 1) Resultados para *Categoría de análisis interpretativo en el modelo MKT*
- 2) Resultados para *Comportamiento de las categorías de análisis interpretativo*

4.3 Análisis interpretativo de los datos obtenidos

El análisis interpretativo de los datos se lleva a cabo inicialmente con las tres categorías del CDCM y posteriormente con las características que las conforman. Se presenta en primer lugar la información de la docente Ent1, luego la del docente Ent2 y al final la de ambos.

4.3.1 Docente 1

Categorías de análisis del CDCM determinadas por el modelo MKT:

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes.

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza.

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo.

1. Resultados para categorías de análisis interpretativo del CDCM en el modelo MKT.

Saturación de las categorías de análisis en el orden descendente (Tabla 8):

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza: 115 codificaciones con el nivel de saturación del 38,08%.

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo: 112 codificaciones con nivel de saturación del 37,09%.

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes: 75 codificaciones con nivel de saturación del 24,83%.

Tabla 8

Nivel de saturación de las categorías de análisis del modelo MKT. Docente Ent1

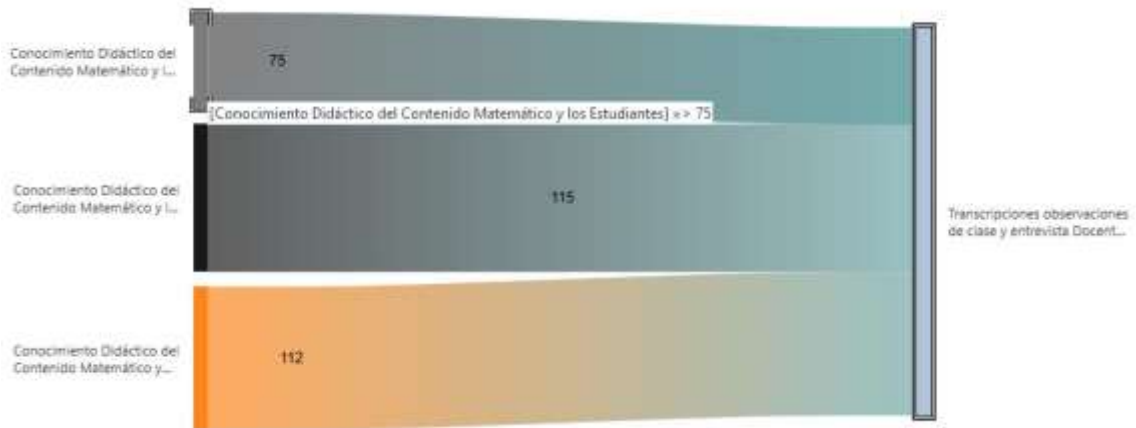
	10: Transcrip... n=169	Totales	
Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo	n=112	112	37,09%
Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza	n=115	115	38,08%
Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes	n=75	75	24,83%
Totales		302	100,00%

Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

2. Resultados para Comportamiento de las categorías de análisis interpretativo en diagrama Sankey

Representación de la saturación de las categorías de análisis correspondiente a los datos obtenidos del Docente 1, a través de diagrama de Sankey (Figura 19):

Figura 19 *Preponderancia de las categorías de análisis según ancho de banda. Docente Ent1*



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

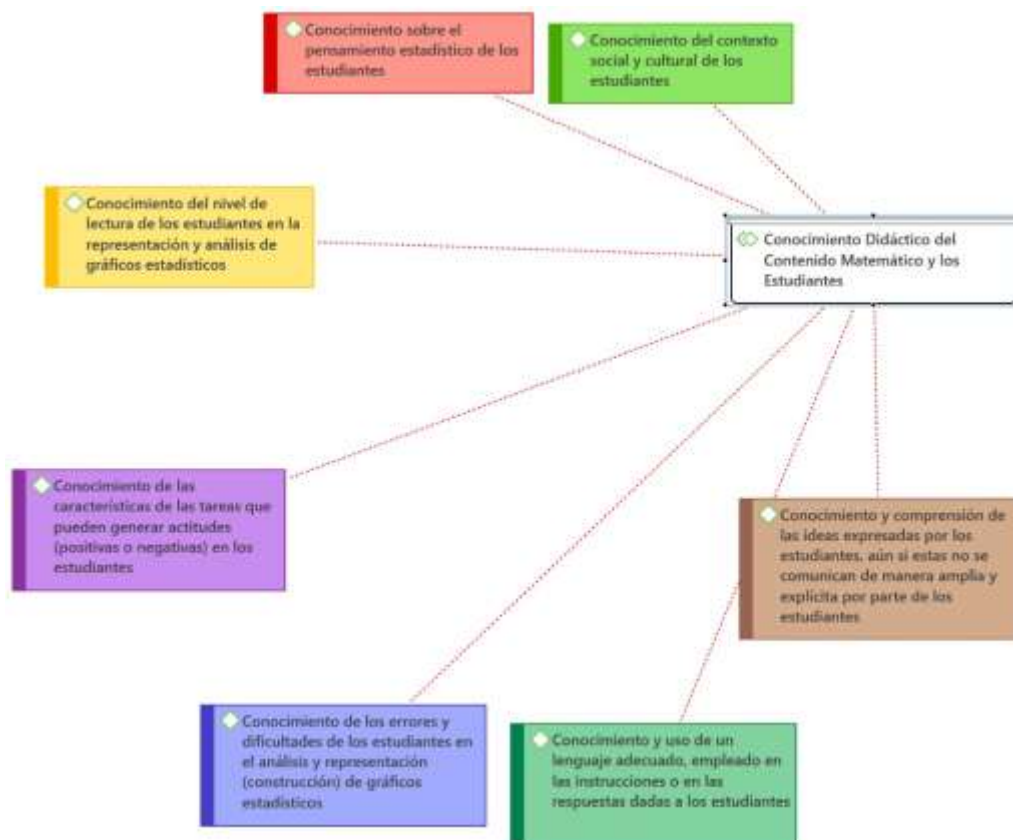
3. Resultados para Categoría de Análisis 1. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Características de Análisis interpretativo (Figura 20):

- Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos.

- Conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes.
- Conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes.
- Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos.
- Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes.
- Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aún si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes.
- Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas dadas a los estudiantes.

Figura
20

Red Semántica de las características para Categoría: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent1



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

4. Resultados para comportamiento de las características de análisis interpretativo. Categoría 1.

Saturación de las características de análisis interpretativo en orden descendente (Tabla 9):

- Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas dadas a los estudiantes: *67 codificaciones con nivel de saturación del 22,33%*.
- Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos: *66 codificaciones con nivel de saturación del 22,00%*.

- Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes: *50 codificaciones con nivel de saturación del 16,67%.*
- Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aún si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes: *47 codificaciones con nivel de saturación del 15,67%.*
- Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos: *26 codificaciones con nivel de saturación del 8,67%.*
- Conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes: *24 codificaciones con nivel de saturación del 8,00 %.*
- Conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes: *20 codificaciones con nivel de saturación del 6,67%.*

Tabla 9

Nivel de saturación de las características de análisis correspondiente al Docente Ent1.

Categoría de Análisis: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent1

	10- Transcrip... 100	Totales	
Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos.	26	26	8,67%
Conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes	24	24	8,00%
Conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes	20	20	6,67%
Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos	66	66	22,00%
Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes	50	50	16,67%
Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aún si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes	47	47	15,67%
Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las preguntas dadas a los estudiantes	67	67	22,33%
Totales	300	300	100,00%

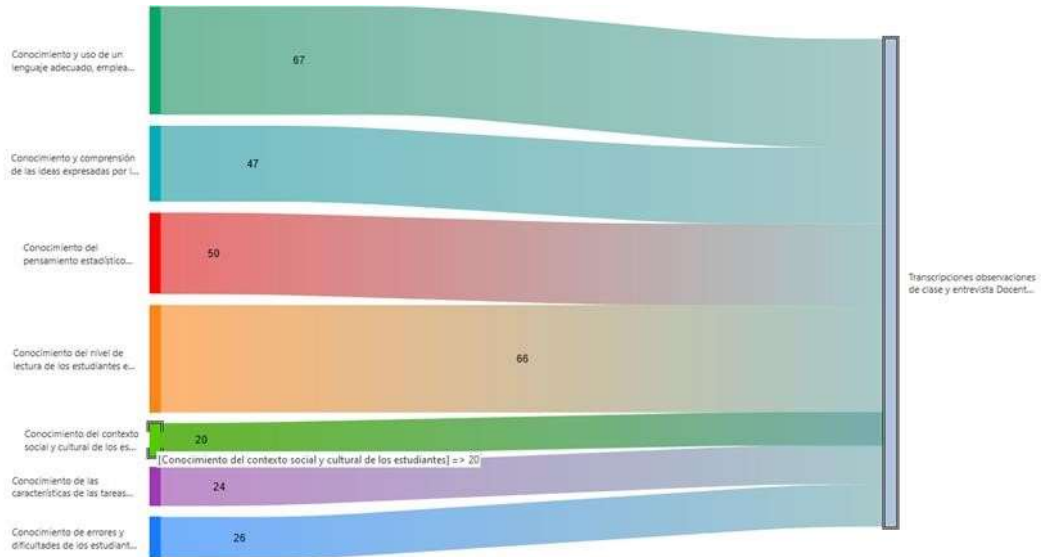
Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

5. Resultados para *comportamiento de las características de análisis interpretativo en diagrama Sankey.* (Figura 21)

Representación de la saturación de las *características* de análisis correspondiente a los datos obtenidos del Docente 1, a través de diagrama de Sankey:

Figura

Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. En Categoría de análisis Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent1



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

6. Resultados para *Relación de causa consecuencia* entre las características del análisis. Relación directa entre las subcategorías de análisis.

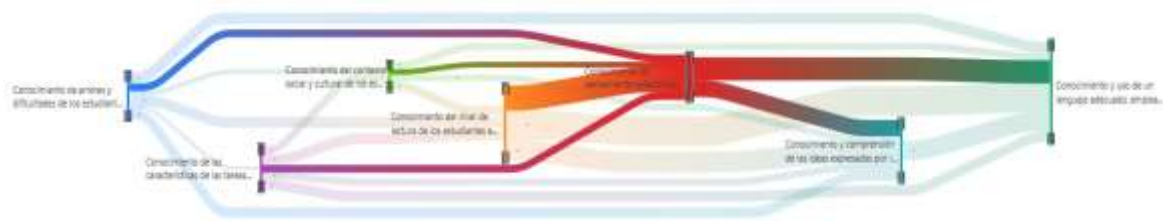
Las características son (Figura 22):

- *Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas dadas a los estudiantes;*
- *Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos, y;*
- *Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aún si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes.*

Se relacionan directamente con la característica:

- *Conocimiento sobre el pensamiento estadístico de los estudiantes.*

Figura 22 *Relación directa de Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes [En rojo y al centro la característica de la relación directa]. En Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent1*



Fuente: Atlas.ti. Análisis: Elaboración propia.

Categoría de Análisis 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza.

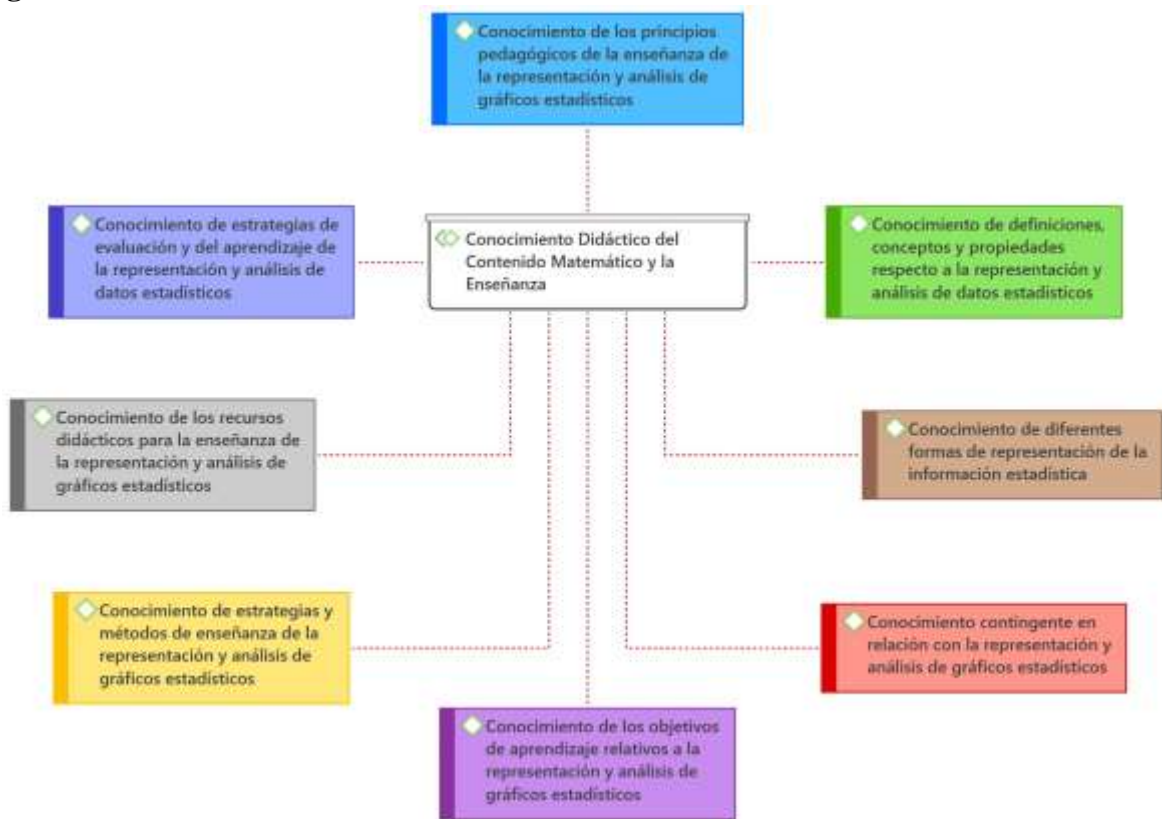
Características de Análisis (Figura 23):

- Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística.
- Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.
- Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos (Manejo de situaciones imprevistas en la clase).
- Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de gráficos estadísticos.
- Conocimiento de estrategias de evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos.
- Conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.
- Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.
- Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos.

23

Red Semántica de las características para la Categoría. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent1

Figura



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

Resultados para las características de análisis interpretativo.

Saturación de las características de análisis interpretativo en orden descendente (Tabla 10):

- Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística: *84 codificaciones con un nivel de saturación del 22,05%*
- Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos: *80 codificaciones con un nivel de saturación del 21,00%*
- Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos (Manejo de situaciones imprevistas en la clase). *19 codificaciones con nivel de saturación del 4,99%*

- Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de gráficos estadísticos: 66 codificaciones con un nivel de saturación del 17,32%
- Conocimiento de estrategias de evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos: 4 codificaciones con un nivel de saturación del 1,05%
- Conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos: 48 codificaciones con un nivel de saturación del 12,60%
- Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos: 64 codificaciones con un nivel de saturación del 16,80%
- Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos: 16 codificaciones con un nivel de saturación del 4,20%

Tabla 10

Nivel de saturación de las características de análisis. En Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent1

	10: Transcrip...	Totales
	169	
Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos (Manejo de situaciones imprevistas en la clase)	19	19 4,99%
Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de gráficos estadísticos	66	66 17,32%
Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística	84	84 22,05%
Conocimiento de estrategias de evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos	4	4 1,05%
Conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos	48	48 12,60%
Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos	16	16 4,20%
Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos	64	64 16,80%
Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos	80	80 21,00%
Totales	381	381 100,00%

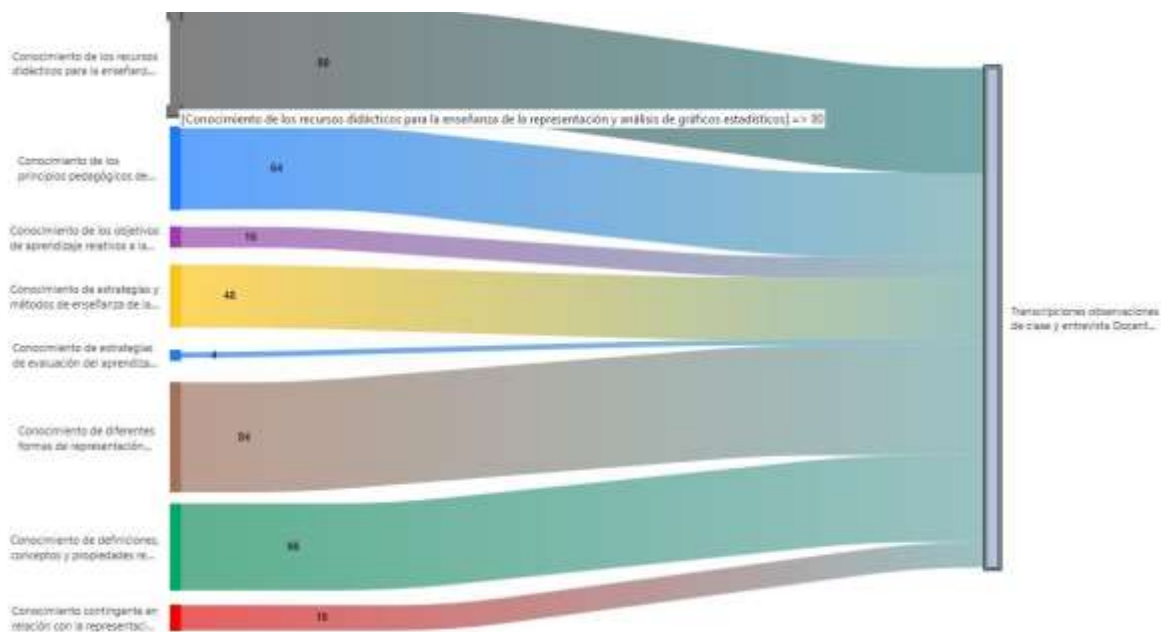
Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

Resultados para comportamiento de las características de análisis interpretativo en diagrama Sankey (Figura 24).

Representación de la saturación de las características de análisis correspondientes a los datos obtenidos del Docente Ent1, a través de diagrama de Sankey.

Figura

Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. En Categoría de análisis. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent1



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

Resultados para relación de causa consecuencia entre las características de análisis.

Relación directa entre las subcategorías de análisis (Figura 25):

Las características:

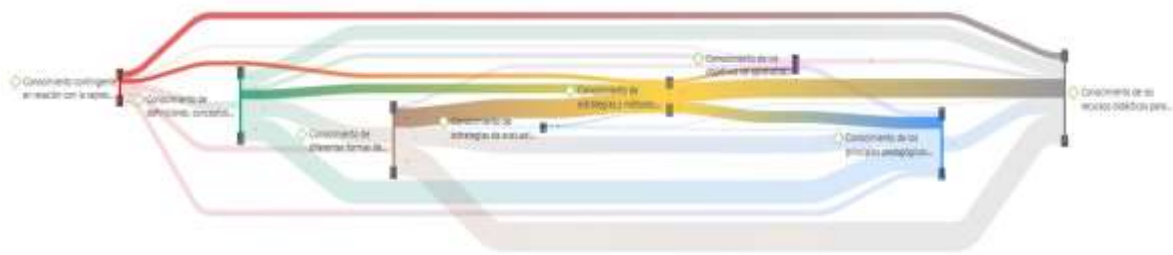
- Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística.
- Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.

Se relacionan directamente con:

- *Conocimiento de estrategias de evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos.*

Figura 25 *Relación directa del Conocimiento de estrategias de evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos [En color amarillo y al centro la*

característica condicionada]. En *Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent1*



Fuente: Atlas.ti. Análisis: Elaboración propia.

Categoría de análisis 3. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo (Figura 26).

Características de análisis interpretativo:

- Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de aula de Matemáticas
- Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos
- Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos.
- Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) o en el Plan de área de Matemáticas
- Lineamientos curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones Pedagógicas

26

Red Semántica de características para Categoría: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent1

Figura



Fuente: Atlas.ti. Análisis: Elaboración propia.

Resultados para características de análisis interpretativo.

Saturación de las características según análisis interpretativo de los datos recolectados (Tabla 11):

- Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de aula de Matemáticas: *72 codificaciones con nivel de saturación del 29,39%*.
- Lineamientos curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones Pedagógicas: *67 codificaciones con un nivel de saturación del 27,35%*.

- Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) o en el Plan de área de Matemáticas: 39 codificaciones con un nivel de saturación del 15,92%.
- Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos: 36 codificaciones con un nivel de saturación del 14,69%.
- Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos: 31 codificaciones con un nivel de saturación del 12,65%.

Tabla 11

Nivel de saturación de las categorías de análisis. En Categoría Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent1

	10: Transcrip...	Totales
Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos	31	31 12,65%
Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos	36	36 14,69%
Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de aula de Matemáticas	72	72 29,39%
Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) o en el Plan de área de Matemáticas	39	39 15,92%
Lineamientos curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones Pedagógicas	67	67 27,35%
Totales	245	245 100,00%

Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

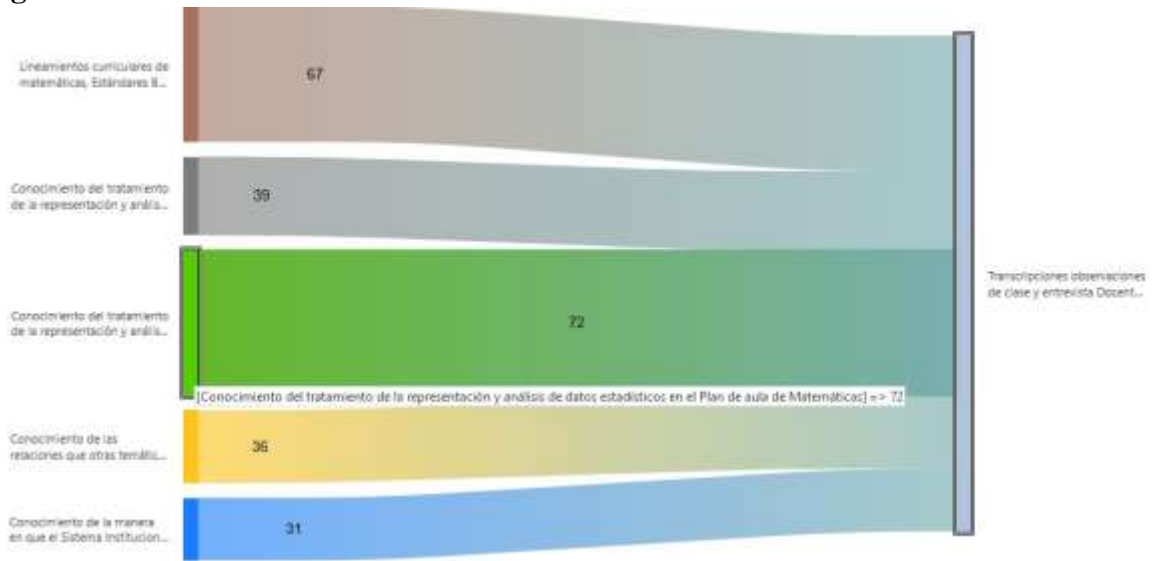
Resultados para comportamiento de las características de análisis interpretativo en diagrama de Sankey (Figura 27).

Representación de la saturación de las características de análisis correspondiente a los datos obtenidos del Docente Ent1, a través de diagrama de Sankey.

27

Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. En: Categoría de análisis Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent1

Figura



Fuente: Atlas.ti. Análisis: Elaboración propia.

Resultados para relación de causa consecuencia entre las características de análisis (Figura 28).

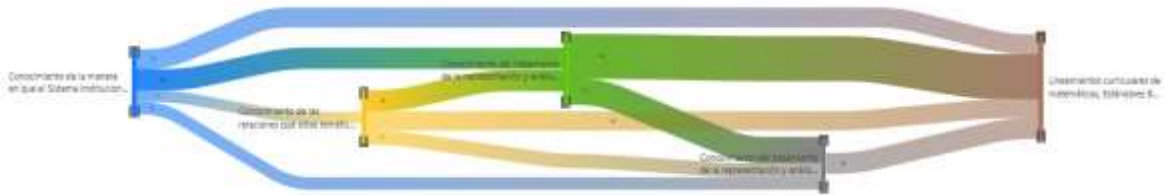
Relación de directa entre las características de análisis. *Características:*

- Lineamientos curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones Pedagógicas;
- Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) o en el Plan de área de Matemáticas;
- Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos, y;
- Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos *Se relacionan directamente con:*

Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de aula de Matemáticas.

Figura 28 *Relación directa de Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de aula de Matemáticas [En color verde y al centro, la característica*

•
condicionada]. En: *Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent1*



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

4.3.2 Docente 2.

Categorías de análisis del CDCM determinadas por el modelo MKT:

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes.

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza.

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo.

1. Resultados para categorías de análisis interpretativo del CDCM en el modelo MKT.

Saturación de las categorías de análisis en el orden descendente (Tabla 12):

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza: 67 *codificaciones con nivel de saturación del 42,41%*.

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo: 48 *codificaciones con nivel de saturación del 30,38%*.

Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes: 43 *codificaciones con nivel de saturación del 27,22%*.

Tabla 12

Nivel de saturación de las categorías de análisis del modelo MKT. Docente Ent2

	1: Transcripc...	Totales	
	70		
Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo	48	48	48
		30,38%	30,38%
Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza	67	67	67
		42,41%	42,41%
Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes	43	43	43
		27,22%	27,22%
Totales		158	158
		100,00%	100,00%

Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

2. Resultados para comportamiento de las categorías de análisis interpretativo en diagrama de Sankey (Figura 29).

Representación de la saturación de las características de análisis correspondientes a los datos obtenidos del Docente Ent2, a través de diagrama de Sankey

Figura 29 *Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. Docente Ent2*



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

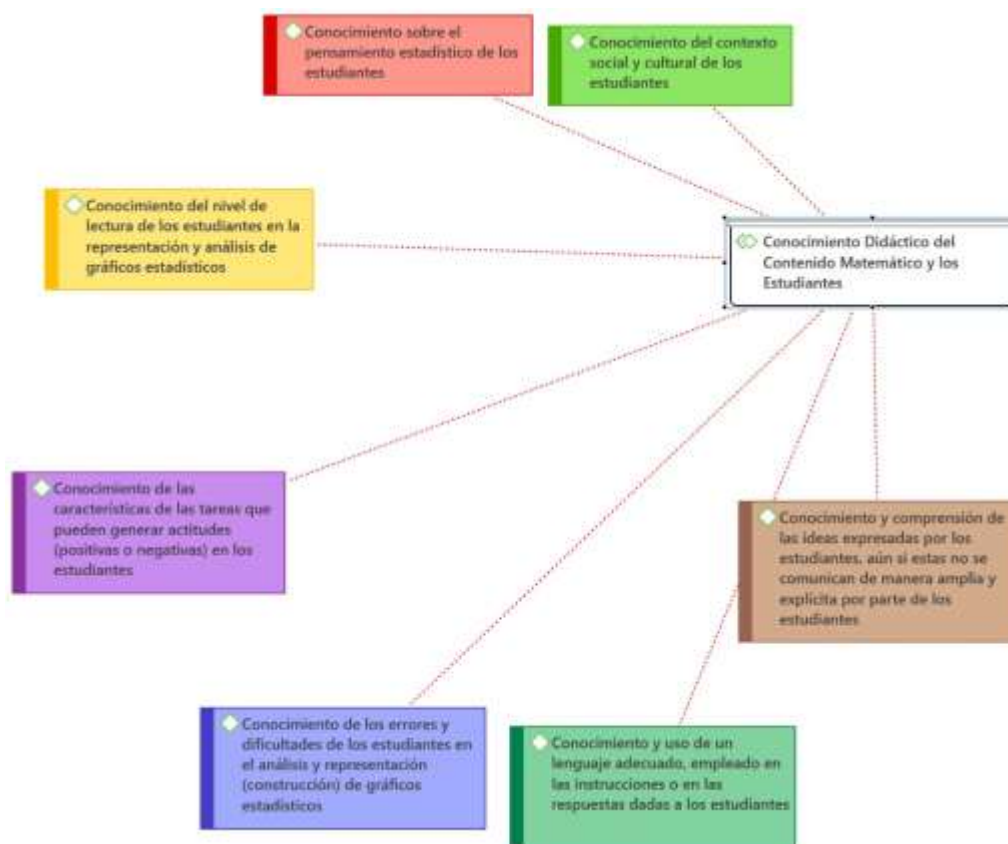
3. Categoría de Análisis 1. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes.

Características de Análisis interpretativo (Figura 30):

- Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos.
- Conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes.
- Conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes.

-
- Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos.
- Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes.
- Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aún si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes.
- Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas dadas a los estudiantes.

Figura 30 Red Semántica de las características para Categoría: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent2



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

4. Resultados para Comportamiento de las características de análisis interpretativo

Saturación de las características de análisis interpretativo en orden descendente (Tabla 13):

- Conocimiento de los errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación (construcción) de gráficos estadísticos: 18 codificaciones con nivel de saturación del 10,78%.
- Conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes: 22 codificaciones con nivel de saturación del 13,17%.
- Conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes: 16 codificaciones con un nivel de saturación del 9,58%.
- Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos: 30 codificaciones con un nivel de saturación del 17,96%.
- Conocimiento sobre el pensamiento estadístico de los estudiantes: 34 codificaciones con un nivel de saturación de 20,36%.
- Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aún si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes: 19 codificaciones con un nivel de saturación del 11,38%.
- Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas dadas a los estudiantes: 28 codificaciones con un nivel de saturación del 16,77%.

Tabla 13

Nivel de saturación de las características de análisis. En: Categoría Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent2

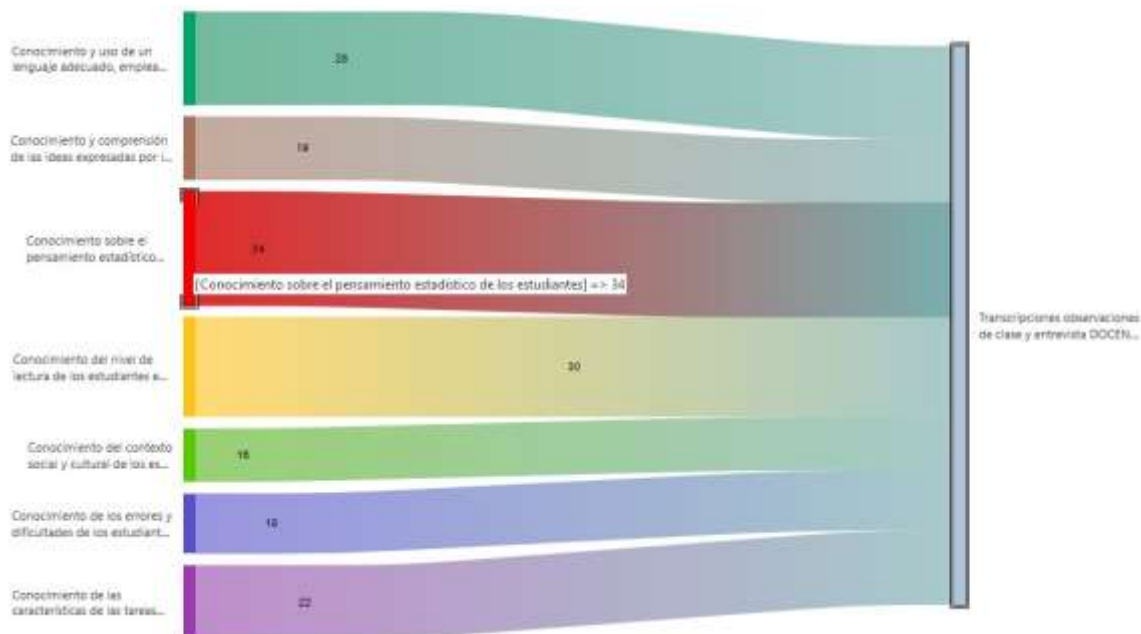
	Y. Transcrip...	Totales
Conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes	22 (31,43%)	22 (13,17%)
Conocimiento de los errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación (construcción) de gráficos estadísticos	18 (25,71%)	18 (10,78%)
Conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes	16 (22,86%)	16 (9,58%)
Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos	30 (42,86%)	30 (17,96%)
Conocimiento sobre el pensamiento estadístico de los estudiantes	34 (48,57%)	34 (20,36%)
Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aún si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes	19 (27,14%)	19 (11,38%)
Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas dadas a los estudiantes	28 (39,29%)	28 (16,77%)
Totales	167 (100,00%)	167 (100,00%)

Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

5. Resultados para comportamiento de las características de *análisis interpretativo en diagrama Sankey* (Figura 31).

Representación de la saturación de las características de análisis correspondiente a los datos obtenidos del Docente Ent2, a través de diagrama de Sankey.

Figura 31 *Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. En: Categoría de análisis Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent2*



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

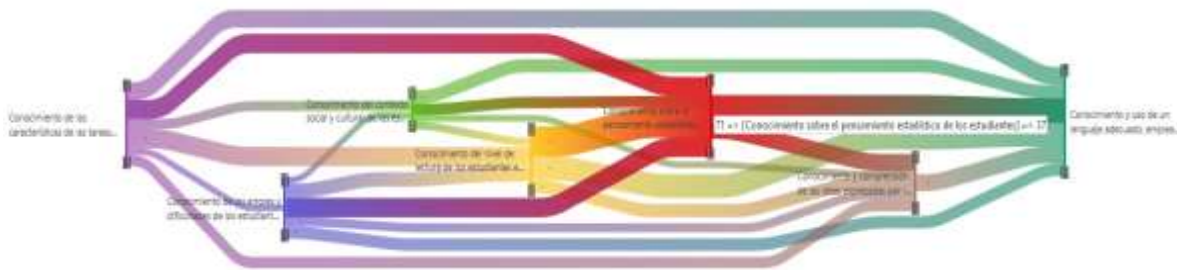
6. Resultados para relación de causa consecuencia entre las características de análisis. Relación directa entre las subcategorías de análisis. (Figura 32) Las características:

- Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos
 - Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas dadas a los estudiantes
 - Conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes
- Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aún si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes

-
-
- Conocimiento de los errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación (construcción) de gráficos estadísticos *Se relacionan directamente con:*
- Conocimiento sobre el pensamiento estadístico de los estudiantes.

Figura 32

Condiciones para: Conocimiento para el pensamiento estadístico de los estudiantes [En rojo y al centro, la característica condicionada]. En Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente Ent2



Fuente: Atlas.ti. Análisis: Elaboración propia.

Categoría de análisis 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza (Figura 33).

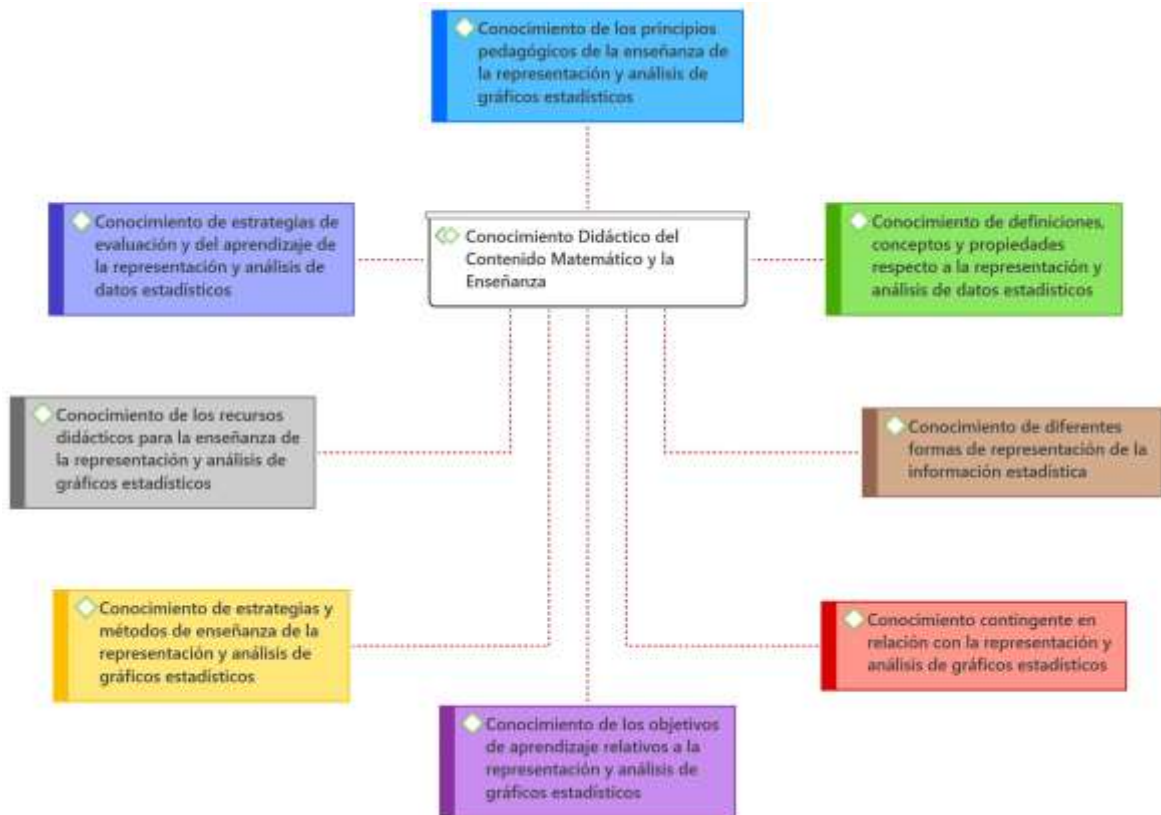
Características de análisis:

- Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística.
- Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos.
- Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de datos estadísticos.
- Conocimiento de estrategias de evaluación y del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos.
- Conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.

- Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos.
- Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.
- Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.

Figura 33

Red Semántica de subcategorías para Categoría: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent2



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia

Resultados para las características de análisis interpretativo.

Saturación de las características de análisis interpretativo en orden descendente (Tabla 14):

- Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística: *35 codificaciones con nivel de saturación del 13,21%*

-
-
- Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos: *10 codificaciones con nivel de saturación del 3,77%.*
- Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de datos estadísticos: *38 codificaciones con nivel de saturación del 14,34%.*
- Conocimiento de estrategias de evaluación y del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos: *31 codificaciones con nivel de saturación del 11,70%.*
- Conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos: *47 codificaciones con nivel de saturación de 17,74%.*
- Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos: *37 codificaciones con nivel de saturación de 13,93%.*
- Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos: *38 codificaciones con nivel de saturación del 14,34%.*
- Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos: *29 codificaciones con nivel de saturación del 10,94%.*

Tabla 14

Nivel de saturación de las características de análisis. En: Categoría Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent2

	70	Totales
Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos	10 3,77%	10 3,77%
Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de datos estadísticos	38 14,34%	38 14,34%
Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística	35 12,21%	35 13,21%
Conocimiento de estrategias de evaluación y del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos	31 11,70%	31 11,70%
Conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos	47 17,74%	47 17,74%
Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos	37 13,93%	37 13,96%
Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos	38 14,34%	38 14,34%
Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos	29 10,94%	29 10,94%
Totales	265 100,00%	265 100,00%

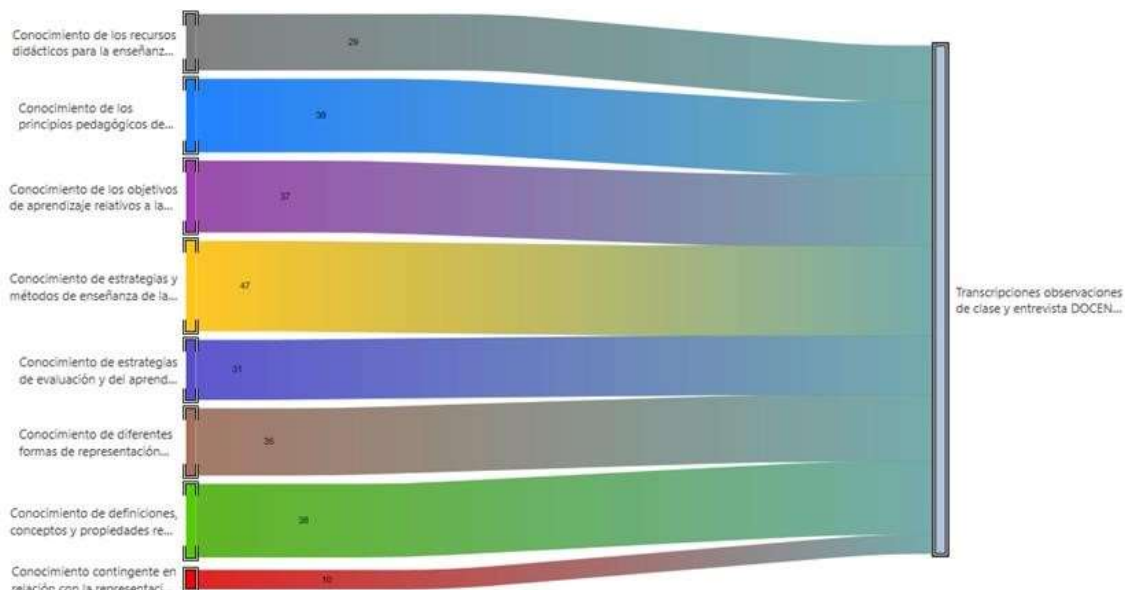
Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

Resultados para comportamiento de las características de análisis interpretativo en diagrama Sankey (Figura 34)

Representación de la saturación de las características de análisis correspondientes a los datos obtenidos del Docente Ent2, a través de diagrama de Sankey.

Figura 34 Preponderancia de las categorías de análisis según ancho de banda. En: Categoría de

análisis Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent2



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

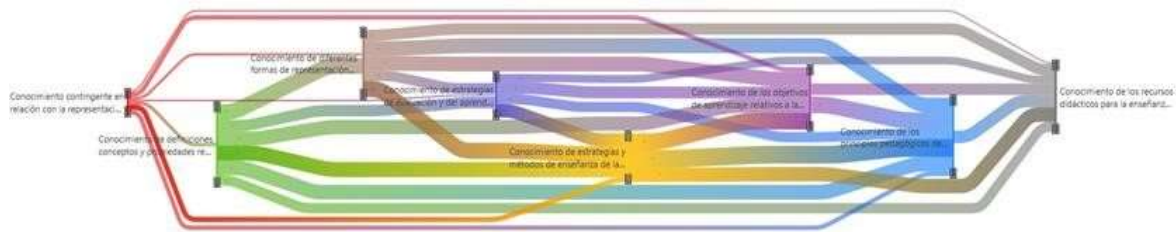
Resultados para relación de causa consecuencia entre las características de análisis.

Relación directa entre las características de análisis interpretativo. Las características de análisis (Figura 35):

- Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística
- Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos
- Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de datos estadísticos

-
-
- Conocimiento de estrategias de evaluación y del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos
 Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos
 Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos
- Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos *Se relacionan directamente con:*
- *Conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos*

Figura 35 *Se relacionan con: conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos [En color amarillo y al centro, la característica condicionada]. En: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent2*



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

Categoría de análisis 3. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo.

Características de análisis interpretativo (Figura 36):

- Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos.

- Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos.
- Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de Aula de Matemáticas.
- Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional o en el Plan de Área.
- Lineamientos curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de Referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones pedagógicas.

Figura 36 Red Semántica de características para Categoría: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente 2



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

-

-

- Resultados para las características de análisis interpretativo.**

Saturación de las características de análisis interpretativo (Tabla 15):

Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos: *23 codificaciones con nivel de saturación del 16,20%.*
- Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos: *17 codificaciones con nivel de saturación del 11,97%.*
- Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de Aula de Matemáticas: *38 codificaciones con nivel de saturación del 36,76%.*
- Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional o en el Plan de Área: *24 codificaciones con nivel de saturación del 16,90%.*
- Lineamientos curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de Referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones pedagógicas: *40 codificaciones con nivel de saturación del 28,71%.*

Tabla 15

Nivel de saturación de las características de análisis. En: Categoría Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent2

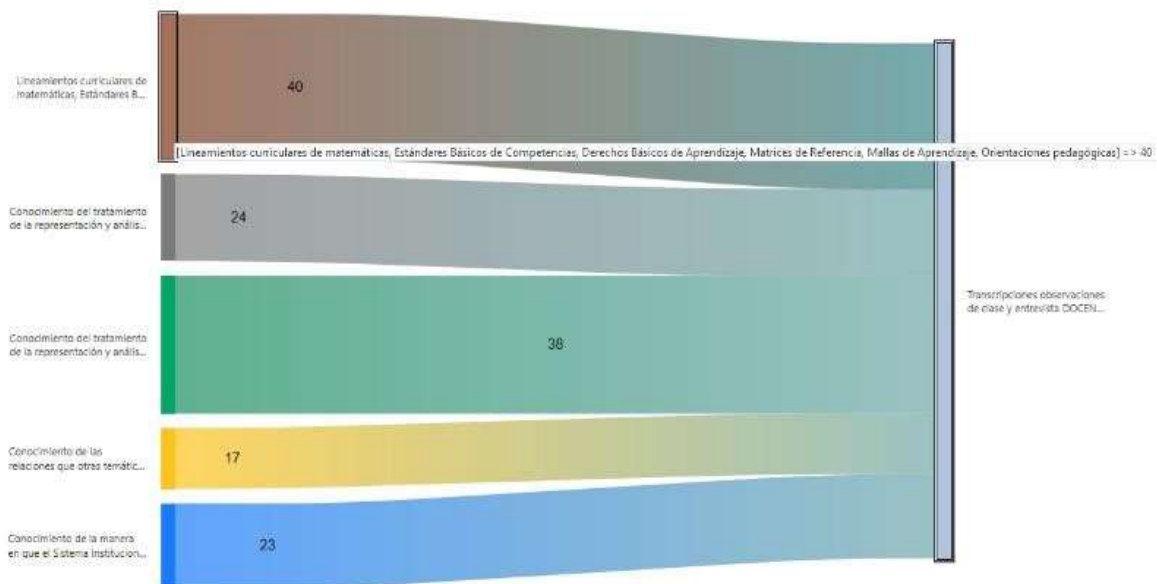
	1) Transcrip...	Totales
Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos	23 16,20%	23 16,20%
Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos	17 11,97%	17 11,97%
Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de Aula de Matemáticas	38 36,76%	38 36,76%
Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional o en el Plan de Área	24 16,90%	24 16,90%
Lineamientos curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de Referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones pedagógicas	40 28,17%	40 28,17%
Totales	142 100,00%	142 100,00%

Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

Resultados para comportamiento de las características de análisis interpretativo en diagrama de Sankey (Figura 37).

Representación de la saturación de las características de análisis correspondiente a los datos obtenidos del Docente 2, a través de diagrama de Sankey.

Figura 37 Preponderancia de las características de análisis según ancho de banda. En: Categoría de análisis Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent2



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

Resultados para relación de causa consecuencia entre las características de análisis.

Relación directa entre las características de análisis interpretativo (Figura 38): Las características de análisis:

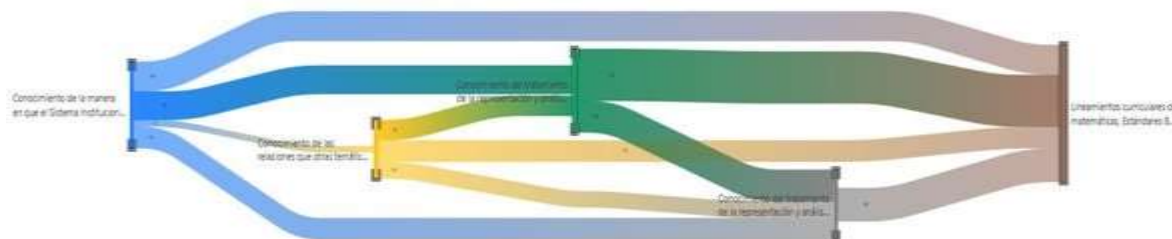
- Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos.
- Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos.

- Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional o en el Plan de Área.
- Lineamientos curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de Referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones pedagógicas.

Se relacionan directamente con:

- *Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de Aula de Matemáticas.*

Figura 38 *Se relacionan directamente con: Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de Aula de Matemáticas [En color verde y al centro, la característica condicionada]. En: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático/Estadístico y el Currículo. Docente Ent2*



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

4.3.3 Docente 1 y Docente 2

Categorías de análisis del CDCM determinadas por el modelo MKT:

- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente 1.
- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente 2.
- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente 1.
- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente 2.
- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente 1. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente 2.

1. Resultados para categorías de análisis interpretativo del CDCM en el modelo

MKT

Saturación de las categorías de análisis interpretativo (Tabla 16):

- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente 1: 134 codificaciones con nivel de saturación/frecuencia del 26,64%.
- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente 2: 48 codificaciones con nivel de saturación/frecuencia del 9,54%.
- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente 1: 131 codificaciones con nivel de saturación/frecuencia del 26,04%.
- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente 2: 67 codificaciones con nivel de saturación/frecuencia del 13,32%.
- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente 1: 80 codificaciones con nivel de saturación/frecuencia del 15,90%.
- Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. Docente 2: 43 codificaciones con nivel de saturación/frecuencia del 8,55%.

Tabla 16

Nivel de saturación de las categorías de análisis interpretativo. En: Transcripciones de observaciones y entrevistas. Docente Ent1 y Docente Ent2

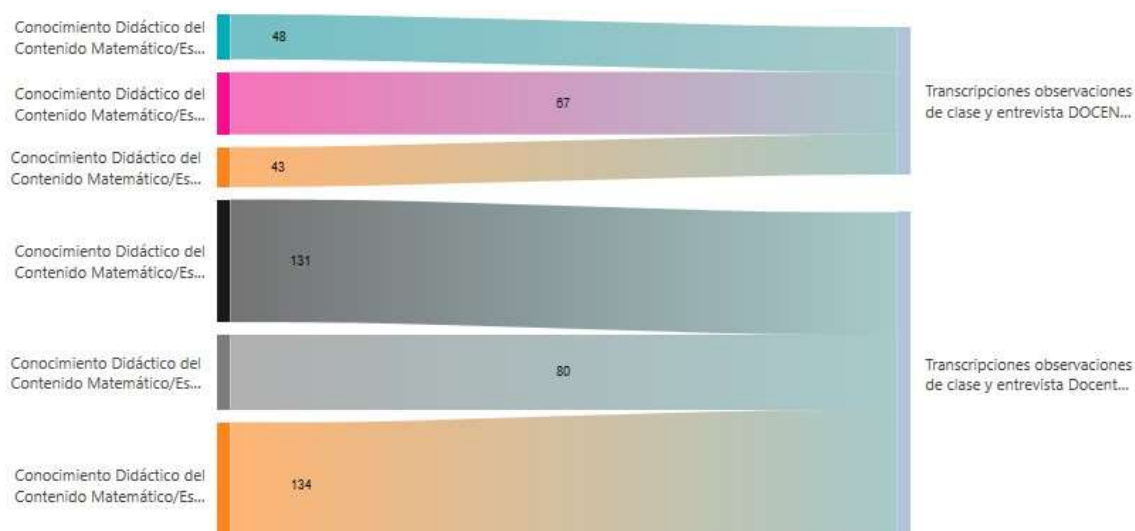
	◊1: Transcripc... 70	◊2: Transcripc... 208	Totales
◊ Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático/Estadístico y el Currículo. Docente 1. 134		134 26,64%	134 26,64%
◊ Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático/Estadístico y el Currículo. Docente 2. 48	48 9,54%		48 9,54%
◊ Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático/Estadístico y la Enseñanza. Docente 1. 131		131 26,04%	131 26,04%
◊ Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático/Estadístico y la Enseñanza. Docente 2. 67	67 13,32%		67 13,32%
◊ Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático/Estadístico y los Estudiantes. Docente 1. 80		80 15,90%	80 15,90%
◊ Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático/Estadístico y los Estudiantes. Docente 2. 43	43 8,55%		43 8,55%
Totales	158 31,41%	345 68,59%	503 100,00%

Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

2. Resultados para comportamiento de las categorías de análisis interpretativo en diagrama de Sankey (Figura 39).

Representación de la saturación de las categorías de análisis interpretativo obtenidas de Transcripciones de observaciones y entrevistas Docente 1 y Docente 2, a través de diagrama de Sankey.

Figura 39 Preponderancia de las categorías de análisis según el ancho de banda. En: Transcripciones de observaciones y entrevistas. Docente 1 y Docente 2



Fuente: Atlas.ti. Análisis: elaboración propia.

Capítulo 5. Análisis y discusión de resultados

Este capítulo presenta el análisis y discusión de los resultados de la investigación a través de la triangulación de la información. En este proceder, las tres categorías del CDCM en el modelo MKT y sus características, las observaciones no participantes de clase y las entrevistas, -citando ejemplos o situaciones propias del contexto investigativo-, sumado a los planteamientos teóricos y las interpretaciones realizadas, conforman los puntos nodales para el análisis y discusión de los resultados obtenidos conforme al CDCM de los dos docentes participantes. Este capítulo no se agota en la representación gráfica y numérica de los resultados —como se leerá más adelante—, pero sí refleja el proceso sistemático e interpretativo de cada una de las fases de este estudio, así como sus dimensiones teórica y metodológica.

5.1 Discusión de los resultados del CDCM. Docente Ent1

En la triangulación de los resultados se entrecruzan fundamentos teóricos y hechos científicos¹⁵ relativos a la primera de las tres categorías y las características derivadas de ella, luego se explican brevemente las comprensiones sobre las relaciones de estos elementos; en otras palabras, se establecen interpretaciones a partir de las situaciones presentadas en las observaciones de clase y los diarios de campo, las entrevistas y la rejilla de observación, enfocadas en los resultados investigativos; además, durante el proceso se contrastan con los fundamentos teóricos. Posteriormente, se procede de la misma manera con las dos categorías restantes hasta abordar cada uno de los resultados/hallazgos. Cabe señalar que las características en las que hubo semejanza entre los dos docentes, se exponen al final de los resultados del segundo docente de manera conjunta. La estructura para la triangulación conserva el orden en cuanto a los resultados de los docentes, las categorías y sus características, este análisis no obedece a una secuencia rigurosa, por el contrario, el análisis se realiza de manera holística teniendo en cuenta los elementos presentes para el proceso.

El lenguaje del software Atlas.ti indica que el texto sobre el cual se determina la asignación de una categoría o característica de esta recibe el nombre de *cita*. Esto es lo que

¹⁵ Hecho científico. Hace referencia a los resultados de investigación obtenidos y presentados en el capítulo 4.

encontrará el lector a medida que se requiera poner en escena el CDCM específico de los docentes, quiere decir, se cita textualmente el dato, bien sea de la técnica observación no participante y/o entrevista semiestructurada en alguno de sus momentos, planeación y preparación de clases o ejecución de esta. De esta forma, se observarán las citas en los párrafos siguientes.

5.1.1 Categoría 1. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes (CDCM-ES)

En el segundo momento de la clase que corresponde al cuento pedagógico, la docente narra un cuento relacionado con los juguetes como introducción a la actividad que se desarrolló de manera posterior.

Clase N°1:

Ent1: para iniciar, entonces yo les voy a contar un cuento, pero me van a poner mucho cuidado, vamos a estar muy atentos, soltamos los lapicitos y los lapiceritos y vamos a estar muy atentos a este cuento.

Resulta que había una vez una niña que se llamaba Celeste, a Celeste le gustaban mucho, mucho los juguetes, y a ella le gustaba mucho jugar, pero una noche, ella en su cuarto tenía todos los juguetes regados. ¿Qué juguetes tendría Celeste...? Ent1: en toda parte debemos dejar todo organizadito, bueno. ¿A ustedes les gustan los juguetes?

Estudiantes: siiii. (En coro).

Ent1: entonces yo tengo en esta bolsa unos jugueticos, cada uno va a elegir un juguete de los que hay acá, eligen un juguete, se pueden quedar con el juguete si no hacen desorden.

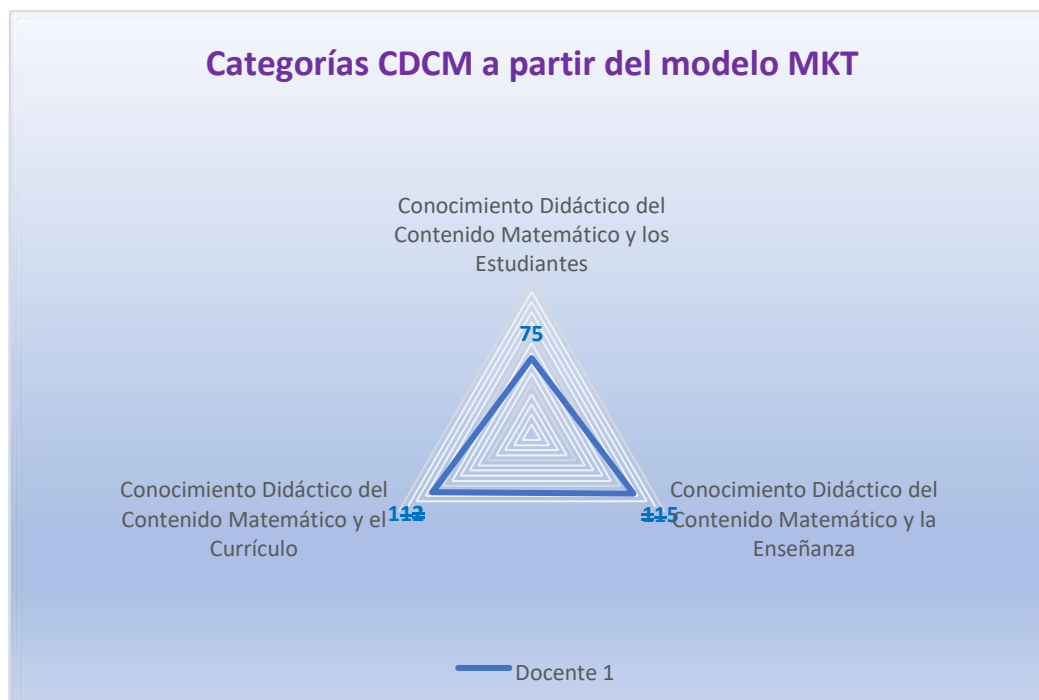
El anterior escenario/situación conlleva a la investigadora a interpretar un razonamiento, reflexión o idea por parte de la docente sobre la forma en que debe interactuar con los estudiantes, con la finalidad de develar la asimilación del contenido matemático al representar datos estadísticos durante la práctica de aula; para ello, la docente tiene en cuenta los gustos e intereses de los estudiantes en el desarrollo de la clase, las actividades propuestas y la pregunta a resolver, tal como lo expresa en la siguiente cita de la entrevista: “*Ent1: bueno, los juguetes pues es ya más una motivación y que mediante ese ejemplo los niños vieran que había un juguete que se repetía pues como para tener coherencia con la clase*”. Esta situación requiere que el estudiante exprese el conocimiento que tiene sobre lo que el

docente está indicando o requiriendo respecto al contenido temático, para lo cual la docente incita al estudiante a pensar estadísticamente, aunque no lo haga de manera conceptual y amplia en el área disciplinar, es la puesta en escena del CDCM-ES, en propiedad del docente, lo que cumple con la condición de ser interpretado como tal.

En la Figura 40 se observa que el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes fue asignado en 75 oportunidades; se aplicó este número de veces a textos o citas, cada una de esas interpretaciones configuró la ampliación del horizonte comprensivo. De hecho, esta categoría “consiste en la conjunción del entendimiento del contenido y saber lo que los alumnos pueden pensar o hacer matemáticamente” (Sosa Guerrero, 2013, p. 1578), por consiguiente, se interpretó el interés del docente en adentrarse en el pensamiento matemático —en este caso estadístico— de los estudiantes. Tal como lo expresan Kilpatrick et al. (1998): “dirigir y guiar el desarrollo de ideas en las mentes de sus estudiantes, por ello es importante para el profesor conocer qué es lo que sus estudiantes se encuentran pensando, y no limitarse a hacer suposiciones sobre esas ideas” (p. 82).

En el diagrama radial que corresponde a la Figura 40, se observa la ampliación del horizonte comprensivo de la categoría en mención.

Figura 40 *Categorías del CDCM a partir del modelo de Conocimiento Matemático*



Fuente: elaboración propia en Excel a partir de los resultados del Software Atlas.ti.

La primera consideración que se observa con claridad en el diagrama es que la Categoría Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes fue la que obtuvo menos codificaciones que las demás: 75, frente a Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo: 112, y Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la enseñanza: 115. Por lo tanto, esta fue la categoría con menor grado de expansión del horizonte de comprensión con respecto a la razón práctica (el cómo) de la utilización de este Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático por parte de la docente. Tales valores no son concluyentes en términos cuantitativos si no fuera porque el análisis cualitativo y, por consiguiente, la interpretación, fue un ejercicio de comprensión por parte de la investigadora, durante la práctica de aula y la planeación y preparación de clase, momentos en los cuales se evidenció esta categoría del CDCM.

La situación reflejada representa un distanciamiento con respecto a lo enunciado en la investigación *Una metodología de evaluación del conocimiento didáctico y pedagógico de los profesores de matemáticas* (Pulido Moyano et al., 2017), abordada en el recorrido iberoamericano sobre el CDCM. El estudio expone como problema de investigación la inexistencia en el contexto colombiano de estudios en torno a los conocimientos didácticos requeridos por un profesor en el ejercicio de la labor docente, toda vez que se focalizan únicamente en la figura del estudiante al momento de la resolución de problemas en el área. Los investigadores expresan la intención de realizar una observación sobre una nueva mirada en relación con este tópico, a la luz de los postulados de Kilpatrick (1998) y LurduyOrtegón (2013).

También sería viable contar con una mirada integradora del CDCM al establecer relaciones recíprocas entre cada una de sus categorías. En este sentido, Pinto Sosa y González Astudillo (2008) afirman que el CDC está enmarcado en un contexto educativo que presenta como algunos de sus antecedentes las críticas sobre la didáctica del profesor, la urgencia de profesionalizar la enseñanza, restablecer el valor que tiene el dominio del contenido para el profesor y la necesidad de un modelo integrador del conocimiento del contenido con el conocimiento pedagógico.

Características de la categoría 1. CDCM-ES

En la Figura 41 se observa el grado de expansión del horizonte comprensivo de la categoría CDCM-ES en el diagrama radial según las codificaciones de sus siete características. Sin embargo, solo se analizarán cinco de ellas, las otras dos presentaron

semejanza con el docente dos y se analizarán juntas como ya se explicó líneas atrás, estas son: conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes y conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes. El orden en que se realiza la discusión es siguiendo el sentido de las manecillas del reloj, iniciando con la característica 1: “Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos”.

Figura 41 Características de la categoría 1. Conocimiento Didáctico del Contenido y los Estudiantes. Docente Ent1



Fuente: elaboración propia en Excel a partir de los resultados del Software Atlas.ti.

5.1.1.1 Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos. Esta característica no se refiere solo al conocimiento que el profesor tiene sobre los errores que cometen los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos; sino también a la forma en que el docente identifica y reacciona a los errores de los estudiantes en clase; también, se refiere al conocimiento de estrategias para abordar los errores y al uso del error como oportunidad de aprendizaje, convirtiendo este en un objeto de estudio. Puede suceder, también, que el

docente no haya reconocido el error de los estudiantes, o que, aun observándolo, haga caso omiso de él.

Aunque se encontraron diversas investigaciones que abordan los errores que cometen los estudiantes en el análisis, representación y construcción de gráficos estadísticos y que se pueden asociar con regularidades propias de este tipo de tareas (Batanero et al., 1994), los errores que se consideraron en esta característica se relacionan con el segundo elemento expuesto en *The Mathematical Education of teachers* (Conference Board of the Mathematical Sciences, 2001): el análisis de datos, que incluye, necesariamente, el uso de variadas representaciones gráficas y tablas, situación que se presentó porque las tareas propuestas por la docente Ent1 no involucraron la producción de datos, la interpretación de gráficos ni su construcción. De esta manera, los errores más significativos se evidenciaron en la clase 2, en la que se trabajaron pictogramas con escala.

Un ejemplo de esta situación se presentó en el momento en que la docente trataba de indagar por la cantidad de puntos que obtuvo un grupo en el “Festival de la Alegría”, una vez que había entregado corazones de diferente tamaño y, por lo tanto, de diferente valor.

Clase N°2:

Ent1: quién me dice, haber Eduardo, quién me dice ¿con cuántos puntos ganó ese grupo?

Estudiantes: 93, 95, 90 (en coro).

Así mismo, otros estudiantes expresaron respuestas como 83, 89 y 96. Aunque se evidenció un error en las respuestas de los estudiantes, ya que esta era 106, este error no correspondió a una incorrecta interpretación del ejercicio de pictogramas con escala, sino a un cálculo numérico incorrecto que realizaron los estudiantes, tal como lo expresa la docente:

Clase N°2:

Ent1: ¿pero, por qué no decimos la verdad? Porque nosotros no ponemos cuidado, yo puedo decir, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 corazones a la carrera y no me sirve, el pictograma tiene cada dibujito o en este momento cada dibujito, cada corazón tiene un valor...

Ent1: por eso le damos un valor, pero tenemos que contar muy bien porque si no...

Autores como Batanero et al., (1994) y Batanero (2001), relacionan dos causas respecto a las respuestas equivocadas de los estudiantes; la primera se da por distracción, como lo expresó la docente; y la segunda, porque los estudiantes consideran “difíciles” las tareas, situación que pudo darse, si se tiene en cuenta que las respuestas fueron de estudiantes

no solo del grado Tercero, sino también de Segundo, Primero e inclusive Transición, por lo que la habilidad para el cálculo mental de números de dos dígitos aun no es muy desarrollada.

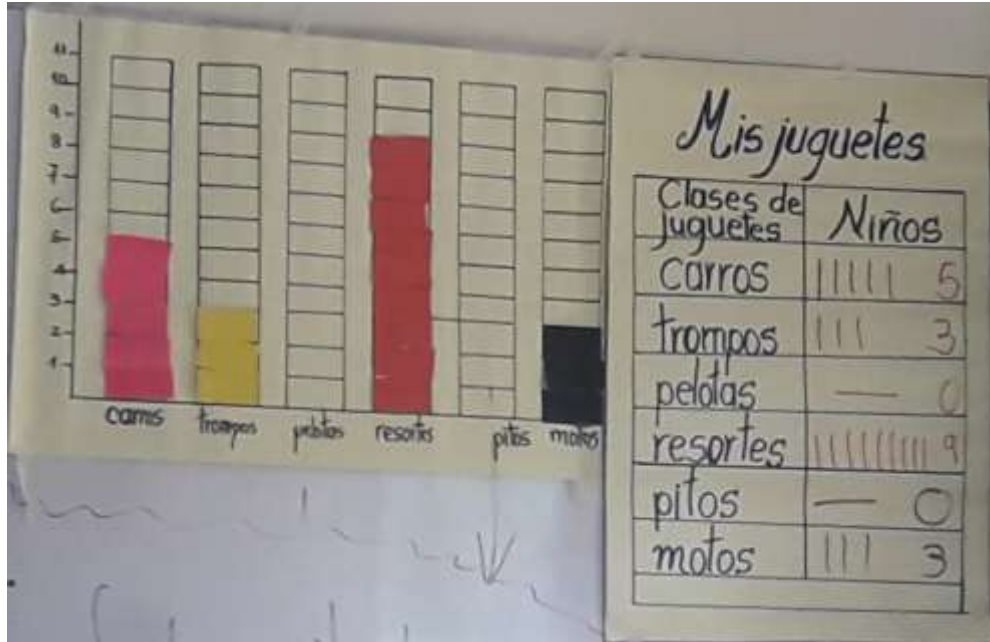
Otro aspecto que se tuvo en cuenta para el análisis de esta característica son los elementos expuestos por Rico (1998b), quien considera que los errores cometidos por los estudiantes no son responsabilidad de ellos, como sí lo son factores del proceso educativo tales como: “el profesor, el currículo, el entorno social en el que se enmarca la escuela, el medio cultural y sus relaciones, así como las posibles interacciones entre estas variables” (p. 83). En la misma investigación expresa que los errores son vacíos de conocimiento y es el profesor quien debe tratar de resolverlos, igual como lo hace Almouloud (2007); mientras que Brousseau (1983) categoriza esta situación como un obstáculo didáctico, al hacer referencia con las elecciones didácticas realizadas por los sujetos en el proceso de enseñanza de un contenido concreto. De acuerdo a la información recolectada se consideraron algunos elementos respecto a la variable profesor desde dos aspectos.

El primero tiene relación con la conceptualización que hace la docente sobre los gráficos utilizados y el uso del lenguaje matemático. Para el caso de la tabla de datos solo hace referencia a los símbolos a utilizar de acuerdo a la cantidad de juguetes que escogieron los estudiantes. En este ejercicio cada estudiante pasaba al frente con el juguete para que la docente realizara el conteo respectivo y ubicara en la segunda columna de la cartelera una raya vertical por cada estudiante que llevara el juguete indicado. En este ejercicio la docente no definió qué era una tabla de datos ni cómo estaba organizada, como se evidencia en el diálogo: “Ent1: lo vamos a hacer con rayitas, el de Luisa, el de... el de Esteban, Giovanni, ¿y el de?” (**Clase N°1**).

En el segundo gráfico la docente explica: “el diagrama de barras es una representación gráfica de datos. Es muy común observarlos en las facturas, textos, entre otros” (**Clase N°1**). Se pudo identificar que el gráfico y los ejes no tenían título, el fondo no tenía cuadrícula, en cada juguete había una barra formada por rectángulos hasta el número 11, lo que podría generar confusión para determinar a primera vista la cantidad de juguetes en cada caso, al no coincidir el tamaño de la barra en el eje “X” con su respectivo número en el eje “Y”, como se observa en la Figura 42. Posteriormente, mientras los estudiantes enunciaban el juguete que les había correspondido, la docente lo señalaba en el eje “X” y cada niño pegaba un rectángulo de color sobre la barra respectiva. La docente no explicó los elementos estructurantes de un diagrama de barras. Finalmente, para el caso de pictogramas,

lo definió: “Ent1: resulta que para los pictogramas yo utilizo unas figuras o lo que ustedes dicen ¿unos qué? Estudiante: dibujos” (Clase N°3).

Figura 42 Pictograma y tabla de frecuencia. Clase N°1. Docente Ent1



Nota. Carteleras elaboradas por la Docente Ent1 y diligenciadas con los estudiantes en la clase N°1. Fuente: imagen tomada de la clase N°1.

La segunda variable considerada respecto al profesor tiene que ver con la elección de los íconos para trabajar pictogramas con escala y el valor atribuido a cada uno de ellos. En las imágenes de las niñas la docente permitió a los estudiantes asignar valores al azar, igual lo hizo ella, sin tener en cuenta el tamaño de los íconos y las preguntas que se harían posteriormente de cuerdo a las variables que se iban a utilizar en la tarea.

Clase N°2:

Ent1: de una niña, de una persona ¿cierto? ¿Yo le puedo dar valor a esta niña?

¿Esta niña cuanto valdrá?

Estudiantes: 2 dólares (en coro).

Ent1: no, no, no es que la vamos a vender, ¿cuánto puede valer?

Estudiante: 2 millones.

Ent1: no, no, ¿cuántos números?

Estudiante: 7.

Clase N°2:

Ent1: por las 5 niñas yo pongo esta figura, por cada 5 niñas, por cada dos niños yo pongo esto. ¿listo? En cada mesa yo voy a colocar unas figuras. Haber ustedes, ¿esta sería entonces la qué?

Estudiantes: la mitad (en coro).

Ent1: ¿la mitad de qué?

Estudiante: de la niña.

Ent1: ¿cuánto vale?

Estudiantes: 2, dos con cincuenta (en coro).

Ent1: vamos a decir que la niña vale 6, porque la mitad de 5 serian 2.5 ¿cierto? Pero vamos a dejarlo con una cifra completa. La niña 6 y el niño 2 y las represento de esta manera, ¿ya me entendieron?

Con el interés de profundizar en los errores, durante la entrevista se indagó a los docentes respecto a si eran conscientes de los errores que los estudiantes cometieron en el desarrollo de las tareas propuestas.

Entrevista:

Ent1: como cuando uno les preguntaba, por ejemplo, el valor, uno les da un valor por decir de un baloncito, por decir que valía 5 y ellos no seguían como la secuencia, entonces me tocaba a mí ponerme a contar, es que esto más $10 + 10$, o si, por ejemplo, el patrón era 10, uno tenía que mostrarles a ellos que se está refiriendo a $10 + 10 + 10 + 10$, o la mitad, que valía la mitad, siempre les daba un poco de dificultad y hacía una fuerza porque... jajaja, porque cometían ese error.

Esta característica se identifica en el momento de la práctica de aula en cada una de las sesiones que se ejecutaron. Se interpretó que la docente -a partir de sus acciones y las respuestas dadas en la entrevista- estaba asumiendo en los estudiantes la dificultad que presentaron, la mayoría de ellos, en la asignación de valores a los íconos de las variables en los pictogramas con escala, estos pictogramas son aquellos cuyos íconos que tienen un valor mayor a la unidad. La docente no abordó inicialmente los pictogramas sin escala, ni explicó la diferencia entre uno y otro, a pesar de ser un presaber con el cual deben contar los estudiantes y se debe enseñar en el grado Primero para trabajar pictogramas con escala en los grados Segundo y Tercero; situación que dificultó la ejecución de las tareas por parte de los estudiantes. Asimismo, no identificó otros tipos de errores que presentaron los estudiantes en el desarrollo de las actividades; de ahí que para esta característica se

identificaron 26 codificaciones con nivel de saturación del 8,67%, correspondiente a la tercera más baja de la categoría.

En este sentido, mencionan Estrella et al. (2015) que el conocimiento profundo de la Estadística por parte de los profesores de primaria, es imprescindible para la comprensión de los errores sistemáticos que cometen los estudiantes. De hecho, se relacionan con la posibilidad de que los errores no son realizados de manera aleatoria - tal como lo expresan Batanero y sus colegas en algunas de sus investigaciones - sino que son producto de presaberes que tienen los estudiantes” (Kilpatrick et al., 1998). Una de las conclusiones de esta investigación refuerza la noción de la presencia de errores sistemáticos, para lo cual será necesario centrar la mirada en fortalecer la formación de docentes frente al conocimiento de los errores de los estudiantes, según diferentes investigaciones consultadas. En este caso se pudo observar que la Ent1 omitió la conceptualización y la explicación de los elementos estructurantes de los gráficos abordados, lo que agudiza la problemática referida. Así mismo, se considera lo expresado por Rico (1998b) respecto a otras variables relacionadas con los errores que cometen los estudiantes, al respecto se puede afirmar que la responsabilidad no la tiene únicamente el docente, también obedece en gran medida a la estructura del sistema educativo y su cultura escolar.

5.1.1.2 Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la representación y análisis de gráficos estadísticos. El análisis y la lectura de gráficos es un factor determinante para su correcta interpretación. Entre los niveles más conocidos y abordados en las investigaciones consultadas se encuentra el propuesto por Curcio (1989), Friel et al., (2001). Según Encarnación Baltazar (2019), “Estos niveles de lectura han sido considerados como un modelo para evaluar y caracterizar la lectura de gráficos estadísticos” (p. 21).

La lectura e interpretación de los gráficos no son tareas fáciles para estudiantes de diferentes edades y niveles educativos, las investigaciones que se han adelantado en el tema han evidenciado que los aprendizajes en este aspecto no son profundos y causa dificultad alcanzar niveles superiores en este aspecto, dado que ello requiere un conocimiento amplio de varios elementos que allí se involucran (Postigo y Pozo, 2000).

En la primera clase de la docente Ent1, tanto en los ejemplos presentados por la docente como en el desarrollo de todas las tareas propuestas, el tipo de cuestionamiento realizado a los estudiantes se relacionaba en su gran mayoría con variables cuantitativas discretas que indagaban por el valor de una frecuencia, la cantidad mayor, menor, el número

de veces, cuántos hay; y en algunos pocos casos se trabajaron variables cualitativas nominales, como se observa en el diálogo: “Ent1: ¿cuántos niños prefieren ver televisión? Estudiante: 7. Ent1: cuéntelos, 1, 2, 3... entonces responde. ¿Cuántos niños prefieren escuchar música?” (**Clase N°1**). De acuerdo a la situación descrita, el nivel de lectura en el cual está inmerso este tipo de situaciones corresponde al nivel 1, leer los datos. En este nivel la información se puede leer de manera literal, ya que se encuentra allí de forma explícita. Según Batanero et al. (2018), un ejemplo en este nivel es “...leer la frecuencia que corresponde a un valor de la variable en gráfico de barras” (p. 51).

En la segunda clase la mitad de las tareas (dos) fueron de nivel 1 de lectura, mientras que en la clase 3, solo una de ellas correspondió al mismo nivel, predominando de esta manera actividades de nivel 2 de lectura de gráficos estadísticos; situación presentada al trabajar pictogramas con escala, cuyas actividades hacían alusión a dos eventos: el primero, la realización de operaciones, “Ent1: 1, 2, 3, 4, 5 corazones, yo los pude haber contado y haber sumado, pero también había podido hacerlo de otra manera, ¿cuál sería esa manera? Bueno ya hice la suma, ¿sería qué? Mul...Estudiantes: multiplicar (en coro)” (**Clase N°2**). Y el segundo, la comparación de los datos presentados, del que se observa el siguiente ejemplo: “Ent1: entonces las organizó por decenas. Pero la pregunta que dice es, ¿qué árboles tienen menos de 50 manzanas?, menos de 50 manzanas. Estudiantes: la B y la E profe (en coro)” (**Clase N°3**).

Para validar la intencionalidad que tuvo la docente en la selección de las tareas propuestas sobre los niveles de lectura, la pregunta 25 de la entrevista indagó respecto al conocimiento de la docente Ent1 sobre los cuatro niveles de lectura y si alguna vez estos habían sido intencionados en el trabajo con los estudiantes, específicamente en lo que corresponde a análisis e interpretación de gráficos estadísticos. Así respondió la docente:

Entrevista:

Ent1: pues los niveles como tal, no. Pero yo sí la intencionalidad era que los niños leyeran la gráfica y además la analizaran, ir más allá de lo que son los datos, por eso dimos unas cantidades para compararlas, menos, más; ahí, pues, estaba leyendo los datos.

Si se analiza el dato extraído de la entrevista, se podría hablar de la intención que tuvo la docente con el desarrollo de las actividades; sin embargo, no se visualizan elementos que permitan identificar que la docente expone conocimiento sobre el nivel de lectura que

tienen los estudiantes. Un asunto es querer llevar a los estudiantes a un determinado nivel de lectura y otro muy diferente es conocer sobre el proceso de lectura que ellos desarrollan, más aún con el desconocimiento de los niveles de lectura de los gráficos estadísticos por parte de la docente, según lo manifestó en la entrevista.

Con este escenario es posible inferir que leer los datos es el nivel de lectura en el cual se encuentran los estudiantes, más aún cuando la docente no ha incluido actividades que permitan evidenciar habilidades de otros niveles de lectura, tales como extraer información implícita en el gráfico, actividad de nivel 2 o hacer inferencias de acuerdo a los datos, que corresponde al nivel 3. Aunque se destaca el interés de la docente por el análisis de los datos presentados en cada una de las situaciones y los múltiples cuestionamientos al respecto, no es un elemento suficiente para desarrollar estas habilidades en los estudiantes, es necesario intencionarlas en las actividades propuestas. Es importante hacer mención, también, que para Eudave Muñoz (2009): “Leer los datos, implica reconocer los elementos que componen un gráfico y los convencionalismos utilizados en su conformación” (p. 13). Por consiguiente, esta es otra de las razones por las cuales se sitúa a los estudiantes en el nivel 1 de lectura.

5.1.1.3 Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes. Respecto a esta característica la docente señala una tabla de conteo que tiene como título Mis juguetes. En la primera está escrita la variable “clases de juguetes” y en la segunda “niños”, la docente pretende diligenciarla con los estudiantes, de acuerdo al juguete seleccionado: carros, trompos, pelotas, resortes, pitos, motos. Se pregunta por la cantidad de estudiantes que tienen cada uno de los juguetes, quiere decir la frecuencia, se realiza el conteo respectivo y en la segunda columna de “niño” hace una raya vertical por cada estudiante que tiene el juguete en mención, al frente de estas líneas escribe la cantidad correspondiente en número. De manera similar se construye el diagrama de barras, formando estas con rectángulos que representan el juguete seleccionado por cada estudiante.

Clase N°1:

Ent1: los niños, ¿cierto? Bueno, entonces vamos a mirar, alzan la mano, ponemos cuidado, los niños que tienen carros, pasan acá, los niños que tienen carros, un carro, muestre el carro, otro niño que tiene carro, otro niño que tiene carro. ¿Quién más?

Ent1: aquí en este... ¿Cuántos niños escogieron carros?

Estudiantes: cinco (en coro).

Ent1: lo vamos a hacer con rayitas, el de Luisa, el de... el de Esteban, Giovanni, ¿y el de?

Estudiante: Santiago.

Ent1: se sientan los niños de los carros. ¿Cuántas pelotas? Salen los niños que tienen pelotas. ¿Ninguna? Ah bueno.

Esta característica se comprende por la manera en que la docente indaga y pretende conocer las elaboraciones mentales de los estudiantes frente a la interpretación y análisis de datos estadísticos en la construcción de dos formas diferentes de representar la misma información, situación que lleva al cambio de representación de un gráfico a otro, en este caso, de una tabla de datos a un diagrama de barras, aun cuando la docente no tenga conciencia de que este es un proceso de transnumeración (Wild y Pfannkuch, 1999), dado que el cambio ofrece nueva información, pero sí tiene conciencia de las dificultades que pueden surgir en este proceso.

Clase N°1:

Ent1: ahora con estas fichas, nosotros vamos a hacer el diagrama, ¿vamos a empezar con los que...? Estudiante: carritos.

Ent1: por cada carro pegamos una escalita, listo. ¿Quiénes tenían carros? ¿Quiénes? Salen los que tenían carros. Pero, ¿cuántos tenían carros? ¿Cuántos carros?

Asimismo, se valora como un acierto, en primera instancia, el hecho de utilizar juguetes para motivar a los estudiantes a tratar de dar solución a la pregunta planteada al inicio de la sesión: ¿cuál es el juguete preferido de los estudiantes del grado Tercero? Y segundo, recrear la situación propuesta por la docente a partir de los mismos juguetes. A pesar de ello, se observa también la necesidad de hacer explícitos o dar a conocer adecuadamente el componente conceptual de la materia, en este caso, los gráficos utilizados para representar la información con cada uno de sus elementos estructurantes. Brindar estos componentes fortalece el pensamiento estadístico de los estudiantes siempre que los ubica en el escenario del conocimiento estadístico y un lenguaje matemático apropiado. Desconocer este tipo de situaciones dificulta la adquisición de la cultura estadística necesaria para ser competentes en esta área.

La relación directa con el pensamiento estadístico, según Watson (2006), se ve desvirtuada ante la falta de conceptualización y postura crítica, para él los requisitos serían

como lo expresa a continuación: a) El avance de las concepciones fundamentales en Estadística b) Entender la forma de razonar y argumentar estadísticamente en contextos que sobrepasan el aula. En este aspecto, las cogniciones de los docentes se deberían enfocar en las interpretaciones sobre las respuestas de los estudiantes, herramienta que podría ofrecer la posibilidad de revisar las actividades o preguntas que se harían a futuro para fortalecer su pensamiento estadístico. Al respecto, la docente considera algunas situaciones que se presentan en el aula con los estudiantes por la experiencia de trabajo con ellos al tener a cargo en un mismo espacio desde el grado de Transición hasta Tercero, más no por la literatura u otras fuentes, de acuerdo a lo expresado en la entrevista.

Entrevista:

Ent1: además, que uno conoce las dificultades de cada estudiante, entonces, por ejemplo, uno va seguro que cierto niño le tengo que explicar desde donde para que pueda seguir, porque no todos aprenden iguales, todos son totalmente diferentes, entonces uno tiene que considerar también las dificultades y el modo como aprende cada estudiante para poderlos acompañar y tener mejor éxito en la clase.

Inv: ¿y usted por qué conoce los niños que tienen dificultad?

Ent1: porque uno ha estado con ellos en varios grados y uno sabe más o menos qué dificultad a pesar de que ha tratado de corregir, se ha trabajado individualmente con ellos y además hay niños que se distraen fácilmente, hay unos niños que se distraen muy fácilmente, por ejemplo, que son inestables en el grupo o que se desconcentran, entonces uno sabe que tiene que dedicársele más a ellos que a los que se van solos.

Para los fines que se persiguen en esta investigación, fue necesario incrementar el nivel de abstracción de las interpretaciones, de allí que una de las características de esta categoría —empleadas en el software—, como es la aquí analizada, permite corroborar que la docente debe elaborar comprensiones mentales del estudiante ante el contenido estadístico como punto de partida para conocer su forma de aprender, con el cual deberá ser coherente con su enseñanza; es decir, la docente debe apropiarse intersubjetivamente del escenario de la enseñanza y el aprendizaje, de modo que se anticipe adecuadamente a la forma de razonar del estudiante en torno al contenido matemático abordado y a los cambios que se presentan al momento de pasar de un gráfico a otro.

En este sentido, Krainer y Llinares (2010, citado en Socas Robayna, 2011) refieren que, “la formación del profesor de Matemáticas tiene como finalidad mejorar las creencias del profesor, el conocimiento y la práctica y contribuir al crecimiento cognitivo y afectivo de los estudiantes” (p. 222). De acuerdo a lo planteado, la dimensión cognitiva del estudiante es tan amplia como todo lo que puede llegar a aprender, incluyendo sus afectaciones y/o emociones, como posibilidad de apertura en la comunicación, expresión e interacción del estudiante con el docente. En síntesis, expresan Pinto Sosa y González Astudillo (2008) que:

el CDC no se limita a estudiar cómo se enseña para obtener conocimiento de la didáctica general, sino que busca que el profesor comprenda lo que se ha de aprender y cómo se debe enseñar el contenido a partir de la propia práctica docente, de la comprensión de cómo el alumno aprende y comprende, resuelve problemas y desarrolla su pensamiento crítico acerca de dicho contenido (Shulman, 1987). (p. 86).

5.1.1.4 Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aun si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes. En la tarea que se enuncia en el siguiente párrafo, se entrega una ficha a los estudiantes con un diagrama de barras, en la línea horizontal (como lo llama la docente) se enuncian los deportes que practican los estudiantes (beisbol, baloncesto, ping pong, natación, tenis y fútbol), en la línea vertical están la cantidad de estudiantes que practican ese deporte. A partir de esa información, los estudiantes responden las preguntas de la profesora.

Clase N°2:

Ent1: cincuenta, muy bien. Que están en la línea... Estudiante: vertical.

Ent1: vertical. Yo tengo aquí y aquí fueron ¿los qué? Las personas, ¿cierto? Aquí me señala las personas que participaron... porque horizontal ¿qué me señala?

Estudiante: los deportes.

Ent1: los deportes, ¿cierto? ¿Qué deportes dijimos?

Estudiantes: beisbol, futbol, baloncesto, natación (en coro).

Ent1: bueno, es decir, ustedes primero hacían estas barras, ¿cierto? Ahora yo tengo que hacer lo contrario, analizar esta gráfica, ¿listo? Bueno, ahora vamos a mirar, ¿cuántas personas participaron en beisbol?

Estudiantes: cincuenta (en coro).

Ent1: ¿por qué yo sé que cincuenta?

Estudiante: porque ahí dice.

Ent1: a ver por aquí, Juan ¿por qué decimos que cincuenta personas participaron?

Estudiante: porque ahí dice.

Ent1: ahí no dice, porque la gráfica sube hasta el número 50 ¿cierto?

Magnusson et al. (1999), identifican el CDC de la siguiente manera: “El conocimiento de contenido pedagógico es la comprensión del profesor de cómo ayudar a los estudiantes a entender temas específicos” (p. 2). De esta manera, se asume que la Ent1 contribuye en primera instancia al entendimiento de cómo un tema específico como la práctica deportiva puede articularse con intereses y necesidades de los estudiantes. Ya, como especificidad de esta característica, se interpretó el hecho de que la docente comprende las respuestas de los estudiantes, así no fuesen muy claras, además jalona este proceso a través de diversas preguntas, aun cuando se evidencia que son preguntas de confirmación o para completar la frase que ella inicia y validar la información requerida. De esta manera, las participaciones de los estudiantes son muy discretas.

De igual manera y como lo expresa la docente en la entrevista, la docente conoce las dificultades de los estudiantes por la experiencia de trabajo con ellos al tener aula multigrado con estudiantes desde grado Transición hasta Tercero, no tanto por la literatura, ni de manera general, sino individualizada, de acuerdo al desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Entrevista:

Ent: además, que uno conoce las dificultades de cada estudiante, entonces, por ejemplo, uno va seguro que cierto niño le tengo que explicar desde donde para que pueda seguir, porque no todos aprenden iguales, todos son totalmente diferentes, entonces uno tiene que considerar también las dificultades y el modo como aprende cada estudiante para poderlos acompañar y tener mejor éxito en la clase.

Se observa, tal como se describió en la característica anterior, la necesidad de utilizar un lenguaje adecuado por parte de la docente y nombrar como corresponde cada uno de los elementos del gráfico utilizado, situación que potencia el aprendizaje en la medida en que las distintas acepciones podrían confundir a los estudiantes. Para este caso, se pudo observar que la docente usa la expresión “líneas verticales” y “líneas horizontales” cuando debería hablar del eje “X” y del eje “Y”.

5.1.1.5 Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas de los estudiantes. En la actividad práctica, la docente entrega a los estudiantes problemas utilizando pictogramas. En la ficha se observan columnas que representa árboles e íconos que representan las manzanas, las cuales equivalen a 10 unidades cada una. La docente hace preguntas de manera general sobre la información que allí aparece, luego los estudiantes las resuelven en la guía de trabajo bajo la tipología de pregunta de selección múltiple con única respuesta.

Clase N°3:

Ent1: a ver, escuchamos. El primer problemita está planteado en esta hojita, estas manzanitas me representan unos árboles y por cada 10 manzanitas hay 10 puntos, o sea, donde hay una manzana, ¿yo estoy contando cuántas?

Estudiantes: 10 (en coro).

Ent1: 10. Todos vamos a mirar la hoja, mirando al frente, levantemos la hoja, la vamos a mirar, ahora sí la vamos a mirar. Cada columna me representa un árbol, ¿cuántos árboles habrá? Cada columna me representa un árbol, la primera pregunta, ¿cuántos árboles hay?

Estudiante: hay 7.

Edilma: a, b, c, d y e, ¿cuántos árboles hay?

Estudiante: 5.

Ent1: 5, ¿Por qué? ¿La primera está representada con qué letra?

Estudiantes: con la A (en coro).

Ent1: ¿la segunda?

Estudiantes: B (en coro).

Ent1: de a uno, C, D y E. Vamos a decir que por cada manzana tiene 10, vamos a decir, pónganle cuidado a la primera pregunta: ¿cuántas manzanas habrá en el árbol que tiene la letra E?

Estudiantes: 3, 30 (en coro).

Ent1: 30, ¿por qué? Porque cada manzana... vamos a contar, 10, 20 y 30.

En el trabajo investigativo desarrollado por Morine-Dershimer y Kent (1999), en relación con el apartado de las fuentes de conocimientos del profesorado, los autores afirman que hay mayor eficacia del aprendizaje en virtud de la coincidencia entre los patrones existentes tanto en el hogar como en el aula, y desde allí, se aboga por una coincidencia entre

el lenguaje natural y el lenguaje académico, al proponer un desplazamiento del discurso en el aula desde un carácter instructivo por parte del docente hacia una guía lingüística que permita al estudiante gradualmente identificar los factores relevantes de aquellos conceptos enseñados, la retroalimentación experiencial.

Si bien es necesario, el uso de un lenguaje técnico por parte de la docente, no solo en las instrucciones dadas para la realización de actividades, sino también en los conceptos explicados, también es menester el uso de un lenguaje natural que le sea familiar al estudiante, para llegar a ser entendido por ellos. Durante las indicaciones y preguntas que hace la docente Ent1, se refleja la contextualización que hace en este sentido. Situación que fortalece las respuestas expresadas por los estudiantes en los diferentes momentos de la clase y el desarrollo de las tareas propuestas, sin embargo, se sigue observando la necesidad de usar un lenguaje matemático en las intervenciones, explicaciones e instrucciones, que permita a largo plazo una apropiación mucho más sólida de los conceptos estadísticos por parte de los estudiantes.

5.1.2 Categoría 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza (CDCM-EN)

Como se observó en la Figura 40 expuesta en la primera categoría, al Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza se le asignaron 115 citas, con nivel de saturación del 38,08%; que equivale a los momentos en los cuales fue posible observar las características de esta categoría, tanto en la práctica de aula: planeación y preparación de clase como en la entrevista, conformando de esta manera la ampliación del horizonte comprensivo. Al contrario de la primera categoría, esta fue la que obtuvo el mayor número de codificaciones contra Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los estudiantes: 75 y Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo: 112.

A propósito, el KCT incluye la relación que tiene el contenido con su enseñanza, “es decir, al entendimiento del contenido matemático y su familiaridad con los principios pedagógicos para enseñar ese contenido en concreto” (Sosa Guerrero, 2013, p. 1579). Dentro de este conocimiento están las habilidades que el docente tiene para utilizar los diferentes métodos o estrategias que se han concebido y utilizado en la enseñanza de una temática. Igualmente, a este subdominio pertenece el conocimiento sobre los recursos didácticos disponibles para la enseñanza como el efecto de estos en el aprendizaje. Al respecto, se presenta en un primer momento una cita que corresponde a la pregunta 23 de la entrevista.

Entrevista. Pregunta 23:

De las estrategias que usted conoce o ha implementado en la enseñanza de la Estadística, ¿cuál le gusta más o cuál le gusta usar más?, ¿con cuál se siente mejor o le parece más útil? y ¿por qué?

Ent1: bueno, me parece que la motivación es muy importante para que el niño se sienta estimulado y uno como que lo contagie de poder realizar la actividad. La actividad practica también es muy importante porque es donde el niño pues lleva a, como que trabaja con lo aprendió.

Las explicaciones son fundamentales, porque la verdad en cosas muy sencillas se enreda siendo tan sencillas, entonces si uno tiene quien le explique, pues sale fácilmente de cualquier error.

El material, supremamente importante porque eso le ayuda a uno a desarrollar la clase y el niño vive y hace que participe de, pues, participa en todo un proceso. Me parece muy importante que el niño pueda no como adivinar, sino que vea en un material.

Inv: ¿en un material concreto?

Ent1: en un material, sí, ya sea gráfico o real, el propósito pues de la clase y eso lo lleva a lograr, a tener mejores resultados en la clase, pues es que en la clase todo es importante, desde los presaberes que tiene el niño hasta la evaluación.

En la pregunta realizada se pretende que la docente identifique las estrategias o recursos utilizados en la clase para la enseñanza del tópico seleccionado y que potenciaron aprendizaje significativo en los estudiantes, a partir de la creación de ambientes de aprendizaje propicios para este. De acuerdo con las respuestas dadas se observó que la docente asume como estrategias de enseñanza de la Estadística los momentos propios del modelo Escuela Nueva de la institución educativa donde labora, tales como “la motivación” (Actividad Básica) y la “Actividad Práctica”, luego las acciones recurrentes a cualquier tipo de clase como “la explicación”. Adicionalmente, la docente identifica el uso de material concreto como mediación para obtener resultados positivos con los estudiantes; sin embargo, a pesar del reconocimiento de tales recursos, la docente no hace mención de estrategias propias para la enseñanza de la Estadística. El uso de representaciones visuales o materiales manipulables son elementos que ayudan a que el estudiante comprenda mejor los problemas

planteados y a generar conexiones entre las partes, según una de las estrategias heurísticas que hacen parte de la visualización.

Es importante resaltar que, a pesar de no existir referencia directa a estrategias propias de la enseñanza de la Estadística por parte de la docente en sus respuestas, en la observación no participante de una de las clases se pudo observar el uso de juguetes para recrear una situación problema y responder cuál era el juguete preferido de los estudiantes de grado Tercero utilizando tablas de datos y diagrama de barras, como se indica en la cita: “Ent1: ¿a ustedes les gustan los juguetes? Estudiantes: Siii. Ent1: entonces yo tengo en esta bolsa unos jugueticos, cada uno va a elegir un juguete..., se pueden quedar con el juguete si no hacen desorden” (**Clase N°1**). De igual manera, en otra clase, se evidenció el uso de figuras para representar pictogramas y dar respuesta a una pregunta relacionada con la venta de postres en la escuela: “Ent1: resulta que cuando ella vendió, este baloncito ella decía que por cada 10 ella sacaba un balón, por cada 10, y este tiene un valor de 5, ¿cuánto vale este?” (**Clase N°2**). Ambos casos implican una apropiación de estrategias propias del área independientemente de que la docente pueda o no verbalizarlas.

Características de la categoría 2. CDCM-EN

En la Figura 43 se observa el grado de expansión del horizonte comprensivo de la categoría CDCM-EN en el diagrama radial según las codificaciones de sus ocho características, excepto conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos que presentó semejanza con el docente dos. Como ya se explicó, el orden en que se realiza la discusión es siguiendo el sentido de las manecillas del reloj, iniciando con la característica 1: conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística.

Figura 43 *Características de la categoría 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. Docente Ent1*



Fuente: Elaboración propia en Excel a partir de los resultados de Atlas.ti.

5.1.2.1 Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística. En una de las preguntas de la entrevista se mencionan los tres tipos de representación que usó la docente en las tres sesiones desarrolladas. Los DBA se consideran como un documento que define de manera específica los gráficos que se deben enseñar en cada uno de los grados de escolaridad de Primero a Quinto y son un recurso de apoyo para la planeación de los docentes. Al respecto, es importante aclarar que la intención investigativa no buscaba indagar por el uso de los DBA en el aula por parte de la docente, pero sí se valió de los DBA como un referente que permitía identificar si la docente conocía o no el tipo de gráficos que se debía enseñar en la Básica Primaria.

Entrevista. Pregunta 15:

En las tareas propuestas se abordaron gráficos para trabajar con los estudiantes la representación y análisis de datos de la siguiente manera:

Clase N°1: tabla de conteo y diagrama de barras.

Clase N°2: diagrama de barras y pictogramas.

Clase N°3: pictogramas. ¿Cierto?

Ahora le pregunto:

¿Tuvo en cuenta si esos gráficos se correspondían con los Derechos Básicos de Aprendizaje? ¿Con lo que está propuesto en los DBA de acuerdo a cada uno de los grados de escolaridad en los que trabajó? ¿Tuvo en cuenta este orden y secuencialidad en la que están propuestos en los DBA a la hora de utilizarlos para ser trabajados con los estudiantes?

Ent1: bueno, los Derechos Básicos, el DBA, uno los tiene en cuenta como al principio de la clase cuando la va a trabajar ¿cierto?, entonces uno ya queda como, uno relaciona este derecho con este tema, pero ya en el desarrollo de la clase pues uno como la tiene preparada, uno está como tranquilo y sabe que ahí está inmerso eso trabajo.

Inv: sí.

Se presenta como hallazgo la interpretación de esta característica en 84 ocasiones, significando un 22,05% del total de interpretaciones para la docente Ent1, lo que significa la representación más alta en la categoría dos. En gran medida se debió a la diversidad de recursos y estrategias empleadas al momento de enseñar el contenido temático, más no específicamente a las alternativas que ofrece la disciplina para la representación de datos estadísticos. De acuerdo a los EBCM en el grupo de grados de Primero a Tercero se deben enseñar tablas, pictogramas y diagramas de barra, situación que coincide con los gráficos abordados por la docente en sus clases. Ya a nivel más específico para cada uno de estos grados y siguiendo los DBA, se deben enseñar los siguientes gráficos:

- Tablas de conteo: 1° y 2°.
- Pictogramas sin escala: 1°.
- Pictogramas con escala: 2° y 3°.
- Gráficos de puntos: 2°.
- Tablas de frecuencia: 3°.
- Gráficos de barras: 3°

Con la información anterior, se puede concluir que la docente desconoce la especificidad que presentan los DBA, no solo por la respuesta dada en la entrevista, sino también porque se abordaron los gráficos de forma general y no atendiendo a la correspondencia según el grado de escolaridad, además es indispensable tener en cuenta que algunos de ellos deben enseñarse de forma progresiva. Al respecto, cabe recalcar que la

población estudiantil es desde grado Transición a Tercero, en una misma aula de clase, lo que significa un aula multigrado, de acuerdo a ello, los aprendizajes se deben incluir para cada grado y no de forma general como lo hizo la docente. Sin embargo, es posible concluir que, aunque la Ent1 no enseñó todos los gráficos de acuerdo a los referentes curriculares, sí hubo gran dominio en cuanto a la implementación de recursos que permiten enseñar estas formas de representación.

Continuación entrevista. Pregunta 15:

Inv: bueno profe. Entonces, miremos algo, aquí tenemos un cuadro comparativo con los referentes curriculares, por ejemplo, los gráficos que se deben utilizar según los DBA para el grado Primero son tablas de conteo y pictogramas sin escala. Usted utilizó tablas de datos, en cuanto a los pictogramas; sin embargo, todos los pictogramas que se trabajaron con los estudiantes fueron con escala. Profe ¿conoce usted la diferencia entre esas dos clases de pictogramas? Con escala y sin escala.

Ent1: jajaja, la verdad no, con escala y sin escala no...

Por ejemplo, en las dos clases todos los estudiantes trabajaron los mismos pictogramas sin hacer la diferencia.

Ent1: pues sí, eso sí lo dijimos, eso sí lo hicimos, pero pues como decir que esos términos los conocemos mucho, no, sí nos falta tener claridad de los mismos.

Sí, porque entonces un niño de Primero no lo entendería, ya más avanzaditos... Inv: claro, entonces la idea es cómo darle esa secuencialidad, esa progresión de aprendizajes de la que nos hablan las Mallas de Aprendizaje y la coherencia vertical de los Estándares.

Ent1: poder relacionarlo con operaciones matemáticas, sí, tiene toda la razón...

Inv: ok. Para el grado segundo y según los DBA se deben trabajar las tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos. En este caso, faltaría los gráficos de puntos. Profe, sabe usted, ¿qué son los gráficos de puntos?

Ent1: no mucho, esos no los he trabajado.

Inv: bueno. Y en el grado Tercero, ¿qué se debe enseñar? Tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala, además de formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.

La segunda parte de la entrevista corrobora las conclusiones que se afirmaron líneas antes. Se hace la salvedad entonces de la no focalización en las alternativas disciplinares de este hallazgo. Al respecto, en las investigaciones realizadas por Díaz-Levicoy, Arteaga et al.

(2017) y Heleno Román y Manzaba Carranza (2019) los autores expresan que la dimensión de los símbolos o imágenes utilizados en los pictogramas para representar una cantidad concreta debe corresponder de manera proporcional con su frecuencia absoluta, relativa o porcentual, así mismo afirman que el símbolo puede repetirse las veces que sea necesario de acuerdo a la frecuencia requerida, en este caso debe explicarse la situación de manera muy clara a los estudiantes. En las clases observadas varios de estos elementos estuvieron ausentes o se daba un valor de manera aleatoria sin atender a las características mencionadas líneas atrás, como se ve en la siguiente cita:

Clase N°3:

*Ent1: de una niña, de una persona ¿cierto? ¿Yo le puedo dar valor a esta niña?
¿Esta niña cuanto valdrá?*

Estudiantes: 2 dólares (en coro).

Ent1: no, no, no es que la vamos a vender, ¿cuánto puede valer?

Estudiante: 2 millones.

Ent1: no, no, ¿cuántos números?

Estudiante: 7.

Ent1: El siete. Entonces yo puedo decir que si hay en un salón hay 7 niñas yo cojo y las represento de esta manera, ¿ya me entendieron?

En la misma clase se asignó un valor de cinco a una de las figuras. Al preguntarse por la mitad el número correspondía a 2.5, por lo que la variable sería cuantitativa continua y está en un conjunto numérico diferente al natural que aún no ha sido trabajado por los estudiantes. Los pictogramas, generalmente, emplean variables cualitativas, razón por la cual la docente debió corregir el valor asignado inicialmente y dar un nuevo valor para que la mitad correspondiera con un número natural, que para ese ejercicio fue 6. En relación con las variables, en la entrevista, se explicó a la docente la importancia de definir el tipo de variables que se pueden trabajar de acuerdo a los gráficos intencionados, ya que no se abordaron en ninguna de las clases, situación que la docente reconoce como una falencia a nivel conceptual.

Para el caso de las tablas, según Estrella (2014), hay algunas habilidades que se deben desarrollar, tales como saber leerlas, poder completarlas, elaborarlas e interpretar la información que en ellas aparece, dado que no es sencillo entender los procesos cognitivos necesarios para su uso. En las clases solo se utilizaron tablas de conteo como otra forma de representar la información. La investigación de Silva (2014), cuyo propósito fue validar la

interpretación y construcción de diagramas de barras y líneas con 69 estudiantes de grado Quinto de primaria de tres escuelas públicas en contextos diferentes; a partir de la realización de tres actividades, se concluye el mejoramiento en el desempeño de los estudiantes para desarrollar las 8 tareas después de la intervención, también que los estudiantes demuestran facilidad para el aprendizaje desde los primeros años de escolaridad; por lo tanto, es importante que este trabajo se realice de manera sistemática, dado el papel que tiene la escuela en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

5.1.2.2 Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos (manejo de situaciones imprevistas en la clase) Clase N°1:

Ent1: 96. Listo, ¿alguien más va a corregir? Aquí está la información, yo podría decir: ahí fue que el rector entregó 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, entonces fue siete puntos, ¿está bien?

Estudiante: no.

Ent1: no, ¿por qué?

Estudiantes: no (en coro).

Ent1: no, porque cada corazón tiene un valor. Ahora sí vamos a contar, ¿cuánto vale este?

Estudiantes: 20, 40, 60, 80 (en coro).

Ent1: 80

Estudiante: 89.

Ent1: no, toca volver a empezar

Estudiantes: 20, 40, 60, 80, 100 (en coro).

Ent1: 100, ¿ciento qué?

Estudiantes: 103 (en coro).

Ent1: y ciento...

Estudiantes: 106 (en coro).

Ent1: 106, ¿estará bien? ¿Quién dijo la verdad?

Estudiantes: nadie (en coro).

Ent1: ¿pero, por qué no decimos la verdad? porque nosotros no ponemos cuidado, yo puedo decir, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 corazones a la carrera y no me sirve, el pictograma tiene cada dibujito o en este momento cada dibujito, cada corazón tiene un valor, ¿cuánto dijimos que valía?

Esta característica presentó 19 codificaciones con un nivel de saturación del 4,99%, siendo la tercera menos abordada en la segunda categoría. Al examinar en detalle este tipo de situaciones en la ejecución de las clases de Estadística en el tópico seleccionado, se asumieron de manera subjetiva las evidencias al no contarse con un marco referencial que permitiera identificar las verdaderas situaciones de contingencia que se pudieron haber presentado en el desarrollo de las clases, y por tener apenas una de las tres planeaciones que soportaran las sesiones que realizó la docente. Valga la pena precisar que, de acuerdo con Rowland et al. (2005), la contingencia es la habilidad que tiene el profesor para dar respuestas convincentes, razonadas y bien informadas ante situaciones inesperadas que se presentan en la clase. Teniendo en cuenta las limitaciones para identificar este tipo de situaciones, fue difícil identificar o clasificar que la docente daba respuesta a las preguntas aparentemente contingentes formuladas por los estudiantes; sin embargo, y a pesar de la cita seleccionada, no fue posible dar cuenta de manera concreta y verídica el conocimiento de la docente respecto a esta característica por no tener evidencias claras y concretas de ella.

5.1.2.3 Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de gráficos estadísticos.

Entrevista. Pregunta 24:

En el desarrollo de las clases usted utilizó diferentes gráficos estadísticos: tablas, pictogramas y diagrama de barras.

Sin embargo, no discutió antes el concepto de variable estadística que señalan los lineamientos, como tampoco los componentes estructurantes de cada gráfico, por ejemplo, las etiquetas en los diagramas de barra. ¿Por qué no lo hizo?, ¿lo había hecho las clases anteriores?, o ¿le parece que no hay que hacerlo?, ¿fue consciente de eso?, ¿cómo lo justificaría?

Ent1: sí sé que me faltó.

Inv: ¿por qué no lo hizo, profe?

Ent1: yo lo decía al principio, sí me faltó más lo teórico, porque lo teórico también lleva a comprender al niño y se va manejando ese vocabulario.

Inv: ajá.

Ent1: ese vocabulario que tiene que verse no solamente en Estadística, eso es muy importante, pero me faltó, yo no sé por qué, jajaja. No sé por qué no lo di, pero eso es muy importante, qué es un pictograma, qué es lo del sistema, todo eso, me faltó un poquito ser más teórica. La teoría ayuda mucho, la explicación teórica.

Inv: entonces, ¿lo había hecho en las clases de antes?, ¿eso sí lo había hecho antes?

O, ¿no fue consciente de eso?

Ent1: no, no, no. Cuando yo después vi y me puse como a evaluar qué me había faltado, porque como era una clase pues que me estaban observando, yo sí eché de ver ahí mismo, uy sí, me faltó un poquito la teoría.

En cuanto a la característica de análisis “Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de gráficos estadísticos” se obtuvieron 66 codificaciones con un nivel de saturación del 17,32%, lo que implica precisar que estos datos no permiten ni pretenden realizar una lectura concluyente sobre la apropiación conceptual de la docente, y mucho menos elaborar juicios de valor sobre su formación disciplinar, puesto que, a los ojos de la presente investigación, se busca comprender aquello que hace el docente en su proceso de enseñanza.

En este orden de ideas, Burbano-Pantoja et al. (2017) describen la preocupación del Ministerio de Educación Nacional de Colombia en el fortalecimiento del pensamiento aleatorio. Asimismo, manifiestan la poca preparación de algunos docentes en el área de las Matemáticas, en las posiciones o visiones didáctico pedagógicas con respecto a la enseñanza de la Estadística atribuyéndolo a problemas relacionados con factores sociales y culturales, y la planificación en materia educativa propia del país, haciéndose procedente la implementación de programas de capacitación tendientes a fortalecer el conocimiento disciplinar, pedagógico y didáctico de los docentes en el área de Matemáticas. Del mismo modo, Marcelo (1993) sostiene que el CDC es un factor fundamental del docente, ya que es la expresión propia del saber sobre el área, la pedagogía y la didáctica, de lo que se va a enseñar.

En las tres sesiones de clase se observó que las alusiones que hizo la docente respecto a los conceptos sobre los gráficos estadísticos no fueron diferenciadores y, por lo tanto, un confusas para los estudiantes. Las explicaciones no permitieron identificar de manera clara las características de cada uno de ellos. Para ilustrar esta afirmación se presentan algunos apartes de las clases que lo evidencian: “Ent1: El diagrama de barras es una representación gráfica de datos. Es muy común observarlos en las facturas, textos, entre otros ” (**Clase N°1**). En la siguiente clase la docente utiliza de nuevo diagramas de barras; sin embargo, les da otra denominación diferente de forma indiscriminada, como se ve en la cita:

Clase N° 2:

Ent1: vamos a utilizar otra forma de representar los datos, pero primero vamos a recordar cómo es que trabajamos con el sistema de barras... ¿Qué vamos a aprender hoy? Recordar cómo es que representamos los datos cuando utilizamos el diagrama de barras.

La forma de denominar los diagramas de barras es incorrecta, dado que los sistemas de barras hacen referencia a un tema tecnológico, situación que puede confundir a los estudiantes en el uso de un lenguaje estadístico y en la conceptualización de los gráficos enseñados. Respecto a los pictogramas se presenta la siguiente cita, en ella se observa que la docente no hace referencia a los pictogramas sin escala, cuyo valor de los íconos es uno, como tampoco explica las formas en que pueden presentarse.

Clase N°2:

Ent1: un pictograma es una forma de representar una información, ¿pero esa información es a través de qué? ... De dibujos. La información por medio de graficas o dibujos. Bueno, lo que yo tengo que decir es que cada dibujo tiene ¿qué? ¿tiene qué? Un...Un valor, mayor que uno, esto no puede valer cero, tiene que tener un valor, porque si es cero no se coloca. ¿listo?

Finalmente, en relación con las tablas de frecuencia, la docente no realizó ninguna explicación. A la luz de los aportes teóricos sobre la característica, se espera que la docente pueda explicar a los estudiantes los tipos de gráficos abordados en cada sesión, así como sus elementos estructurantes para que los estudiantes puedan representar la información y resolver preguntas de tipo estadístico. En consecuencia, las citas expuestas y la entrevista, son una evidencia concluyente del limitado dominio conceptual de la docente, dada la ausencia de conceptualización en las clases y el reconocimiento explícito por parte de ella sobre la falta de ampliaciones teóricas y elementos estadísticos en las sesiones de clase.

5.1.2.4 Conocimiento de estrategias de evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos.

De acuerdo con Danielson (2013), hay cuatro elementos fundamentales para el proceso de evaluación:

1. Congruencia con resultados de la enseñanza. Las evaluaciones deben coincidir con las expectativas del aprendizaje.

2. Criterios y normas. Las expectativas y criterios de evaluación deben estar claramente definidos.
3. Diseño de evaluaciones formativas. Las evaluaciones para el aprendizaje deben ser planeadas como parte del proceso de enseñanza.
4. Uso de la planeación. Los resultados de la evaluación son una guía para la planeación futura (p. 14).

En esta característica se pretende analizar las estrategias empleadas por la docente para evaluar el contenido enseñado en los diferentes momentos de la clase, mas no tomar una postura respecto al tipo de evaluación que se realiza, aunque sí se hacen algunas precisiones sobre el cierre de las clases, espacio en el que se esperaba que la docente retomara elementos aprendidos por los estudiantes y aquellos que les causaron mayor dificultad, como es común en la evaluación formativa.

Cita entrevista. Pregunta 26

¿Cómo evaluó el aprendizaje de los estudiantes en cada una de las sesiones orientadas?, ¿en qué centró su atención cuando estaba mirando qué aprendían sus estudiantes?

Inv: usted hizo todas las actividades, pero evidenció que no hubo un cierre al final de cada clase que recogiera lo que se evaluó, o una lista de chequeo.

Ent1: el tiempo.

Inv: o unas preguntas, o un ejercicio escrito.

Ent1: sí, faltó como un poquito del proceso de evaluación que es tan fundamental, ¿qué aprendió?, ¿cuál fue la dificultad que se presentó? pero también el tiempo, ya llevábamos más de una hora y ya pues como que el tiempo no nos dio.

Pero yo sí sé que eso es fundamental, la valoración del aprendizaje, en los Retos Saber, hay unos modelos de evaluación buenitos y prácticos para proponerles a los niños.

Inv: Retos para Gigantes. Ahí hay muchas listas de chequeo para realizar un proceso metacognitivo con los niños.

Ent1: hay unas tablitas que le ayudan mucho al niño a evaluarse él mismo, no tanto el docente sino él mismo, qué aprendió, qué le causó dificultad, pero la verdad no sé bien.

Inv: de todas maneras, ellos hicieron unas actividades, usted les revisó, también es una forma de evaluar.

Ent1: sí, yo les hice seguimiento, pero así, pero eso también es importante.

Los docentes son los responsables de gestionar todos los elementos necesarios para el desarrollo de la clase. Esta situación incluye; “conocer y utilizar principios, procedimientos y herramientas que, fundamentados en la didáctica de la matemática, les permitan diseñar, evaluar y comparar tareas y actividades de enseñanza y aprendizaje que puedan conformar su planificación de clase” (Gómez, 2007, p. 18). Como discusión, se plantea sobre esta característica la dificultad para comprenderla durante la interpretación, dado que en ninguna de las sesiones se realizó un proceso de validación de los aprendizajes al final, tampoco un proceso metacognitivo con preguntas retadoras, ni autoevaluación o coevaluación con los estudiantes. El cierre de las clases se realizó con el desarrollo de algunas tareas propuestas por la docente. Por otra parte, se resalta la intencionalidad que tuvo al tratar de corregir la totalidad de las tareas en cada uno de los momentos en que se realizaron, manifestadas en acciones como las explicaciones a los estudiantes que hicieron preguntas al diligenciar las fichas o realizar los ejercicios, hacer recorridos por algunas mesas de trabajo de los niños resolviendo dudas y verificando el trabajo realizado por ellos; por lo que pareciera que se abordaran procesos de evaluación formativa; aunque no es un juicio concluyente, según se puede observar en las siguientes citas:

Clase N°2:

Ent1: bueno vamos a contar, ¿Será que estas respuestas son buenas?

Estudiantes: sí (en coro).

Ent1: vamos a mirar, ¿qué es lo que estamos buscando? Aquí tienen la información.

Estudiante: profe, ¿puedo corregir lo que puse? 96 (Estefanía).

Ent1: 96. Listo, ¿alguien más va a corregir?

La evaluación pertenece al mundo de las construcciones cualitativas y sistemáticas que hace el docente para validar el progreso que tienen los estudiantes respecto al logro de un aprendizaje, mientras que el examen se encarga de conocer, a través de unas preguntas formuladas, indicios sobre ese progreso. Durante la ejecución de las clases y la entrevista fue posible evidenciar que la docente reconoce procesos evaluativos -aunque no lo haga de forma consciente- al identificar algunos errores sistemáticos de los estudiantes, siendo esto lo más cercano a evaluación; sin embargo, y como lo reconoce en la entrevista, de acuerdo a la cita presentada en esta característica, estos elementos no se dieron en el desarrollo de las clases, situación que puede validarse el encontrarse solo 4 codificaciones en los textos abordados, con un nivel de saturación del 1,05%. De esta manera, se interpreta que hay un

conocimiento parcial de algunas estrategias de evaluación del aprendizaje en la representación y análisis de gráficos estadísticos, dado que la evaluación no puede simplificarse solo a la verificación de las tareas propuestas, que no fueron diferenciadoras en ninguno de los momentos, mucho menos cuando algunas tareas se realizaron en equipos de trabajo y otras, con ayuda de la docente y solucionadas en el tablero. Con ello, sería necesario validar el tipo de tareas propuesto en cada momento de la clase y su intencionalidad. Otro aspecto importante que se debe tener en cuenta en la evaluación, como estrategia pedagógica, se da en la medida que la docente tenga criterios claros para esta y sean conocidos y manejados por los estudiantes, situación que no se observó en la ejecución de las clases.

5.1.2.5 Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos. En el segundo momento de la clase, que corresponde al cuento pedagógico, la docente realiza una narración de un cuento relacionado con los juguetes y lo utiliza como introducción a la actividad que se desarrolla de manera posterior, aunque el momento no es enunciado por la docente.

Clase N°1:

Ent1: resulta que había una vez una niña que se llamaba Celeste, a Celeste le gustaban mucho, mucho los juguetes, y a ella le gustaba mucho jugar, pero una noche, ella en su cuarto tenía todos los juguetes regados, ¿qué juguetes tendría Celeste?

Estudiante: carros.

Ent1: ella era niña, pero también le gustaban los carros.

Estudiantes: muñecas, osos, peluches (En coro).

Ent1: pero resulta que tenía, a ella le gustaban dos juguetes, le gustaba un payaso y la doctora juguetes. Y tenía todos esos juguetes, pero siempre los ponía cerca de ella.

Si un principio pedagógico es conectar un tema con el interés de los estudiantes, explicar en un lenguaje adecuado, contextualizar a los estudiantes o ganar su atención, este es un ejemplo de ello, así se interpretó, dado que el CDCD-EN incluye la relación que tiene el contenido con su enseñanza, “es decir, al entendimiento del contenido matemático y su familiaridad con los principios pedagógicos para enseñar ese contenido en concreto” (Sosa Guerrero, 2013, p. 1579).

5.1.2.6 Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos.

Clase N° 1:

Ent1: bueno, lo que vamos a aprender es qué es diagrama de barras y vamos a colocar el logro. ¿Qué es lo que vamos a aprender hoy? Representar datos en un diagrama de barras, listo. Y otro logro, lo que vamos a aprender es, identificar o aprender en situaciones cotidianas. ¿Y qué es cotidianas? ¿Quién me dice que es cotidianas? ¿No saben que es cotidianas?, ¿lo que sucede, cuándo? Todos los días, lo que sucede todos los días, listo.

Nota de diario de campo: la docente escribe en el tablero los dos logros para la clase, los lee e invita a los estudiantes a escribirlos en el cuaderno. La docente no verifica que todos los estudiantes así lo hagan.

Clase N°2:

Ent1: vamos a colocar primero ahora sí, sacan el cuaderno y vamos a colocar, sacamos todos el cuaderno ¿listo? Sacamos el cuaderno y colocamos “pictogramas”. Colocamos esto, “para aprender” lo hacemos en una nubecita, nadie debe estar hablando porque todos deben estar trabajando, ¿listo?

Nota de diario de campo: la docente escribe el concepto de pictograma en el tablero, lo lee y los estudiantes lo deben consignar en su cuaderno.

En la última sesión de clase la docente enunció el gráfico estadístico que se iba a trabajar para abordar uno de los procesos de la actividad matemática como lo es la resolución de problemas. “*Ent1: bueno, ahora sí ponemos atención. Estamos diciendo y estamos hablando que vamos a resolver problemas con pictogramas, para los que no vinieron, para los que estaban en la casa*” (Clase N°3).

Conviene aclarar que, aunque en esta característica se preguntan por los objetivos de las clases, se consideran equivalentes las nominaciones de logros, propósitos, e inclusive, la enunciación del contenido. Se observa que solo en la primera clase la docente da a conocer los logros propuestos para ella, tanto de forma oral como escrita al anotarlos en el tablero, además, los estudiantes los escriben en su cuaderno. En las demás clases, los objetivos de aprendizaje deben ser inferidos por la investigadora a partir de la enunciación del tema o de las actividades propuestas por la docente y desarrolladas por los estudiantes. Esta situación se valida con el bajo número de codificaciones de la característica, que corresponde a 16 y un nivel de saturación del 4,20%, siendo la segunda más baja respecto a esta categoría.

En relación con la verificación de la comprensión de los objetivos por parte de los estudiantes, no hay evidencia muy clara al respecto, ya que, si bien la docente hace preguntas respecto a lo que se va a trabajar en las sesiones para validar esta situación, estas son respondidas la mayoría de veces por la misma docente o deja frases incompletas para que los estudiantes las complementen, en ningún momento se observó que los estudiantes parafrasearan los objetivos. De acuerdo con Verdugo-Perona (2017), un mayor conocimiento temático refiere “más y mejores objetivos de aprendizaje planteados y actividades para el aprendizaje, al igual que una mejor conciencia de los posibles obstáculos de aprendizaje de los alumnos” (p. 449). De ahí la importancia de tener objetivos claros, medibles y alcanzables; pero además deben ser igualmente claros para los estudiantes en su proceso de aprendizaje. Este punto es uno de los elementos centrales para la estructuración del currículo, y corresponde a la construcción del conocimiento mediante el desarrollo y alcance de los objetivos propuestos (Rico, 1997).

Es importante que los estudiantes comprendan lo que se enseña en las clases, de esta manera, entenderán con mayor facilidad qué se espera de ellos y podrán hacer una valoración mucho más clara de sus aprendizajes. Esta situación se podría fortalecer con listas de chequeo, autoevaluaciones o coevaluaciones, entre otros, como se indicó líneas atrás en la característica conocimiento de estrategias de evaluación.

5.1.2.7 Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos. Esta característica obtuvo 80 codificaciones con un nivel de saturación del 21.00%, de esta manera se convierte en la segunda con el mayor número de codificaciones de esta categoría, al lado de “Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística”, con 84 codificaciones y con la cual se complementa. Asimismo, se relaciona con “Conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos”.

En la pregunta 17 de la entrevista, la investigadora enuncia los recursos utilizados por la docente en el desarrollo de las clases: juguetes, fichas de rectángulos de colores, carteleras de tabla de conteo, pictogramas y diagrama de barras, imágenes de corazones, balones, de niños y niñas de papel de diferentes tamaños, tablero, marcadores, fichas de trabajo y un texto escolar.

Entrevista. Pregunta 17:

¿Cuáles fueron los criterios para la selección de estos recursos?, ¿por qué los consideró pertinentes?, ¿resultaron siendo importantes o no para el desarrollo de la clase y la consecución de los objetivos?

Ent1: bueno, los juguetes pues es ya más una motivación y que mediante ese ejemplo los niños vieran que había un juguete que se repetía pues como para tener coherencia con la clase, cuáles eran los que menos escogieron, entonces ahí va uno relacionando con la tabla ¿cierto?

La cartelera a mí me parecía fundamental porque pues ahí se mostraba era lo fundamental, el tema y es la tabla lo que se requería en la clase. Qué más le digo, los pictogramas, pues como se les daba un valor, entonces tenían que tenerse independiente cada ficha para poder que ellos vieran, hasta el tamaño tuve en cuenta. Y yo creo que seleccioné unos no, no muchos, pero sí los que fueran necesarios para la clase y como para que los niños me entendieran... Inv: ok, pero con lo que usted desarrolló, ¿consiguió sus objetivos?

Ent1: sí, sí, porque ellos todos lo vivieron, ellos participaron, pasaron, vieron, ellos colocaron, fueron llenando con las fichitas el sistema de barras, todos lo hicieron, entonces ahí pues eso se les queda como en la memoria, fue una cosa que ellos construyeron.

Para la característica conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos se hace la relación con la investigación de Gómez (2007), allí el autor expresa que los docentes son los responsables de gestionar todos los elementos necesarios para el desarrollo de la clase, desde su planeación, con ayuda de diversos recursos y documentos como textos escolares y otros, hasta su ejecución a partir de elementos como la experiencia y el conocimiento profesional. En las clases observadas a la docente Ent1 se evidenció el uso de diversos recursos como los nombrados al inicio de esta característica, todos ellos seleccionados de acuerdo a la temática abordada y a la consecución de los objetivos de la clase, así estos no fueran verbalizados por la docente. Por ejemplo, en una de las sesiones utilizó siluetas de niños y niñas para trabajar pictogramas con escala y le asignó valores numéricos a cada una de las imágenes, los entregó a los diferentes grupos para su manipulación y como ayuda en el desarrollo de las tareas propuestas, según como se evidencia en la cita seleccionada: “Ent1: a ustedes yo les voy a dar, esta es la figura de un niño, este vale 3, esta es la figura de una niña, esta niña le vamos a poner un valor de 5” (Clase N°3).

En esta misma línea, Batanero, Díaz, Contreras y Arteaga (2011) sugieren utilizar otras estrategias que se vinculen de manera directa al uso de los recursos, por ello proponen la utilización de Internet para la enseñanza de la estadística, algunos de estos elementos son: cursos y materiales didácticos, revistas electrónicas y centros de recursos, servidores con recursos y Software didáctico en Internet (Applets), entre otros; dado el efecto positivo que estos tienen en la enseñanza. Cabe recordar que en la institución educativa en la que labora la docente se encuentra ubicada en zona rural y allí no hay disponibilidad de dichos recursos; sin embargo, no se puede pasar por alto el uso de otros objetos, que no son necesariamente elementos didácticos de la estadística, pero que asumen valor didáctico desde la intencionalidad formativa de la docente, de allí la importancia de reconocer la capacidad de aprovechar otros recursos según la situación de aula y el propósito de enseñanza.

5.1.3 Categoría 3. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo (CDCM-CU)

Como se observó en la Figura 41 expuesta en la primera categoría, al “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo” se le asignaron 112 codificaciones, con nivel de saturación del 37,09%; que equivale a los momentos en los cuales fue posible observar las características de esta categoría, tanto en la práctica de aula, planeación y preparación de clase como en la entrevista, conformando de esta manera la ampliación del horizonte comprensivo. Se observó que el número de codificaciones fue muy cercano a la segunda categoría “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza” con 115, y muy distante de la primera “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes” que obtuvo 75 codificaciones.

Para la definición de esta categoría (KCC), se aborda la conceptualización presentada por Shulman (1986):

...representado por el conjunto de programas diseñados para la enseñanza de temas específicos y temas a un nivel determinado, la variedad de materiales educativos disponibles en relación con los programas, y el conjunto de características que sirven tanto como las indicaciones y contraindicaciones para el uso del plan de estudios particulares o los materiales del programa en determinadas circunstancias. (p. 10)

De acuerdo al concepto sobre el CDC y el currículo presentado por Shulman, se aborda la Estadística, específicamente, los gráficos estadísticos, así como la importancia de

estos elementos para los estudiantes. Con el propósito de ilustrar dicha categoría se parte de la cita de la pregunta 6 de la entrevista:

Entrevista. Pregunta 6:

Ent: cuénteme respecto a la experiencia que tiene en la docencia enseñando Matemáticas, específicamente Estadística (años, en qué sector y qué ha enseñado de Estadística).

Ent1: pues de Estadística, a ver, que yo recuerde, sí, esos temas, más que todo el sistema de barras, sacar la información, leer, hacer la lectura de gráficas, pues cosas así muy qué, muy sencillas, porque yo llevo en el colegio, lo que trabajé en el colegio, fue con niños de los grados Transición, Primero, Segundo y Tercero, entonces, cosas sencillas pero que si tenían que ver con Estadística. No, pero así, lo que le diga, sistema de barras más que todo, o situaciones así problemáticas donde.

En el segundo aspecto se extrae la cita de una de las clases orientadas por la docente en el momento inicial de la clase, donde se enuncia el contenido que se va a desarrollar teniendo en cuenta los presaberes de los estudiantes, que para este caso se relacionaron con el uso de los diagramas de barra en situaciones cotidianas para los estudiantes.

Clase N°1:

Ent1: ¿dónde ustedes han visto el sistema o el diagrama de barras?

Estudiantes: con la profesora Martha (en coro).

Ent1: con la profesora Martha, ¿Y qué fue lo que ella hizo? ¿Quién me cuenta?

Estudiante: ella hizo unos animalitos con las mascotas y unas barras.

Ent1: ¿y dónde más lo han visto? ¿Dónde les había dicho?

Estudiante: en la factura.

Ent1: es muy común que esto se vea ¿en la factura de qué?

Estudiantes: del agua (en coro).

Ent1a: o en la factura de la...

Estudiantes: luz (en coro).

Ent1: ¿cierto? Entonces vamos a hacer otra situación, por eso yo digo que, en lo cotidiano, eso es lo cotidiano, que nosotros veamos estos datos y los interpretemos en un sistema de barras en cosas que suceden diariamente, ya sea con las mascotas como lo hicieron con la profesora Martha, ya sea en la factura de la luz, en un libro, bueno.

En primera instancia, como ya se ha expresado en otros apartados, la docente Ent1 no tiene formación en Estadística, de esta manera, se observa en las citas seleccionadas que la docente hace uso de su experiencia en Estadística desde dos componentes: los años de enseñanza en Básica Primaria y los contenidos enseñados durante estos años. Respecto a la importancia de la Estadística en el ámbito escolar la docente considera que es útil para aplicarse en situaciones cotidianas como la lectura de facturas o de información que aparece en diferentes medios de comunicación. Ya en lo referente a la organización del pensamiento estadístico y de los gráficos estadísticos en el currículo, se consideraron las dos citas siguientes, las cuales se vuelven materia de análisis por su relación directa con el tópico estadístico privilegiado en la presente investigación.

Entrevista. Pregunta 9:

En la organización de las Matemáticas en el año escolar, por ejemplo, ¿usted separa Aritmética, Estadística, Geometría? Mejor dicho, ¿cuál es la organización que usted hace con estas diferentes subdisciplinas de las Matemáticas? por llamarlas de alguna manera. ¿Qué tiempo dedica a las Matemáticas y a cada una de ellas en la semana?, ¿con qué criterios hizo esa asignación?

Ent1: no pues eso ya sería, los horarios están estipulados pues... Inv: ¿cuántas horas son para Matemáticas?

Ent1: cinco horas de Matemáticas, eso no me lo inventé yo, siempre generalmente eso está en la ley 115 y en PEI del colegio y la Ley 1860.

Inv: sí.

Ent1: sí, eso no me lo inventé yo, así como Matemáticas, Lenguaje, todas las áreas tienen una intensidad horaria, entonces pues uno se rige con lo que, con las normas.

Inv: y, por ejemplo ¿usted separa Aritmética de Estadística y de Geometría?, o ¿da todo junto?

Ent1: no, todo junto. Pues, que le digo yo, Geometría está pues, uno diría que aparte, Estadística no, Estadística es como un tema de las Matemáticas.

Inv: entonces de esas cinco horas que usted tiene para Matemáticas, ¿cuántas horas a la semana da Geometría?

Ent1: una.

Inv: una, y Estadística, ¿no la tiene también así? Una, sino que está dentro de las Matemáticas.

Ent1: no, dentro de las Matemáticas, aparte no, es un tema normal de Matemáticas.

Entrevista. Pregunta 11:

El tópico abordado en esta investigación es análisis y representación de gráficos estadísticos y en esa temática se desarrollaron las clases, ¿usted lo trabaja usualmente en sus clases?, ¿en qué momento lo ha trabajado antes?, ¿por qué lo hubiera trabajado en clase?, ¿por qué es importante trabajar este contenido con los estudiantes?

Ent1: bueno, los he trabajado en las clases y en otras oportunidades, en los proyectos de investigación que yo he trabajado con los niños siempre se tiene en cuenta para unas entrevistas sencillitas que se hacen, o cuando se recogen ciertos datos, o para la información ya del proyecto, para presentar el informe eso se ha tenido en cuenta, desde luego no son cosas muy avanzadas, no, pero que aplicación sí han tenido, en clase de Matemáticas también, en clase de Naturales, en alguna observación que se ha hecho, en otras oportunidades pero sí se han abordado, y sí son muy importantes porque ellos están aplicando lo que han visto en Matemáticas en otros temas.

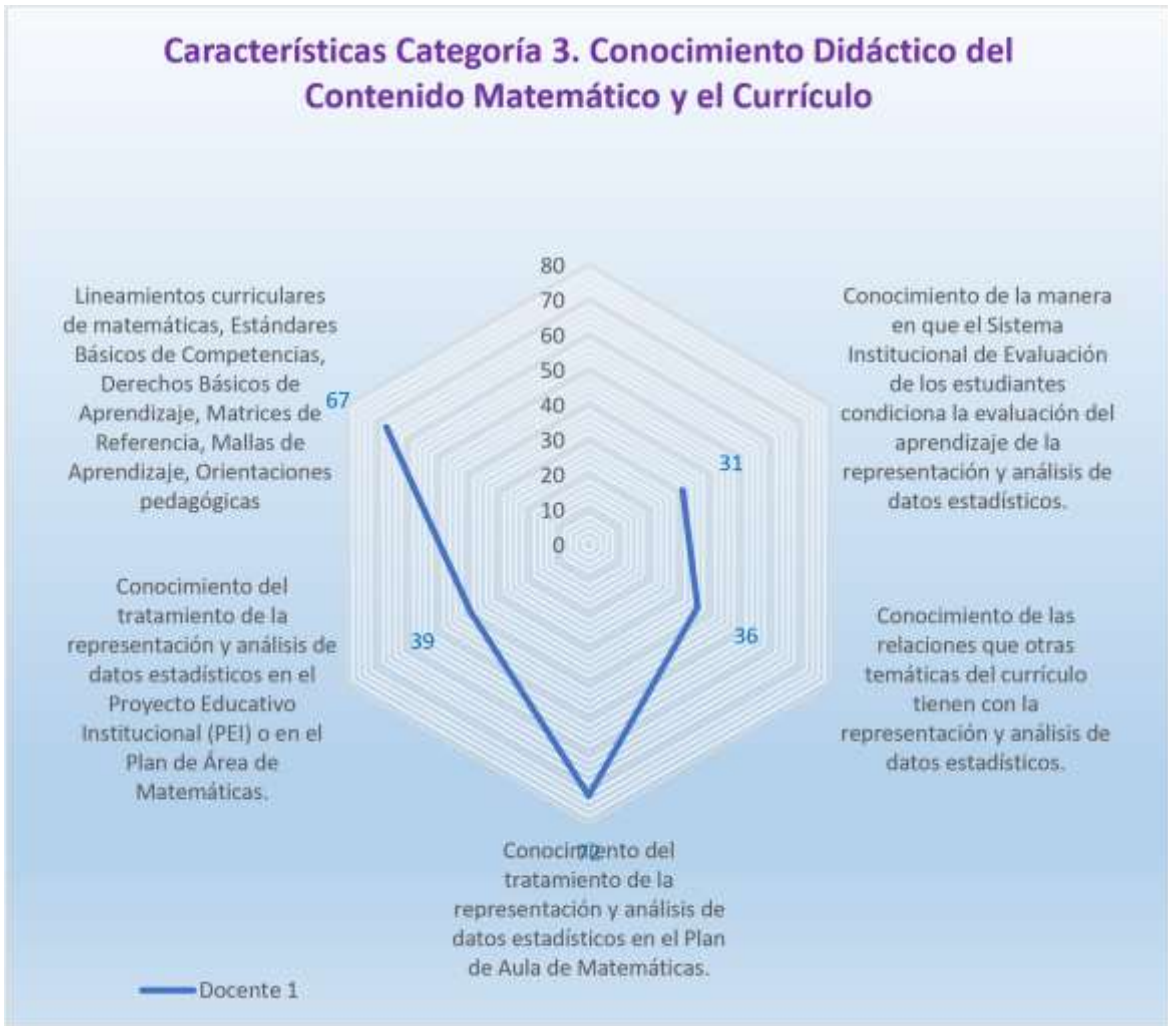
En los fragmentos de la entrevista de las preguntas 9 y 11 se observó que dentro del horario de clase semanal la docente tiene establecido cinco horas para la enseñanza de las Matemáticas, tal como lo indica la legislación colombiana y como está explícito en el PEI; sin embargo, no tiene un horario semanal asignado para Estadística ni para los otros pensamientos matemáticos, excepto Geometría (una hora semanal), por lo que la mayor cantidad de tiempo la dedica al pensamiento numérico. Así mismo, se observó desarticulación entre el plan de área y de aula con los referentes propuestos por el MEN, aspecto que se ampliará en una de las características de esta categoría. Razón por lo que se podría concluir que el tratamiento que la docente da al tópico seleccionado “Representación y análisis de gráficos estadísticos”, lo hace no solo desde la legislación vigente, sino también desde su conocimiento y experiencia en el campo educativo, teniendo en cuenta que, según lo expuesto por ella en la entrevista, no participó en la construcción del plan de área de Matemáticas ni tampoco le ha realizado ajustes.

Características de la categoría 3. CDCM-CU. Docente Ent1.

En la Figura 44, diagrama radial, se observa el grado de expansión del horizonte comprensivo de la categoría CDCM-CU y de acuerdo a las codificaciones de sus cinco características, no se encontró semejanza en ninguna de ellas con el docente Ent2. Para la triangulación de los resultados se procedió de la misma manera que las dos categorías

anteriores, iniciando con la característica 1, “Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos”.

Figura 44 Características categoría 3. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent1



Fuente: Elaboración propia en Excel a partir de los resultados de Atlas.ti.

5.1.3.1 Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos. Para el análisis de esta característica se retoma el fragmento de la entrevista realizada a la docente y que se usó para la característica “Conocimiento de estrategias de evaluación y del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos”, correspondiente a la categoría 2.

Entrevista. Pregunta 26

¿Cómo evaluó el aprendizaje de los estudiantes en cada una de las sesiones orientadas?, ¿en qué centró su atención cuando estaba mirando qué aprendían sus estudiantes?

Inv: usted hizo todas las actividades, pero evidenció que no hubo un cierre al final de cada clase que recogiera lo que se evaluó, o una lista de chequeo.

Ent1: el tiempo.

Inv: o unas preguntas, o un ejercicio escrito.

Ent1: sí, faltó como un poquito del proceso de evaluación que es tan fundamental, ¿qué aprendió?, ¿cuál fue la dificultad que se presentó? pero también el tiempo, ya llevábamos más de una hora y ya pues como que el tiempo no nos dio. Pero yo sí sé que eso es fundamental, la valoración del aprendizaje, en los Retos Saber, hay unos modelos de evaluación buenitos y prácticos para proponerles a los niños. Inv: Retos para Gigantes. Ahí hay muchas listas de chequeo para realizar un proceso metacognitivo con los niños.

Ent1: hay unas tablitas que le ayudan mucho al niño a evaluarse él mismo, no tanto el docente sino él mismo, qué aprendió, qué le causó dificultad, pero la verdad no sé bien.

Inv: de todas maneras, ellos hicieron unas actividades, usted les revisó, también es una forma de evaluar.

Ent1: sí, yo les hice seguimiento, pero así, pero eso también es importante.

Es importante recordar que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes (SIEE), es el que define los criterios para evaluar los aprendizajes que obtienen los estudiantes en una institución educativa del país y está reglamentado por el Decreto 1290 (MEN, 2009). El SIEE de la Institución Educativa El Roble fue adaptado y ajustado desde el año 2010, está estructurado a partir de unos criterios de evaluación, la escala de valoración respectiva con sus características y es regulado por el Comité de Evaluación y Promoción de los estudiantes.

En el apartado de criterios de evaluación se define el tipo de evaluación que se debe desarrollar con los estudiantes de manera muy general, así: “la evaluación de los educandos es continua, integral y cualitativa” (Institución Educativa El Roble, 2018, p. 86). Sin embargo, no incluye estrategias de evaluación específicas dado que explica que “Se evalúa en forma oral, escrita, individual, grupal y en forma aplicada” (Institución Educativa El Roble, 2018, p. 44). Elementos como estos se observaron en las tres clases a través de los

diferentes recursos y estrategias utilizadas, inclusive, como era un aula multigrado, los estudiantes de Tercero apoyaron el desarrollo de algunas tareas a los estudiantes de Transición y Primero, tal como se evidencia en la cita:

Clase N°1:

Ent1: cada uno debe quedar con una hojita, ¿quién me falta?, ¿quién falta por hojita? Cada uno debe tener una hoja. ¿Quién me falta? Bueno, vamos a empezar con la primera tabla y vamos a empezar con los carros, 5 carros, hacemos las rayitas y vamos a hacer los diagramas.

Ent1: y luego cuando terminen, entonces pintamos el número de carros, el número de trompos...el número de... Estudiantes: ¿cómo así?

Ent1: mami vea: carros, trompos, motos...

Ent1: y usted les colabora a ellos. Bueno, bien juiciosos.

En esta tarea la docente explica a los estudiantes del grado Transición la actividad a desarrollar y designa a una niña de Tercero para que les ayude con el ejercicio. El trabajo colaborativo es una estrategia utilizada de manera recurrente en las escuelas unitarias que manejan la metodología Escuela Nueva.

Otro aspecto que se explica en el SIEE es la cantidad de períodos académicos durante el año lectivo y las características que poseen los informes que se entregan a los padres de familia, los cuales deben describir el avance de los estudiantes en términos de: “logros, competencias, conocimientos; debilidades y fortalezas, notas diarias y valoración cualitativa del periodo, basados en los estándares o lineamientos de cada área” (Institución Educativa El Roble, 2018, p. 86). De esta manera, se observa que no existen un protocolo de evaluación que especifique el paso a paso que deben seguir los docentes para evaluar a sus estudiantes de acuerdo al modelo pedagógico Escuela Nueva, adoptado por la I. E, esta se desarrolla a partir de los criterios de la docente.

La situación descrita justifica en cierta medida el número de codificaciones analizadas: 31 y el nivel de saturación del 12,65% que se obtuvo en este sentido. De acuerdo a los elementos descritos en el PEI es necesario que la docente atienda estos criterios al momento de planear la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes; es decir, que si la docente Ent1 hila estos preceptos institucionales lo más indicado es que lo que va a enseñar garantizará el cumplimiento de tales criterios con toda la propuesta educativa que ha definido la Institución. En este caso, la situación descrita no se hizo explícita en ninguno de los documentos utilizados para la triangulación de la información.

5.1.3.2 Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos.

Clase N°3:

Ent1: con 9. Si yo tengo 3 niñas ¿Cuánto valdrá? 7 y 7 y 7.

¿7 y 7?

Estudiante: 14.

Ent1: 7, 14 y 21. Yo los pude haber contado y haber sumado, pero también había podido hacerlo de otra manera, ¿cuál sería esa manera? Bueno ya hice la suma, ¿sería qué? Mul...

Estudiantes: multiplicar (en coro).

Clase N°2:

Ent1: bueno, como vamos a trabajar en grupito, entonces todos vamos a empezar a leer cómo fue que utilizaron estas barras aquí. ¿De qué trata esta información?

Thomás, ¿de qué trata esta información? El director de deportes... vamos a leer, el director de deportes del colegio preguntó a grupo de alumnos sobre la preferencia para practicarlos, para informar los resultados presentó un gráfico como el siguiente: ¿qué gráfico utilizó?...

Estudiantes: el sistema de barras (en coro).

Ent1: abajo vemos los deportes. En la línea horizontal están los deportes, ¿qué deportes practicaron?

Estudiantes: beisbol, baloncesto, natación, tenis, fútbol (en coro).

La característica “Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos” obtuvo 36 codificaciones con un nivel de saturación del 14,69%, siendo la segunda más baja para esta categoría. De acuerdo a las citas seleccionadas para el análisis de esta característica fue posible constatar el esfuerzo que hace la docente por relacionar otros contenidos temáticos con la representación de gráficos estadísticos a través del desarrollo de algunas tareas propuestas, al recrear o dar solución a situaciones referidas al contexto de los estudiantes, como el uso de la suma y la multiplicación, que hacen parte del pensamiento numérico, y en el proceso de organización de la información para dar respuesta a diferentes preguntas a partir de un pictograma; también, se puede evidenciar la importancia y uso del número en Estadística y

la coherencia horizontal entre los pensamientos, de la que se habla en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

De igual manera, el segundo ejemplo se da en el contexto escolar cuando el director de deportes pregunta por la preferencia deportiva de los estudiantes y la información es organizada en el mismo gráfico que el ejemplo anterior, sin embargo, cabe subrayar que algunos de los deportes mencionados son desconocidos por los estudiantes y otros no son practicados por ellos. Respecto a las otras tareas propuestas en las tres sesiones de clase, se evidencia poca relación con otros contenidos del currículo e inclusive con el contexto de los estudiantes.

De aquí también surge una conclusión y es que la docente cumple tácitamente con el currículo real (Posner, citado en Vílchez, 2004); este concepto coloca al docente de cara a la realidad y a la institución, pues lo invita a ir más allá de su clase, de su plan de trabajo e incursionar en otros temas como los materiales, los recursos y la evaluación. De acuerdo a las citas presentadas, es clara la manera como la docente Ent1 intenta exponer aspectos que apoyen el conocimiento de la característica en mención; no obstante, surge la inquietud si lo hace de manera intencionada valorando su importancia; por consiguiente, este aspecto se aborda en la entrevista, obteniendo mayor información para profundizar en su discusión. La pregunta 12 se relacionó con los criterios tenidos en cuenta por la docente para la selección de algunos recursos y su pertinencia para la consecución de los objetivos, a lo que la docente respondió: “Ent1: bueno, los juguetes pues es ya más una motivación y que mediante ese ejemplo los niños vieran que había un juguete que se repetía pues como para tener coherencia con la clase, cuáles eran los que menos escogieron” (p.23). En el mismo sentido se responde la pregunta 13 de la entrevista:

Pregunta 13:

De acuerdo a las tareas realizadas, ¿qué tuvo en cuenta al momento de planearlas? Por ejemplo: los gustos, los intereses de los niños, lo que a ellos les llama más la atención o las características del contexto donde viven.

Inv: por ejemplo, ¿por qué escogió balones, juguetes, arboles, postres?

Ent1: porque eso es lo que se vive en el medio de los niños y fuera de eso uno de los logros era resolver situaciones, pero teniendo en cuenta como el contexto, el contexto, entonces...

Inv: de la cotidianidad.

Ent1: sí, el contexto y lo que los niños ven siempre, lo que ellos ven.

De acuerdo con las citas de la entrevista se puede afirmar que la docente reconoce la importancia de conectar la actividad matemática con el contexto y la realidad del estudiante, pero desconoce la importancia de conectar al mismo tiempo las emociones con la cultura, por lo que pudo haber hecho un acercamiento más profundo sobre la realidad de sus estudiantes.

5.1.3.3 Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de aula de Matemáticas.

Entrevista. Pregunta 10:

Los contenidos seleccionados por usted para el plan de aula de los grados Primero a Tercero y que fueron enunciados en la pregunta 8 (Primero: recolección de datos y pictogramas. Segundo: diagrama de barras y Tercero: tablas de frecuencia, diagrama de barras y pictogramas). ¿Con qué criterios fueron seleccionados?, ¿por qué los considera pertinentes?, ¿cuáles referentes curriculares utilizó para la organización y planeación de las clases?, ¿los contenidos seleccionados corresponden con los evaluados en las pruebas diagnósticas y Saber que se aplican a los estudiantes?

Ent1: bueno, seleccioné los contenidos, primero en el plan de estudio.

Inv: ok.

Ent1: bueno, posteriormente pues uno tiene en cuenta que es importante para los niños, los textos de Matemáticas, las unidades uno siempre también se guía para ubicarse en los temas, también los Estándares y las competencias en alguna parte los relaciona y cuando los niños se presentan a las pruebas Saber uno sabe que muchos de estos, del sistema de barras, de diagramas y de todos estos temas los relacionan, entonces uno los tiene en cuenta y trabaja pues situaciones como unos ejemplos para que ellos no vayan como sin ninguna información y no estén actualizados y no sea extraño para ellos el resolver por ejemplo una guía, o una encuesta, o una prueba referente a Matemáticas.

Inv: bueno, cuando usted hizo la planeación, utilizó algún referente curricular para hacer la planeación, digamos los DBA.

Ent1: los Estándares, los DBA, sí claro, sí tuve en cuenta y entonces en los ejercicios que hicimos en la formación del PTA, eso se hizo, también cuando hicimos unas pruebas hicimos el, cómo se dice, el, pues que no se quedara solo como una prueba sino el plan de mejoramiento. Entonces allá fuimos y buscamos y relacionamos y

para poder hacer el plan de mejoramiento, entonces y porque eso tenía su relación con los referentes curriculares, hicimos los ejercicios, la aplicación a estos temas.

Inv: bueno profe, muy bien.

Para iniciar, se especifica que esta característica presentó 72 codificaciones y un nivel de saturación del 29,39%, numeración que la ubica con el puntaje más alto de esta categoría. De acuerdo con el plan de aula presentado por la docente durante el trabajo de campo se percibe claridad en los contenidos estadísticos que ella selecciona para la enseñanza de la representación e interpretación de datos, de la siguiente manera:

- Grado Primero:
Tercer período: recolección de datos.
Cuarto período: pictogramas.
- Grado Segundo:
Tercer período: diagrama de barras.
Cuarto período: probable, poco probable
- Grado Tercero:
Segundo período: tablas de frecuencia.
Tercer período: diagrama de barras y pictogramas.
Cuarto período: probable, poco probable.

Sin embargo, se observa que de acuerdo al plan de aula presentado por la docente no coincide plenamente con la respuesta dada en la entrevista, de acuerdo con la Figura 45. Primero, porque los contenidos seleccionados no se corresponden con el plan de área institucional ni los referentes curriculares en Matemáticas del pensamiento Aleatorio, y segundo, porque no se observa coherencia vertical al no darse la progresión de los aprendizajes entre los cuatro períodos académicos en cada grado escolar, ni tampoco de un grado a otro. Al respecto, una de las recomendaciones que se encuentra en la bibliografía consultada hace referencia al análisis, reflexión y selección de los contenidos curriculares en Estadística que se deben orientar en los diferentes niveles académicos, tarea esta que debería ser realizada por los docentes -según lo expresan los investigadores- independientemente de que los contenidos sean organizados por las entidades oficiales pertinentes, además es necesario que sean ajustados al nivel de conocimiento que tengan los estudiantes (Azcárate y Cardeñoso, 2011).

Figura 45

Plan de área de Matemáticas I.E El Roble

 INSTITUCIÓN EDUCATIVA EL ROBLE NEIRA - CALDAS Plan de Áreas y asignaturas Matemáticas					
PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMETRICOS	Resuelve y formula problemas que requieren para su solución, coleccionar y analizar datos del entorno. Representa el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.			<ul style="list-style-type: none"> Utiliza las operaciones suma, resta para representar el cambio en una cantidad. Formula situaciones problema con base en el entorno y utiliza datos del mismo (entorno) para plantear soluciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Responsabilidad y calidad del trabajo de aula individual y grupal. La responsabilidad con el trabajo extracurricular.
PERIODO 4					
PENSAMIENTO NUMERICO Y SISTEMAS NUMERICAS	Identifica si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables.	<ul style="list-style-type: none"> Estadística, probabilidad, geometría y medición. Las cualidades. Diagrama de barras. Combinaciones. Seguro – imposible. Líneas abiertas y líneas cerradas. El manejo de la regla. Líneas horizontales y líneas verticales. Líneas poligonales. Traslación de figuras. El cubo. El prisma. Cilindro como estereoprímide. Figuras geométricas planas. 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce y compara atributos que pueden ser medidos en objetos y eventos (longitud, duración, rapidez, masa, peso, capacidad, cantidad de elementos de una colección). Realiza medición de longitudes, capacidades, peso, masa, entre otros y para ello utiliza instrumentos y unidades estandarizadas y no estandarizadas. Compara objetos del entorno y establece semejanzas y diferencias empleando: 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica atributos que se pueden medir en los objetos. Compara y ordena objetos de acuerdo con atributos como altura, peso, intensidad de color entre otros. Compara y ordena colecciones según cantidad de elementos. Mide longitudes con diferentes instrumentos y expresa el resultado en unidades estandarizadas o no estandarizadas comunes. Compara objetos a partir de su longitud masa capacidad y duración de eventos. Toma decisiones a partir de las mediciones realizadas y de acuerdo a los del problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Cortece. Mediciones. Descripciones de figuras. Pruebas objetivas y valoración de resultados. Evaluación del interés y desempeño en las actividades propuestas. Manejo correcto de instrumentos de trabajo. La calidad del trabajo realizado en el aula y fuera de ella. La competencia para plantear Situaciones problema y buscar la solución con base en los saberes aprendidos.
PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMETRICAS	Diferencia, atributos y propiedades de objetos bidimensionales.				
PENSAMIENTO METRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS	Compara y ordena objetos respecto a atributos medibles.				

PROPIEDAD INTELECTUAL DOCENTES LE EL ROBLE PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN PARCIAL Y TOTAL

Fuente: imagen tomada del Pla de Estudios de la Institución Educativa El Roble

La sugerencia de los autores se encuentra alineada con el proceso de selección de contenidos que hace la docente en la institución; no obstante, esta posición debe ir acompañada de una adecuada formación y actualización para los docentes en Educación Estadística. Dado que los autores consideran que este factor se ha trabajado de manera incipiente en las aulas, más aún cuando los profesores de todos los niveles tienen escasos referentes teóricos y prácticos, y las situaciones problema que se podrían desarrollar en el aula, la mayoría son ajenas a su conocimiento. Este hecho se agudiza en el nivel de básica primaria, donde la formación que tienen los docentes no es específica de esta área en la mayoría de los casos.

5.1.3.4 Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) o en el Plan de área de Matemáticas.

Entrevista. Pregunta 7:

En relación con el plan de área de Matemáticas quisiera saber, por ejemplo, si participó en su elaboración, ¿lo conoce?, ¿sabe cómo está estructurado? ¿lo usa en su planeación?, ¿ha podido cuestionar algo?, ¿ha participado en la reestructuración o ha

podido proponer algo para cambiar, en particular en la parte de estadística?, ¿ha realizado sugerencias? Cuénteme algo sobre todo eso.

Ent1: pues yo no lo elaboré ni trabajé el plan de área de Matemáticas, porque a mí me correspondió el área de Lenguaje, pero pues uno si del uso, claro, por si no pues no tendría uno como un horizonte para trabajar con, tanto como en el grado 3º, en el 1º, en el 2º con todas las, no solo en Matemáticas, sino en todas las asignaturas.

Entrevista. Pregunta 8:

La pregunta 8 se incluye sobre la base del plan de área de Matemáticas que se encuentra vigente en la institución, allí se evidenció que solo en algunos períodos académicos se enseña Estadística y que no hay coherencia con los referentes curriculares del MEN. Ante la falta de evidencia la investigadora le muestra a la docente las ausencias de contenido estadístico en el plan de área por cada período académico desde Primero a Tercero, siendo necesario plantear la siguiente pregunta:

¿Usted enseña Estadística solamente en un periodo, o lo hace a lo largo del año en cada uno de los períodos?, ¿cree que la situación inicial rompe la coherencia horizontal enunciados en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas? ¿Podría explicarlo?

Ent1: en el plan de estudios está solamente al final, pero nosotros decidimos y en la formación de PTA tuvimos en cuenta que hay veces que por ser al final del año ni se alcanzaba a dar, entonces podíamos trabajar un tema que tuviera que ver con Estadística, otro con pensamiento, es decir, no solamente ya la última unidad, sino, en cualquier momento se puede dar, se puede dar, no solo de Estadística, sino, pues se combina en todos los periodos para que haya pues como un trabajo coherente y no se quede como a lo último, haya una buena coherencia horizontal y se tenga en cuenta pues todas las temáticas que se dan en el transcurso del año, teniendo en cuenta pues las competencias matemáticas, los estándares y la planeación en general.

Tal como se observó en la descripción realizada a la docente en la pregunta 8, una vez hecho el análisis curricular respecto a la coherencia del plan de área de Matemáticas institucional con el plan de aula elaborado por ella, fue posible concluir que no hay correspondencia entre estos, como tampoco con los referentes curriculares del MEN en el área. De este modo, es posible identificar diferentes clases de currículo, el sugerido desde las entidades gubernamentales, el realizado por la I. E. y el ejecutado por la docente en el

aula de clase. En lo que respecta al PEI, se enuncia el componente pedagógico y curricular que fundamenta las áreas que estructuran el plan de estudios, entre ellas Matemáticas. El plan de área se encuentra en otro documento con una estructura específica, como se explicó en el apartado 2.3 de esta tesis.

Es importante destacar que esta característica es la tercera más baja de la categoría con 39 codificaciones con un nivel de saturación del 15, 92%, al lado de “Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos”: 36 codificaciones y “Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos” cuyo número de codificaciones es de 31. Se hace la alusión, dado la similitud en el número de codificaciones de estas tres características en relación con las dos características restantes de la categoría que casi las duplican.

5.1.3.5 Lineamientos curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones Pedagógicas.

Entrevista. Pregunta 8:

Observando el plan de área institucional, pude evidenciar la siguiente situación:

Grado Primero: en el primero y cuarto período aparece el nombre de pensamiento Aleatorio en la casilla que dice estándar, según el formato, mas no en los demás períodos. Solo es abordado en este último con el estándar que corresponde a describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos, los ámbitos temáticos son Estadística y diagramas de barras, no hay DBA planteados ni evidencias de aprendizaje. Los contenidos enunciados por usted para su plan de aula en el grado Primero fueron:

Período 3: recolección de datos.

Período 4: pictogramas.

Grado Segundo: para este grado sucede de igual forma que en Primero, aparece el nombre de pensamiento Aleatorio en la casilla que dice estándar en los períodos segundo, tercero y cuarto, inclusive en el segundo también se registra el estándar “describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos” sin ningún ámbito temático, para el cuarto período los ámbitos temáticos corresponden a Estadística,

tabla de frecuencias, diagrama de barras y pictogramas, con el estándar “clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas”, asimismo el DBA N° 10 con sus respectivas evidencias de aprendizaje. Los contenidos enunciados por usted para su plan de aula en el grado segundo fueron:

Período 3: Diagramas de barra.

Grado Tercero: este pensamiento está contenido en el primer período, inicialmente el estándar “identifico regularidades tendencias en un conjunto de datos”, el DBA N° 10 y una evidencia de aprendizaje; sin embargo, en el ámbito temático todos tienen relación con el pensamiento numérico; en el cuarto período, el estándar correspondiente es “represento datos relativos a un entorno usando objetos concretos pictogramas y diagramas de barras”, allí los ámbitos temáticos son Estadística, tabla de frecuencias y diagrama de barras y el DBA es el N° 11, relacionado con la posibilidad de ocurrencia de un evento. Los contenidos enunciados por usted para su plan de aula en el grado tercero fueron:

Período 2: tablas de frecuencia.

Período 3: diagrama de barras y pictogramas.

Ent1: ajá.

Para el desarrollo de esta característica se analiza la introducción de la pregunta 8, más no la pregunta, ni la respuesta de la docente, dado que ya se presentó en las características anteriores en esta categoría. En la introducción de la pregunta la investigadora hace un recuento de los hallazgos respecto al análisis del plan de área de Matemáticas teniendo en cuenta la estructura que se estableció a nivel institucional en el formato designado para tal fin y el plan de aula elaborado por la docente, este análisis se proyectó a la luz de los referentes curriculares y de calidad.

Las respuestas dadas por la docente recogen parcialmente el nivel de conocimiento que tiene respecto a los referentes de curriculares como los *Lineamientos Curriculares* y los *EBCM*, así como los referentes de calidad, tales como los *DBA*, las *Mallas de Aprendizaje* y las *Orientaciones Pedagógica*; de ahí el alto número de codificaciones, con 67 y un nivel de saturación del 27,35%, siendo la segunda característica de mayor volumen después de “Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de Aula de Matemáticas”.

A pesar de ello, la evidencia de análisis respecto al currículo institucional deja abierta la discusión sobre la falta de articulación y la apropiación de referentes por parte de la

docente; ya que no basta con nominarlos, identificarlos o hacerlos explícitos en el plan de área, sino también que se requiere de su manejo conceptual, pedagógico y didáctico como dichos documentos lo sugieren, elementos que se deberían ver reflejados en el plan de área, la planeación y la práctica pedagógica como escenario para su desarrollo.

En términos curriculares, se da la oportunidad de generar discusiones en el sector educativo debido a que lo curricular va más allá de lo que implica desde su literalidad. No son los contenidos desagregados, lineales e inconexos. Se espera, por ejemplo, la integración de las áreas disciplinares para facilitar los aprendizajes de los estudiantes, transversalizar contenidos en lo referente a problemas, actividades académicas y/o unidades temáticas que faciliten el saber para la vida, apropiando competencias estadísticas aplicables a contextos reales de los estudiantes.

5.2 Discusión de los resultados del CDCM. Docente Ent2

La triangulación de los resultados del docente Ent2 se realiza con la misma estructura que se planteó en la introducción del capítulo y con la que se hizo a la docente Ent1. En este proceso se utilizan de igual manera las tres transcripciones de clase, los diarios de campo, la entrevista y la rejilla de observación no participante del docente Ent2, como documentos base para organizar la triangulación y hacer las comprensiones por parte de la investigadora, además de los resultados recogidos en el análisis de la información con la ayuda de los Softwares Atlas.ti y Excel. Es necesario subrayar que la explicación conceptual de las categorías y sus características fueron desarrolladas en el apartado 5.1, razón por la cual se excluyen en esta sección del trabajo.

5.2.1 Categoría 1. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los estudiantes (CDCM-ES)

Para esta categoría se exponen primera instancia un fragmento que corresponde con una de las preguntas de la entrevista.

Entrevista. Pregunta 13.

De acuerdo a las tareas realizadas, ¿qué tuvo en cuenta al momento de planearlas? Por ejemplo: los gustos, los intereses de los niños, lo que a ellos les llama más la atención o las características del contexto donde viven.

Ent2: yo repito e insisto, no me voy a poner a votar corriente, fue: coger el libro, leer, volver a leer, mirar cuál va a ser la teoría, de qué se iba a tratar, de que el niño entienda qué va a consignar en el cuaderno, qué le voy a dejar de tarea.

Inv: Listo.

Ent2: pero antes de la tarea, una evaluación de lo que se enseñó ahí. Tuve en cuenta que eran la misma secuencia del tema tratado, o sea, como que tenían una correspondencia con el tema que se había tratado y eran afines pues a esto, entonces las preguntas, la tarea para la casa, tenían que ver justamente con el mismo tema que se había tratado, pero pues con una intencionalidad, así como concreta, directa, aunque sí hubo una tarea, recuerdo que era hacerle una encuesta a los familiares que había en la casa para que hicieran el diagrama según las respuestas.

De acuerdo con lo expresado por el docente y su reiterada aceptación de que su guía para la planeación y ejecución de clases fue a partir de un texto escolar, se observa que el docente no tiene en cuenta los intereses y gustos de los estudiantes como tampoco el contexto de estos, de acuerdo a como lo manifiesta Sosa Guerrero (2013), a saber: “El KCS incluye las habilidades que tienen los profesores para predecir lo que a los alumnos les parecerá interesante, motivante, fácil, difícil, aburrido o agobiante” (p. 1579). Por lo tanto, es de suma importancia que el docente conozca a sus estudiantes de forma amplia, no solo en términos sociales y culturales, sino también en familiarizarse con el pensamiento de sus estudiantes; así, este conocimiento incluye saber cómo construyen su mundo matemático, o específicamente su mundo estadístico.

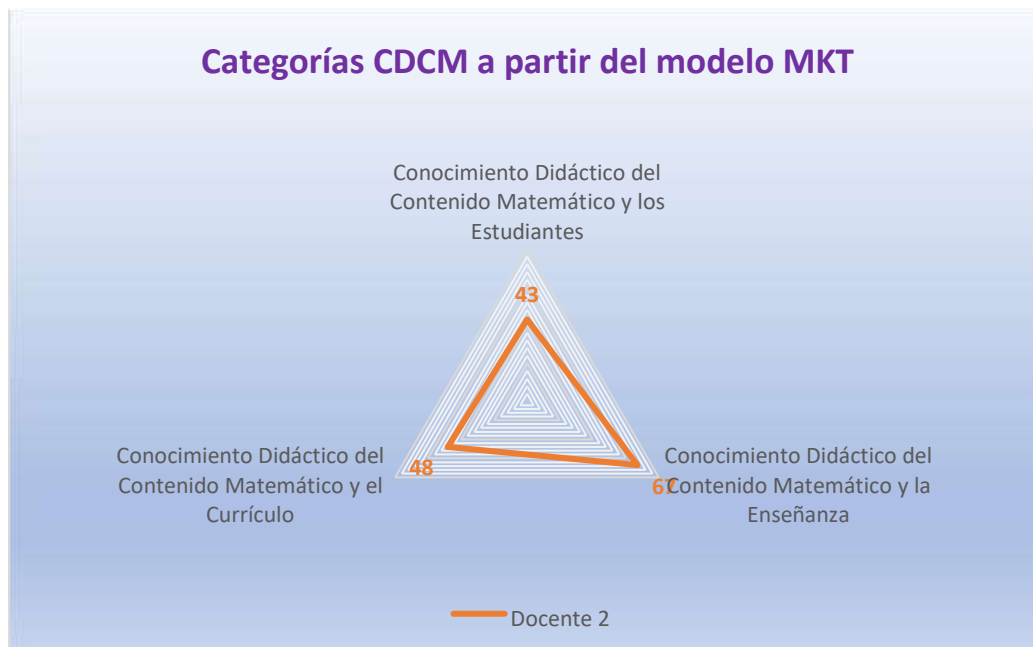
Los textos escolares que utilizan el docente son de cierta manera, estandarizados para todo un país; por lo que difícilmente podrán ser usados de manera contextualizada, mientras que los contextos de los estudiantes pueden ser diversos. Un ejemplo de la situación descrita se observó en la tarea de las marcas de carro en la que los niños evidenciaron desconocer marcas como Mazda, Renault y Hyundai. Tener como punto de partida el texto escolar para orientar la clase lleva al docente a enfrentar que las situaciones propuestas responden a contextos globalizados que desconocen la realidad y/o el día a día del estudiante, lo que hace que el contenido sea en ocasiones ajeno o poco auténtico desde la perspectiva del aprendiz.

La primera observación que permite el diagrama radial de la Figura 46 es que la categoría “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes” fue la que

obtuvo el menor número de codificaciones en comparación con las demás: 43, con nivel de saturación del 27,22%, frente a “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo”: 48, que es un poco más cercana que la categoría “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la enseñanza” con 67 codificaciones.

Figura 46

Categorías del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático a partir del Modelo MKT



Fuente: elaboración propia en Excel a partir de los resultados de Atlas.ti.

Características de la categoría 1. CDCM-ES

La Figura 47 muestra el grado de expansión del horizonte comprensivo de la categoría CDCM-ES en el diagrama radial de acuerdo al número de codificaciones de sus características. En el caso del segundo docente se analizan las cinco características que no presentaron semejanza con el docente uno, las otras dos se presentan juntas al final de este apartado, estas son: “conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes” y “conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes”. El orden en que se realiza la discusión es siguiendo el sentido de las manecillas del reloj, iniciando con la característica 1: “Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos”.

Figura 47

*Características de la categoría 1. Conocimiento Didáctico del Contenido y los Estudiantes.**Docente Ent2*

Fuente: elaboración propia en Excel a partir de los resultados de Atlas.ti.

5.2.1.1 Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos. Respecto a esta característica se puede afirmar que los errores se abordaron desde el análisis de datos al igual que se hizo con la docente Ent1. En las tareas propuestas por el docente Ent1 no se encontraron actividades de recolección de datos, salvo por un ejemplo de encuesta sencilla en el aula de clase, tampoco se construyeron gráficos estadísticos. En este sentido, la mayoría de errores se evidenciaron en las tareas donde era necesario hacer una operación para dar la respuesta correcta, y en la clase 3, en la que se trabajaron pictogramas con escala. Como ejemplo de la situación descrita se presenta el siguiente fragmento.

Clase N°1.

Ent2: ¿cuántas personas la respondieron?

Estudiante: 5.

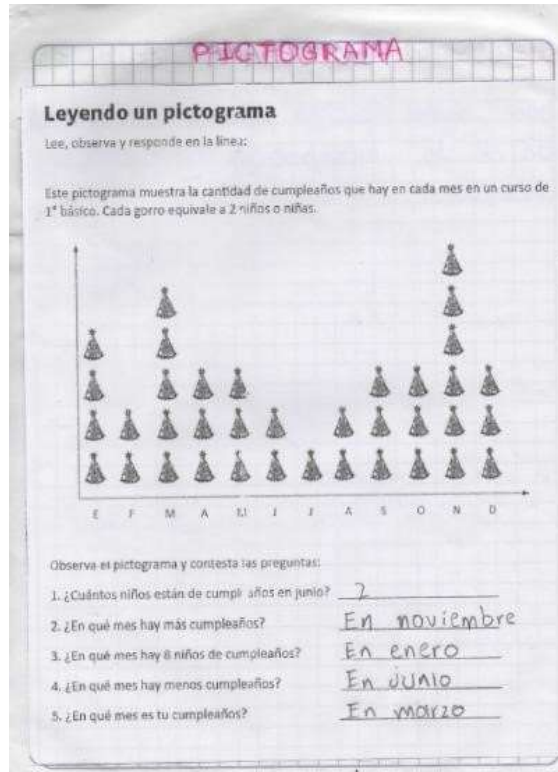
Ent2: ¿cuántas personas respondieron esta encuesta niña?

Estudiante: 95.

La pregunta anterior se relaciona con la información de una tabla de frecuencias respecto a la cantidad de personas que respondieron una encuesta, según el docente. Una de las estudiantes dio por respuesta “5”, lo cual pudo suceder porque en la columna de postre había cinco opciones de respuesta. El docente explica la forma para hallar la cantidad total de personas “Ent2: Sumando el número de la cantidad del que prefiere cada cosa y la suma, ¿cuánto les dio la suma?” (**Clase N°1**), pero no indaga por la causa del error de la estudiante ni explica la estructura de la tabla. Otra situación similar se presentó en la clase 3 al tratar de leer la información representada en un pictograma con escala, en el cual el ícono utilizado, en este caso gorros, tenía un valor de dos unidades. Al momento del docente preguntar por la cantidad de personas que cumplían años en el mes de junio, de acuerdo a la Figura 48, la mayoría de los estudiantes respondieron “2”; sin embargo, la cantidad correcta era 4, ello generó confusión y molestias en el docente y algunos estudiantes.

Figura 48

Tarea uso de pictogramas con escala. Grado Cuarto. Docente Ent2



Nota: fotografía tomada como ejemplo de una tarea de pictogramas con escala. Fuente: Cuaderno del estudiante grado Cuarto. Clase N° 3 de Pictogramas. Docente Ent2

Clase N°3:

Estudiante: 2.

Ent2: 2. ¿puso dos o puso cuantos?

Estudiante: 2.

Ent2: en la primera pregunta.

Estudiantes: sí señor.

Ent2: ¿quién había dicho 4?

Estudiante: él había dicho 4.

Ent2: ¿y por qué lo borró?

Estudiantes: no, yo no lo borré, dije 4 porque aquí está repetido el número.

Ent2: por eso, espere un momentico joven, es que eso es lo que vamos a reemplazar.

Estudiante: ah.

Ent2: yo lo que quiero, vengan chicos entiendan una cosa, perdón, perdón, yo lo quiero es que entiendan una cosa, Juan David, niña, no es adivinar, no es que yo puse porque él puso, les dije individual, cada uno, si usted puso 4 deje el 4, que lo vamos a analizar, si usted puso 2 deje 2, porque es que aquí en la lectura está muy

claro y se trata de interpretar este pictograma, que son los resultados de la encuesta.

Ent2: y está muy fácil. Vamos a volver a analizar porque también hay que saber o hay que leer con atención el enunciado. Pregunto realmente, ¿Cuántos niños están de cumpleaños en Junio?, ¿Cuánto contestó usted?

Ent2: 2.

Ent2: 2, ¿usted hija?

Estudiante: ¿señor?, 2.

Ent2: ¿usted?

Estudiante: 2.

Ent2: muy bien, sigamos.

Lo que se evidencia en este ejercicio es la influencia que tiene el docente en las respuestas de los estudiantes, aun cuando él estaba en un error y la respuesta dos era incorrecta. Después de tratar de responder otras preguntas de la ficha entregada por el docente un estudiante hace algunas operaciones: “Estudiantes: no porque aquí dice que un gorro equivale a 2 y $2 \times 4 = 8$ ” (**Clase N°3**), que hacen consciente al docente de un error en las respuestas anteriores, lo que lo lleva a tratar de corregir:

Clase N°3:

Ent2: eso es lo que vamos a mirar entonces, porque ya entonces, ya hay una confusión, todos tiene una confusión, vamos a analizar nuevamente. Entonces empezamos una cuestión de lectura, chicos, es una cuestión de lectura. Este pictograma muestra la cantidad de cumpleaños que hay en cada mes en un curso de primero o de básico, cada gorro equivale a 2 niñas o niños, muy bien, ahora sí, primera pregunta, ¿cuántos niños están de cumpleaños en junio?, ¿cuántos hay en junio?, en el pictograma, ¿cuántos me muestra?

Estudiantes: 2.

Ent2: ¿entonces cuántos hay de cumpleaños?

Estudiantes: 2.

Ent2: ¿entonces cuantos hay de cumpleaños si cada gorro representa 2?

Estudiante: 4, ¿si mira?, yo le dije.

Ent2: no, no señor, porque usted dudó de la respuesta y volvió y la borró, entonces hay que tener eso, la seguridad y analizar, si cada gorro equivale a 2 entonces en junio tengo 4, ¿por qué me están diciendo que aquí en enero hay 8?, pues porque es con 2, ¿entonces aquí son? Bueno chicos, segunda pregunta, a junio y julio.

Finalmente, se observa como el docente no asume la responsabilidad de haberse equivocado en las respuestas dadas anteriormente e inclusive le llama la atención al estudiante por haber borrado, situación que evidencia una práctica tradicional en la cual el docente tiene el conocimiento y los estudiantes son receptores de este, que deben repetir lo enseñado por el docente. Al indagar al docente Ent1 en la entrevista por los errores cometidos por los estudiantes en las sesiones de clase, él no los tenía muy presentes, lo que significa que de alguna manera no está familiarizado con los errores que pueden cometer los estudiantes al abordar este tópico. La siguiente cita da cuenta de lo afirmado.

Entrevista. Pregunta 20:

Durante las clases con los estudiantes, ellos cometieron varios errores, ¿cuáles fueron los errores más comunes que cometieron los estudiantes en el desarrollo de las tareas propuestas?, ¿los puede clasificar?, ¿qué tan frecuentes fueron estos errores?, ¿por qué cree que se generaron los errores?, o ¿qué hizo para corregir esos errores?, ¿se podría hacer algo más?, ¿esperaba que cometieran esos errores?

Ent2: ah, yo no me acuerdo.

Inv: ¿no recuerda ningún error de los estudiantes?

Ent2: pero, ¿inducidos o qué?

Inv: no, no, errores que ellos cometieron al desarrollar las tareas que usted les asignó.

En esta pregunta se le recuerda al docente algunos errores evidenciados en la observación de clase y hacen referencia a dos situaciones de pictogramas con escala. Uno de los errores fue en la tarea con los gorritos, la mayoría de los estudiantes contaron los gorritos de uno en uno, desconociendo que cada gorrito valía dos unidades, a pesar de que el enunciado lo explicaba; finalmente, un estudiante comprendió que cada gorrito valía dos unidades. Otro error se dio en la tarea sobre los niños que iban al hospital, cada ícono valía 50 unidades, y los estudiantes nuevamente contaron de uno en uno.

Continuación de la pregunta 20:

Inv: también ahí los niños cometieron el mismo error y uno de ellos cuando usted corrigió, borró y cambió la respuesta, ¿recuerda usted qué le dijo al estudiante cuando este estaba borrando?, ¿qué hizo usted?

Ent2: ellos borraban porque los compañeritos habían copiado algo distinto, entonces creían que estaba mal.

Inv: usted le decía al niño que tenía que leer bien y que si él tenía una respuesta tenía que fundamentar esa respuesta, justificar la respuesta.

Ent2: a esos errores es que hay que darle importancia real, quedarse en un solo error de esos para darle solución.

Inv: así es profe.

En la investigación que realizaron Zapatera Llinares y Callejo de la Vega (2017), en una de sus conclusiones expresaron que no es suficiente solo con identificar los posibles errores que cometen los estudiantes, sino también tratar de reconocer los elementos importantes para el conocimiento matemático. En la misma línea se ubican Schield (2006, citado en Arteaga, Batanero, Cañadas et al., 2011), al manifestar que la sola lectura literal en un gráfico estadístico que los estudiantes hacen de la información es insuficiente, dado que también es importante "...identificar las tendencias, variabilidad y posible asociación de los datos, así como detectar los posibles errores conscientes o inconscientes que puedan distorsionar la información representada" (p. 59).

En concordancia con la respuesta dada por el docente en la entrevista, fue posible observar varias situaciones: primero, que el docente no fue consciente de todos los errores que cometieron los estudiantes en el desarrollo de las tareas propuestas. Por lo tanto, y como segunda observación, dichos errores no trascendieron a otro plano, dado que los estudiantes solo se limitaban a borrar y corregir las respuestas de acuerdo a las indicaciones que el docente orientaba. Como tercera y última observación, los errores no fueron utilizados para afianzar conceptos, como oportunidades de aprendizaje u objetos de estudio, puesto que, en ningún momento el docente indagó por sus fuentes, causas o razones.

En este sentido, se encuentra coherencia con el total de codificaciones encontradas en esta característica, que corresponde a 18 y con nivel de saturación del 10,78%, siendo la segunda más baja de esta categoría, después de "Conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes" con 16 hallazgos. Si bien el docente no fue consciente de estas situaciones, sí fueron observadas y registradas en los diarios de campo por parte de la investigadora, aun cuando la característica mencione el conocimiento del docente en este aspecto. Una estrategia que podría ser útil en este tipo de situaciones, es confrontar cognitivamente a los estudiantes, sacándolos de su comodidad y discutiendo con ellos, por ejemplo, ¿por qué cometieron esos errores? El error se debe asumir como parte del proceso de aprendizaje de los estudiantes, como un conocimiento que está en construcción o falta del conocimiento necesario para las tareas específicas sugeridas en determinado momento.

5.2.1.2 Conocimiento del nivel de lectura de los estudiantes en la presentación y análisis de gráficos estadísticos.

Respecto a esta característica, en la pregunta 25 de la entrevista se indagó sobre el conocimiento del docente sobre los cuatro niveles de lectura y si alguna vez estos habían sido intencionados en el trabajo con los estudiantes, específicamente en lo que corresponde a análisis e interpretación de gráficos estadísticos. El docente expresó su desconocimiento al respecto.

Entrevista. Pregunta 25:

Hay algunos autores que plantean niveles en el desarrollo de las tareas por parte de los estudiantes respecto a la lectura, análisis e interpretación de gráficos estadísticos, por ejemplo:

Nivel 1. Leer los datos.

Nivel 2. Leer dentro de los datos.

Nivel 3. Leer más allá de los datos.

Nivel 4. Leer detrás de los datos.

¿Conocía usted algo sobre esto?, ¿tuvo en cuenta algo como esto al momento del desarrollo y la planeación del trabajo para los estudiantes? En caso de no conocerlo, ¿algo de eso ha tenido en cuenta de pronto de manera implícita? Podemos hacer como una analogía de esta lectura de gráficos con la comprensión lectora que hemos trabajado, por ejemplo, el primer nivel es literal, inferencial, crítico y hablábamos ahora también de que no solamente es leer lo que aparece ahí.

Ent2: pues la verdad no lo conocía y no lo tuve en cuenta, pero sí se pudo evidenciar que la lectura y el trabajo puntual con Estadística fue lectura de datos.

Inv: o sea nivel 1.

En el caso de la tarea del equipo de fútbol, ¿cuál era la intencionalidad de esa pregunta?, ¿solo presentar los datos y responder a pregunta, o ir un poco más allá?

Ent2: lectura e interpretación de datos. Una cosa literal, nivel 1.

En las clases 1 y 2 donde se relacionaron las encuestas, el nivel de lectura predominante fue 1; sin embargo, las preguntas que hicieron referencia al número total de encuestados son de nivel 2, porque allí fue necesario realizar operaciones matemáticas para obtener la respuesta, que es una de las características de este nivel, tal como se lee en los siguientes fragmentos: “Ent2: ¿cuántas personas respondieron esta encuesta niña?” (**Clase**

N°1). “Ent2: No les gusto la matemática. ¿Y cuántos estudiantes participaron en la encuesta?” (Clase N°2). En contraste con la clase 3, en la cual predominaron preguntas de nivel 2 al hacer operaciones para determinar cifras específicas de acuerdo a la cantidad de símbolos y los valores asignados a estos, por ejemplo: “Estudiantes: de 50 en 50. Ent2: de 50 en 50 que eso lo suma un niño ¿de? primero ¿cierto?” (Clase N°3), además también se comparan cantidades: “Estudiante: ¿el viernes tengo que poner la diferencia?” (Clase N°3).

Por consiguiente, se identificaron preguntas suficientes en las tareas propuestas por parte del docente para determinar que predomina una lectura literal de la información, que corresponde a nivel 1: leer los datos, de acuerdo al modelo propuesto por Curcio (1989). Para este nivel, se indica que hacer una lectura literal de la información contenida en el gráfico estadístico, significa leer lo que hay allí de manera explícita y, por tanto, no se realiza una interpretación de la información que hay representada (Gutiérrez Serrano, 2018). En los cuestionamientos que propuso el docente a los estudiantes al desarrollar las tareas se relacionaban con dos tipos de variables: cuantitativas discretas, que indagaban por el valor de una frecuencia, la cantidad mayor, menor, el número de veces, cuántos hay; y variables cualitativas nominales, con preguntas que hacían referencia al mes, al tipo de película que más gusta, al modelo de celular preferido, entre otras. Esta situación se sustenta en 30 codificaciones con un nivel de saturación del 17,96%, correspondiendo al segundo valor más alto para esta categoría, después de “Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes” con 34 coincidencias.

Adicionalmente, el hecho de que el docente aceptara no conocer los niveles de lectura de gráficos estadísticos, y su no intencionalidad de desarrollarlos en las sesiones de clase, podría justificar afirmaciones como: “chicos, es una cuestión de lectura”, en la que se minimiza la importancia de apropiar pedagógica y didácticamente los niveles a los que hace alusión la característica. De esta manera se puede concluir que a pesar de que el docente realice diferentes tipos de tareas que corresponden a los niveles 1 y 2 de lectura, no es sinónimo de que conozca el nivel de lectura en el cual se encuentran los estudiantes.

5.2.1.3 Conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes. Para dar inicio al segundo momento de la clase, el docente narra un cuento pedagógico relacionado con el evento académico de la Feria de la Ciencia, en el cual los estudiantes van a participar en los próximos días.

Clase 2:

Ent2: y a propósito de eso, lo de mañana lo vemos en el colegio, es la oportunidad que nos reunamos todos los de las sedes. Y a propósito de eso, les voy a leer una historia para que hagamos, para que entiendan lo que vamos a ver hoy.

La Feria de la Ciencia: en un colegio cualquiera, para el próximo mes los profesores planean hacer la Feria de la Ciencia para saber en qué asignatura van a hacer su proyecto, los niños de cuarto se decidió hacer una encuesta. Muy bien, les voy a hacer aquí en el tablero un diagrama, un dibujo que me va a mostrar los resultados de esta encuesta. ¿Qué es lo que va a pasar, qué es lo que hay?

Estudiante: una encuesta.

Ent2: ¿de quién es?

Estudiante: de los estudiantes.

Ent2: de los estudiantes para saber de la Feria de la Ciencia, ¿cierto? Los resultados que dieron esa encuesta se los voy a poner en este dibujo. Muy bien, aquí tenemos los resultados de esa encuesta, los datos de esa encuesta están aquí mismo.

En el estudio desarrollado por Batanero, Arteaga et al. (2011) respecto a las orientaciones curriculares, los autores recomiendan fomentar el desarrollo del pensamiento estadístico, al considerar que este tiene características diferentes al pensamiento matemático. Si bien en repetidas ocasiones el docente ha manifestado que las tareas propuestas corresponden a las que están enunciadas en el texto escolar, sin tener en cuenta los gustos o intereses de los estudiantes, se observa que para el desarrollo de esta tarea específica el docente relacionó el evento académico la Feria de la Ciencia bajo pretexto para representar información de una encuesta, aspecto relevante en la medida que se reconoce el contexto de los estudiantes como factor potenciador para la enseñanza de un gráfico estadístico, diagrama de barras, pretexto que parte de una situación particular y verídica y no de una situación general como las presentadas en los textos escolares, que son elaborados para todo un país.

Al respecto, una de las formas para promover el pensamiento aleatorio se relaciona con diversas estrategias que pueden trabajarse con los estudiantes. Para el fortalecimiento de este aspecto se tiene a disposición uno de los referentes de calidad como las *Mallas de Aprendizaje de Matemáticas*, elaboradas por el MEN (2017a). La segunda parte de este documento corresponde al apartado de Consideraciones Didácticas, allí se enuncian situaciones que promueven el aprendizaje para cada uno de los pensamientos en el área de Matemáticas. En el caso de la Estadística para el grado Cuarto, se sugieren problemas que

involucren la comparación de dos o más variables cualitativas de una misma población, a partir de encuestas o preguntas cerradas. Además de ello, se debe generar discusión respecto a la forma de recolección, organización y presentación de la información, entre los que están: gráficos de barras compuestos, gráficos de líneas, pictogramas y gráficos circulares (MEN, 2017a). También se cuenta con un apartado de conceptos referentes a pictogramas sin y con escala y la clasificación de las variables cualitativas con ejemplos claros para su mayor comprensión. Sin embargo, aunque el docente no utiliza las Mallas de Aprendizaje como fuente de conocimiento ni de consulta, a pesar de reconocer su existencia, se observó que tiene en cuenta el proceso para pasar la información de un sistema de representación a otro.

Clase 2:

Ent2: ustedes ya saben qué es una tabla de frecuencia, ¿cierto?

Estudiante: sí señor.

Ent2: de la tabla de frecuencia yo puedo poner los datos en este diagrama, o de este diagrama lo puedo pasar a la tabla de datos, o mejor, díganme según esto ¿cuántos niños, matemáticas, biología, inglés, artística, informática y sociales?, ¿cuál es la barra que ustedes ven ahí más alta?

Pareciera entonces que el docente utilizara otra de las maneras que existen para razonar en la Estadística y es la llamada transnumeración (Arteaga, Batanero, Ortiz et al., 2011). Sin embargo, tampoco es claro que este proceso se presente, una vez que el paso de un tipo de representación a otra no generó ningún tipo de información nueva. Cabe resaltar que esta característica obtuvo 34 codificaciones con un nivel de saturación de 20,36%, y aunque no se considera alta, sí fue la que presentó el mayor número de codificaciones en esta categoría, situación que genera sorpresa, dadas las características de las tareas y el apoyo de un único texto escolar por parte del docente para la planeación de las clases.

En los diferentes momentos de la entrevista fueron recurrentes las afirmaciones del docente Ent2 sobre la Estadísticas sólo como un área más que se debe enseñar, desconociendo no solo los procesos que se deben llevar a cabo para su enseñanza desde los primeros años de escolaridad que fundamentan los siguientes grados escolares, sino también la importancia de esta disciplina en la vida de los seres humanos para llegar a ser estadísticamente cultos, como se observa en este apartado de la entrevista.

Pregunta 5:

¿Cuál ha sido su formación en el campo de la Estadística?, ¿cuáles han sido sus aprendizajes?

Ent2: bueno, esa formación ha sido muy insípida, porque la verdad yo soy licenciado en Preescolar, ahí no hay absolutamente nada de Matemáticas.

En la misma pregunta, el docente concluye con las siguientes palabras: Ent2: no, como una parte más que esta ahí en el plan de estudios, que hay que darla, esa parte estadística no, la verdad no es así, no con la intención de que el niño aprenda qué es Estadística y que las tablas de datos, no, porque al otro día el chico ya casi que no sabe nada de lo que se le enseñó, esto es una realidad.

Como cierre de esta sección, se retoma a Gal (2002) cuando afirma que el crecimiento del pensamiento estadístico se relaciona de manera directa con la cultura estadística que todo ciudadano debería desarrollar y que se deja clara mediante dos elementos que se interrelacionan entre sí: “capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística y capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (pp. 2-3). De ahí la importancia del conocimiento del pensamiento estadístico de los estudiantes por parte del docente, como elemento potenciador de este desarrollo.

5.2.1.4 Conocimiento y comprensión de las ideas expresadas por los estudiantes, aun si estas no se comunican de manera amplia y explícita por parte de los estudiantes.

En los fragmentos de las clases que se exponen a continuación se puede observar la dificultad que presentaron los estudiantes para expresar de manera clara sus ideas ante las preguntas del docente, estas situaciones se dieron por dos causas que se sustentan con ejemplos: en el primero se evidencia que el estudiante no tuvo comprensión de la pregunta del ejercicio

Clase 2:

Ent2: le estoy preguntando, repítame la pregunta.

Estudiante: ¿cuál fue el mes en que menos libros se vendieron?

Ent2: ¿qué contestó?

Estudiante: 500.

Ent2: no, a mí no me gusta que me responda por el número sino por el mes, la respuesta es mayo, porque está preguntando por el mes, ¿Cuál fue que menos libros se vendieron? En mayo.

Mientras que, en el segundo ejemplo, “Ent2: Juan David descubrió dos cosas, primero que cada gorrito equivalía a 2 niños y aquí hay otra información adicional ahí en el

cuadrado, observen el cuadro, observen. Estudiante: que 50, que un paciente equivale a 50” (**Clase N°3**), se observa que la tarea de los gorritos, en la que se utilizó un pictograma con escala, el docente no explicó lo que significaba el cuadro de convenciones y los estudiantes debieron deducirlo, de esta manera se escucharon respuestas equivocadas a las preguntas que se propusieron en la tarea. De acuerdo a esta información, también se podría atribuir cierto grado de responsabilidad al docente en la tarea de los libros, una vez que no explicó el diagrama ni los elementos abordados allí. Aun así, se advierte que, en las dos situaciones presentadas, el docente trató de entender lo que los estudiantes deseaban expresar, además los llevó a la comprensión de la pregunta y su respuesta correcta. En esta característica se encontraron 19 codificaciones y un nivel de saturación del 11,38%. Por lo que presentan escenarios semejantes con la característica “Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos” con 18 codificaciones. Lo que comporta dos de las tres codificaciones más bajas de la categoría.

A propósito de las ideas que expresan los estudiantes, uno de los componentes en los cuales se sustenta el modelo de Magnusson et al. (1999) hace alusión al conocimiento y creencias sobre la comprensión de los estudiantes sobre temas científicos específicos. Sin embargo, también es necesario que el docente “...comprenda lo que se ha de aprender y cómo se debe enseñar el contenido a partir de la propia práctica docente, de la comprensión de cómo el alumno aprende y comprende” (Pinto Sosa y González Astudillo, 2008, citado en Shulman, 1987, p. 86). En el caso de los ejemplos expuestos se espera que el docente sea claro en las explicaciones que ofrece a sus estudiantes para el desarrollo de las tareas propuestas, ya que la claridad de este a la hora de dar instrucciones es un factor determinante del resultado de aprendizaje de los estudiantes, independientemente del tipo de creencias epistemológicas que posea respecto a la Estadística y a la enseñanza de esta.

5.2.1.5 Conocimiento y uso de un lenguaje adecuado, empleado en las instrucciones o en las respuestas de los estudiantes. El análisis de esta característica presenta dos situaciones que corresponden a la primera y segunda clase orientada por el docente.

Clase N°1:

Ent2: vamos a hacer otra cosita, eso lo vamos a ver en la próxima clase, pero entonces para que tengan una idea, ya Santiago nos había dicho, nos había dicho sobre ¿diagrama?

Estudiantes: de barras.

Ent2: diagrama de barras, la información que tengo en una tabla de frecuencias la puedo...

Estudiantes: transformar en un diagrama de barras.

Ent2: lo puedo transformar, lo puedo mostrar en un diagrama de barras, eso está muy bien

Estudiante: profe ¿y por qué son estos dibujos?

Ent2: para relacionar cada cuadro de la encuesta, ahí está el postre, el fútbol, bueno. Bueno chicos, les voy a entregar otra, pero esta sí va a ser individual para saber si sí entendieron bien, ¿esto está claro o no?

Estudiante: sí, esta es la del fútbol ¿esta es?

Ent2: la de los postres. Saquen el cuaderno de Matemáticas y escriban por favor,

Clase N°2:

Ent2: entonces, este diagrama que tengo aquí es la representación de los datos de la encuesta y esto se llama ¿un...? Estudiantes: diagrama de barras (en coro).

Ent2: diagrama de barras, entonces ¿qué es un diagrama de barras? Mírenlo ahí, ¿qué es?

Estudiantes: se le meten los datos de la encuesta (en coro).

Ent2: a ver, para eso sirve, pero entonces un diagrama de barras es, escúchenme, la representación, ahí está representado ¿cierto? La representación gráfica en un gráfico, en un dibujo, es la representación gráfica de los resultados de la encuesta.

Según el primer fragmento presentado se observa que el docente Ent2 menciona contenidos que se van a desarrollar en la siguiente sesión cambiando por completo el hilo narrativo, además, entrega una ficha que confunde a los estudiantes respecto a las actividades y acciones a realizar en ese momento, asimismo, no da respuestas claras a los interrogantes de los estudiantes. En el segundo fragmento se aborda el concepto de diagrama de barras; que si bien es un gráfico que se utiliza para representar información, no se explican sus elementos estructurantes que pueden diferenciarlo de otros gráficos como tablas, pictogramas y diagramas circulares, los cuales hacen parte de los contenidos que se deben abordar en el grado Cuarto. Los gráficos explicados por el docente en todas las sesiones hacen alusión a que cada uno de ellos se utiliza para registrar información de una encuesta, desconociendo el tipo de variables trabajadas en las diferentes tareas y los gráficos necesarios para dicho proceso. El número de codificaciones para esta característica fue de

28 y se ubica aproximadamente en la mitad de los valores respecto a las demás características.

Teniendo como referencia el Marco profesoral de Danielson (2013), respecto a la comunicación con los estudiantes se incluyen varios propósitos para este proceso, entre ellos, dar instrucciones claras, de tal forma que el estudiante pueda entender lo que debe hacer, adicionalmente se espera que el docente utilice un lenguaje académico sobre los conceptos y las explicaciones propias del área. Es importante precisar que las explicaciones amplias y escalonadas de conceptos y contenido matemático, en la misma línea de Danielson, permiten al estudiante acceder al aprendizaje y al afianzamiento de sus ideas. Un docente que domina su disciplina debería estar en capacidad de llevar la enseñanza a contextos auténticos y hacer uso de un lenguaje claro y accesible que acerque al estudiante al saber.

5.2.2 Categoría 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza (CDCM-EN)

Dentro de este conocimiento están las habilidades que el docente tiene para elegir y utilizar los diferentes métodos o estrategias que se han concebido y utilizado en la enseñanza de una temática, además de poder establecer cuál es la más apropiada en cada una de las situaciones presentadas.

Entrevista. Pregunta 23:

De las estrategias que usted conoce o ha implementado en la enseñanza de la Estadística, ¿cuál le gusta usar más?, ¿con cuál se siente mejor o le parece más útil? y ¿por qué?

Ent2: estrategia, pues tratar de hablarles a ellos lo más claro que sea posible, explicarles lo más que se pueda, recibirles las preguntas para hacérselas claras y explicar pues estratégicamente en el tablero. Los diagramas y las cosas en el tablero, esa es la estrategia.

El fragmento que se presenta de la entrevista tiene como propósito la identificación por parte del docente de estrategias o métodos que conoce o ha utilizado en las sesiones de clase para la enseñanza del contenido abordado y su pertinencia. De esta manera, es posible el proceso de enseñanza, a partir de la creación de ambientes propicios para el aprendizaje. En este sentido, se asume como única estrategia del docente la oralidad, a partir de lo que él

denomina “explicaciones claras”, respuestas a las preguntas de los estudiantes, utilizando como único recurso el tablero.

En cuanto a la alusión que hace el docente de “explicaciones claras”, no se obtuvieron hechos concretos que permitieran verificarlo. Además, las respuestas que hizo a los estudiantes no los invitaban a la formulación de algunas hipótesis o la generación de diálogos alrededor de estas, en ninguno de los momentos se observó que el docente utilizara la estrategia de preguntas retadoras o desafiantes para los estudiantes. Azcárate y Cardeñoso (2011) realizan variadas recomendaciones para la enseñanza de las Estadística, entre ellas, el análisis, reflexión y selección de los contenidos curriculares acordes al nivel académico de los estudiantes, así también señalan la relevancia que tiene el uso de diferentes estrategias de enseñanza para el aprendizaje de los estudiantes.

Como se observó en la Figura 46 expuesta en la primera categoría del docente Ent2, al Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza se le asignaron 67 citas, con nivel de saturación del 42,41%, observadas en los documentos analizados. Al contrario de la primera categoría, esta fue la que obtuvo el mayor número de codificaciones contra “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los estudiantes” con 43 codificaciones y “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo” con 48 de estas.

Características de la categoría 2. CDCM-EN

En la Figura 49 se observa el grado de expansión del horizonte comprensivo de la categoría CDCM-EN en el diagrama radial según las codificaciones de sus ocho características. En esta sección se triangulan las siete que no presentaron coincidencia, exceptuando a “conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos” que presentó semejanza con la docente uno. El orden en que se realiza la discusión es de derecha a izquierda, iniciando con la característica 1: “conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística”.

Figura 49

Características de la categoría 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza del docente Ent2



Fuente: elaboración propia en Excel a partir de los resultados de Atlas.ti.

5.2.2.1 Conocimiento de diferentes formas de representación de la información estadística. Esta característica obtuvo 35 recurrencias, con un nivel de saturación del 13,21%, posicionándose aproximadamente en la mitad de la tabla del total de interpretaciones para el docente Ent2. Esta situación se debe en gran parte a la diversidad de fichas de trabajo empleadas al momento de enseñar los contenidos temáticos, mas no específicamente a las alternativas que ofrece la disciplina para la representación de datos estadísticos.

Entrevista. Pregunta 4:

Al aceptar la participación en el estudio, la investigadora, en este caso yo, le solicité orientar clases en el contenido, análisis y representación de gráficos estadísticos. Se desarrollaron tres clases:

1. *Tablas de frecuencia.*

2. *Diagramas de barras.*

3. *Pictogramas*

Cuando hablamos en esa oportunidad, no me quedó claro la razón por la cual se habían desarrollado esas tres clases, ¿por qué no hizo dos o cuatro clases? Mejor dicho, ¿Por qué no fueron más o menos clases?

Ent2: porque pensé que eran suficientes las 3 para representar el tema que era lo de Estadística, además, porque me apoyo en los libros “Claves” de Santillana de primaria y ese libro de 4° de primaria hasta tenía esos 3 temas específicos, y me parecieron propios para el tema y para que los chicos entendieran.

Inv: bueno profe, ¿conoce otra forma de representar la información diferente a las que usted trabajó con los estudiantes en las clases orientadas?

Ent2: no, no he profundizado en ese tema concretamente.

De acuerdo a los EBCM en el grupo de grados de Cuarto a Quinto se deben enseñar pictogramas y diagramas: de barras, de líneas y circulares; lo que coincide aproximadamente con un 65% de lo enseñado por el docente, dado que, los diagramas de líneas no son abordados, y aunque el docente nombra los diagramas circulares en la sesión tres con una actividad de género de películas, lo hace como “pictogramas circulares”, según como se observa en la cita: **Clase N°3:**

Ent2: un pictograma también puede ser circular, ejemplo. Bueno, entonces van a hacer este (el profesor señala la figura en el tablero) niños, en lugar de escribir rojo, pinta de color rojo el cuadrado y pinta aquí rojo.

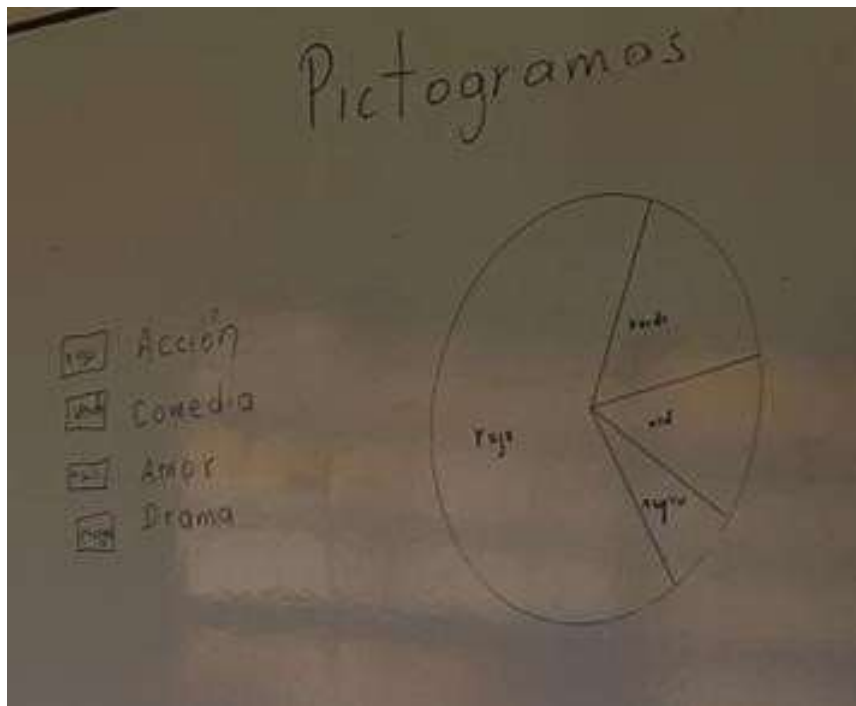
Estudiante: las pinturas profe.

Ent2: espere les ayudo con ese círculo.

Además, la división del círculo la hizo de manera poco ortodoxa con un dibujo en el tablero sin recurrir a alguna ayuda como el transportador de ángulos o colores para identificar el género de la película en los sectores, por el contrario, el docente escribió el nombre del color con el que los estudiantes debían llenar cada uno de ellos sin ningún tipo de valor numérico, tampoco explicó el gráfico ni el procedimiento, como se observa en la Figura 50. A nivel más específico, para el grado Cuarto y siguiendo los DBA, se espera que el docente enseñe pictogramas con escala, tablas de doble entrada, gráficos de líneas y gráficos de barras agrupadas.

Figura 50

Gráfico estadístico diagrama circular. Clase N°3. Docente Ent2.



Nota: gráfico elaborado por el docente Ent2 en la clase N°3, nominado como “pictograma circular”. Fuente: imagen tomada de la clase N°3 del docente Ent2.

De acuerdo a la información presentada se puede concluir que el docente desconoce los gráficos propuestos en los EBCM al igual que la especificidad que presentan los DBA, no solo por las respuestas dadas en la entrevista, sino también porque se abordaron algunos gráficos que son para el grado Quinto y se dejaron de lado otros que corresponden al grado Cuarto. Se podría concluir que esta situación se observa, entre otros aspectos, porque el único documento que el docente utiliza para su planeación es el texto de apoyo de la editorial Santillana.

Según Curcio (1987), para que los gráficos estadísticos sean comprensibles es menester contar con tres elementos: a) Presaberes suficientes sobre el tema abordado y representado en el gráfico utilizado, b) Manejo de los conocimientos matemáticos abordados en el problema o pregunta que se platee, y c) Conocimiento de los elementos estructurales para la construcción de los diferentes gráficos estadísticos. Cabe resaltar la importancia que implica desarrollar en los estudiantes estos elementos para la comprensión de gráficos estadísticos, situación que no se identifica de manera clara en las sesiones de clase.

En otra investigación desarrollada por Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero (2015), se analizan diferentes tipos gráficos estadísticos como “gráfico de barras, líneas, puntos,

sectores, tallo y hojas, pictograma y otros” (p. 232) en 12 libros de texto de los grados 1° a 6° de educación primaria en Chile, la mitad de ellos elaborados por el Ministerio de Educación y los restantes por la Editorial Santillana. Entre sus conclusiones, los autores exponen que en los libros de ambas editoriales tienen en promedio 35 actividades relacionadas con Estadística con predominio de los gráficos de barras seguido de los pictogramas. En este orden de ideas, se observa la coincidencia del texto escolar utilizado por el docente con los textos analizados en el estudio, dando cabida a la posibilidad de que las limitantes para enseñar otro tipo de gráficos, como debe ser según los referentes curriculares, correspondan a la propuesta de contenidos propia de la editorial que es la base de la planeación de las clases; a lo que se suma, el reconocimiento por parte del docente de no haber profundizado en dichos temas.

5.2.2.2 Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos (manejo de situaciones imprevistas en la clase). Se alude como referencia conceptual el mismo autor con el que se trianguló la docente Ent1, Rowland et al. (2005), entendida como la habilidad que tiene el profesor para dar respuestas convincentes, razonadas y bien informadas ante situaciones inesperadas que se presentan en la clase. Esta característica presentó 10 codificaciones con un nivel de saturación del 3,77%, siendo menos abordada en la segunda categoría, también tuvo gran similitud para su análisis con la docente Ent1. Es importante aclarar que, debido a que no fue posible acceder a las tres planeaciones de clase del docente, a evidencias, ni a un marco referencial que permitiera definir la naturaleza de lo contingente, se asume esta característica de manera subjetiva, es decir, de acuerdo a la interpretación e inferencia libre que realiza la investigadora de los eventos observados. Por esta razón, se cita la pregunta 21 de la entrevista, la cual hace alusión a las dificultades que tienen los estudiantes ante el aprendizaje de algunos gráficos.

Entrevista. Pregunta 21:

¿Cuál es el tópico que más les causa dificultad a los estudiantes, cuando usted les enseña representación e interpretación de gráficos estadísticos? ¿Qué dificultades tienen? En caso de haber dificultades, ¿cómo se dio cuenta de ellas?

Ent2: el del gráfico, cómo meter los datos ahí en la parte gráfica, ese fue el que más, pues de los 3 temas, pues, como en el pictograma circular.

Inv: ¿el diagrama circular?

Ent2: ese pictograma circular, sí, ese no lo entendieron mucho, en los 3 temas, sí.

Inv: pero, ¿al leerlo o al tratar de hacerlo ellos?

Ent2: como a interpretar pues.

Inv: ¿interpretar la información que aparece en un diagrama circular?

Ent2: sí.

Inv: ¿por qué cree usted que hubo esa dificultad?

Ent2: de pronto porque faltó más tarea.

Antes las dificultades de los estudiantes para trabajar con diagramas circulares el docente las explica solo desde la falta de “más tarea”, pero no considera otros factores como el uso de recursos apropiados o una mejor conceptualización por su parte. De las tres clases hubo un episodio que develó claramente esta característica, y hace referencia a la situación en la que se trabajaron pictogramas con escala y el símbolo eran gorros que tenían un valor de dos unidades cada uno.

Clase N°3:

Ent2: ¿entonces cuantos hay de cumpleaños si cada gorro representa 2?

Estudiante: 4, ¿si mira?, yo le dije.

Ent2: no, no señor, porque usted dudó de la respuesta y volvió y la borró, entonces hay que tener eso, la seguridad y analizar, si cada gorro equivale a 2 entonces en junio tengo 4, ¿por qué me están diciendo que aquí en enero hay 8?, pues porque es con 2, ¿entonces aquí son? Bueno chicos, segunda pregunta, a junio y julio.

La pregunta que generó controversia fue ¿Cuántos niños están de cumpleaños en junio? Tal como se observó líneas atrás, uno de los estudiantes escribió inicialmente “4 niños”, pero lo borró porque sus compañeros tenían “2 niños” como respuesta y el docente había aprobado esta última respuesta como correcta. Después de validar otras 2 respuestas el docente se percató que se había equivocado y volvió a la pregunta en cuestión, dando como respuesta correcta “4 niños”, ya que en el mes de junio hay dos gorros y cada uno equivale a dos unidades. Es de resaltar la inconformidad del estudiante, dado que tuvo razón y, de hecho, hizo el reclamo; respecto al docente, en ningún momento asume la responsabilidad por el error, por el contrario, llama la atención del estudiante por “dudar” de la respuesta inicial y por haber borrado lo que pensaba inicialmente.

Por otra parte, Danielson (2013), en el dominio 3 del *Marco profesoral para la Enseñanza*, hace referencias la capacidad de respuesta y flexibilidad del docente, asumida como la habilidad para ajustar la clase según condiciones cambiantes, que bien pueden ser preguntas de los estudiantes, o la necesidad de asumir otro enfoque de enseñanza cuando no

se observan los resultados esperados, entre otros; en este orden de ideas, la flexibilidad y capacidad de respuesta se podría asumir como una contingencia en la línea de lo no-planeado o lo no-esperado, siendo una cualidad de los docentes expertos la de ajustar su práctica ante dichas situaciones. Aun con las limitaciones para identificar situaciones de este tipo, se observó que el docente dio respuesta a las preguntas aparentemente contingentes formuladas por los estudiantes, especialmente en el tópico de los pictogramas con escala, a pesar de este único episodio descrito.

5.2.2.3 Conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de gráficos estadísticos.

Entrevista.

En el desarrollo de las clases usted utilizó diferentes gráficos estadísticos: tablas de frecuencia, diagrama de barras y pictogramas. Sin embargo, no discutió antes el concepto de variable estadística que señalan los lineamientos, como tampoco los componentes estructurantes de cada gráfico, por ejemplo, las etiquetas en los diagramas de barras. ¿Por qué no lo hizo?, ¿lo había hecho las clases anteriores?, o ¿le parece que no hay que hacerlo?, ¿fue consciente de eso?, ¿cómo lo justificaría?

Ent2: no, no lo hice en realidad, porque en el texto de donde me basé no estaba específico y entonces me ceñí estrictamente a lo que vi ahí, a lo que decía. Inv: en el plan de aula usted presentó incluyó “variables cualitativas y cuantitativas” como tema para el grado Cuarto en uno de los períodos académicos, ¿conoce la diferencia entre unas y otras?, ¿conoce qué tipo de gráfico debe utilizar de acuerdo a las variables que se tengan?, ¿conoce los elementos estructurales de cada uno de los gráficos que utilizó?

Ent2: pues las variables no las alcancé a trabajar y conozco algunas cosas, no tan específico.

Inv: por ejemplo, en la tarea de las comidas, ¿qué variable era la comida?

Ent2: es cualitativa.

Inv: bueno y, ¿de qué tipo?, ¿en qué se grafica básicamente?

Ent2: puede ser en barras.

Inv: por ejemplo, si usted les dice a los estudiantes que cuenten los postes que hay de aquí a su casa, y ellos se encuentran en el camino $\frac{1}{2}$ poste, ¿cómo solucionan el problema?

Ent2: no, me imagino que esa cuenta como un poste entero.

La pregunta de la entrevista se complementa con la información que da la investigadora al docente respecto al tipo de variables que se manejan para la elaboración de gráficos estadísticos y que se encuentran explicadas con ejemplos en las *Mallas de Aprendizaje de Matemáticas* de cada grado, así como los gráficos pertinentes de acuerdo al tipo de variable. Se reflexiona con el docente sobre la importancia que tiene este concepto a la hora de trabajar los gráficos estadísticos y la dificultad y posibles confusiones que se pueden generar en los estudiantes, hasta terminar inclusive en errores o en obstáculos de aprendizaje. Al respecto, se concluye la necesidad y relevancia que tiene la elección adecuada del tipo de variable, dado que es uno de los elementos indispensables para la escogencia del gráfico estadístico correcto para la representación de datos.

En esta característica de análisis, se obtuvieron 38 codificaciones con un nivel de saturación de 14,34%, siendo el número de mayor valor para esta categoría al igual que “conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos” con la misma puntuación, seguida de la característica “conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos” con 37 codificaciones. Es importante resaltar que en las clases no se observó mayor profundidad conceptual en la explicación del docente respecto a los gráficos estadísticos y sus diferencias, ni sus elementos estructurantes. El número de codificaciones refleja el abordaje que hizo el docente al tratar de explicar y conceptualizar; sin embargo, estos datos no son concluyentes sobre la apropiación conceptual del docente, así como tampoco permiten expresar algún juicio con respecto a esta. Como ejemplos se presentan las siguientes citas en las que el docente conceptualiza sobre los gráficos estadísticos utilizados:

Clase N°1:

Ent2: puede ser un grupo de ciudadanos, un grupo de estudiantes, o un grupo de niños. Eso es una encuesta, hacerle una cantidad de preguntas, unas preguntas ¿cómo para qué?

Estudiantes: para tener orden.

Ent2: bueno, para tener orden...

Ent2: ropa preferida, el color de la camisa, muy bien, todo eso preferencias, la encuesta me arroja preferencias.?...

El docente define la encuesta como una serie de preguntas que se le hace a una determinada población solo para identificar tendencias. Otro concepto abordado en la misma

clase se relaciona con el primer gráfico estadístico enseñado, la tabla de frecuencias: “Ent2: tabla de frecuencias, en esa tabla de frecuencias yo puedo organizar los datos” (**clase N°1**). Es una explicación que se queda en la generalidad, dado que en todos los gráficos que se utilizaron se pueden organizar los datos, en ningún momento explicó cómo estaba estructurada la tabla de frecuencias y la forma en que los datos debían organizarse. De igual forma sucedió con el diagrama de barras: “Ent2: haber, para eso sirve, pero entonces un diagrama de barras es, escúchenme, la representación, ahí está representado ¿cierto? La representación gráfica en un gráfico, en un dibujo, es la representación gráfica de los resultados de la encuesta” (**clase N°2**). Se asume como la representación gráfica de los datos de la encuesta desconociendo la variedad de información que en este gráfico se puede representar y tal como sucedió con la tabla de frecuencias no se explicaron los elementos estructurantes que conforman un diagrama de barras. Respecto a los pictogramas, el docente los define de la siguiente manera:

Clase N°3:

Ent2: justamente eso es lo que vamos a ver chicos, ¿Qué son los pictogramas?, los pictogramas en estadística y en matemáticas son representaciones, escuchen pues por favor, son representaciones gráficas de la información que obtenemos ¿del?

Estudiante: de las tablas de frecuencia.

Ent2: de los datos que tenemos en las tablas de frecuencia que es lo que obtenemos en ¿una?

Estudiante: diagrama.

Ent2: encuesta...

Estudiante: un pictograma es una representación gráfica de la tabla de frecuencias.

Ent2: de una tabla de frecuencias o de una encuesta y dentro de esa le vamos a poner una variable, oigan la palabra variable, un pictograma es la representación gráfica de una variable.

Estudiante: la he oído por ahí, variable es una...

Ent2: entonces esa variable puede ser ¿la respuesta de la encuesta, los datos de la encuesta?, que varía, que no es una cosa constate.

En cuanto a los pictogramas se conceptualiza de igual manera que el diagrama de barras, e inclusive se afirma que la información es obtenida de la tabla de frecuencias como producto de una encuesta. No se mencionan los símbolos que se utilizan en los pictogramas

ni los valores que estos pueden llegar a tomar y el concepto de variable tampoco es claro, además no se dan ejemplos de las diferentes variables que se pueden utilizar al representar datos. Finalmente, en relación con los diagramas circulares, el docente los nombra como pictogramas circulares, sin tener en cuenta su nominación y las diferencias entre uno y otro: “Ent2: un pictograma también puede ser circular, ejemplo. Bueno, entonces van a hacer este [el profesor señala la figura en el tablero] niños, en lugar de escribir rojo, pinta de color rojo el cuadrado y pinta aquí rojo” (Clase N°3).

En relación con este aspecto, Batanero (2002) expresa el papel fundamental que tienen las instituciones educativas como el medio más eficiente para que las personas sean estadísticamente cultas; por ello, considera que son los entes gubernamentales quienes deben asumir esa responsabilidad desde el diseño de los currículos, además de ser garantes de que se hagan realidad las políticas educativas. Asimismo, otros autores concluyen que para que este escenario sea posible, los educadores deben contar con elementos como la experticia, conocimiento en el área y su didáctica (Del Pino y Estrella, 2012 y Estrella et al., 2015), aún más cuando Estadística es una disciplina incipiente comparada con otras disciplinas que llevan muchos más años de aplicación. Es importante tener en cuenta que la escuela no es el único escenario de aprendizaje, por ello, la urgencia de que los estudiantes se apropien de competencias que les permitan acceder a la información que a diario circula a través de diferentes representaciones, factor ineludible para la vida de cualquier persona (Azcarate y Cardeñoso, 2011).

De acuerdo con los autores y sus concepciones, referente a esta característica se espera que el docente pueda explicar a los estudiantes los tipos de gráficos abordados en cada sesión, desde su concepto hasta su uso, así como los elementos estructurantes que lo componen y las diferencias entre unos y otros según sus características; de esta forma los estudiantes podrán representar la información y resolver preguntas de tipo estadístico. En consecuencia, las observaciones de clase realizadas y las respuestas de la entrevista, no son una evidencia concluyente del dominio conceptual del docente, dada la limitada conceptualización observada en las clases, aunado al reconocimiento explícito por parte de él sobre la ausencia de ampliaciones teóricas y elementos estadísticos para su ejercicio docente.

5.2.2.4 Conocimiento de estrategias de evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos. Al final de cada una de las sesiones el

docente Ent2 entrega fichas a los estudiantes para realizar una evaluación escrita de lo desarrollado durante la clase, las citas lo evidencian a continuación:

Clase N°1:

Ent2: les voy a entregar esto, cada uno va a contestar, chicos, van a contestar estas preguntitas ya, ahí, es una especie de evaluación, aquí, ya, de una tabla de frecuencias hicieron este diagrama de barras, contestemos de los dos primeros únicamente, aquí está la información y usted va a contestar las preguntas, sencillísimas, esto es una evaluación, cada uno solito, ya.

Clase N°2:

Ent2: cada uno solito, Sofía, contesta las tres primeras preguntas del primer diagrama. Vamos a hacer, chicos, vamos a cambiar aquí una cosita, vamos a hacer las tres primeras preguntas... Estudiante: ¿juntos?

Ent2: ...que sirve de evaluación ya, sí, estas tres primeras. No, cada uno solo, es individual, es una evaluación y las otras dos las dejamos para la casa de tarea.

Clase N°3:

Ent2: va a contestar estas preguntas, estas, de este pictograma, el que termine me va entregando, cada uno solo, individual, no le miren al otro, cada uno solo, necesito saber si entendieron, terminan y me entregan por favor y acabamos. Y la tarea entonces es terminar de pintar esto. Necesito que por favor cada uno interprete ese pictograma, esa es la evaluación.

Entrevista. Pregunta 26:

¿Cómo evaluó el aprendizaje de los estudiantes en cada una de las sesiones orientadas?, ¿en qué centró su atención cuando estaba mirando qué aprendían sus estudiantes?

Ent2: lo hice a través de, en las 3 clases con 3 talleres y cada uno le miraba la respuesta puntual, concreta, una lectura de datos ahí también y le ponía su calificación, pero no trascendí pues a que hubiera pues como algo más.

Inv: por ejemplo, ¿qué pasaba cuando las respuestas no eran correctas?, cuando un estudiante perdía los talleres, ¿usted qué hacía?

Ent2: no, ninguno perdió porque le decía: “mire que tiene un error, descúbralo”.

Inv: o por los compañeritos, también pude evidenciar que los compañeritos borran y corregían. En la primera clase usted trabajó tablas de frecuencias; sin

embargo, en la evaluación, la información se presentó en un diagrama de barras, lo que indica no correspondencia entre lo enseñado y lo evaluado, ¿qué podría decir al respecto?

Ent2: pues como que no caí en cuenta de eso.

Respecto a los fragmentos de clase que se incluyeron para realizar la triangulación de esta característica, se concluye que el docente demuestra interés por realizar procesos evaluativos al final de las sesiones, estas se realizaron en las tres clases observadas. Cabe mencionar que en la primera de ellas la ficha de evaluación entregada a los estudiantes tenía tres situaciones con diferente información representada cada una en un diagrama de barras, los estudiantes debían resolver la primera de ellas relacionada con deportes: fútbol, tenis y baloncesto, observando el gráfico y respondiendo las tres preguntas que allí aparecían, que además eran iguales para cada situación. Al respecto, la información se presentó en un diagrama de barras y no en una tabla de frecuencias, que era el tema de la clase; por lo que el contenido evaluado no correspondía con lo visto en la sesión. Situación que el docente validó en la respuesta 26 de la entrevista.

De acuerdo con Rico (1997), se plantea la evaluación como uno de los cuatro elementos importantes que estructuran el currículo, la cual se encuentra definida por dos aspectos: primero, los logros alcanzados, y segundo, el manejo dado a los errores que cometen los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje; también expresa que estos dos elementos deben ser intervenidos por el docente, al considerarse como el hilo conductor del proceso y el elemento principal de la enseñanza.

Según estos criterios, es importante reflexionar y analizar sobre los hechos concretos respecto al tipo de evaluación que el docente realizó a los estudiantes en el desarrollo de las clases y las respuestas dadas en la entrevista. En primera instancia, el término “evaluación” aparecía únicamente verbalizado al final de dos de las clases como cierre de estas; también como instrumento de verificación de aprendizajes, ya que no hubo diferencias entre estas tareas y las actividades realizadas en las clases, excepto por el título “evaluación” y la instrucción que invitaba a trabajar de manera individual. En consecuencia, es difícil determinar con precisión los logros alcanzados por los estudiantes durante este ejercicio, dado que tampoco se observaron procesos metacognitivos con preguntas retadoras, ni autoevaluación sobre el aprendizaje abordado; elementos estos asociados con los parámetros de evaluación formativa.

Por otra parte, se considera que el docente revisó y corrigió la totalidad de las tareas propuestas durante el desarrollo de las clases, asimismo hizo coevaluación con los estudiantes en dos de ellas, al sostener diálogos respecto a las respuestas incorrectas, brindando la oportunidad de reflexionar y corregir, por ello todos los estudiantes lograban notas positivas en sus evaluaciones. Estas situaciones implican que no solo se reconocen los desaciertos sino también los aciertos de los estudiantes, no se promueve el ganar y el perder, la evaluación no está asociada al temor y castigo ni en la medición o calificación, tampoco es usada como mecanismo de control; características que están presentes en una evaluación sumativa, dándole un enfoque orientado a la evaluación formativa. Con este panorama y al encontrarse evidencias de ambos procesos evaluativos, es difícil concluir un solo tipo de evaluación realizado por el docente.

En la ejecución de las clases se pudo observar que el docente Ent2, al igual que la docente Ent1, desarrollaron procesos evaluativos -aunque no lo hicieran de forma consciente- al precisar errores de los estudiantes en la realización de las tareas y corregirlos de forma inmediata, uno de los factores que forman parte de la evaluación formativa, mencionado como elemento importante por Rico (1997) líneas atrás. Así las cosas, se interpreta que el docente identifica algunas estrategias de evaluación del aprendizaje en la representación y análisis de datos estadísticos, aunque sea de forma parcial. En concordancia con las situaciones descritas, se considera equivalente el número de hallazgos encontrados que evidenciaban esta característica: 31 codificaciones con nivel de saturación del 11,70%, obteniendo el tercer nivel más bajo entre ocho de ellas de esta categoría.

5.2.2.5 Conocimiento de los principios pedagógicos de la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos.

Clase 2:

Ent2: bueno chicos, vamos a empezar esta clase de matemáticas recordando lo de la vez pasada, lo de la clase pasada. En la clase pasada de matemáticas ¿de qué hablamos?

Estudiante: de la tabla de frecuencias.

Ent2: de la tabla de frecuencias, ¿qué es eso? ¿quién me puede decir?

Estudiantes: la tabla de frecuencia se utiliza para visualizar los datos de una situación ... (en coro).

Ent2: a ver, uno no más, ¿quién quiere contestar?, ¿quién quiere decir?

Estudiante: la tabla de frecuencia se utiliza para organizar los datos de una situación, encuesta o estudio.

Ent2: eso es una tabla de frecuencia, muy bien, que lo vimos en la clase pasada, y en la clase pasada nos quedó muy claro, ¿cierto? Vamos a ver hoy una cosita ya que ustedes ponen tanto cuidado, son tan juiciosos van a entender y está muy fácil y tiene que ver justamente con esa tabla de frecuencia o con los resultados de la encuesta, todo tiene que ver con lo que vamos a ver ahora. Muy bien, les voy a hacer aquí en el tablero un diagrama, un dibujo que me va a mostrar los resultados de esta encuesta. De la tabla de frecuencia, yo puedo poner los datos en este diagrama, o de este diagrama lo puedo pasar a la tabla de datos, o mejor, díganme según esto, ¿cuántos niños, matemáticas, biología, inglés, artística, informática y sociales?, ¿cuál es la barra que ustedes ven ahí más alta?

En esta línea se relaciona la investigación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas desarrollada por Mosquera Suárez (2011). Luego de una intervención los maestros noveles participantes transformaron su visión respecto a la relevancia que tiene el uso de las ideas previas por encima de la memorización de conceptos para el proceso de enseñanza y aprendizaje. Uno de los principios pedagógicos que se establecen para el desarrollo de una clase, entre otros, es conectar el nuevo aprendizaje con los presaberes que tienen los estudiantes y los contenidos abordados en sesiones anteriores, que a su vez fortalecen la interrelación entre estos dos elementos.

Como evidencia de este hecho, se presenta el fragmento de la clase 2, en la cual el docente hace alusión a las tablas de frecuencia estudiadas en la clase anterior y las conecta con lo que se va a desarrollar durante esa sesión, que corresponde a un diagrama de barras. Se aclara que situaciones como estas y otros principios pedagógicos fueron recurrentes en todas las clases. Como consecuencia, esta característica obtuvo el segundo puntaje mayor de la categoría con 38 codificaciones, después de “conocimiento de definiciones, conceptos y propiedades respecto a la representación y análisis de datos estadísticos con 47 situaciones.

5.2.2.6 Conocimiento de los objetivos de aprendizaje relativos a la representación y análisis de gráficos estadísticos. Esta característica relaciona de manera específica los objetivos de las clases, para tal caso, se tiene en cuenta la mención de logros o propósitos como equivalentes. De acuerdo a ello se observó que en ninguna de las sesiones el docente hace mención de los objetivos de aprendizaje, estos debieron inferirse a partir del

contenido que el docente enunciaba de manera repetida durante el desarrollo de las clases y de las tareas propuestas. De ahí que esta característica se haya ubicado aproximadamente en la mitad de la tabla con 37 codificaciones, una menos que la característica anterior.

Clase N°1:

Ent2: entonces, ¿para qué sirve una tabla de frecuencias?, hay si ya lo que es el tema principal, lo que van a aprender ustedes hoy, ¿para qué sirve una tabla de frecuencias?

Estudiante: para las encuestas.

Clase N°2:

Ent2: entonces miren, de esto que estamos viendo hoy, mírenlo bien, que se llama...

Estudiantes: diagrama de barras (en coro).

Clase N°3:

Ent2: entonces hoy vamos a ver otra cosa, muy buena, muy fácil, similar, similar a eso y tiene que ver con esta palabra.

Estudiantes: pictogramas.

Estudiante: profe ¿qué son pictogramas?

Ent2: justamente eso es lo que vamos a ver, chicos, ¿qué son los pictogramas

En cuanto a la comprensión de los objetivos por parte de los estudiantes, una vez que el docente enunciaba el tema, indagaba de forma oral por el contenido que se iba a aprender para verificar su comprensión; sin embargo, no se observaron hechos concretos para validar la apropiación de un objetivo de clase que fuera más allá de la temática, esto porque no hubo parafraseo por parte de los estudiantes, por ejemplo; y mucho menos el docente indagó sobre si los estudiantes habían al menos inferido de la temática un propósito de aprendizaje.

El tercero de los pilares planteados por Rico (1997) como elemento necesario en la construcción del currículo es la construcción del conocimiento mediante el desarrollo y alcance de los objetivos propuestos. Las declaraciones hechas por el autor validan la importancia que conlleva que el docente plantee objetivos que sean alcanzables y medibles, pero además estos deben ser presentados a los estudiantes y hacer seguimiento a su cumplimiento. En otra investigación se afirma que los errores cometidos por los estudiantes dificultan la consecución de los objetivos de la clase (Kilpatrick et al., 1998). Finalmente, Ball et al. (2008) y Shulman (1986) exponen las implicaciones de conocer el tema ampliamente, ya que ello posibilita al profesor anticipar los componentes y relaciones entre los contenidos que de alguna forma pueden ser más difíciles de comprender, además puede

influir de cierta manera con los logros que deben alcanzar los estudiantes. De acuerdo a los planteamientos expuestos desde la teoría, se puede concluir la insuficiencia de información respecto a los objetivos propuestos por el docente Ent2, al carecer de una intencionalidad en la clase que supere el hecho de hacer explícito el tema; ya que, si bien es cierto que, formular la temática ayuda al estudiante a hacerse una idea de lo que va a aprender, no con ello se logra el alcance metacognitivo que podría tener formular objetivos de aprendizaje y garantizar la comprensión de los mismos por parte de los estudiantes.

5.2.2.7 Conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos. En la pregunta 17 de la entrevista la investigadora enuncia los recursos utilizados por el docente en el desarrollo de las clases: fichas de trabajo, tablero, marcadores y dos textos escolares: *Habilidades Matemáticas científicas* 4° Ed. Santillana y *La casa del Saber* 4° de la misma Editorial y se hace énfasis en la evidencia del uso de los mismos recursos en las diferentes clases.

Pregunta 17:

¿Cuáles fueron los criterios para la selección de estos recursos?, ¿por qué los consideró pertinentes?, ¿resultaron siendo importantes o no para el desarrollo de la clase y la consecución de los objetivos?

Ent2: claro, porque son materiales propios para la Matemática, como el tablero, obviamente, hay que necesitar los marcadores y el texto como apoyo, pues, para la teoría y para las tareas y la evaluación.

Inv: profesor, en ninguna de las clases observé el uso de material concreto y/o manipulable, ¿qué idea tiene usted al respecto?, ¿cree que este material es de utilidad, por ejemplo, para afianzar los conceptos?

Ent2: bueno, el material concreto es el que puede manipular los estudiantes.

Inv: ¿solamente ese?

Ent2: bueno, dependiendo del tema y dependiendo del grado del muchacho, el material concreto es esencial para que el muchacho aprenda, por decir algo, en los primeros grados manipular ciertas fichas para contar, para bueno, pero hay otros como en este tema, como en este caso, por ejemplo, en Estadística el material concreto para manipular no hay, pero si material sería, gráficas y otras cosas. Inv: bueno profe, es una afirmación un tanto arriesgada, es decir, ¿que usted piensa que para estadística no hay material concreto?, ¿por qué?

Ent2: pues porque se utilizan gráficos esencialmente, en la clase que hice, la hice con gráficos en el tablero, los chicos escribían, dibujaban.

Inv: si usted, por ejemplo, le lleva a los estudiantes fichas de distintos colores y les dice que elaboren una tabla de frecuencias en la que discriminen las fichas por colores, ¿eso no es material concreto? Entonces el niño encuentra 5 fichas amarillas, encuentra 10 fichas rojas, 15 fichas azules, ¿eso no es material concreto?

Ent2: pero me parece más práctico, como, por ejemplo, una encuesta como la que se hizo, entonces ya viene la metodología, no en el material sino en la metodología, como un chico hacer una encuesta ahí.

Inv: por ejemplo, cuando usted hace un pictograma, en las mallas hay ejemplos con goticas, también se podría con animales del zoológico, podemos llevar las fichitas ¿cierto?, y esos íconos tienen un valor de acuerdo a la forma, al tamaño, entonces todo esto puede ayudar a trabajar con material concreto y manipulable, la idea es que también el chico manipule a veces para que él mismo pueda hacer esas construcciones.

Ent2: bueno.

Respecto a los recursos didácticos, Assupta (2007) sostiene que la poca preparación docente en el área de Estadística es un factor limitante para el uso de recursos pedagógicos en las clases. No contar con los recursos suficientes tiene dos efectos: primero, la no enseñanza de algunos contenidos; y segundo, el uso de una metodología poco apropiada para los aprendizajes propuestos. La preparación docente y los recursos de la clase son directamente proporcionales en el desarrollo profesional. Esta situación se evidencia a partir de hechos concretos en el docente Ent2 ante la no claridad en la conceptualización respecto a los gráficos estadísticos, el desconocimiento de otros tipos de gráficos que deben enseñarse en el grado Cuarto y el uso de escasos recursos para la enseñanza en este tópico.

Otro de los recursos con los que cuenta el docente para el desarrollo de sus clases son los libros de textos. Siguiendo a Salcedo (2015) este elemento es uno de los recursos de mayor presencia para los docentes a la hora de orientar las clases, de hecho, para un alto número de ellos, termina por convertirse en el currículo, en su plan de área y de aula, esto es "... el saber docto transformado en saber a enseñar, de allí que en muchas ocasiones es quien determina el currículo a ser enseñado, el currículo real" (p. 71). El investigador considera, además, que el desarrollo de habilidades y la conceptualización son potenciadas en gran medida por la diversidad de actividades planteadas en los libros de texto. Referente

a este recurso se convalida el uso de los libros de texto como único currículo del docente Ent2 para la enseñanza de esta disciplina en el grado Cuarto, confirmada esta información a través de las múltiples respuestas dadas en la entrevista. Sin embargo, se resalta el uso de fichas de trabajo llevadas por el docente para que los estudiantes desarrollaran las diferentes tareas propuestas, tal como se observa en la siguiente cita, por mencionar alguna. “Ent2: como no hay problemas chicos, vamos a hacer esta primera partecita con este material que les traje aquí, les voy a entregar esta hojita y les voy a leer lo siguiente, vamos a leer” (**Clase N°1**). En la clase uno el docente entrega una ficha de trabajo a los estudiantes para su lectura, allí hay tablas de frecuencia y diagramas de barra. Explica que se va a trabajar solo tablas de frecuencia y los diagramas se abordarán en la próxima clase. En la tabla se muestra la cantidad de estudiantes de grado Cuarto según el género y sobre este asunto se hacen las preguntas, que por cierto son de nivel 1 de lectura. En esta ficha no se desarrolla nada, los estudiantes la guardan para otro momento.

Por otra parte, y para finalizar el recorrido por esta característica, se retoma la sugerencia de Batanero, Díaz et al. (2011) sobre el uso de Internet como recurso importante para la enseñanza de la Estadística. Sin embargo, al igual que la docente Ent1, el docente Ent2 se ubica en zona rural del municipio, inclusive en una vereda mucho más alejada que la primera; por lo que el uso de Internet es aún mucho más difícil, inclusive hasta la señal de celular. Esta característica obtuvo 29 codificaciones con un nivel de saturación del 10,94%, de esta manera se convierte en la segunda con el menor número de codificaciones de esta categoría, después de “conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos”, con solo 10 codificaciones y se relaciona con “conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos” con 31 hallazgos.

5.2.3 Categoría 3. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo (CDCM-CU)

Como se observó en la Figura 29 expuesta en la primera categoría a “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo” se asignaron 48 codificaciones, con nivel de saturación del 30,38%. Se observó que el número de codificaciones fue muy cercano a la segunda categoría “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes” con 43, y muy distante de la segunda “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza” que obtuvo 76 codificaciones.

En esta categoría se abordan elementos respecto al conocimiento que tiene el docente en Estadística y la representación gráfica de datos en el currículo institucional. Inicialmente se consideraron algunos elementos aislados de formación a los que hubiera podido acceder el docente, teniendo en cuenta que su formación disciplinar es otra área diferente a Matemáticas. De acuerdo con las declaraciones dadas por el docente Ent2 no ha tenido eventos que lo acerquen de manera clara y agradable a esta disciplina: “Ent2: bueno, esa formación ha sido muy insípida, porque la verdad yo soy licenciado en Preescolar, ahí no hay absolutamente nada de Matemáticas... y concreto en el tema de Estadística absolutamente nada de eso” (p. 5). Respecto al conocimiento e importancia que tiene la Estadística en el currículo y en el desarrollo de los estudiantes, el docente hace alusión a la no participación ni uso de este para la planeación y desarrollo de sus clases, así como tampoco intenciona un propósito de enseñanza en el la representación y análisis de gráficos estadísticos.

Entrevista. Pregunta7.

Ent2: yo creo que todo eso desafortunadamente es negativo. ¿Lo conoce?, no. ¿Sabe cómo está estructurado?, más o menos porque ahí está el plan de estudios y ahí está el paquete. ¿Lo usa en la planeación?, no, porque yo me baso por los libros directamente de “Claves”. ¿Ha podido cuestionar algo?, no, porque lo hacemos por grupos, un profesor hace una cosa, otro profesor hace otra, entonces ahí metemos el paquete completo del plan de estudios y esa es la realidad. ¿Le ha metido la mano a la reestructuración? No, no he podido cambiar absolutamente nada, en Estadística, menos. ¿Ha hecho sugerencias? Menos. Todo eso es no.

Inv: cuando le corresponde planear profe, ¿Cuáles el área en que usted ha planeado?

Ent2: ¿planear como tal?

Inv: sí, tengo entendido que los docentes de Básica Primaria de cada una de las sedes realizan un trabajo cooperativo, se dividen por grupos la planeación de las áreas y comparten los productos generados, quiero decir, la planeación, dado su contexto de aula multigrado y sedes unitarias en la mayoría de los casos, entonces trabajan cooperativamente con los demás compañeros, de esta forma se minimiza el trabajo de cada docente al no tener que planear todas las áreas y para todos los grupos.

Ent2: ah sí, yo muy empíricamente manejo el inglés de primaria, hice una capacitación de inglés hace muchos años y manejo el inglés empírico de primaria y en eso me siento fuerte.

En relación con la razón de la enseñanza de la Estadística el docente Ent2 la asume como un área más, desconociendo su importancia para el desarrollo de los estudiantes, como se observa en la siguiente cita.

Entrevista. Pregunta derivada de la 5.

Inv: En Estadística, ¿usted la mira como una clase así simplemente sencilla?, o ¿cómo la posibilidad de que los chicos entiendan e interpreten la realidad en la que viven? Para cuando cojan el periódico, un anuario estadístico, sepan que es eso y cómo influye en su vida y puedan tomar posición al respecto, mirar los datos de manera crítica, y a partir de ellos poder emitir juicios de valor, para que sean lo que se llama “estadísticamente cultos”.

Ent2: no, como una parte más que esta ahí en el plan de estudios, que hay que darla, esa parte estadística no, la verdad no es así, no con la intención de que el niño aprenda qué es Estadística y que las tablas de datos, no, porque al otro día el chico ya casi que no sabe nada de lo que se le enseñó, esto es una realidad.

A pesar de las declaraciones iniciales dadas por el docente y con algunas reacciones de la investigadora ante sus respuestas, se logró que el docente reconociera que en la primera sesión había tratado de relacionar las encuestas como instrumentos que permitían conocer algunas situaciones políticas que se estaban viviendo en el país en ese momento.

Entrevista. Pregunta 11.

Ent2: no, se tocan muy parcialmente, a veces en charlas con los muchachos, por ejemplo, algo tiene que ver eso que yo les diera a los chicos ese día con lo de Estadística con lo que está viviendo ahora el país, entonces con datos estadísticos, que el promedio de gente que está, que si se comen las dos comidas diarias, las tres comidas diarias, etc., para lo de Estadística propiamente y en este momento y en charlas con ellos de otras cosas si han servido, si se han utilizado.

Dado que esta categoría también relaciona la secuencialidad temática del tratamiento de un contenido a lo largo de un grado escolar e incluso entre diferentes grados escolares, además expresa el conocimiento del profesor sobre la relación o relaciones que se puede establecer entre la temática y las otras temáticas del mismo grado, se presentan dos fragmentos de la entrevista.

Entrevista. Pregunta 9:

En la organización de las Matemáticas en el año escolar, por ejemplo, ¿usted separa Aritmética, Estadística, Geometría? Mejor dicho, ¿cuál es la organización que

usted hace con estas diferentes subdisciplinas de las Matemáticas? por llamarlas de alguna manera. ¿Qué tiempo dedica a las Matemáticas y a cada una de ellas en la semana?, ¿con qué criterios hizo esa asignación?

Ent2: bueno, los criterios son los mismos que están en el plan de estudios. Y separo Matemáticas, pues casi todo el tiempo se va en Matemática, Estadística se toca cuando uno llega allá a la Estadística, para Geometría casi nunca alcanza el tiempo.

Inv: entonces, ¿cuántas horas da usted a la semana de Matemáticas?

Ent2: cuatro horas.

Inv: cuatro horas. Y según la distribución en el PEI de la institución y lo que aparece en la calificación que se les entrega a los estudiantes dice cinco horas semanales de Matemáticas. Bueno, usted tiene una hora por ejemplo de Geometría, otra hora de Estadística, o da Matemáticas y ¿va enseñando los contenidos de cada pensamiento ahí cuando llegue su momento en el libro escolar que utiliza?

Ent2: sí, la segunda opción. Cuando Matemáticas entra, la otra, Estadística y Geometría, de Geometría como tal aparte no, no porque de verdad, de verdad no hay tiempo.

Inv: quiere decir que cuando usted enseña de esa manera, guiado solo por un libro escolar, se está perdiendo la coherencia horizontal de la que hablan los Estándares, lo que significa que en cada periodo haya temas de los 5 pensamientos o por lo menos de 4 de ellos: numérico, geométrico, métrico, variacional y por supuesto, aleatorio. Entonces quiere decir que esta coherencia horizontal usted no la maneja a la hora de organizar los contenidos que va a orientar a los estudiantes.

Ent2: no.

Entrevista. Pregunta 11:

El tópico abordado en esta investigación es análisis y representación de gráficos estadísticos y en esa temática se desarrollaron las clases, ¿usted lo trabaja usualmente en sus clases?, ¿en qué momento lo ha trabajado antes? ¿por qué lo hubiera trabajado en clase?, ¿por qué es importante trabajar este contenido con los estudiantes?

Ent2: no, se tocan muy parcialmente, a veces en charlas con los muchachos, por ejemplo, algo tiene que ver eso que yo les diera a los chicos ese día con lo de Estadística con lo que está viviendo ahora el país, entonces con datos estadísticos, que el promedio de gente que está, que si se comen las dos comidas diarias, las tres

comidas diarias, etc., para lo de Estadística propiamente y en este momento y en charlas con ellos de otras cosas sí han servido, sí se han utilizado.

Inv: si no se hubiera hecho la investigación, lo hubiera trabajado antes, usted lo trabaja siempre cada año.

Ent2: sí.

Inv: ¿todos, los 3 contenidos?

Ent2: sí, porque están en ese orden ahí en el libro.

Inv: ¿quiere decir que es importante trabajar esos contenidos con los estudiantes?, o ¿solo porque están ahí en el libro?

Ent2: pues mucha importancia como tal sería como contradecirme en lo que ya dije. La verdad que es porque están ahí.

En las respuestas que da el docente respecto a la forma de estructurar los contenidos que enseña en Estadística en el grado Cuarto, se observa un tratamiento personal y subjetivo del currículo, basándose solo en el libro de texto como único elemento y guía para la enseñanza de esta disciplina, desconociendo no solo los referentes curriculares propuestos por el MEN, sino también el plan de área planteado en el PEI y elaborado a partir del trabajo colaborativo del grupo de docentes.

Características de la categoría 3. CDCM-CU. Docente Ent2.

En la Figura 51 se observa el grado de expansión del horizonte comprensivo de la categoría CDCM-CU de acuerdo con sus cinco características, al respecto, no se encontró semejanza en ninguna de ellas con la docente Ent1. Es importante resaltar que el rango en el cual se ubican estas características corresponde a valores entre 17 y 40, siendo el primer número el más bajo y 40 el más alto. Para la triangulación de los resultados se procedió de la misma manera que las dos categorías anteriores, de derecha a izquierda, iniciando con la característica 1 “Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos”.

Figura 51

Características categoría 3. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Docente Ent2



Fuente: Elaboración propia en Excel a partir de los resultados de Atlas.ti.

5.2.3.1 Conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de gráficos estadísticos. Para este análisis se expone un fragmento de la entrevista realizada al docente ya que aborda directamente la evaluación. En este se evidencia que el único instrumento utilizado por el docente para evaluar a sus estudiantes es la evaluación escrita, que se da al finalizar cada sesión.

Pregunta 26:

¿Cómo evaluó el aprendizaje de los estudiantes en cada una de las sesiones orientadas?, ¿en qué centró su atención cuando estaba mirando qué aprendían sus estudiantes?

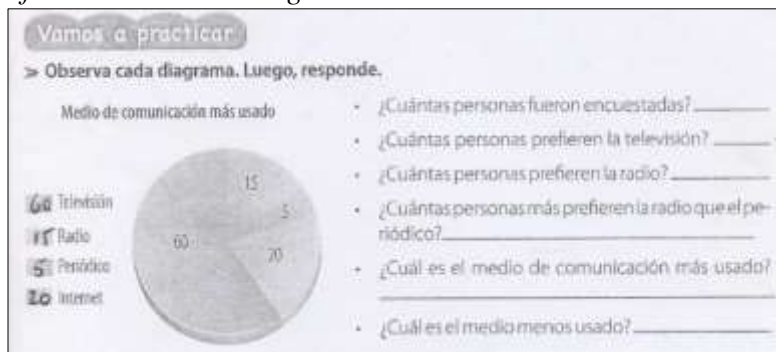
Ent2: lo hice a través de, en las 3 clases con 3 talleres y cada uno le miraba la respuesta puntual, concreta, una lectura de datos ahí también y le ponía su calificación, pero no trascendí pues, a que hubiera pues como algo más.

La respuesta expresada por el docente Ent2 puede verificarse en cada una de las tres sesiones de clase ejecutadas, tal como se observa en la siguiente cita, correspondiente a la

clase N°3, según la Figura 52. El docente entrega una ficha de evaluación para ser respondida por los estudiantes de manera individual. De acuerdo a la instrucción dada deben leer la información del primer diagrama circular, que corresponde a los medios de comunicación más usados, y responder las 6 preguntas que allí aparecen.

Figura 52

Ejemplo de una ficha de Evaluación grado Cuarto. Clase N°3. Docente Ent2



Nota: ficha entregada a los estudiantes para realizar la primera tarea como evaluación de la sesión, el docente escribió las respuestas. Fuente: imagen tomada de la clase N°3 del docente Ent2.

Clase N°3.

Ent2: ya les voy a hacer dos preguntitas a cada uno para la evaluación, y la tarea chicos, les voy contando, la tarea es terminar ese diagrama ¿Cómo se llama?, ¿Ese pictograma qué?

Estudiantes: pictograma circular.

Ent2: circular, terminan de pintarlo en la casa bien bonito... Por favor contesten las primeras preguntitas del diagrama, del primer pictograma circular, siéntese joven, cada uno, esta es la evaluación, ¿entendieron esto jóvenes?

Aun cuando el docente no expresó que realizó otro tipo de evaluación diferente al escrito solo al final de la clase, en el desarrollo de estas fue posible comprobar que también evaluó por medio de las tareas, esto porque él corrigió cada una de estas. Elementos que hacen parte de una evaluación continua durante las clases y así mismo de la evaluación formativa.

En este sentido, es necesario recordar que el Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes (SIEE) define los criterios para evaluar los aprendizajes que obtienen los estudiantes en una institución educativa y está reglamentado por el Decreto 1290 (MEN, 2009), tal como se explicó en la docente Ent1. Asimismo, como se indicó su estructuración

y la no existencia de un protocolo de evaluación para los estudiantes a nivel institucional, siendo el docente el encargado de gestionar los procesos evaluativos al interior de sus clases y de establecer los parámetros para dicho proceso. De esta manera, se justifica en gran medida el número de codificaciones obtenido en esta característica, correspondiente a 23, con un nivel de saturación del 16,20%, el segundo más bajo de la categoría.

5.2.3.2 Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos.

Clase 3:

Ent2: aquí está en el mismo, en el mismo pictograma, aquí hay, esto se llama una convención ¿cierto?, aquí hay una explicación. Convenio, cada paciente equivale a 50 personas, entonces si pregunto con el lunes digo: ¿cuento de?

Estudiantes: de 50 en 50.

Ent2: de 50 en 50 que eso lo suma un niño ¿de? Primero ¿cierto? Entonces digo: 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, y 400, ¿sí?

Estudiantes: sí señor.

Ent2: o pueden contar de 100 en 100 de a 2: 100, 200, 300 y 400 Estudiantes: 100, 200, 300 y 400.

La característica “Conocimiento de las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de datos estadísticos” obtuvo 17 codificaciones con un nivel de saturación del 11,97%, siendo el valor más bajo para esta categoría, no obstante fue difícil hallar un fragmento que hiciera alusión a la característica, aunque es necesario aclarar, que si bien en la tarea propuesta se relaciona con una de las cuatro operaciones básicas como lo es la suma, e inclusive el conteo con un patrón establecido (50 o 100), estas operaciones solo son usadas algorítmicamente para dar solución a las preguntas de la actividad, mas no trascienden a ningún otro ámbito ni se realiza transversalidad con dichos elementos. Esta situación se presenta en gran medida porque el docente desarrolla su plan de aula de acuerdo a uno o dos textos escolares, desconociendo no solo los intereses de los estudiantes, sino también su contexto.

Por otra parte, el docente identifica, de manera muy general, las temáticas correspondientes para los grados que enseña; desde la propuesta que se realiza en los referentes curriculares como también desde el plan de área institucional. Así las cosas, difícilmente conocerá las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la

representación y análisis de datos estadísticos y su importancia, hecho evidenciado en el desarrollo de las clases y en las respuestas de la entrevista, al no constatar mayor esfuerzo del docente por relacionar otros contenidos temáticos con la representación de gráficos estadísticos a través del desarrollo de las actividades, apenas los mínimos expuestos en los textos escolares usados. La pregunta 11 de la entrevista indagó por la importancia de trabajar estos contenidos con los estudiantes.

Entrevista. Pregunta 11.

Inv: si no se hubiera hecho la investigación lo hubiera trabajado antes, usted lo trabaja siempre cada año.

Ent2: sí.

Inv: ¿todos?, los 3 contenidos.

Ent2: sí, porque están en ese orden ahí en el libro.

Inv: entonces ¿por qué es impotente trabajar esos contenidos con los estudiantes?, o ¿solo porque están ahí en el libro?

Ent2: pues mucha importancia como tal sería como contradecirme en lo que ya dije. La verdad que es porque están ahí.

5.2.3.3 Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Plan de aula de Matemáticas.

Entrevista. Pregunta 10:

Los contenidos seleccionados por usted para el plan de aula de grado Cuarto y que fueron enunciados en la pregunta 8 (variables cualitativas y cuantitativas, diagramas circulares, tablas de frecuencia y diagrama de barras). ¿Con qué criterios fueron seleccionados?, ¿por qué los considera pertinentes?, ¿cuáles referentes curriculares utilizó para la organización y planeación de las clases?, ¿los contenidos seleccionados corresponden con los evaluados en las pruebas diagnósticas y Saber que se aplican en los estudiantes?

Bueno profe, y de esos contenidos, usted realmente orientó tres de ellos: tablas de frecuencia, diagrama de barras, y pictogramas; no enseñó variables y muy tangencialmente diagramas circulares.

Ent2: esas tres cosas.

Inv: entonces profe, ¿me podría responder las preguntas enunciadas?

Ent2: la verdad es que no fue con ningún criterio, porque estaban ahí en el libro.

Tomé esos temas y se los di a los muchachos y punto, así.

Inv: entonces, ¿usted los dio porque estaban ahí?

Ent2: claro.

Inv: ¿Los considera pertinentes?

Ent2: no. Tampoco utilicé los referentes y me imagino que tienen alguna coincidencia, pero coincidencia nada más con las pruebas Saber.

Inicialmente se indica que esta característica presentó 38 codificaciones y un nivel de saturación del 36,76%, valores que la ubican en el segundo puntaje más alto de esta categoría, argumentados estos valores en alguna medida por el uso del texto como plan de aula y desde los contenidos allí propuestos. A pesar de ello, el plan de aula presentado por el docente no corresponde con el plan de área institucional ni los referentes curriculares en Matemáticas del pensamiento Aleatorio; adicionalmente, no se observa coherencia vertical al no haber progresión de los aprendizajes entre los cuatro períodos académicos en el grado Cuarto, ya que el docente no orienta estas temáticas a lo largo del año, sino que lo hace en el momento en que llega a esos contenidos producto de la secuenciación del texto escolar.

Bromme (1994) afirma que el conocimiento profesional del profesor se establece a partir de dos elementos: en primer lugar, los temas que enseña a través de su práctica de aula, y segundo, el conocimiento que tiene para enseñar dichos temas a los estudiantes, con la convicción de que ellos puedan comprenderlos. Esto implica que se deben conjugar tales elementos para garantizar el aprendizaje de los estudiantes, el desarrollo de habilidades y competencias que permitan llegar la cultura estadística.

5.2.3.4 Conocimiento del tratamiento de la representación y análisis de datos estadísticos en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) o en el Plan de área de Matemáticas. El análisis de esta característica se hace teniendo como referencia dos preguntas de la entrevista.

Entrevista. Pregunta 7

En relación con el plan de área de Matemáticas quisiera saber, por ejemplo, si participó en su elaboración, ¿lo conoce?, ¿sabe cómo está estructurado? ¿lo usa en su planeación?, ¿ha podido cuestionar algo?, ¿ha participado en la reestructuración o ha podido proponer algo para cambiar, en particular en la parte de estadística?, ¿ha realizado sugerencias? Cuénteme algo sobre todo eso.

Ent2: yo creo que todo eso desafortunadamente es negativo. ¿Lo conoce?, no. ¿Sabe cómo está estructurado? más o menos porque ahí está el plan de estudios y ahí está el paquete. ¿Lo usa en la planeación?, no, porque yo me baso por los libros directamente de “Claves”. ¿Ha podido cuestionar algo?, no, porque lo hacemos por grupos, un profesor hace una cosa, otro profesor hace otra, entonces ahí metemos el paquete completo del plan de estudios y esa es la realidad. No he podido cambiar absolutamente nada, en Estadística, menos. ¿Ha hecho sugerencias? Menos. Todo eso es no.

Entrevista. Pregunta 8:

Inv: observando el plan de área institucional, pude evidenciar que en los períodos 1 y 3 aparece el nombre de pensamiento Aleatorio en la casilla que dice estándar, según el formato, mas no en los demás períodos. En el período uno: “hace diferencias a partir de representaciones de uno o más conjuntos de datos”, el cual no corresponde con ninguno de los estándares para el grupo de grados de Cuarto y Quinto. Mientras que en el período tres está enunciado “resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos mediante observaciones, consultas y experimentos”, y en el período cuatro, donde no está intencionado, se ubica el estándar “Represento datos usando tablas y graficas (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares”, estándares que no coinciden con los contenidos, los cuales solo aparecen en el último periodo y son: tablas de frecuencia, diagramas de barras y diagrama circular, cuya única evidencia de aprendizaje que hay escrita, no corresponde con las planteadas en los DBA. Los contenidos enunciados por usted para su plan de aula en el grado Cuarto fueron: variables cualitativas y cuantitativas, diagramas circulares, tablas de frecuencia y diagrama de barras.

De esta manera, las preguntas serían entonces, ¿usted enseña Estadística solamente en un periodo, o lo hace a lo largo del año en cada uno de los períodos? ¿cree que la situación inicial rompe la coherencia horizontal enunciados en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas? ¿Podría explicarlo?

Ent2: no, repito que me baso en ese texto de Santillana y ahí está solamente en un periodo.

Inv: por lo escrito en el plan de área y el plan de aula que usted mencionó en un momento determinado, no se encuentra coherencia entre los referentes curriculares,

el plan de área institucional, el plan de aula y los contenidos que se enseñan, estos últimos en relación con el texto escolar por el cual usted se guía. De la misma manera, no hay coherencia horizontal en la enseñanza de las Matemáticas.

Ent2: entonces se debería es cambiar el currículo.

Inv: pues digamos que el currículo debe ser funcional.

Durante la descripción que se hace al docente en la pregunta 8, después de haber realizado una revisión a profundidad en relación con el plan de área de Matemáticas institucional con el plan de aula que él elaboró, se pudo llegar a la conclusión de la falta de coherencia entre estos, y también con los referentes curriculares del MEN en Estadística. De acuerdo con esta situación, se identifican tres tipos de currículo, el propuesto desde MEN a través de diferentes documentos, el currículo oficial, estructurado por los docentes de la I. E, y el real, que es ejecutado por el docente en al aula de clase. En lo que respecta al PEI, se enuncia el componente pedagógico y curricular que fundamenta las áreas que estructuran el plan de estudios, entre ellas Matemáticas. El plan de área se encuentra en otro documento con una estructura específica, como se explicó en el apartado 2.3 de esta tesis.

Esta característica se encuentra ubicada aproximadamente en la mitad de la tabla, con 24 codificaciones y un nivel de saturación del 16,90%, al lado y con un punto más que “conocimiento de la manera en que el Sistema Institucional de Evaluación de los estudiantes condiciona la evaluación del aprendizaje de la representación y análisis de datos estadísticos”. A partir de las respuestas y de las acciones del docente en las clases, se evidencia que a pesar de que en el PEI de la Institución (Institución Educativa El Roble, 2018) se explica la forma en que la comunidad educativa no solo participa de su construcción, sino también de la divulgación de este, el docente no presenta apropiación del PEI y, por lo tanto, desconoce procesos que deberían darse a nivel institucional.

5.2.3.5 Lineamientos Curriculares de Matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Derechos Básicos de Aprendizaje, Matrices de referencia, Mallas de Aprendizaje, Orientaciones Pedagógicas. El análisis y comprensión de esta característica se realiza con la introducción de la pregunta 8, mas no con la pregunta ni la respuesta porque ya se presentaron en las características anteriores en esta misma categoría. En la introducción de la pregunta, la investigadora hace un recuento de los hallazgos respecto al análisis del plan de área de Matemáticas teniendo en cuenta la estructura que se estableció

a nivel institucional en el formato designado para tal fin y el plan de aula elaborado por el docente, este análisis se proyectó a la luz de los referentes curriculares y de calidad del MEN.

Entrevista. Pregunta 8:

Inv: observando el plan de área institucional, pude evidenciar que en los períodos 1 y 3 aparece el nombre de pensamiento Aleatorio en la casilla que dice estándar, según el formato, mas no en los demás períodos. En el período uno: “hace diferencias a partir de representaciones de uno o más conjuntos de datos”, el cual no corresponde con ninguno de los estándares para el grupo de grados de Cuarto y Quinto. Mientras que en el período tres está enunciado “resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos mediante observaciones, consultas y experimentos”, y en el período cuatro, donde no está intencionado, se ubica el estándar “Represento datos usando tablas y graficas (pictogramas, graficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares)”. Estándares que no coinciden exactamente con los contenidos, los cuales solo aparecen en el último periodo y son: tablas de frecuencia, diagramas de barras y diagrama circular y la única evidencia de aprendizaje que hay escrita, no corresponde con las planteadas en los DBA. Los contenidos enunciados por usted para su plan de aula en el grado Cuarto fueron: variables cualitativas y cuantitativas, diagramas circulares, tablas de frecuencia y diagrama de barras.

Las respuestas dadas por del docente Ent2 recogen el conocimiento general que tiene respecto a la existencia de referentes curriculares: Lineamientos Curriculares y EBCM, así como los referentes de calidad: DBA, Mallas de Aprendizaje y Orientaciones Pedagógicas; mas no de su apropiación y uso en los procesos de planeación pedagógica, porque conforme a lo expresado en la entrevista, él no hace una planeación escrita con el formato institucional, más sí tiene en cuenta los pasos de la clase de acuerdo a la metodología: “Ent2: yo no me siento con el libro improvisar, sino que yo leo, miro, analizo que es lo que hay ahí para poderlo explicar a ellos de una u otra forma, eso es una forma de planeación también” (p. 17). Por esta razón, el número de codificaciones es de 40 y un nivel de saturación del 28,71%.

Respecto a los referentes diseñados desde el MEN, es claro que solo son una propuesta, una guía para direccionar la construcción de un currículo funcional, real, además

los EBCM presentan los contenidos básicos que un estudiante de cualquier parte del país debería adquirir; por lo tanto, queda siempre abierta la posibilidad a la flexibilidad curricular. Sin embargo, también debe ser claro, que las instituciones son las llamadas a dirigir estos procesos, hacer seguimiento a ellos y continua reestructuración de acuerdo a las condiciones dadas y la diversidad de contextos. Por último, y no menos importante, se debe reconocer el papel fundamental del docente como eje articulador del proceso, por lo tanto, es imperante que no solo los conozca en términos de identificación, sino también a partir de su apropiación y actualización permanente, en pro de mejorar procesos al interior del aula y el alcance de los aprendizajes por parte de los estudiantes.

5.3 Discusión de los resultados del CDCM. Características semejantes docentes Ent1 y Ent2

La elaboración de la tercera parte del capítulo corresponde a la triangulación de las características en las que se encontraron puntos de encuentro en los dos docentes, a partir de los resultados obtenidos en el Software Atlas.ti y que fueron expuestos en un diagrama radial, dicha triangulación se realiza con la misma estructura que se elaboraron las categorías y sus características. Para ello, se utiliza el total de las transcripciones de clases, los diarios de campo, las entrevistas y la rejilla de observación no participante de ambos docentes, como documentos base para organizar la triangulación y hacer las comprensiones por parte de la investigadora. Respecto a los fragmentos seleccionados para cada característica se tendrán en cuenta los de ambos docentes.

En total, fueron tres características, dos para la primera categoría de Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los estudiantes: “conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes” y “conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes”. En la segunda categoría, Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza solo una característica: “conocimiento de las estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de datos estadísticos”. Mientras que, en la tercera categoría no hubo perfil de semejanza para ninguna de ellas.

5.3.1 Categoría 1. Conocimiento de las características de las tareas que pueden generar actitudes (positivas o negativas) en los estudiantes

De acuerdo al número de codificaciones para cada docente, la primera se ubica en el segundo valor más bajo respecto a la categoría con 24 coincidencias; mientras que el segundo docente está en la mitad de la tabla con 22 registros. Esta característica se relaciona de manera directa con el conocimiento que deben tener los docentes respecto a los estudiantes, en términos de conocer el tipo de tareas que les pueden agradar, interesar motivar, o no, a los estudiantes y las actitudes que estas pueden llegar a ocasionar en ellos. Se toma la pregunta 13 de la entrevista que se relaciona de manera directa con la intencionalidad de los docentes al planear las tareas propuestas y otra cita de alguna de las clases, que valide la respuesta de los docentes en la entrevista.

Docente Ent1:

En la pregunta 13 la investigadora enuncia las nueve tareas que la docente Ent1 desarrolló en las clases, después realiza la siguiente pregunta:

De acuerdo a las tareas realizadas, ¿qué tuvo en cuenta al momento de planearlas? Por ejemplo: los gustos, los intereses de los niños, lo que a ellos les llama más la atención o las características del contexto donde viven.

Ent1: bueno, para hacer la planeación de la clase, que me quedara como agradable, que los niños pudieran participar, que no se quedaran solos ahí molestando o se salieran del puesto sino que ellos estuvieran concentrados en lo que se estaba haciendo, traté de llevar una metodología, pues una secuencia, pues pensaba yo que eso me ayudaba más a desarrollar la clase con una mejor metodología y a tener unos mejores resultados y así hice con todos, de manera que los niños participaran pero que a la vez aprendieran porque a mí me parece que es fundamental que los niños se involucren en la clase y cuando uno se involucra en la clase aprende más, que cuando está solamente de escuche y escuche y escuche hablar, me gusta más que participen y de pronto si se puede manipular algún material pues mejor, si se puede jugar mucho mejor y así la clase y se va hasta más rápido, termina rapidísimo, antes le hace falta a uno tiempo.

Inv: por ejemplo, ¿por qué escogió balones, juguetes, árboles, postres?

Ent1: porque eso es lo que se vive en el medio de los niños y fuera de eso uno de los logros era resolver situaciones, pero teniendo en cuenta como el contexto y lo que los niños ven siempre, lo que ellos ven.

Clase N°1:

Ent1: ¿a ustedes les gustan los juguetes?

Estudiantes: siii... (En coro).

Ent1: entonces yo tengo en esta bolsa unos jugueticos, cada uno va a elegir un juguete de los que hay acá, eligen un juguete, se pueden quedar con el juguete si no hacen desorden. Bueno, los voy a colocar aquí. Bueno pasen y escogen uno, uno nada más, pase Luisa, pase Gustavo. Bueno, pasan 2 alumnos de primero, tienen que escoger rápido, ¿Quién falta acá en esta mesa?

Docente Ent2:

Entrevista. Pregunta 13:

Ent2: yo repito e insisto, no me voy a poner a votar corriente, fue: coger el libro, leer, volver a leer, mirar cuál va a ser la teoría, de qué se iba a tratar, de que el niño entienda que va a consignar en el cuaderno, qué le voy a dejar de tarea.

Clase N°2:

Ent2: les voy a entregar a cada uno para que practiquemos esto. Dice, señala con un chulito ahí en el cuadrito, señala el diagrama que describe el estudio sobre preferencias o marcas de automóviles que se muestra en la tabla de frecuencia...

Ent2: háganme el favor y contesten las preguntitas que están abajo. Y empezamos por la primera entre los tres. Les hago la pregunta uno. ¿Cuál fue el automóvil más vendido?

Estudiantes: Megane (en coro).

A pesar de la coincidencia en el número de codificaciones de ambos docentes, es claro la disimilitud en la intención de las tareas. La docente Ent1 tuvo en cuenta los gustos e intereses de los estudiantes para realizar su planeación, totalmente opuesto al docente Ent2 quien únicamente buscó orientar las clases con las tareas del texto escolar, desconociendo gustos, intereses y el contexto de los estudiantes.

Como ejemplos, se anexan dos citas; la primera clase de la docente Ent1, en la que utilizaron juguetes con el propósito de recrear el escenario y de esta forma responder la pregunta hecha en la clase sobre el juguete preferido de los estudiantes del grado Tercero, por lo que se evidencia que se ubica al estudiante en el centro del aprendizaje como actor principal, y por lo tanto, la sesión fue mucho más participativa y significativa para ellos, permitiéndoles dar solución de la pregunta planteada. De esta manera, el ejercicio docente implica una reflexión continua, dado que es un proceso que no es exclusivo del aula, sino que también sucede fuera de ella. En la segunda cita del docente Ent2 se entregó una ficha

a los estudiantes con un ejercicio de marcas de automóviles, un tema completamente ajeno al contexto de los estudiantes, más aún cuando ellos viven en zonas rurales alejadas de la cabecera municipal y la mayoría de vehículos que circulan en el sector presentan otras características.

Brousseau (1983) señala que hay ciertas limitantes que deben enfrentar los docentes en términos del conocimiento de los estudiantes, que influyen de forma directa para la resolución de las tareas propuestas, condición por la cual se generan errores o falencias para lograr nuevos aprendizajes. En la misma línea Mochón y Morales (2010), a partir del diagnóstico de los conocimientos pedagógicos y matemáticos que hicieron con profesores de Primaria, concluyeron que los docentes tienen un conocimiento matemático muy limitado para la enseñanza, para el uso de materiales y para validar el conocimiento de los estudiantes. Con este panorama es necesario atender las recomendaciones realizadas al respecto, Grossman (1990), sugiere la necesidad de usar tanto el conocimiento de la disciplina para la enseñanza de los contenidos como el conocimiento de los estudiantes para el desarrollo apropiado de las temáticas seleccionadas. Con lo que se concluye la necesidad e importancia que conlleva articular estos dos elementos en las tareas que se proponen a los estudiantes para el proceso de enseñanza y aprendizaje en el desarrollo de la práctica pedagógica, escenario al que se acerca mucho más la docente Ent1.

5.3.2 Conocimiento del contexto social y cultural de los estudiantes

En esta característica coincide que tanto para la docente 1 como para el 2, los valores 20 y 16 respectivamente, son los más bajos de la categoría. Esta característica presenta relación con la anterior, dado que las dos se enmarcan en el conocimiento que tienen los docentes de los estudiantes, la primera desde los gustos e intereses y esta desde el contexto social y cultural de ellos, reflejados ambas a partir de las tareas propuestas. Uno de los insumos de situaciones evidenciadas a partir del análisis de los datos para este análisis es la pregunta 13 de la entrevista con sus respectivas respuestas, y al ser enunciadas en la característica anterior, no se repetirán en este apartado. La elección se justifica porque en ella se cuestiona no solo por los gustos e intereses de los estudiantes, sino también por su contexto, y se corresponde de manera directa con esta característica. La otra cita hace referencia a las clases en las cuales se tuvo en cuenta el contexto institucional para desarrollar las tareas.

Docente Ent1.

Clase N°1:

Ent1: resulta que en el Festival de la Alegría hicieron unas actividades, como les parece, ¿y que es un Festival de la Alegría? Haber, si yo hago aquí un Festival de la Alegría ¿Qué haría? ¿A qué les suena a ustedes eso? ¿A qué?

Estudiante: a estar muy alegres. A una fiesta.

Ent1: a una fiesta, ¿a qué más?

Estudiante: a diversión.

Ent1a: a divertirnos. Y resulta que en ese festival como todos los grupos participaron, entonces el rector dijo voy a premiar el grupo que más participe, que más juicioso está, que más atento está y lo voy a premiar. Y resulta que a cada grupo les entregaba una información, resulta que el grupo ganador fue el grupo de los niños de primero de ese colegio y les entregó estos corazones. Vamos a ver cuántos corazones le entregó a ese grupo, vayan contando.

Docente Ent2.**Clase N°1:**

Ent2: vamos a ver hoy una cosita ya que ustedes ponen tanto cuidado, son tan juiciosos van a entender y está muy fácil y tiene que ver justamente con esa tabla de frecuencia o con los resultados de la encuesta, todo tiene que ver con lo que vamos a ver ahora. Entonces para que lo entiendan y a propósito de la feria de la ciencia, mañana nosotros tenemos en el colegio la Feria de la Ciencia, ¿cierto?

Estudiantes: sí señor (en Coro).

Ent2: y a propósito de eso, lo de mañana lo vemos en el colegio, es la oportunidad que nos reunamos todos los de las sedes. Y a propósito de eso les voy a leer una historia para que hagamos, para que entiendan lo que vamos a ver hoy.

La Feria de la Ciencia: en un colegio cualquiera, para el próximo mes los profesores planean hacer la Feria de la Ciencia para saber en qué asignatura van a hacer su proyecto, los niños de cuarto se decidió hacer una encuesta.

Una de las recomendaciones que sugieren Batanero, Díaz et al. (2011) para trabajar gráficos estadísticos con los estudiantes, es relacionarlos con elementos de su contexto, para ello recomiendan el uso de periódicos, además esto garantiza de alguna manera evitar errores a la hora de su construcción. A partir de la intervención a un grupo de docentes noveles, se observó cómo estos cambiaron su mirada del aprendizaje en relación al diseño de ejercicios

de situaciones problema que tuvieran una amplia relación con el contexto social de los estudiantes como una de las formas en las cuales es posible la construcción del conocimiento (Mosquera Suárez et al., 2011).

De acuerdo a las investigaciones referenciadas, es posible concluir que el acercamiento a contextos familiares para los estudiantes es un factor determinante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, tal como se evidenció en la clase con los juguetes, allí el 100% de estudiantes de los grados Transición a Tercero respondieron de forma correcta cuál era el juguete preferido de los estudiantes del grado Tercero, después de trabajar una estrategia heurística al recrear la situación con juguetes reales y representar esta información en dos gráficos diferentes, tabla de frecuencias y diagrama de barras. De la misma manera sucedió en la clase que se trabajó el “Festival de la alegría”, actividades que son recurrentes en las escuelas y a la vez muy agradables para los estudiantes. Situación que no sucedió con la mayoría de las tareas asignadas por el docente Ent2, ya que al tener como base de su planeación el libro de texto y desarrollar las tareas allí propuestas, es muy difícil que se tenga en cuenta el contexto de los estudiantes, porque los textos son estandarizados mientras que los contextos son diversos, lo que significa que la mayoría de veces esos problemas o ejercicios están totalmente desarticulados de la realidad del estudiante, como se observó con la tarea de las marcas de carros. Cabe resaltar la tarea que hizo referencia a la “Feria de la ciencia” sobre la cual se presentó la cita, evento real que se organiza en la institución y participan proyectos de todas las sedes; tarea que, por cierto, no recordó el docente durante la entrevista.

5.3.3 Conocimiento de la estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de datos estadísticos

El número de codificaciones para la docente Ent1 corresponde a 48, ubicada aproximadamente de la mitad de la tabla hacia arriba, mientras que en el caso del docente Ent2, aunque el número de codificaciones es solo una unidad menos, esta característica obtuvo el valor mayor posible de la categoría. Considerando que esta característica y las otras siete estructuran la categoría 2 que ya fue revisada en su momento y de manera individual para cada docente, es necesario aclarar que el elemento específico del uso de las estrategias fue el que se incluyó para la triangulación de la categoría dos con cada uno de los docentes, para la primera y segundo docente, en las secciones 5.1.2 y 5.2.2 respectivamente: Categoría 2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la

Enseñanza. El fragmento presentado para ambos casos correspondió con la pregunta 23 de la entrevista: *De las estrategias que usted conoce o ha implementado en la enseñanza de la Estadística, ¿cuál le gusta más o cuál le gusta usar más?, ¿con cuál se siente mejor o le parece más útil? y ¿por qué?*

Como se indicó en su momento, el conocimiento de los recursos didácticos para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos fue otro de los factores relevantes para el número de codificaciones encontradas para este valor, aun si estos o eran reconocidos por los docentes, dado que se complementan. Referente a los métodos de enseñanza se sustenta desde la pregunta de la entrevista para los dos casos, así:

Entrevista. Pregunta 18:

¿En la institución donde labora se ha adoptado un modelo o enfoque en el PEI para la enseñanza de las Estadística? Si la respuesta es afirmativa, podría explicarlo y describir la forma en que afecta su enseñanza. ¿Conoce o ha utilizado el ciclo investigativo para la enseñanza de la Estadística?

Ent1: no, no, un enfoque o un modelo, no, si uno es como uno quiera dar la clase, eso ya es individual, eso ya es cada docente lo hace, que muestre sus iniciativas y sus gustos para dictar la clase, tampoco conozco el ciclo investigativo que menciona.

Ent2: concretamente para ese tema de Estadística que yo conozca, no. Tampoco conozco el ciclo investigativo.

Como se observa en las citas de las entrevistas cada docente tiene la libertad para planear y enseñar su clase como lo considere pertinente, en ambos casos se expresó desconocer metodologías específicas para trabajar estadística, razón por la cual se enseñó con la metodología en la cual está adscrita la Institución, Escuela Nueva, tal como se evidencia en las siguientes citas:

Docente Ent1.

Clase N°1:

Ent1: para iniciar entonces yo les voy a contar un cuento, pero me van a poner mucho cuidado, vamos a estar muy atentos, soltamos los lapicitos y los lapiceritos y vamos a estar muy atentos a este cuento. Resulta que había una vez una niña que se llamaba Celeste, a Celeste le gustaban mucho, mucho los juguetes, y a ella le gustaba mucho jugar, pero una noche, ella en su cuarto tenía todos los juguetes regados, ¿Qué juguetes tendría Celeste?

Docente Ent2.

Clase N°3:

Ent2: chicos la clase de Matemáticas de hoy es la continuidad de la pasada, recuérdeme por favor cual fue la clase pasada.

Estudiante: las tablas de frecuencia.

Ent2: las tablas de frecuencia y también vimos una introducción e hicimos algo que tiene que ver ¿con?

Estudiante: las tablas de barras.

Ent2: el diagrama de barras ¿cierto?, eso está muy claro ya, diagrama de barras, tablas de frecuencia. Entonces hoy vamos a ver otra cosa, muy buena, muy fácil, similar, similar a eso y tiene que ver con esta palabra. [El profesor escribe en el tablero: pictogramas].

Estudiantes: pictogramas.

Es de resaltar que ninguno de los dos docentes enuncia los momentos de la clase, pero sí desarrollan acciones que usualmente pertenecen a dichos momentos. En el caso de la docente Ent1 se observa que trabaja el momento dos “Cuento pedagógico”, mientras que el docente Ent2 realiza la “Actividad Básica”, primer momento de la clase. La docente Ent1 expresa que va a contar un cuento; la característica principal es esta actividad es relacionarla con el contenido temático de la sesión por lo que procede a hacer una narrativa con los juguetes promoviendo que cada estudiante seleccione el juguete de su preferencia, como introducción a las actividades a realizar. El docente Ent2 recuerda los contenidos enseñados en la clase anterior y enuncia el que se va a trabajar en la clase con su respectivo objetivo para tratar de articular los conocimientos previos con el conocimiento nuevo, como acciones presentes en este momento, a través de un conversatorio respecto a cómo hacer una encuesta y para qué se puede utilizar, recurriendo con un ejemplo con los colores favoritos. Las demás actividades desarrolladas pertenecieron a otros momentos de la clase: “Actividad Práctica” y “Actividad de Aplicación”.

Uno de los requerimientos para que el docente realice actividades diferentes en el aula, coordine y dirija las intervenciones y preguntas de los estudiantes, además de generar una variedad de estrategias de enseñanza vinculadas con el contenido y profundizar en el porqué y el para qué de la asignatura, se relaciona de manera directa con el hecho de conocer bien el contenido a enseñar. No conocer bien el contenido es limitativo para desarrollar muchas de estas capacidades o habilidades (Carslen, 1987, citado en López, 1999, y McDiarmid, Ball y Anderson, 1989). Una vez más se exhibe la necesidad del conocimiento

de la disciplina como factor base para la enseñanza de diferentes contenidos en completa relación con las formas, estrategias y métodos para enseñarlo.

5.4 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático docentes Ent1 y Ent2

En esta sección se hace una síntesis del CDCM de cada docente, una vez realizado el análisis de la información de las categorías y sus características tanto de modo individual como conjunto, según el modelo MKT.

5.4.1 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de la docente Ent1

La síntesis se organizó de acuerdo con las características predominantes de cada una de las tres categorías del modelo MKT en el dominio CDC: conocimiento didáctico del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento didáctico del contenido matemático y la enseñanza y conocimiento didáctico del contenido matemático y el currículo.

5.4.1.1 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. En esta categoría se centró la mirada en el conocimiento de los errores y dificultades de los estudiantes. Este conocimiento se analizó desde dos elementos: el reconocimiento de la docente sobre los errores de los estudiantes, que incluye las estrategias utilizadas para abordarlos y el uso dado al error por parte de la docente; y el docente, como uno de los factores del proceso educativo (Rico, 1998b). En relación con la identificación de los errores cometidos por los estudiantes, la docente Ent1 los reconoce al pasar por las mesas y revisar el trabajo de los estudiantes, en los ejercicios que ellos realizan en el tablero y a través de las respuestas de los estudiantes en las correcciones de las tareas en plenaria. La mayoría de las preguntas que realiza la docente en todos los momentos de las clases son preguntas de validación.

Una de las causas de estos errores, según la docente, es la distracción de los estudiantes al observar y explorar la información presentada, teniendo en cuenta que las tareas propuestas abordaron solo el análisis desde el nivel 1 “leer los datos” en la mayoría de los casos; y en otras tareas, el nivel 2 “leer entre los datos” por medio de algoritmos de sumas y/o multiplicaciones que fueron realizados de forma incorrecta. Otra de las causas fue la dificultad de los estudiantes de Transición, Primero y Segundo en algunas tareas, al no planearse actividades diferenciadoras según el nivel de cada grado. De acuerdo a la literatura un alto porcentaje de los errores que se comenten en este tópico se relacionan con la

elaboración de gráficos estadísticos y tareas de los niveles 2 y 3, situaciones ausentes en este caso.

Respecto a las estrategias para abordar los errores por parte de la docente, se encuentra similitud en la forma de identificarlos y se reducen a la revisión, corrección y validación de las respuestas de los estudiantes. El abordaje de los errores se presenta de tres maneras, una a nivel individual al ir por las mesas de trabajo verificando la realización de las tareas; otra, cuando corrige con todos los estudiantes a través de preguntas de validación que no son retadoras cognitivamente; y la tercera manera es al apoyarse en los estudiantes del grado Tercero para acompañar a los grados inferiores en la resolución de las tareas. Por lo que la estrategia central es brindar la respuesta correcta a los estudiantes sin indagar las posibles causas del error. De esta manera, los errores no son usados por la docente como objeto de estudio o como oportunidad para conocer el pensamiento de los estudiantes en términos estadísticos, otras de las características que hace parte de esta categoría.

El segundo elemento del conocimiento de los errores de los estudiantes se da a partir de la variable “docente” como uno de los factores del proceso educativo. El análisis se realiza a través de tres componentes: a) La conceptualización que hizo la docente sobre los gráficos estadísticos, b) el reconocimiento de los elementos estructurales de cada gráfico y, c) la falta de claridad conceptual sobre los tipos de variables. Si bien no fue posible observar en el desarrollo de las tareas errores de los estudiantes que aluden a la conceptualización, sí fue posible identificarlos en la verbalización de los estudiantes al referirse a los gráficos estudiados, al no tener claridad en las características de las tablas de frecuencia, diagramas de barras y pictogramas, más que algunos atributos aislados, pero no diferenciadores. La referencia conceptual sobre estos gráficos se reduce al uso que puede dárseles, más no a lo que es cada uno de ellos; situación que puso sobre la mesa la ausencia de un lenguaje estadístico y específico para su abordaje.

En relación con el reconocimiento de los elementos estructurantes de cada gráfico no se mencionaron en las clases. En la tabla de frecuencias no hubo alusión a las filas o columnas como tampoco a los nombres allí registrados. En los gráficos de barras solo se dio la explicación de las barras, pero no se presentaron aclaraciones respecto al título, las etiquetas ni los ejes, más que nombrarlas como “líneas verticales y horizontales”. En los pictogramas únicamente se mencionó el uso de figuras o imágenes que tomaban valores. Así mismo, no se hizo referencia al tipo de variables y se utilizaron las variables cualitativas nominales y cuantitativas discretas.

De esta manera se puede afirmar que la docente Ent1 reconoció los errores que cometieron los estudiantes relacionados con momentos de distracción, la resolución incorrecta de un algoritmo o las dificultades de las tareas en los estudiantes de grados inferiores. Sin embargo, no reconoció los errores cometidos por los estudiantes en la verbalización de conceptos referentes a características de los gráficos estadísticos. En primer lugar, porque no fue consciente de esta situación; y segundo, porque ninguna de las tareas propuestas aludió a este aspecto.

5.4.1.2 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. La síntesis de esta categoría relaciona el uso de estrategias para la enseñanza de los gráficos estadísticos, los recursos didácticos utilizados para llevar a cabo este proceso y las representaciones instruccionales, entendidas estas últimas como “todas aquellas gamas de modelos que pueden transmitir un esquema de conocimiento. Podemos decir que es la simulación de un concepto, para lo cual se tienen analogías, metáforas, ilustraciones, animaciones por ordenador, diagramas, ejemplos, actividades en clases y tareas escolares” (Espíndola, 2014, p. 26).

Respecto a las estrategias de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos la docente Ent1 entiende por estrategias la actividad práctica (que se realiza en uno de los momentos de las clases), las explicaciones, el material (sea gráfico o real) y la motivación. En general, piensa que todo lo que se hace en las clases es importante, desde el inicio con la activación de los presaberes hasta el momento final con la evaluación. De esta manera, y atendiendo a las observaciones de clase y la entrevista, se considera que las estrategias de enseñanza de la docente, en lo que respecta a los gráficos estadísticos, son limitadas. La principal estrategia es la explicación que da en cada clase, seguido de las tareas propuestas a los estudiantes, que conservan como estructura la observación de información en un gráfico estadísticos; y finalmente, corregir en plenaria las preguntas sobre los gráficos que deja como tareas, enmarcadas todas ellas en la metodología Escuela Nueva, modelo pedagógico adoptado en la Institución.

Los recursos didácticos que utilizó la docente Ent1 en sus clases se pueden clasificar en tres tipos: a) gráficos: carteleras con gráficos estadísticos y tablero, b) manipulativos: imágenes de niños y niñas, corazones y balones (en papel y diferentes tamaños), rectángulos de colores para formar barras, fichas de trabajo (fotocopias) y juguetes, c) recursos bibliográficos: el texto escolar guía. Los recursos didácticos utilizados fueron seleccionados

por la docente con varios propósitos: motivar a los estudiantes durante el desarrollo de las actividades, dada la importancia que este aspecto tiene en el proceso de enseñanza y aprendizaje, organizar la información en los gráficos presentados, la manipulación de material para la resolución de los problemas planteados, y finalmente, la consecución de los objetivos de la clase.

La docente Ent1 utiliza dos tipos de representaciones, las verbales y las concretas. Para las primeras se vale de explicaciones, conceptos, instrucciones y preguntas; mientras que las segundas son alimentadas desde la totalidad de las tareas y actividades propuestas en las clases. La mayoría de las tareas fueron situaciones elaboradas por la docente, las restantes (3) se tomaron de los textos escolares. Teniendo en cuenta que cada docente planea y orienta las clases de acuerdo a sus iniciativas y gustos.

De esta manera se puede concluir que, aunque las estrategias didácticas para la enseñanza que tiene la docente no son muy amplias, la docente planea sus clases teniendo en cuenta algunos recursos que conoce y considera importantes para el desarrollo de estas, atendiendo a un objetivo de aprendizaje. Es necesario no solo tener una comprensión básica de los conceptos a enseñar, también es indispensable pensar y conocer en las diferentes formas que existen para representar los conceptos que se requiere enseñar a los estudiantes y así mismo, llevarlas a las aulas de clase. No poseer estos tipos de conocimiento (el de la materia y la didáctica) son factores que repercuten en la adquisición del conocimiento por parte de los estudiantes, dado que, la forma en que el profesor enseña de cierta manera condiciona el aprendizaje (Espíndola, 2014).

5.4.1.3 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. El análisis de esta categoría se presenta desde tres elementos: a) el conocimiento y aplicabilidad tanto de la Estadística como de los gráficos estadísticos, b) la coherencia entre los lineamientos propuestos por el MEN con los planes de área y de aula en Estadística y, c) el uso de diferentes fuentes de conocimiento por parte de la docente.

La docente Ent1 considera la Estadística como un tema más que se encuentra dentro de las Matemáticas, razón por la que la enseña dentro del horario asignado, a diferencia de Geometría, que tiene una hora semanal para su trabajo, aun cuando esta última aparece dentro de las cinco horas que tiene para Matemáticas. En cuanto a los gráficos estadísticos reconoce la aplicabilidad de estos en situaciones de cotidianidad y no va más allá de dar

solución a problemas sencillos con lectura de información en ellos, pero no está enfocada a desarrollar pensamiento estadístico en los estudiantes.

Otro aspecto a considerar es que la docente no ha participado de la construcción ni conoce a profundidad el plan de estudios de Matemáticas, como tampoco los contenidos de Estadística, situación que se presenta porque el colectivo de docentes de primaria de la institución se distribuye la elaboración de los planes de estudio, para el caso suyo le correspondió Lenguaje. De igual manera cada docente tiene autonomía en el proceso de enseñanza y en la elaboración de la planeación, y aunque hay criterios generales establecidos, no hay un proceso de seguimiento a nivel institucional que los valide.

El segundo aspecto hace referencia a la coherencia de los lineamientos curriculares propuestos por el MEN con el plan de área y de aula en Matemáticas. Los contenidos de Estadística no se relacionan en todos los períodos académicos del plan de área institucional en Matemáticas en los grados de Primero a Tercero. Se encontraron incoherencias en el diligenciamiento del formato en la no correspondencia de los enunciados con las descripciones de los EBCM con los ámbitos temáticos y los DBA, y la misma situación se presentó entre el plan de área y el plan de aula. En los grados Primero y Tercero se abordan contenidos de Estadística descriptiva en dos períodos, mientras que, en Segundo, solo en uno de ellos, ya que para Segundo y Tercero aparecen en un período académico los contenidos de probabilidad. De esta manera, no hay coherencia vertical en los aprendizajes entre los cuatro períodos académicos de cada grado, como tampoco se da dicha coherencia o mejor llamada progresión de los aprendizajes de un grado a otro.

En concordancia con lo descrito, se identificaron diferentes clases de currículo, el sugerido desde las entidades gubernamentales (con los documentos de referencia y de calidad), el elaborado por la I.E. en un formato institucional (en el cual la docente no participó ni conoce a detalle) y el ejecutado por la docente Ent1 en el aula de clase, organizado de acuerdo a sus criterios. Al respecto, el conocimiento de criterios que tiene la docente para la selección de los contenidos es reducido; primero, porque no tiene la formación ni actualización en Educación Estadística; y segundo, por la ausencia de referentes teóricos y prácticos, entre ellos los referentes propuestos por el MEN y la literatura respecto al tema.

Finalmente, las fuentes de conocimiento que tiene la docente respecto al contenido se basan de manera incipiente en algunos referentes del MEN, o por lo menos su enunciación, hay un conocimiento parcial de ellos, ya que no basta solo con nominarlos,

identificarlos o hacerlos explícitos en el plan de área y de aula, sino también que se requiere de su manejo conceptual, pedagógico y didáctico de ellos para hacerlos comprensibles a los estudiantes a través de la enseñanza, tampoco estas fuentes se relacionan con la literatura sobre el tema. La principal fuente de conocimiento de la docente Ent1 se da en los textos escolares que utiliza como material de consulta para la planeación de las clases, entre los que se tienen *Zoom de Matemáticas*, algunos de la Editorial Santillana y otros del Programa Todos a Aprender. Las cartillas que se ofrecen desde el Comité de Cafeteros, propias del modelo Escuela Nueva, no son utilizadas por ella, porque no ha encontrado temas de estadística allí. La selección de los textos se da por el gusto de la docente y bajo la condición de que no tenga actividades con un grado de dificultad básico para los estudiantes. De acuerdo al escenario descrito, se espera la integración de las áreas disciplinares para facilitar los aprendizajes de los estudiantes, transversalizar contenidos en lo referente a problemas, actividades académicas y/o unidades temáticas que faciliten el saber para la vida, apropiando competencias estadísticas aplicables a contextos reales de los estudiantes.

5.4.2 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático del docente Ent2.

El resumen de este docente se organizó con la misma estructura que el de la docente Ent1, de acuerdo a las tres categorías del modelo MKT en el dominio CDC.

5.4.2.1 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y los Estudiantes. La síntesis de esta categoría se organiza desde dos situaciones: a) el conocimiento de los errores y dificultades de los estudiantes y, b) el conocimiento de las características de las tareas. Para la primera fue necesario el análisis de dos elementos: el reconocimiento del docente sobre los errores de los estudiantes, así como las estrategias implementadas para abordarlos y el uso de los errores; y segundo, “el docente”, entendido como un componente del proceso educativo (Rico, 1998b). En la segunda situación se atiende al conocimiento del contexto y gustos de los estudiantes.

a) El conocimiento de los errores y dificultades de los estudiantes.

Para el abordaje del primer elemento el docente Ent2 reconoce los errores de los cuatro o cinco estudiantes del grado Cuarto a partir de la revisión individual que hace de todas las tareas que propuso. Una situación a tener en cuenta es que, al momento de dar las clases acordadas, el docente solo se ubicó en la mesa de Cuarto y dejó trabajo a los estudiantes de Transición a Quinto, por las características que presenta la sede, escuela

unitaria con un solo docente y seis grados de escolaridad. Una vez revisado el trabajo individual el docente Ent2 verifica de nuevo las respuestas de los estudiantes en forma oral, repitiendo las preguntas de las fichas entregadas y aclara dudas si las hay; por lo tanto, son preguntas de validación.

Los errores que cometieron los estudiantes fueron comunes en el proceso de observar información en un gráfico estadístico y a partir de allí responder preguntas, la mayoría fueron de nivel 1 “lectura de datos” y algunas de nivel 2 “leer dentro de los datos”, al realizar algunos algoritmos sencillos de suma y multiplicación con cantidades hasta de tres cifras. La única estrategia que tiene el docente para acercarse al error se da en la revisión que hace de las tareas realizadas por los estudiantes, primero, en forma individual y luego grupal, situación viable para el docente por la poca cantidad de estudiantes en el grado. La revisión oral consiste en leer las preguntas que se proponen en las fichas de trabajo que respondieron los estudiantes. La principal estrategia que tuvo el docente Ent2 para abordar el error fue dar las respuestas correctas a cada situación y los estudiantes solo se limitaban a borrar y corregir de acuerdo a las indicaciones del docente. Por lo tanto, los errores no trascendieron a otro plano, no fueron utilizados para afianzar conceptos, como oportunidades de aprendizaje u objetos de estudio, ya que, en ningún momento el docente indagó por sus fuentes, causas o razones.

El segundo elemento del conocimiento de los errores de los estudiantes que se relaciona con la variable “docente” como uno de los factores del proceso educativo presentó estrecha relación con la docente Ent1 y los tres componentes analizados: a) la conceptualización que hizo la docente sobre los gráficos estadísticos, b) el reconocimiento de los elementos estructurales de cada gráfico y, c) la falta de claridad conceptual sobre los tipos de variables. En estas clases tampoco surgieron errores de los estudiantes que aludieran a la conceptualización, pero sí en la verbalización al referirse a los gráficos estudiados, al no tener claridad en qué son tablas de frecuencia, diagramas de barras, pictogramas y diagramas circulares. La referencia conceptual sobre estos gráficos se redujo a “meter” datos de las encuestas; con ausencia de claridad en cada uno y un muy limitado lenguaje estadístico.

Los elementos estructurantes de cada gráfico no se mencionaron en las clases, inclusive se da un nombre incorrecto a los diagramas circulares al nominarlos como “pictogramas circulares”. Así mismo, no se hizo referencia al tipo de variables y se utilizaron las variables cualitativas nominales y cuantitativas discretas; al respecto, el docente confunde el uso del tipo de variable según el gráfico utilizado.

El docente Ent2 no fue muy consciente de los errores que cometieron los estudiantes y mucho menos de aquellos relacionados con la conceptualización de gráficos estadísticos. Primero, porque él mismo fue quien presentó conceptos ambiguos sobre los gráficos estadísticos que utilizó en las clases; por lo tanto, es responsable de esta situación; y segundo, porque ninguna de las tareas que propuso involucraba la construcción de gráficos.

b) Conocimiento de las características de las tareas.

Esta característica se presenta en términos de conocer el tipo de tareas que les pueden agrandar, interesar, motivar o no, a los estudiantes y las actitudes que estas puedan ocasionar en ellos, así como el conocimiento que tiene el docente del contexto de los estudiantes. El conocimiento que tiene el docente Ent2 sobre el tipo de tareas que pueden ser interesantes para los estudiantes es reducido, ya que las tareas que se desarrollaron en las clases no responden a los gustos e intereses de los estudiantes como tampoco a su contexto. En primer lugar, porque en la planeación solo buscó que las tareas fueran ejercicios que respondieran a un tema específico sin atender a otros factores como gustos o intereses de los estudiantes y, en segundo lugar, porque fueron tomadas de los textos escolares que usa el docente. De esta manera no hay articulación en el uso del conocimiento de la disciplina para la enseñanza de los contenidos y el conocimiento de los estudiantes para el desarrollo apropiado de las temáticas seleccionadas, según lo planteado por algunos autores, entre ellos Grossman (1990).

El conocimiento que tiene el docente Ent2 del contexto de los estudiantes es mucho más reducido aun, porque como se indicó líneas atrás, las tareas son extraídas de los textos escolares de consulta del docente, de este modo, los textos son estandarizados con problemas y ejercicios desarticulados de la realidad, lo que implica tareas lejanas al contexto de los estudiantes que desconocen, por ejemplo, su contexto familiar, factores importantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Distinto sería tener en cuenta contextos particulares y diversos que presentan características específicas, en este caso la ruralidad, lejanía de la cabecera municipal y de la capital del departamento, escuela unitaria con un solo docente y todos los grados de escolaridad en una misma aula.

5.4.2.2 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y la Enseñanza. El docente Ent2 concibe la enseñanza de la Estadística desde el cumplimiento del plan de estudios, como una disciplina más que se debe orientar, desconociendo su importancia para el desarrollo de los estudiantes. Respecto a las estrategias de enseñanza son entendidas desde

las explicaciones y la resolución de las preguntas realizadas por los estudiantes, con el tablero como mediador del proceso. Estas dos estrategias, sumadas a la resolución de fichas, que tenían un gráfico estadístico y determinada cantidad de preguntas, más la validación de las respuestas de forma oral en plenaria, se convierten en las estrategias utilizadas por el docente Ent2 para la enseñanza del tópico representación y análisis de gráficos estadísticos, mediadas por la metodología Escuela Nueva, como modelo pedagógico trabajado en la sede.

Los recursos didácticos utilizados por el docente fueron de tres tipos: a) gráficos: los gráficos estadísticos dibujados por el docente en el tablero; b) manipulativos: fichas de trabajo (fotocopias); c) bibliográficos: el texto escolar guía. El docente reconoce el uso de estos recursos como propios de las Matemáticas; el tablero, los marcadores y el texto como apoyo para la teoría, las tareas y la evaluación. Además, considera que en Estadística no hay material concreto o manipulativo para enseñar, más que las gráficas abordadas. El único criterio para la selección de los recursos didácticos manipulativos (fotocopias) fue que estaban en el texto guía.

El docente Ent2 utiliza dos tipos representación: verbales y concretas. Las verbales corresponden a las explicaciones, los conceptos dados, las instrucciones y preguntas realizadas a los estudiantes. Las concretas se manifiestan en las tarea y actividades desarrolladas en las clases. Solo una tarea fue elaborada por el docente, todas las demás fueron tomadas de los textos escolares, teniendo en cuenta que cada docente es autónomo en este proceso, de acuerdo a sus criterios.

Se puede considerar entonces que las estrategias didácticas del docente para la enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos no son muy amplias y con características tradicionales, el docente planea sus clases teniendo en cuenta muy pocos recursos, al no tener conocimiento de ellos, más que los proporcionados por uno o dos textos escolares de consulta.

5.4.2.3 Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y el Currículo. Los tres elementos de análisis de esta categoría son: en primer lugar, el conocimiento y aplicabilidad de la Estadística y los gráficos estadísticos, segundo, la coherencia entre los lineamientos que propone el MEN con los planes de área y de aula en Estadística y tercero, el uso de fuentes de conocimiento del docente.

El docente Ent2 reconoce la Estadística y los gráficos desde una misma mirada, el manejo de cifras, y aunque trata de relacionarlos con temas sociales y políticos, esta

situación solo se queda en una intención, ya que el tratamiento dado a ellas y al tópico seleccionado es instrumental, al enseñarla como una disciplina y un tema más del plan de estudios y del currículo. El origen de esta concepción puede fundamentarse desde las creencias que tiene el docente de las Matemáticas, al considerarlas como un “horror” y, la poca o nula formación en esta área, convirtiéndose así en un docente autodidacta y empírico. Estas creencias sobre las Matemáticas fueron las razones que lo llevaron a acceder a una formación de pregrado y posgrado alejada de las Matemáticas.

Para enseñar Matemáticas el docente asigna cuatro horas a la semana, aun cuando la normatividad colombiana, el PEI y los informes periódicos que se entregan a los estudiantes señalan que deben ser cinco horas semanales. De igual manera tampoco tiene un horario estipulado para el desarrollo del pensamiento estadístico. Los contenidos de este pensamiento se enseñan una vez se encuentren en el texto guía del docente, lo que puede suceder en cualquier momento del año lectivo y no en cada período académico como se sugiere en los EBCM (coherencia horizontal) y en algunos períodos del plan de área de Matemáticas de la institución, del cual, por cierto, no ha participado de su construcción ni actualización y mucho menos conoce a profundidad. En la construcción colectiva que hicieron los profesores el docente Ent2 le correspondió elaborar Inglés. Por lo tanto, es autónomo en el proceso de enseñanza y en la elaboración de la planeación, desconociendo algunos criterios institucionales establecidos.

El segundo elemento hace referencia a la coherencia de los lineamientos curriculares expedidos por el MEN con el plan de área y de aula en Matemáticas. Hay incoherencias en el diligenciamiento del formato institucional del plan de estudios en la no correspondencia de los enunciados con las descripciones de los EBCM con los ámbitos temáticos y los DBA. Los contenidos de Estadística no se relacionan en todos los períodos académicos del plan de área institucional en Matemáticas en el grado Cuarto, solo hasta el cuarto período aparecen estos ejes temáticos: tablas de frecuencia, diagramas de barras, diagrama circular, permutaciones y principio de probabilidad; los tres primeros ejes corresponden a Estadística descriptiva; que coinciden con el plan de aula del docente Ent2, al que le agrega variables cualitativas y cuantitativas, sin especificar el período académico en el cual se van a orientar. Así las cosas, no se encuentra coherencia vertical en los aprendizajes entre los cuatro períodos académicos del grado Cuarto; como tampoco la hay con los lineamientos propuestos por el MEN, que además menciona tablas de doble entrada y gráficos de barras agrupadas, gráficos de líneas y pictogramas con escala que deberían enseñarse en este grado,

y aunque los pictogramas con escala no fueron enunciados en el plan de aula, sí fueron enseñados por el docente en la tercera clase.

De acuerdo a los hechos fue posible apreciar tres tipos de currículo, el sugerido desde las entidades gubernamentales (con los documentos de referencia y de calidad), el elaborado por la I.E. en un formato institucional (en el cual el docente no participó ni conoce a detalle) y el ejecutado por el docente Ent2 con los estudiantes, elaborado según sus criterios. Al respecto, el conocimiento de criterios que tiene el docente para la selección de los contenidos es insuficiente; primero, porque no tiene la formación ni actualización en Educación Estadística; y segundo, por la ausencia de referentes teóricos, entre ellos los referentes propuestos por el MEN y la literatura respecto al tema, quedando reducidos estos criterios a lo expuesto en los textos escolares, los cuales fueron elaborados para los estudiantes y no para los docentes.

En conclusión, las fuentes de conocimiento que tiene el docente Ent2 respecto al contenido se reducen a su experiencia y los textos escolares de consulta y apoyo para el proceso de planeación y enseñanza y, aunque identifica los referentes curriculares no hace uso de ellos en la práctica pedagógica, tampoco reconoce la literatura como una fuente de conocimiento respecto al contenido. Entre los textos de consulta están: *Habilidades matemáticas científicas. 1, 2, 3, 4, 5*. Grado Cuarto de la Ed. Santillana; *Claves 4°* y *La casa del Saber 4°*, de la misma Editorial. El docente no utiliza las cartillas Escuela Nueva entregadas por el Comité de Cafeteros por el manejo de la metodología. El docente escoge los textos porque le gustan, sin ningún criterio pedagógico o didáctico. De esta manera se concluye que el conocimiento que tiene del currículo es reducido y sus creencias epistemológicas respecto a la Estadística y su enseñanza condicionan dicho proceso.

Capítulo 6. Resultados finales, conclusiones y recomendaciones

De acuerdo con las características del estudio de caso, en el cual se llega a conocer las particularidades de los sujetos analizados a profundidad, se realizó el proceso de análisis de resultados a partir de la triangulación de 46 elementos que abarcaron las tres categorías del CDCM y sus respectivas características con cada uno de los docentes participantes. Por lo tanto, fue necesario realizar una síntesis de los hallazgos en el capítulo 5, dada la cantidad de información y datos seleccionados, en el entendido que, si bien la síntesis no abarca toda la extensión, hay algunos elementos que no deben quedar fuera del análisis y serán mencionados.

Por ello, este apartado se estructura en tres cuatro momentos. En el primero, se valida el alcance de los objetivos propuestos, la respuesta a la pregunta de investigación formulada y el planteamiento de la tesis a defender. En el segundo momento, se enuncian las conclusiones, elaboradas de acuerdo con los alcances de la investigación, evidenciados estos en la validación de los objetivos, se sintetiza y discute alrededor de las preguntas propuestas en la rejilla de observación no participante que presentaron mayor relevancia, agrupadas bajo criterios comunes y que son fundamentales en cada una de las tres categorías del subdominio CDCM del modelo MKT; aspectos que son fundamentales en la categoría. En el tercer momento, se describen las limitantes encontradas en el desarrollo de la investigación y se enuncia la contribución del trabajo al campo del conocimiento. Como último apartado de la tesis, ya en el cuarto momento, se sugieren algunas recomendaciones para la enseñanza del contenido representación y análisis de gráficos estadísticos y otros asuntos que quedan abiertos para la discusión y/o realización de futuros trabajos investigativos.

6.1 Cumplimiento de objetivos, pregunta de investigación y tesis

En este primer momento de este capítulo se valida el alcance de los objetivos propuestos y la respuesta a la pregunta de investigación formulada y se realiza el planteamiento de la tesis. El primer objetivo específico es:

Identificar las características del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático a partir del modelo MKT, de dos profesores de Básica Primaria que enseñan representación e interpretación de gráficos estadísticos.

El alcance de este objetivo da cuenta del proceso llevado a cabo, en primer lugar, respecto a la conceptualización de las categorías y características del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y así, identificarlas en acciones concretas de los docentes Ent1 y Ent2, los dos profesores que participaron en la investigación. En un momento inicial, se realizó el rastreo de modelos de conocimiento que abordaron el CDC en alguna de sus categorías, a partir la bibliografía encontrada desde su aparición con Shulman (1986); sin embargo, dada su aplicación general respecto a cualquier área del conocimiento, se optó también por realizar el rastreo de modelos de conocimiento específicamente en el área de Matemáticas, lo que llevó a la elección del modelo MKT en el subdominio CDC. El resultado de esta búsqueda se evidencia en el capítulo 2, sección 2.2.3, allí es posible encontrar el recorrido, características y evolución del CDC y el CDCM desde la mirada y análisis de diferentes autores.

En un segundo momento, para complementar la identificación de las características de las categorías y especificar dicho conocimiento en los profesores fue necesario hacer acopio de investigaciones en Didáctica de las Matemáticas, estas se encuentran en el apartado 2.4 del mismo capítulo. Finalmente, en el capítulo 4 se identificaron tanto las tres categorías como las características de forma explícita al realizar el análisis de estas en relación con los eventos de las clases y en las entrevistas de los docentes, los cuales fueron codificados con el Software *Atlas.Ti*. Los documentos que alimentaron los eventos correspondieron a las transcripciones de tres clases con sus respectivos diarios de campo y una entrevista semiestructurada de cada profesor, instrumentos con los se realizó el trabajo de campo, además del plan de área de Matemáticas de la Institución Educativa El Roble y los planes de aula de cada docente. Con el escenario descrito se valida de forma amplia el cumplimiento del primer objetivo específico.

El segundo objetivo específico:

Describir el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de dos profesores que enseñan representación e interpretación de gráficos estadísticos, a partir de tres subdominios: conocimiento del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento del

contenido matemático y la enseñanza y conocimiento del contenido matemático y el currículo.

Una vez identificados de los tres subdominios, que para el caso de esta investigación se nombran como categorías, en el capítulo 4 se organizó la información por categorías y características de cada docente en un diagrama radial con el propósito de clasificar los eventos comunes de acuerdo al número de saturación presentada. De igual forma, en el capítulo 5, apartados 5.1, 5.2 y 5.3 se procede a realizar la descripción del CDCM a partir de la triangulación de cada una de las categorías y sus características, la teoría consultada y los eventos hallados en el capítulo 4, para cada uno de los docentes. Los elementos conceptuales posibilitaron entender el CDCM, y es a partir de esas categorías, lo que permitió el proceder a describir analíticamente el CDCM de los profesores. El diálogo giró en torno a los hallazgos correspondiente al CDCM y los estudiantes, el CDCM y la enseñanza y el CDCM y el currículo y las discusiones hechas sobre dichos asuntos. De esta manera se da respuesta también al segundo objetivo específico.

El último objetivo específico:

Interpretar el Conocimiento Didáctico del Contenido matemático de dos profesores en la enseñanza de la representación e interpretación de gráficos estadísticos.

Al igual que en el segundo objetivo este tercero se logra también en el capítulo 5, teniendo como base el proceso de triangulación de la información en el marco de las tres categorías y cada una de sus características, los elementos teóricos y la descripción de los sucesos observados. Fue posible la interpretación de dichos sucesos a la luz de la discusión desde la mirada crítica de la investigadora en el apartado 5.4 donde se realizó una síntesis del CDCM de cada docente con las características más representativas. Así mismo en este capítulo 6, apartado 6.2 se interpreta el CDCM de dos profesores desde sus puntos comunes y no comunes de las tres categorías analizadas.

En consecuencia, dado el cumplimiento de los tres objetivos específicos formulados fue posible el alcance del objetivo general:

Comprender el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático a partir del modelo MKT, de los profesores de Básica Primaria en la enseñanza de la representación e interpretación de gráficos estadísticos, en una institución educativa del área rural del municipio de Neira.

Llegar a la comprensión del CDCM de los dos docentes requirió recorrer un camino dado en tres acciones que se evidenciaron en los objetivos específicos, discriminados desde

el planteamiento de objetivos de conocimiento como lo es la identificación, hasta llegar a objetivos de análisis como la descripción e interpretación de las categorías y sus características. De esta manera comprender el CDCM de un docente significa no solo identificar ciertas características, sino que también atraviesa la descripción y envuelve el elemento analítico como eje fundamental del ejercicio, por ello es importante el conocimiento a profundidad de cada uno de los docentes, así como las condiciones que han estado presentes de una u otra forma en su formación disciplinar, también de la manera como este entiende su papel en la escuela como trasmisor de un conocimiento que está definido en los libros de texto, entre otros elementos. De igual forma, el tipo de enunciados en los cuales se basa la descripción, es una manera de interpretar el significado de lo que es *comprender el CDCM de dos docentes*. Finalmente, la descripción y la interpretación del CDCM de los docentes, que es la discusión misma, llevan a la comprensión de ese CDCM.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, que explican el trayecto para la consecución de los objetivos tanto general como específicos, se da también respuesta a la pregunta de investigación:

¿Cómo es el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de dos profesores de Básica Primaria en la enseñanza de la representación e interpretación de gráficos estadísticos en una Institución Educativa del área rural del municipio de Neira?

Según el análisis del cumplimiento de los objetivos y a la respuesta dada a la pregunta de investigación formulada, la cual captura el problema de investigación planteado en el capítulo uno respecto al desconocimiento del CDCM de dos profesores, la investigación desarrollada sustenta la siguiente tesis, enunciado que responde además a la pregunta planteada:

El CDCM de dos docentes de Básica Primaria en la enseñanza de la representación e interpretación de gráficos estadísticos en una Institución Educativa del área rural del municipio de Neira, es soportado, principalmente, en los textos escolares, lo que lo hace limitado, pero al parecer suficiente para ellos. De esta manera, el conocimiento que tiene el docente de la Estadística está determinado en gran medida por lo que pueden aprender de los libros de texto, los cuales están diseñados para los estudiantes y no para los profesores.

Es claro que el conocimiento matemático que contienen los textos escolares está dirigido para que los estudiantes aprendan determinados contenidos, y aunque parece que el conocimiento en general que tienen los docentes proviene también del conocimiento matemático que está en los textos, no es este precisamente el conocimiento que el profesor

que enseña matemáticas necesita para este proceso, ya que este conocimiento debe ser de orden didáctico, para que pueda ser aprendido por los estudiantes. Aunque la elaboración de las actividades que plantean los textos escolares seguramente requiere que los autores aporten su conocimiento matemático y didáctico y lo combinen, no significa que el conocimiento didáctico, necesario para que los docentes enseñen a los estudiantes los contenidos requeridos, esté inmerso en los textos. Los docentes desconocen cómo y con qué criterios fueron elaborados los textos, su organización curricular, orden y nivel de profundización de los contenidos, así como el enfoque dado a las actividades planteadas. Este conocimiento, que es de orden didáctico sobre el contenido matemático, normalmente no aparece en este tipo de textos.

6.2 Conclusiones

Tal como se ha explicado a lo largo del desarrollo de la investigación el hilo conductor de la tesis y el objeto de estudio se ha encaminado al análisis, comprensión y descripción del CDCM y la relación existente con los estudiantes, la enseñanza y el currículo, enmarcado en el modelo MKT de dos docentes de Básica Primaria; más no a juzgar su desempeño profesional respecto a la enseñanza del contenido *análisis y representación de gráficos estadísticos*.

De esta manera, en este segundo momento del capítulo, las conclusiones se presentan de acuerdo al desarrollo de la investigación, evidenciadas a partir del alcance de los objetivos, primero desde la mirada de algunos aspectos generales, para luego dar paso al desarrollo de los aspectos en los que se observaron relevancia -bien fuera porque estuvieran presentes o no- de las tres categorías centrales del subdominio CDCM del modelo MKT, de acuerdo a las características presentes en ellas. La descripción del conocimiento de los docentes se realiza tanto a nivel particular, como en el terreno que trasciende esa individualidad, al intentar describir elementos de encuentro o distanciamiento entre ellos, sin que esto signifique que se puedan generalizar o que todos los profesores se comportan de igual manera. Es necesario aclarar que algunas situaciones acontecidas en el desarrollo de la práctica pedagógica pueden estar inmersas en varias categorías, por lo que estas no son excluyentes ni completamente cerradas, ya que se presenta interrelación entre sus características.

6.2.1 Conocimiento didáctico del contenido matemático y los estudiantes

Un primer elemento de esta categoría son las características que presentaron las tareas en términos de relación del contexto de los estudiantes, el apoyo para la consecución de los objetivos, la progresión de los aprendizajes de un grado a otro y el nivel de lectura intencionado en ellas. El segundo elemento se relaciona con el conocimiento que tienen los docentes sobre los errores que cometen los estudiantes en el proceso de representación y análisis de gráficos estadísticos.

Las tareas propuestas por ambos docentes coinciden en su diseño, son basadas en un gráfico estadístico (tabla, diagrama o pictograma) y preguntas sobre dicho gráfico. Las tareas que diseña la docente Ent1 involucran elementos de la cotidianidad del estudiante, más no de su contexto; mientras que las tareas que propuso el docente Ent2 fueron sugeridas de textos escolares y no se encuentran articuladas con un contexto particular. En ambos casos se desconocen las características del contexto de los estudiantes, que además involucra la ruralidad.

Batanero, Díaz et al. (2011) sugieren que al trabajar gráficos estadísticos con los estudiantes se deben relacionar con su contexto, por lo tanto, recomiendan el uso de periódicos, entre otros. Así mismo, el acercamiento a contextos familiares para los estudiantes es un factor determinante en el proceso de enseñanza y aprendizaje. El conocimiento del contexto de los estudiantes por parte de los docentes es limitado, las causas pueden asociarse al poco conocimiento de la Estadística y de los gráficos estadísticos en el desarrollo del pensamiento del estudiante y la necesidad de formar estudiantes estadísticamente cultos, así como al reducido conocimiento de los estudiantes y de su pensamiento, asociado a las concepciones de los docentes, la autonomía institucional y la desarticulación que se presenta en el currículo.

Las tareas propuestas por ambos docentes se enfocaron en el análisis de datos, mientras que los objetivos u propósitos de las sesiones fueron dirigidas a la representación de la información. Por lo tanto, las tareas presentan poca coherencia entre las acciones de enseñanza y la consecución de los objetivos para las clases. Así mismo, las tareas no reflejaron en el tópico representación y análisis de datos con gráficos estadísticos la progresión de los aprendizajes de un grado a otro. A ello se atribuyen dos posibles causas: la no planeación diferenciada para cada uno de los cuatro grados a cargo de la docente Ent1 y la dificultad para la docente de trabajar un mismo contenido en un aula multigrado.

Situación que no sucedió con el docente Ent2, ya que él trabajó con Cuarto, en este caso, las tareas respondieron de manera parcial a los contenidos para este grado de escolaridad.

Leer y analizar la información de manera acertada en los gráficos estadísticos son factores determinantes para su correcta interpretación. Sin embargo, según las investigaciones desarrolladas en el tema se ha evidenciado que la lectura e interpretación de los gráficos son difíciles para los estudiantes de diferentes edades y niveles educativos, debido a que los aprendizajes en este aspecto no son profundos y alcanzar niveles superiores en este aspecto no resulta simple por su dificultad, para ello es necesario tener un conocimiento amplio de varios elementos referentes al tema (Postigo y Pozo, 2000).

La mayoría de las preguntas propuestas por los docentes en las tareas, actividades y fichas, se relacionaron con la frecuencia de las variables, la identificación del menor y mayor valor y, solo en algunos casos, fue necesario realizar una operación para hallar el valor total, la diferencia entre una y otra cantidad y hacer un comparativo entre las cifras. Por lo cual se concluye que el nivel de lectura predominante en las tareas propuestas a los estudiantes es el 1, *leer los datos*. Pueden presentarse dos causas para esta situación; primero por la no inclusión de actividades que permitieran evidenciar habilidades de otros niveles de lectura y segundo, los docentes Ent1 y Ent2 no buscaron el desarrollo de actividades que potenciaran los otros niveles de lectura de gráficos estadísticos. De acuerdo con Encarnación Baltazar (2019) “estos niveles de lectura han sido considerados como un modelo para evaluar y caracterizar la lectura de gráficos estadísticos” (p. 21).

El segundo aspecto que se relaciona en esta categoría, por la importancia que implica al ser uno de los elementos centrales para el conocimiento de los estudiantes, se refiere al *Conocimiento de errores y dificultades de los estudiantes en el análisis y representación de gráficos estadísticos*. Desde la experiencia que van adquiriendo los docentes a través de su práctica pedagógica se convierte en un proceso cotidiano la identificación de conocimientos previos y las dificultades y errores que cometen los estudiantes en el desarrollo de algunas tareas; sin embargo, para el caso del análisis e interpretación de los gráficos estadístico, el único error del cual fueron conscientes los docentes hizo referencia a la equivalencia de los íconos en los pictogramas con escala.

De esta manera, es factible concluir que los docentes preparan las clases sin prever o buscar los errores que comenten normalmente los estudiantes al hacer gráficos estadísticos, es decir, no alimentan su CDCM en relación con los estudiantes, al no emplear las investigaciones desarrolladas en didáctica, por lo que parece que preparar la clase se reduce

a establecer solo actividades para su ejecución. Esta situación evidencia el poco conocimiento que tienen los docentes respecto a los estudiantes desde las dificultades que estos puedan tener en la resolución de problemas, así como en su cognición, en el tipo de tareas adecuadas, sus intereses y el contexto. Es indispensable que el docente tenga la posibilidad de generar problemas que correspondan a las realidades y necesidades de los estudiantes, ubicando al estudiante en el centro del proceso de aprendizaje y al docente de cara a la persona que aprende.

6.2.2 Conocimiento didáctico del contenido matemático y la enseñanza

De acuerdo a las características de mayor relevancia en la rejilla de observación no participante esta categoría se aborda desde dos elementos: las estrategias, métodos y recursos que utilizan los docentes para la enseñanza y el proceso de evaluación de los contenidos abordados.

En lo concerniente al Conocimiento de estrategias y métodos de enseñanza de la representación y análisis de gráficos estadísticos, los dos docentes desarrollan sus clases de acuerdo al modelo Escuela Nueva desconociendo otros métodos de enseñanza específicos para la Estadística, como lo es, por ejemplo, el ciclo investigativo, entre otras estrategias. Una de las causas de esta situación se relaciona con el hecho que el área de formación de los docentes participantes no es Matemáticas y no hay evidencia de que se hayan fortalecido y cualificado al respecto, de esta manera, es común encontrar carencias en los conceptos estructurantes de la disciplina de acuerdo al contenido abordado, así como al conocimiento y uso de estrategias, recursos y métodos para la enseñanza de las diferentes formas de representación y análisis de gráficos estadísticos.

Otro elemento de las estrategias de enseñanza es el uso de lenguaje matemático y la oralidad; desde la verbalización de las instrucciones y los conceptos enseñados por los docentes. Los docentes presentan dificultad para verbalizar en dos situaciones: la primera, para dar instrucciones; manifestados con oraciones incompletas, redundantes o con poca cohesión y la utilización de pronombres demostrativos (eso, aquello, esto) para nombrar diferentes elementos estadísticos; lo que demuestra dificultades en el discurso con un escaso uso del lenguaje matemático o estadístico. La segunda situación se da con la explicación de elementos teóricos relacionados con la Estadística en general y los gráficos estadísticos en particular.

Lo anterior, bien puede ser un problema de la oralidad, entendida como las dificultades de los docentes para comunicar de forma concreta instrucciones, también podría ser un problema ligado a las limitaciones para precisar ideas y conceptos matemáticos y clarificar las características y uso de los diferentes gráficos estadísticos, con ejemplos contextualizados, de tal manera que se dé la posibilidad de diferenciar cada uno de ellos desde sus elementos estructurantes y no solo para “meter datos”, lo que genera confusión en los estudiantes y pone de manifiesto las carencias del conocimiento matemático del docente en el campo estudiado, situación que puede ser entendida desde la formación disciplinar de los docentes en otras áreas del conocimiento, aunque con más de 20 años de experiencia en su ejercicio docente.

En los Lineamientos Curriculares la “comunicación” es uno de los procesos de la actividad matemática; y, como se explicó en otros apartados, para el ICFES, estos son llamados “competencias” en las pruebas Saber. En los resultados analizados de pruebas Saber para los grados Tercero y Quinto fue en comunicación donde los estudiantes presentaron menor porcentaje de acierto durante cuatro años consecutivos en relación a la representación y análisis de gráficos estadísticos. De este modo, es posible concluir que las limitantes para verbalizar aspectos matemáticos en las clases por parte de los docentes son un condicionamiento que repercute en la poca aprehensión y desarrollo de un lenguaje adecuado en la disciplina por parte de los estudiantes. Esta situación llama la atención por la importancia que tiene la competencia comunicativa en el proceso de enseñanza y aprendizaje del conocimiento, así como en el desarrollo de la habilidad para adquirir cultura estadística por parte de los estudiantes y también en la argumentación de componentes necesarios en la disciplina.

Respecto al Conocimiento de los recursos didácticos hay diferencia significativa entre uno y otro docente. El docente Ent2 solo usó como recurso fotocopias del libro de texto y la ejecución de clase se da manera magistral. La docente Ent1 utilizó las heurísticas para recrear situaciones de la cotidianidad de los estudiantes y usó material manipulable. Aun así, ambos docentes tienen un conocimiento reducido de recursos y materiales actualizados para la enseñanza del contenido en mención. El hecho de utilizar solo los libros de texto como recurso para la planeación y desarrollo de las clases expone de cierta manera las dificultades que tienen los docentes para la enseñanza en este caso.

Con relación al conocimiento de estrategias de evaluación hubo puntos de encuentro entre los docentes respecto al seguimiento de los procesos desarrollados por los estudiantes,

representados en la validación de las respuestas escritas, más no a identificar las causas de los errores cometidos por ellos. Las respuestas orales de los estudiantes no validan de manera concreta su aprendizaje; los docentes dan poco tiempo de espera a los estudiantes para responder las preguntas que formulan o ellos mismos se responden; así mismo enuncian la primera parte de la respuesta para que los estudiantes la completen. Si bien existen múltiples formas de evaluar el aprendizaje de los estudiantes, una de las más utilizadas en las clases observadas hizo referencia a la oralidad por medio de preguntas de confirmación, estrategia que no se considera diferenciadora en Estadística respecto a otras áreas del conocimiento. De esta manera las interacciones son inconclusas y poco retadoras para los estudiantes.

Respecto a la evaluación, el docente Ent2 la asume como un proceso al final de la sesión, aunque esta no difiere de las tareas desarrolladas en las clases. Mientras que la docente Ent1 la concibe como un proceso continuo y permanente. En ambos casos la validación de los aprendizajes se centró en la verificación y corrección de las tareas propuestas, más no procesos de autoevaluación ni coevaluación que conlleven a los estudiantes a un proceso de reflexión sobre su aprendizaje; elementos de relevancia en el proceso de cognición y autorregulación del aprendizaje en los estudiantes, como elementos de evaluación formativa; por lo tanto, la evaluación presenta características tradicionales.

Desde la investigación se puede afirmar que, los contenidos enseñados a sus estudiantes y las estrategias utilizadas por los docentes Ent1 y Ent2 se encuentran estrechamente relacionadas con su saber disciplinar. Es claro que no se puede enseñar lo que no se sabe, a pesar de la creencia popular de que cualquiera con un conocimiento básico puede hacerlo y que ello se corrobore en la legislación colombiana, dado que, para enseñar en Básica Primaria, donde el docente tiene a cargo todas las áreas del currículo, es suficiente con un título de licenciado en cualquier área, inclusive sin ningún tipo de experiencia.

6.2.3 *Conocimiento didáctico del contenido matemático y el currículo*

En cuanto al conocimiento del currículo los docentes conocen y usan limitadas formas de representación para la enseñanza de gráficos estadísticos. Existe relación entre los gráficos enseñados (diagramas de barras y pictogramas) con los que se presentan en los textos escolares, desconociendo así los gráficos que se deben enseñar en cada grado. Por consiguiente, el conocimiento del profesor de Matemáticas, específicamente en Estadística, está centrado en las temáticas que presentan los textos escolares y en menor proporción en un conocimiento aprendido en su trayectoria docente o en la literatura científica escrita al

respecto. No hay apropiación conceptual por parte de los docentes Ent1 y Ent2 respecto al contenido, a los elementos estructurantes de los gráficos, las variables establecidas y el tipo de gráfico que se debe utilizar según los datos.

Existe desarticulación entre los Referentes Curriculares y de Calidad con el Plan de Área Institucional y el Plan de Aula de los docentes en Estadística. No hay correspondencia entre los contenidos, no solo de un grado a otro, sino también entre los periodos académicos de un mismo grado, lo que conlleva a la poca coherencia vertical y horizontal en su estructura, frente a la que se menciona en los EBCM. Así mismo, el Plan de Aula de los dos docentes no es igual en los contenidos que se deben enseñar, dado que cada uno los adopta desde su criterio. En relación con este aspecto, ha sido usual en la literatura hablar de diferentes tipos de currículo, de acuerdo a esta situación, hay tres de ellos en el proceso investigativo. Un currículo formal, oficial, propuesto desde los entes gubernamentales, un currículo real elaborado desde la institución y un currículo realizado, desarrollado o logrado en el aula por los docentes.

Para el currículo oficial, los docentes tienen conocimiento de la existencia de los referentes, más no de su apropiación ni del tratamiento que estos documentos hacen respecto al análisis y la representación de datos estadísticos, desde elementos como la progresión de los aprendizajes, algunas consideraciones didácticas para su enseñanza y las relaciones que otras temáticas del currículo tienen con la representación y análisis de gráficos estadísticos. El currículo institucional es desconocido por los docentes y no es utilizado como hilo conductor en el proceso de planeación.

Finalmente, cada docente tiene un currículo “personal”, determinado por la subjetividad y está centrado en los contenidos expuestos en los textos escolares. En este aspecto se presenta diferencia entre los docentes. El docente Ent2 se ciñe estrictamente solo a un texto escolar, sin atender a los intereses, necesidades y el contexto de los estudiantes; por lo que su conocimiento en relación con el currículo parece ser muy limitado, reduciendo su conocimiento a los contenidos expresados en los textos.

En el caso de la docente Ent1, si bien tiene en cuenta para su planeación algunos textos escolares, y al igual que el docente desconoce el Plan de Área institucional, sí trata de atender por lo menos a los gustos, aunque no a las necesidades y el contexto de los estudiantes; lo que indica que la docente además de tener confianza en una propuesta curricular que está expuesta en los textos, atiende también a otros lineamientos y organizaciones, las cuales están condicionadas seguramente por el conocimiento que ha

adquirido en su experiencia, entre otros aspectos, para proponer los contenidos a los estudiantes en el aula.

En este sentido, el conocimiento de la Estadística que tienen los docentes no es un conocimiento aprendido solo en su trayectoria como profesores, el conocimiento de la Estadística que tienen los docentes que hicieron parte del estudio conecta con sus historias de vida, con su forma de ser y de actuar, sin que ello signifique que su conocimiento se esté juzgando de bueno o malo.

Otro aspecto en esta categoría es que los docentes no reflexionan de forma profunda ni se cuestionan sobre la necesidad e importancia de la Estadística y la representación de la información, sobre las fuentes donde se podría consultar, desconocen la utilidad de la disciplina en función de su trabajo y no hay conciencia sobre la importancia del CDCM en relación con el currículo como un elemento indispensable para formar personas competentes en Estadística, a pesar de sus más de 20 años de labor profesional. En cierto sentido, consideran que el conocimiento que tienen es suficiente.

De acuerdo al escenario presentado respecto al currículo se puede concluir que, primero, el conocimiento estadístico y/o curricular de los docentes no es muy amplio, entre otras cosas porque no tienen formación disciplinar en este campo y solo cuentan con algunos eventos aislados de capacitaciones al respecto, y segundo, porque no han tenido eventos significativos de aprendizaje ni enseñanza en la disciplina. En ese orden de ideas, lo que los docentes enseñan está estrechamente relacionado con lo que sabe o encuentra en los textos escolares. Se puede enunciar entonces, en relación con el conocimiento curricular, que este está muy ligado y afín con lo que se propone en los libros de texto, y en cierto sentido también lo está su conocimiento matemático. Los conocimientos en Estadística que tienen los docentes se fundamentan en el autodidactismo, el empirismo y en el estudio realizado a través de algunos materiales que están precisamente diseñados para los estudiantes. En consecuencia, lo que el docente enseña depende en gran medida de lo que conoce o guían los textos usados por ellos.

Otro aspecto de esta categoría hace referencia a que los docentes no tienen hábitos para el estudio de documentos académicos o de referencia que sean de consulta para la planeación de clases o para actualizar sus estrategias de enseñanza, a lo que se suma que el sistema educativo no lo exige. Adicionalmente, otros factores externos al aula influyen en la falta de actualización del docente, como la ausencia de control y seguimiento por parte de los entes encargados (Secretarías de Educación, Directivos, Juntas de Educación,

organismos de control del MEN, entre otros) que no van más allá de la verificación de condiciones, sin promover la reflexión sobre lo que se hace en el aula y la manera en que se hace.

Finalmente, el CDCM de los docentes se ve condicionado desde dos grandes componentes: el primero por la insuficiente formación disciplinar y didáctica en el área que, siendo un factor previsible desde el inicio de la investigación por la consabida formación de los docentes en otras áreas del conocimiento, no deja de ser importante debido a la escasa conciencia de los docentes frente su conocimiento, a lo que se suma, la marcada tendencia de asumir como suficiente el saber disciplinar para la enseñanza, lo que agudiza la problemática. Segundo, por el uso de los textos escolares consultados por los docentes como recurso de apoyo en la planeación y en la ejecución de su práctica pedagógica. En este sentido, buena parte del conocimiento del profesor proviene de los textos escolares y, por lo tanto, satisfacen las necesidades de los docentes, al consultar en ellos lo que debería enseñar a los estudiantes.

6.3 Limitantes en la investigación y contribución al campo del conocimiento

6.3.1 Limitantes en la investigación

La primera limitante encontrada en la investigación se relacionó con las características de las categorías del subdominio CDCM en el modelo de conocimiento seleccionado MKT. Aunque sus tres categorías están claramente definidas, se presentaron algunas dificultades a la hora de delimitar sus características para relacionarlas con los eventos realizados por los docentes en las sesiones de clase y la entrevista, en el proceso de identificación de sus recurrencias. Esta situación permitió concluir, como se explicó líneas atrás, que algunas características pueden presentarse en varias categorías, al estar interrelacionadas, generando que las categorías no fueran excluyentes ni completamente cerradas.

Otra limitante encontrada se presentó en función de una de las características de la categoría CDCM y la enseñanza, específicamente *el Conocimiento contingente en relación con la representación y análisis de gráficos estadísticos*, la cual presentó uno de los niveles de saturación más bajos para la docente Ent1 y el más bajo para el docente Ent2. La dificultad para identificar hechos contingentes en la ejecución de las clases se dio, en primer lugar, por la manera subjetiva en que se debían clasificar, excepto en los caso que algunos hechos

desbordaban la clase; y en segundo lugar, porque al no contar con una planeación de las sesiones orientadas, difícilmente se podían evidenciar situaciones nuevas que emergieran como contingencias; sin embargo, incluso si se conoce de antemano la planeación, es muy difícil identificar desde afuera los momentos de contingencia, dado que esta no sería tan exhaustiva como para señalar cada suceso que pudiera ser contingente. En conclusión, podría decirse que, ante la usencia de una planeación, es difícil encontrar las situaciones contingentes, pero aun teniéndola, puede haber situaciones que se salgan de la planeación y que genere otras situaciones contingentes para el profesor.

La construcción del “Instrumento de observación no participante. Rejilla CDCM representación e interpretación de gráficos estadísticos” presentó una limitante de tipo bibliográfico en su elaboración, al no encontrarse numerosas investigaciones que intenten develar el conocimiento del profesor en la acción, a través de los procesos de planeación y ejecución de clases. Si bien los modelos de conocimiento presentan diferentes elementos que debería tener el profesor, son una apuesta declarativa, prescriptiva de este; sin embargo, observar de manera clara este conocimiento no es un asunto sencillo, dado que hay componentes que no son fáciles de identificar a través de las acciones del profesor en los momentos de la clase, porque, de cierta manera, están “ocultos”. Situaciones que dificultaron plasmar en un instrumento todos los elementos que estructuran el proceso de enseñanza. Por consiguiente, hubo insuficiencia del instrumento para determinar el CDCM de los docentes, razón por la cual fue necesario realizar una entrevista que complementara la información recolectada.

6.3.2 Contribuciones al campo de conocimiento

Respecto a las contribuciones de la tesis al campo del conocimiento, estas se dan desde varios ámbitos. En primer lugar, una amplia construcción conceptual respecto al CDCM en relación con la representación e interpretación de gráficos estadísticos que se abordan en el nivel de Básica Primaria. Elementos poco abordados en el ámbito nacional e inexistentes a nivel regional. Aunque se encuentra diversa bibliografía respecto a gráficos estadísticos usados en este nivel, no muchos estudios articulan los pictogramas, tablas y diagramas en una misma investigación. Por sus características descriptivas, este tipo de estudios se convierten en investigaciones deseables que aportan al campo del conocimiento en una disciplina como la Estadística.

De esta manera, uno de los aportes fundamentales que hace el trabajo es que concreta las ideas que han sido planteadas por diferentes autores que aluden al conocimiento del profesor de Matemáticas, al CDC, al CDCM y lo describen de manera general. En otras palabras, esta investigación permite reconocer una concreción en un ámbito de la educación estadística respecto al contenido *representación e interpretación de gráficos estadísticos*. Los aspectos generales de las investigaciones se asumen desde la particularidad en la tesis al momento de especificar, por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor de los estudiantes, al enunciar los errores que cometen en la construcción e interpretación de gráficos estadísticos, el planteamiento de estrategias de enseñanza en Estadística, como el ciclo investigativo y la identificación de los gráficos que se deben enseñar en Básica Primaria, elementos que están establecidos de manera muy precisa en las investigaciones que devienen en Didáctica de las Matemáticas, en Educación Matemática y en los referentes curriculares; por tanto, lo que se hace es que se le da un sentido, una utilidad al discurso como un componente que constituye parte fundamental del conocimiento del profesor de Matemáticas.

El segundo elemento de contribución es de tipo documental, y hace referencia a la construcción del “Instrumento de observación no participante. Rejilla CDCM representación y análisis de gráficos estadísticos”, el cual está estructurado con preguntas que indagan sobre situaciones que se pueden presentar en dos momentos de una clase, la planeación y la ejecución. El documento gira en torno a los gráficos estadísticos más utilizados en el nivel de Básica Primaria, los niveles de lectura y otros elementos estadísticos que se ponen en juego en la práctica pedagógica, en el marco del modelo MKT en el subdominio CDCM en sus tres categorías conocimiento del contenido matemático y los estudiantes, conocimiento del contenido matemático y la enseñanza, y conocimiento del contenido matemático y el currículo. Este instrumento fue utilizado como guía en las observaciones no participantes realizadas a los docentes en el trabajo de campo.

La tercera contribución se estructura a partir de las dos primeras, con la construcción teórica elaborada de los componentes que integran el CDCM y la observación de las prácticas pedagógicas con la guía “Instrumento de observación no participante. Rejilla CDCM representación y análisis de gráficos estadísticos”, se recolectaron evidencias empíricas respecto al análisis del subdominio CDCM de modelo MKT con el contenido representación y análisis de gráficos estadísticos en el nivel de Básica Primaria. Con esos elementos fue posible el análisis del modelo desde varias perspectivas: operatividad,

correlación entre cada uno de sus componentes, las diversas maneras en que es manifestado el conocimiento del profesor y las diferentes estrategias que podrían emplearse para formar a otros docentes; de tal forma que esta investigación aporte a una caracterización mucho más específica del dominio CDCM y de sus tres subdominios (Escudero, 2015).

Otra contribución al campo del conocimiento es la idea central en la que se fundamenta el artículo de investigación en torno a la perspectiva descriptiva del profesor referido al análisis e interpretación de gráficos estadísticos (*pictogramas, tablas y diagramas*) en básica primaria, enmarcado en el análisis del Modelo de Conocimiento Matemático MKT, en el dominio CDC y sus tres subdominios: conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y conocimiento del contenido y el currículo.

La siguiente contribución al proceso de identificación por parte de los dos docentes participantes, especialmente con las preguntas propuestas en la entrevista semiestructurada, sobre algunos aspectos de su CDCM en relación con la representación e interpretación de gráficos estadísticos. Así mismo, se realizó un proceso de realimentación con ellos en el cual se abordaron los elementos de su CDCM y algunas sugerencias para fortalecerlo.

A futuro cercano, en el marco del programa Todos a Aprender se presentará una propuesta de formación docente a partir de las falencias encontradas en la investigación en el contenido *Representación e interpretación de gráficos estadísticos* para el nivel primaria, con el propósito de que sea incluida en la ruta pedagógica del siguiente año de su presentación y así también fortalecer el desarrollo profesional docente en el ámbito estadístico.

Desde otra perspectiva, en el apartado de limitantes de la investigación se expuso la relación entre las características de las categorías de los subdominios del CDCM y, por lo tanto, las dificultades presentadas para clasificar algunas acciones de los docentes en una de los tres subdominios; por lo que se concluyó que las categorías no son excluyentes ni completamente cerradas. Sin embargo, esta situación puede convertirse en una contribución en la línea sobre la necesidad de vincular relaciones entre las categorías de conocimiento. La discriminación del CDC como una parte se divide en tres subdominios, en una descripción analítica en partes más pequeñas, divisiones que no se dan totalmente en la realidad. La realidad en el aula de clase es una versión interrelacionada de los componentes un poco más holísticos, no es fácil separar las acciones de los docentes, por encontrarse en estrecha conexión.

Finalmente, pero no menos importante, son las características que esta investigación presenta, al tener en cuenta que no se había desarrollado ningún estudio a nivel regional sobre el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de docentes de este nivel educativo en la representación y análisis de gráficos estadísticos en la zona rural e inclusive, en el rastreo realizado, tampoco se encontraron a nivel nacional.

6.4 Recomendaciones para futuros trabajos investigativos

Ya en este punto de cierre se finaliza el estudio con algunas recomendaciones a futuras rutas investigativas que podrían contribuir de forma significativa al campo del conocimiento desde la mirada de otros horizontes que no fueron posibles de abordar en este ejercicio. Si bien el estado del arte y otros documentos consultados relacionaron investigaciones que sustentaron el andamiaje conceptual, también lo es que esta investigación es un aporte en el campo de la investigación en didáctica de las Matemáticas para el nivel de Básica Primaria y, de manera específica al CDCM del profesor que enseña Estadística. De esta manera se sugiere estudiar el CDCM de los profesores de primaria desde otros contenidos temáticos y pensamientos matemáticos.

Desde las categorías del CDCM en el modelo MKT se hace necesario refinar las características que estructuran cada una de las categorías y los elementos necesarios para su comprensión en el ejercicio docente, desde el estudio y análisis a profundidad con sucesos reales de la práctica pedagógica.

Dado que el conocimiento curricular del profesor está en estrecha relación con los textos escolares, se realizan dos recomendaciones al respecto: la primera, la necesidad de construir un currículo para el contenido de la representación y análisis de los gráficos estadísticos, a la luz no solo de la propuesta del MEN a partir de los referentes, sino también a la base de investigaciones que fortalezcan el CDCM de los docentes en la Básica. De esta manera será necesario entonces elaborar planes de formación docente que abarquen este componente, como una apuesta para fortalecer las prácticas educativas de los docentes y el mejoramiento de los aprendizajes en los estudiantes. La propuesta se enmarca en los aspectos disciplinares y didácticos abordados y explicados ampliamente en el cuerpo del trabajo respecto al tópico representación y análisis de gráficos estadísticos para los grados de Básica Primaria. La segunda recomendación va en dirección al análisis de los textos escolares que utilizan los docentes a la luz de los referentes curriculares y de calidad sugeridos por el MEN.

Con base en el instrumento de observación no participante elaborado para el trabajo de campo e identificado como uno de los aportes, se sugiere construir documentos similares que puedan usarse de la misma manera para comprender el CDCM en otros contenidos temáticos.

Referencias

- Abell, S. (2008). Twenty years later: does pedagogical content knowledge remain a useful idea? *International Journal of Science Education*, 30(10), 1405-1416.
- Acevedo, J. (2009). Conocimiento didáctico del contenido para la enseñanza de la naturaleza de la ciencia (I): el marco teórico. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 6(1), 21-46.
<https://revistas.uca.es/index.php/eureka/article/view/3715>
- Alaminos, A. (1993). *Gráficos. Cuadernos metodológicos*. Centro de Investigaciones Sociológicas.
- Aliaga, M., Cobb G., Cuff, C., Garfield., J., Gould, R., Lock, R., Moore, T., Rossman, A., Stephenson, B., Utts, Y., Velleman, P. y Witmer, J. (2005). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education. College Report*. American Statistical Association.
http://www.amstat.org/education/gaise/GaiseCollege_Full.pdf
- Almouloud, S. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Editora UFPR.
- Alsina, A. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, (7), 4-22.
<https://revistas.uam.es/didacticasespecificas/article/view/7700>
- Alsina, C. (2000). Mañana será otro día: un reto matemático llamado futuro. En J. M. Goñi (ed.). *El currículum de matemáticas en los inicios del siglo XXI* (pp. 3-21). Graó.
- Amorim, N. D. y de Lima Silva, S. R. (2016). Apresentação e utilização de tabelas em livros didáticos de matemática do 4º e 5º anos do ensino fundamental. *EM TEIA/ Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana*, 7(1), 1-21.
<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/3893>
- Areiza González, D. Y. y Cáceres Linares, J. (2020). *Desarrollo de la cultura estadística a partir de la comprensión, interpretación y argumentación de información estadística* [Tesis de licencia, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional UPN. <http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/12972>
- Arteaga, P. (2008). Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos [Tesis de máster, Universidad de Granada].
<https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/trabajomasterPedro.pdf>

- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., y Contreras, M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 76, 55-67.
http://www.sinewton.org/numeros/numeros/76/Articulos_02.pdf
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Gea, M. (2012). Evaluación del conocimiento especializado de la estadística en futuros profesores mediante el análisis de un proyecto estadístico. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 14(2), 279-297.
<https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/9317>.
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C. y Contreras, J. M. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 93-104. http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/18/Union_018_012.pdf
- Arteaga, P.; Batanero, C.; Ortiz, J. y Conteras, J. (2011). Sentido numérico y gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Publicaciones: Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla*, (41), 33-49.
<http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Publicaciones41.pdf>
- Assupta, E. (2007, del 4 al 7 de septiembre). Actitudes hacia la estadística: un estudio con profesores de educación primaria en formación y en ejercicio. En M. Camacho Machín, P. flores Martínez y P. Bolea Catalán (eds.). *Investigación en educación matemática: comunicaciones de los grupos de investigación del XI* (pp. 121-140). La Laguna: SEIEM. <https://www.seiem.es/docs/actas/11/Actas11SEIEM.pdf>
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J. M. (2011). La Enseñanza de la Estadística a través de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 24(40), 789-810.
<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/863>
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). American Educational Research Association.

- Ball, D., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: ¿What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Barbosa, E., Pedraza, L. y Quijano, M. (2010, del 1 al 11 de junio). El conocimiento didáctico de un docente del modelo Escuela Nueva. *Segundo congreso nacional de investigación en Educación en Ciencias y Tecnología. Seminario internacional sobre enseñanza de las ciencias*. Universidad del Valle - Instituto de Educación y Pedagogía.
- Barboza, J. A. y Zapata, H. A. (2013). El Estudio de Clase, Estrategia y Escenario para la Cualificación del Profesor de Matemáticas. *Formación Universitaria*, 6(4), 49-62. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062013000400006>.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2-13. <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/BLAIX.pdf>
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf>
- Batanero, C. (2002). La estadística como componente cultural [conferencia inaugural]. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires. <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/CULTURA.pdf>
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. *Actas de las 1ª Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp.55-61). Nº 1, Año 1, Vol. 2. Universidad de Granada.
- Batanero, C., Arteaga, P. y Contreras, J. (2011). El currículo de estadística en la enseñanza obligatoria. *EM TEIA/ Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana*, 2(2), 1-20. <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2151>
- Batanero, C., Arteaga, P. y Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 28(1), 141-154. <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/189102>
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. P. Royo (ed.). *Aspectos didácticos de las matemáticas* (pp. 125-164). ICE. <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/ICE.pdf>

- Batanero, C., Díaz-Levicoy, D. y Arteaga, P. (2018). Evaluación del nivel de lectura y la traducción de pictogramas por estudiantes chilenos. *Avances de Investigación en Educación Matemática: AIEM*, 14, 49-65. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i14.231>
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. y Arteaga, P. (2011). Enseñanza de la estadística a través de proyectos. En C. Batanero y C. Díaz (eds.). *Estadística con proyectos* (pp. 9-46). ReproDigital. Universidad de Granada. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf>
- Batanero, C. y Godino, J. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. En J. D. Godino (dir. y ed.), *Matemáticas y su Didáctica para Maestros* (pp. 697-766). Universidad de Granada, España. https://www.ugr.es/~jgodino/edumatmaestros/manual/6_Estocastica.pdf
- Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Berglund, S. (2002). El deterioro de la educación pública en Estados Unidos y el papel del gobierno federal. *Cuadernos del Cendes: CDC*, 19(50), 129-151. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1012-25082002000200007&lng=es&nrm=iso&tlng=es
- Blanco Álvarez, H. (2015). La postura sociocultural de la educación matemática y sus implicaciones en la escuela, *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 59-66. <https://revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/view/8692>
- Block, D., Moscoso, A., Ramírez, M. y Solares, D. (2007). La apropiación de innovaciones para la enseñanza de las matemáticas por maestros de educación primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 12 (33), 731-762. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662007000200731&lng=es&nrm=iso
- Bolívar Botía, A. (1993). “Conocimiento didáctico del contenido” y formación del profesorado: el programa de L. Shulman. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado: RIFOP*, 16, 113-124. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=286602>

- Bolívar Botía, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-39. <https://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART6.pdf>
- Bonilla-Castro, E. y Rodríguez Sehk, P. (2005). *Más allá del dilema de los métodos. La investigación en ciencias sociales* (3.ª ed.). Grupo editorial Norma.
- Bromme, R. (1988). Conocimientos profesionales de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), 19-29. <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/51031>
- Bromme, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. In R. Biehler, R. Scholz, R. SträBer y B. Winkelmann (eds.). *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 73-88). Kluwer Academic Publishers.
- Brophy, J. (1997). Effective teaching. En H. J. Walberg y G. D. Haertle (eds.) *Psychology and educational practice*. McCutchan.
- Brophy, J., y Good, T. L. (1986). Teacher behavior and student achievement. En M. C. Wittrock (ed.). *Handbook of research on teaching* (3rd edition). Macmillan.
- Brousseau, G. (1983). Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 4(2). 165-198. Digitalizado por: I.S.C. H. A. Turrubiartes Cerino. <https://mealejandrom.files.wordpress.com/2012/03/5oprocesoscognitivosycambioconceptualenmatemc3alticasy ciencias-docx.pdf>
- Burbano-Pantoja, V., Valdivieso-Miranda, M. y Aldana-Bermúdez, E. (2017) Conocimiento base para la enseñanza: un marco aplicable en la didáctica de la probabilidad. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7(2), 269-285. doi: <https://doi.org/10.19053/20278306.v7.n2.2017.6070> Calderón, D. H. (2011). Fuentes de información.
- Campos y Covarrubias, G. y Lule Martínez, N. E. (20212). La observación, un método para el estudio de la realidad. *Xihmai*, 7(13), 45-60. <http://www.lasallep.edu.mx/revistas/index.php/xihmai/article/view/203>
- Carlsen, W. (1999). Domains of Teacher Knowledge. In J. Gess-Newsome y N. G. Lederman (eds.). *Examining Pedagogical Content Knowledge. The Construct and its Implications for Science Education* (pp. 133-144). Kluwer Academic Publishers. Castro, W., Pino-Fan, L. y Velásquez, H. (2013). El conocimiento didáctico-matemático:

- una propuesta de evaluación de tres de sus facetas. *Revista Científica, (Ed. Especial)*, 2, 461-465. <https://doi.org/10.14483/23448350.6561>
- Centelles Badell, L. y Díaz Lozada, J. A. (2016). Conocimiento didáctico del contenido de la asignatura Operaciones Unitarias en Bioprocesos de la carrera Ingeniería Química. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, Año IV, N° 1, 1-25. <https://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/120/664>
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica. Del Saber Sabio al Saber Didáctico* (3.ª ed.). AIQUE. https://www.terras.edu.ar/biblioteca/11/11DID_Chevallard_Unidad_3.pdf
- Chick, H. L., Baker, M., Pham, T. y Cheng, H. (2006). Aspects of teachers' pedagogical content knowledge for decimals. En J. Novotná, H. Moraová, M. Krátka y N. Stehlíková (eds.). *Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 297-304). PME.
- Choen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2000). *Research methods in education* (5th ed.). Routledge Falmer.
- Colectivo de docentes. (s. f.). *Institución Educativa El Roble. Plan de estudio Matemáticas*. I. E. El Roble, Neira-Caldas.
- Coll, C. (1991). *Psicología y currículum. Una aproximación psicopedagógica a la elaboración del currículum escolar*. Paidós. https://www.academia.edu/14089864/Psicolog%C3%ADa_y_curr%C3%ADculum
- Conference Board of the Mathematical Sciences. (2001). *The mathematical education of teachers* (Vol. 11). American Mathematical Society, en cooperación con Mathematical Association of America.
- Congreso de la República de Colombia. (1994, 8 de febrero). *Ley 115. Por la cual se expide la Ley General de Educación*. Diario Oficial 41214. http://www.secretariasenado.gov.co/seulocnado/basedoc/ley_0115_1994.html
- Contreras, J. M. y Molina-Portillo, E. (2019). Elementos clave de la cultura estadística en el análisis de la información basada en datos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (eds.). *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/55035>

- Cruz, A. M S. (2013). *Erros e dificuldades de alunos de 1º ciclo na representação de dados estatísticos* [Tesis de máster, Universidade de Lisboa]. Sistema Integrado de Bibliotecas. Repositorio. <http://hdl.handle.net/10451/10244>
- Curcio, F. R. (1981). The effect of prior knowledge, Reading and mathematical relationships expressed in graphs. *Disertation Abstrats International*, 42, 3047A-3048A. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED210185.pdf>
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed. *Raphs. Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension. Elementary and middle school activities*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Currículo (educación). (2021, 19 de mayo). En *Wikipedia*. [https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Curr%C3%ADculo_\(educaci3n\)&oldid=135665608](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Curr%C3%ADculo_(educaci3n)&oldid=135665608)
- DahnkeA, G. L. (1986). Investigación y comunicación. En C. Fernández—Collado y G. L. Dahnke (comps.). *La comunicación humana: ciencia social* (pp.385-454). (A. Carrillo Escalante y J. Mejía Gómez, trads.). McGraw—Hill.
- Danielson, C. (2013). *A framework for teaching*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Davis B. y Simmt E. (2003). Understanding learning systems: mathematics education and complexity science. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 137167. <https://doi.org/10.2307/30034903>
- Davis B. y Simmt E. (2006). Mathematics-for-Teaching: an Ongoing Investigation of the Mathematics tha Teachers (Need to) Know. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 293-319. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-2372-4>
- Del Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educacional Latinoamericana*, 49(1), 53-64. <http://ojs.uc.cl/index.php/pel/article/view/25747>
- Delgado Santos, C. I. (2012). *Mi comunicador de pictogramas*. CEAPAT-IMSERSO. http://www.ceapat.es/InterPresent2/groups/imserso/documents/binario/mcomu_pictogramas.pdf

- Denzin, N. K. y Lincoln, Y. S. (2005). *Manual de investigación cualitativa. 1. Introducción. Ingresando al campo de la investigación cualitativa* (M. E. Perrone, trad.). https://pics.unison.mx/doctorado/wp-content/uploads/2020/05/manual_investigacion_cualitativa.pdf
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y.S. (2012). *Manual de investigación cualitativa. El campo de la investigación cualitativa*. Vol. 1. Barcelona: Gedisa.
- Díaz, B., Cardona, L. H., Vargas, B., Cárdenas, A. M., Duque, M., Furman, M., Mosquera, T., y Báez-Silva, Á. M. (s.f). *Formación de docentes rurales en Educación Matemática desde el Programa de Educación Rural: acciones y lecciones*. [1-8]. <http://soda.ustadistancia.edu.co/enlinea/congreso/Coloquio/MEMORIAS%20COLOQUIO%20PDF/FORMACION%20DOCENTE/Formacion%20de%20docentes%20rurales%20en%20Educacion%20Matematica.pdf>
- Díaz, C. J., Álvarez Gaviria, J., Torres, L. A. y Guacaneme, E. (1997). *Análisis y resultados de las pruebas de matemáticas – TIMSS – Colombia. Tercer estudio internacional de matemáticas y ciencias*. O. P. Gráficas. https://www.academia.edu/6763410/Análisis_y_resultados_de_las_pruebas_de_matemáticas_TIMSS_Colombia
- Díaz-Levicoy, D. (2014). *Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libros de texto de educación primaria española* [Tesis de maestría, Universidad de Granada]. <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/TFMDanilo.pdf>
- Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y Batanero, C. (2015, del 3 al 5 de septiembre). Gráficos estadísticos y niveles de lectura propuestos en textos chilenos de Educación Primaria. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.). *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 229-238). Alicante: SEIEM. <https://www.seiem.es/docs/actas/19/ActasXIXSEIEM.pdf>
- Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y Batanero, C. (2017, del 6 al 9 de septiembre). Lectura de pictogramas por estudiantes chilenos de Educación Primaria. En J. M. MuñozEscolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo y J. Carrillo (eds.). *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 217-226). Zaragoza: SEIEM. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=705555>
- Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y López-Martín, M. (2015, 26 y 27 de noviembre). Pictogramas en una muestra de directrices curriculares latinoamericanas. En C. Vásquez, H. Rivas, N. Pincheira, F. Rojas, H. Solar, E. Chandia y M. Parraguez

- (eds.). *Jornadas Nacionales de Educación Matemática XIX* (pp. 176-183). Sociedad Chilena de Educación Matemática: SOCHIEM.
<https://www.sochiem.cl/2016/03/actas-xix-jornadas-nacionales-de-educacionmatematica/>
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P. y López-Martín, M. M. (2015). Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de Educación Primaria chilena. *Educação Matemática Pesquisa*, 17(4), 715-739.
<https://www.ugr.es/~batanero/documentos/agraficos.pdf>
http://www.ugr.es/~jmcontreras/pages/Investigacion/Actas_jornadas.pdf
- Díaz-Levicoy, D., Giacomone, B., López-Martín, M. del M. y Piñeiro, J. L. (2016). Estudio sobre los gráficos estadísticos en libros de texto digitales de Educación Primaria española. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 20(1), 133-156. <https://www.redalyc.org/pdf/567/56745576008.pdf>
- Díaz-Levicoy, D., Morales, R. y López-Martín, M. (2015). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de 1º y 2º año de Educación Primaria. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 4(7), 10-39.
http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1037/pdf_151
- Díaz-Levicoy, D., Morales, R. y Vásquez, C. (2017). Construcción de tablas estadísticas por estudiantes chilenos de tercero de Educación Primaria. *Educação & Linguagem*, 20(1), 149-166. <http://funes.uniandes.edu.co/10617/>
- Díaz Q., V. y Poblete L., A. (2016). Modelo de Competencias Profesionales de Matemáticas (MCPM) y su Implementación en Profesores de Enseñanza Primaria en Chile. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 786-807.
<https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a23>
- Duarte Rodríguez, J. L. y Sanabria Mejía, Y. (2018). *Informe por colegio del cuatrienio. Análisis histórico y comparativo. 2018. Institución Educativa El Roble*. Siempre Día E. LEGIS S. A.
https://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2018/2%20Colegios%20oficiales%20para%20web1%20a%2015718/217486000791.pdf
- Durán, M. M. (2012). El estudio de caso en la investigación cualitativa. *Revista nacional de administración*, 3(1), 121-134. <https://doi.org/10.22458/rna.v3i1.477>
- El 74% de la población colombiana habita en zonas urbanas. (2012, 25 de marzo). *Semana*.

- <https://www.semana.com/economia/articulo/el-74-poblacion-colombiana-habitazonas-urbanas/147272/>
- Encarnación Baltazar, E. J. (2019). *Niveles de lectura de gráficos estadísticos de estudiantes de primer grado de secundaria* [Tesis de posgrado, Universidad Autónoma de Guerrero (México)]. Repositorio Institucional RIUAGRO. <http://ri.uagro.mx/handle/uagro/1003>
- Escudero, D. I., Flores, E. y Carrillo, J. (2012, del 10 al 13 de diciembre). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas [reporte de investigación]. En L. Sosa, E. Aparicio y F. Rodríguez (eds.). *Memoria de la XV Escuela de Invierno en Matemática Educativa (EIME)*. (pp. 35-42). Ciudad de México, México. <http://funes.uniandes.edu.co/16540/>
- Escudero, D. I. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* [Tesis de doctorado, Universidad de Huelva]. Arias Montano, Repositorio Institucional de la Universidad de Huelva. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/11456>
- Espinoza Esteban, N. (2015). Tablas y gráficos de barras a través del ciclo del pensamiento estadístico: un estudio con alumnos de primer grado de Educación Primaria. [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio Institucional PUCP. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/6759>
- Espíndola J. (2014). Uso de las representaciones instruccionales como estrategias de enseñanza. *Educación y Ciencia*, 3(41), 20-28
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1-23. <https://www.scielo.sa.cr/pdf/aie/v14n2/a27v14n2.pdf>
- Estrella, S. y Olfos, R. (2012). La taxonomía de comprensión gráfica de Curcio a través del gráfico de Minard: una clase en séptimo grado. *Educación matemática*, 24(2), 123-134. <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v24n2/v24n2a6.pdf>
- Estrella, S., Olfos, R. y Mena-Lorca, A. (2015). El conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria. *Educação e Pesquisa*, 41(2), 477-493. <https://dx.doi.org/10.1590/S1517-97022015041858>.
- Eudave Muñoz, D. (2009). Niveles de comprensión de información y gráficas estadísticas en estudiantes de centros de educación básica para jóvenes y adultos de México. *Educación matemática*, 21(2), 5-37.

- <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a2.pdf>
- Flórez Espinosa, G. M., Velásquez Sarria, J. A. y Tamayo Alzate, O. E. (2011). Concepciones de enseñanza en profesores de ciencias de la ciudad de Manizales desde el concepto de conocimiento pedagógico del contenido. *Revista Perspectivas Educativas*, 4, 17-32.
<http://revistas.ut.edu.co/index.php/perspectivasedu/article/view/700/544>
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education*, 32(2), 124-158. <http://snoid.sv.vt.edu/~npolys/projects/safas/749671.pdf>
- Friz Carrillo, M., Sanhueza Henríquez, S. y Figueroa Manzi, E. (2011). Concepciones de los estudiantes para profesor de Matemáticas sobre las competencias profesionales implicadas en la enseñanza de la Estadística. *Revista electrónica de investigación educativa*, 13(2), 113-131.
<http://redie.uabc.mx/vol13no2/contenidofrizsanhueza.html>
- Gal, I (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-55.
<https://iaseweb.org/documents/intstatreview/02.Gal.pdf>
- Galeano Marín, M. E. (2004a). *Diseño de proyectos en la investigación cualitativa*. Fondo Editorial Universidad Eafit. Textos académicos.
- Galeano Marín, M. E. (2004b). *Estrategias de investigación social cualitativa. El giro de la mirada*. La Carreta Editores.
- García Córdoba, F. (2005). *El cuestionario: recomendaciones metodológicas para el diseño de cuestionarios*. Editorial Limusa.
- García Oropeza, L. (2009). *Un Estudio sobre el conocimiento didáctico del contenido (CDC) de profesores de matemáticas que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de carreras de ciencias económicas la enseñanza basada en problemas (EBP) como estrategia metodológica y didáctica* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. Depòsit digital de documents de la UAB.
<https://ddd.uab.cat/record/65744>
- García Quiroga, B., Coronado, A. y Montealegre Quintana, L. (2011). Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas, *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 159-175.
<https://revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/view/8715>

- Garritz, A. (2011). Conocimiento didáctico del contenido. Mis últimas investigaciones: CDC en lo afectivo, sobre la estequiometría y la indagación. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (30), 68-81. <https://doi.org/10.17227/ted.num30-1099>
- Garritz, A. (2013). PCK for dummies. *Educación Química*, 24(2), 462-465. https://andoni.garritz.com/documentos/2013/38_GarritzPCKfordummiesEQ2013.pdf
- Garritz, A.; Daza, S. y Lorenzo, M. (2014). ¿Transposición didáctica o conocimiento didáctico del contenido o conocimiento pedagógico del contenido? “A rose by any other name”¹. Un recuerdo de Sandy Abell. En A. Garritz, S. F. Daza-Rosales y M. G. Lorenzo (eds), *Conocimiento Didáctico del Contenido. Una perspectiva iberoamericana* (pp. 5-23). Editorial Academia Española.
- Garritz, A., y Mellado, V. (2014). El conocimiento didáctico del contenido y la afectividad. En A. Garritz, S. F. Daza y G. Lorenzo (eds.). *Conocimiento didáctico del contenido. Una perspectiva Iberoamericana* (pp. 229-264). Editorial Academia Española. https://www.researchgate.net/publication/269278642_El_conocimiento_didactico_del_contenido_y_la_afectividad
- Garritz, A y Trinidad-Velasco, R. (2004). El conocimiento pedagógico del contenido. *Educación Química*, 15(2), 98-102 <http://dx.doi.org/10.22201/fq.18708404e.2004.2.66192>
- Garritz, A. y Trinidad-Velasco, R. (2006). El conocimiento pedagógico de la estructura corpuscular de la materia. *Educación Química*, 17(4e), 236-263. <http://dx.doi.org/10.22201/fq.18708404e.2006.4e.66013>
- Garritz Ruiz, A. (2009). La afectividad en la enseñanza de la ciencia. 8ª Convención Nacional y 1ª Internacional de Profesores de Ciencias Naturales. Zacatecas, México, del 13 al 16 de noviembre de 2008. *Educación Química*, 20(1), 212-219. Número extraordinario. <http://www.revistas.unam.mx/index.php/req/article/view/64173>
- Garriz, A., Nieto, E., Padilla, K., Reyes-Cárdenas, F. M. y Trinidad Velasco, R. (2008). Conocimiento didáctico del contenido en química. Lo que todo profesor debería poseer. *Campo Abierto. Revista de Educación*, 27(1), 153-177. <https://mascvuex.unex.es/revistas/index.php/campoabierto/article/view/1993>
- Geddis, A. N., Onslow, B. Beynon, C. y Oesch, J. (1993). Transforming content knowledge: Learning to teach about isotopes. *Science Education*, 77(6), 575-591. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/sce.3730770603>

- Gess-Newsome, J. (1999). Knowledge and Beliefs about Subject Matter. En J. Gess-Newsome y N. G. Lederman (eds.). *Examining Pedagogical Content Knowledge: The Construct and its Implications for Science Teaching* (pp. 51-95). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/0-306-47217-1_1
- Giménez Rodríguez, J. (1997). *Evaluación en matemáticas. Una integración de perspectivas*. Síntesis.
- Giné de Lera, C. y Deulofeu, J. (2014). Conocimientos y creencias entorno a la resolución de problemas de profesores y estudiantes de profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 191-208. <https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a10>.
- Glaser, B y Strauss, A (1967). *The Discovery of Grounded Theory*. Aldine Publishing.
- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31. https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf
- Godino, J., Batanero, C y Font, V. (Ed). (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Gomes Fernandes, R. J., dos Santos Junior, G. , y Pereira R. (2017). Ensino e aprendizagem de gráficos e tabelas nos anos iniciais de escolarização. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 50, 41-61. <http://funes.uniandes.edu.co/17140/>
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* [Tesis de doctorado, Universidad de Granada]. Departamento de Didáctica de la Matemática. Archivo digital. <https://hera.ugr.es/tesisugr/16582056.pdf>
- Gómez, P., Castro, P., Bulla, A., Mora, M. y Pinzón, A. (2016). Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste. *Educación y Educadores*, 19(3), 315-338. <https://www.redalyc.org/pdf/834/83448566001.pdf>
- Gómez, P. y Gutiérrez-Gutiérrez, A. (2014, del 4 al 6 de septiembre). Conocimiento matemático y conocimiento didáctico del futuro profesor español de primaria. Resultados del estudio TEDS-M. En M. T. En M. T. González, M. Codes, D, Arnau y T. Ortega (eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 99-114).

- SEIEM. <https://www.seiem.es/docs/actas/18/ACTAS2014.pdf>
- Grossman, P. (1990). *The making of a teacher: teacher knowledge and teacher education*. Teachers College Press.
- Grossman, P., Wilson, S. y Shulman, L. (2005). Profesores de sustancia: el conocimiento de la materia para la enseñanza. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-25.
<https://revistaseug.ugr.es/index.php/profesorado/article/view/19745>
- Gudmundsdóttir, S. y Shulman, L. (2005). Conocimiento didáctico en ciencias sociales. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2) 1-12.
<https://revistaseug.ugr.es/index.php/profesorado/article/view/19752>
- Gutiérrez Serrano, S. (2018). *Fortalecimiento de las Competencias Matemáticas en La Lectura e Interpretación de Gráficos estadísticos a Través de la Integración de las TIC y el MÉTODO SINGAPUR* [Tesis de maestría, Universidad del Norte]
<http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/8133/132816.pdf>.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4a. ed.). McGraw-Hill.
<http://187.191.86.244/rceis/registro/Metodolog%C3%ADa%20de%20la%20Investigaci%C3%B3n%20SAMPIERI.pdf>
- Hernández, R. (2014). La investigación cualitativa a través de entrevistas: su análisis mediante la teoría fundamentada. *Cuestiones Pedagógicas*, 23, 187-210.
- Heleno Román, C. M. y Manzaba Carranza, Y. Y. (2019). *Los pictogramas en el desarrollo de la comunicación en los niños de 4 años* [Bachelor's thesis, Universidad de Guayaquil]. <http://repositorio.ug.edu.ec/handle/redug/42442>
- Hill, H., Ball, D., y Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
<http://www.jstor.org/stable/40539304>
- Hill, H., Rowan, B. y Ball, D. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American educational research journal*, 42(2), 371-406. <http://www.umich.edu/~lmtweb/files/hillrowanball.pdf>
- Huergo-Tobar, P. L. (2015). *Importancia y pasos para la elaboración del estado del arte en un anteproyecto o proyecto de investigación. (Documento de docencia No. 2).*

- Ediciones Universidad Cooperativa de Colombia.
<http://dx.doi.org/10.16925/greylit.1073>
- Institución Educativa El Roble. (2018). *Proyecto Educativo Institucional I. E. El Roble*. Neira, Caldas.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). (2010a). *Colombia en Pisa 2006. Síntesis en resultados* (2.^a ed.). Versión electrónica.
<https://es.slideshare.net/leidydangulo/informe-colombia-en-pisa-2006-sintesis-deresultados>
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). (2010b). *Colombia en Pisa 2009. Síntesis en resultados*. Versión electrónica.
<http://portal.icfes.s3.amazonaws.com/datos/Colombia%20en%20PISA%202009%200Sin%20tesis%20de%20resultados.pdf>
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). (2013). *Colombia en PISA 2012. Informe nacional de resultados. Resumen ejecutivo*. Versión electrónica.
<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/237187/Resumen%20ejecutivo%20Resultados%20Colombia%20en%20PISA%202012.pdf>
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). (2015). *Cuadernillo 26. Icfes Saber 3º, 5º, 7º y 9º*.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). (2016). *Cuadernillo de preguntas. Saber 3º, 5º y 9º 2015. Cuadernillo de prueba. Ejemplo de preguntas Saber 5º Matemáticas*.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). (2020). *Informe Nacional de Resultados para Colombia – PISA 2018*. Versión electrónica.
<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1529295/Informe%20nacional%20de%20resultados%20PISA%202018.pdf>
- Instituto Nacional de Estadística de España (INE). (s. f.). *Gráficos* [representación].
https://www.ine.es/explica/docs/pasos_tipos_graficos.pdf
- Kagan, D. M. (1990). Ways of evaluating teacher cognition: inferences concerning the Goldilocks Principle. *Review of Educational Research*, 60(3), 419-469.
<https://doi.org/10.3102%2F00346543060003419>

- Kilpatrick, J. (1998). Seminario de investigación. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico (eds.), *Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia* (pp. 51-57). Grupo Editorial. Iberoamericana, S. A. <http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf>
- Kilpatrick, J., Gómez, P. y Rico, L. (1998). *Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*. Grupo Editorial Iberoamericana, S. A. <http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf>
- Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE). (2016). Informe de resultados del tercer estudio regional comparativo y explicativo (TERCE). *REICE. Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 14(4), 9-32. <https://doi.org/10.15366/reice2016.14.4.001>
- Li, D. y Shen, S. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics* 14(1), 2-8.
- Llinares, S. (1994). El profesor de matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional. En L. Santaló et al. (eds.). *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia* (pp. 296-337). Rialp.
- Llinares, S. (1996). *Conocimiento Profesional del Profesor de Matemáticas: Conocimiento, Creencias y Contexto en Relación a la Noción de Función*. Universidad de Sevilla. <https://silo.tips/download/conocimiento-profesional-del-profesor-de-matematicasconocimiento-creencias-y-co>
- Llinares, S. (2004). *La actividad de enseñar matemáticas como organizador de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Adecuación al itinerario educativo del Grado de Matemáticas*. Trabajo presentado en el Itinerario Educativo de la Licenciatura de Matemáticas. Granada.
- Llinares, S. (2009). Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 51, 92-101. https://www.researchgate.net/publication/279657154_Competiciones_docentes_del_maestro_en_la_docencia_en_matematicas_y_el_diseno_de_programas_de_formacion
- Loughran, J., Berry, A. y Mulhall, P. (2006). *Understanding and developing science teachers' pedagogical content knowledge*. Sense Publishers.

- Loughran, J., Mulhall, P., y Berry, A. (2004) In Search of Pedagogical Content Knowledge in Science: Developing Ways of Articulating and Documenting Professional Practice. *Journal of Research in Science Teaching*, 41(4), 370–391.
<http://www.chemnet.edu.au/sites/default/files/u39/Loughran04PCK.pdf>
- Lurduy-Ortegón, J. O. (2013). Conceptualización y evaluación de las competencias para el análisis, reflexión y semiosis didáctica. El caso de los estudiantes para profesor de matemáticas. *Revista Científica*, 16(2), 87-108.
<https://doi.org/10.14483/23448350.4025>
- Magnusson, S., Krajcik, J. y Borko, H. (1999). Nature, Sources, and Development of Pedagogical Content Knowledge for Science Teaching. En: J. Gess-Newsome, y N. Lederman (eds.). *Examining Pedagogical Content Knowledge. The Construct and its Implications for Science Education* (pp. 95-132). Kluwer Press.
- Marcelo García, C. (1993). Cómo conocen los profesores la materia que enseñan. Algunas contribuciones de la investigación sobre Conocimiento Didáctico del Contenido. En L. Montero y J. M. Vez (eds.), *Las didácticas específicas en la formación del profesorado* (pp. 151-186). Tórculo.
<https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/3099/COMO%20CONOCEN%20LOS%20PROFESORES%20LA%20MATERIA%20QUE%20ENSEÑAN.%20ALGUNAS%20CONTRIBUCIONES%20DE%20LA%20INVESTIGACION%20SOBRE%20CONOCIMIENTO%20DIDACTICO%20DEL%20CONTENIDO.pdf?sequence=1>
- Marcelo García, C. (2001). El aprendizaje de los formadores en tiempos de cambio. La aportación de las redes y el caso de la red andaluza de profesionales de la formación. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 5(1), 1-17.
<https://www.ugr.es/~recfpro/rev51ART2.pdf>
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3-11.
- Martínez, M., Arévalo, E., (2017), Análisis didáctico de prácticas matemáticas de aula utilizando “the knowledge quartet”. En L. A. Serna (coord.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 30, (pp. 1095-1104). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

- Martínez Gila, P. (2007, 23 y 24 de junio). La observación y el aprendizaje colaborativo en el aula E/LE. *Curso de formación de profesores, Instituto Cervantes de Damasco* [en línea].
https://cvc.cervantes.es/aula/didactired/anteriores/abril_10/26042010_04.htm
- Martos García, A. E. (2008). Poemas y cuentos con pictogramas como recurso para la lectura, escritura y otras habilidades comunicativas. *Glosas didácticas: revista electrónica internacional de didáctica de las lenguas y sus culturas*, (17), 49-63.
<https://www.um.es/glosasdidacticas/numeros/GD17/05.pdf>
- Mauro Ruberto, L. A., Mac Cormack, W. P, Calabro, A. y Rodríguez Talou, J. (2012). Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) en la enseñanza universitaria de Biotecnología. El caso de la velocidad específica de crecimiento microbiano (μ). *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 9(3), 353-360.
<https://revistas.uca.es/index.php/eureka/article/view/2782>
- McEwan, H. y Bull, B. (1991). The pedagogic nature of subject matter knowledge. *American Educational Research Journal*, 28(2), 316-334.
<http://jwilson.coe.uga.edu/Situations/Framework%20Folder/Framework.Jan08/articles/McEwanBull1991.pdf>
- Medina Moya, J. L. y Jarauta Borrascas, B. (2013). Análisis del conocimiento didáctico del contenido de tres profesores universitarios. *Revista de Educación*, 360, 600-623.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4099422>
- Mellado, V. y Carracedo, D. (1993). Contribuciones de la filosofía de la ciencia a la didáctica de las ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 11(3), 331-339.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=94596>
- Melo Niño, L. (2015). *Desarrollo del conocimiento didáctico del contenido sobre el campo eléctrico con profesores de física colombianos de bachillerato, mediante un programa de intervención* [Tesis de doctorado, Universidad de Extremadura]. Archivo digital.
http://dehesa.unex.es/bitstream/10662/3195/1/TDUEX_2015_Melo_Ni%C3%B1o.pdf
- Melo Niño, L. V., Buitrago, A., Cañada, F. y Mellado, V. (2016). Conocimiento didáctico del contenido declarado durante la enseñanza de la fuerza eléctrica en bachillerato: estudio de caso. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (39), 52-80.
<https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/4580/3771>

- Melo Niño, L., Cardona, G., Cañada, F. y Martínez, G. (2018). Conocimiento didáctico del contenido sobre el principio de Arquímedes en un programa de formación de profesores de Física en Colombia. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 23(76), 253-279.
<http://www.comie.org.mx/revista/v2018/rmie/index.php/nrmie/article/view/1147/1135>
- Méndez Cardona, J. C. (2018). *Conocimiento didáctico del contenido sobre la interpretación de gráficos estadísticos: estudio de caso en estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en matemáticas*. [Tesis de maestría, Universidad del Valle]. Repositorio digital Univalle.
<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/12756?show=full>
- Mentado Labao, T., Medina Moya, J. L. y Cruz Garcette, L. (2017). Preparar para aprender: una manifestación del conocimiento didáctico del contenido en la práctica. *ESE. Estudios Sobre Educación*, 33, 27-48. <https://doi.org/10.15581/004.33.27-48>
- Ministerio de Educación Cultura y Ciencia (2016). *TIMSS. (2015). Estudio internacional de tendencias en Matemáticas y Ciencias. IEA. Informe Español: Resultados y contextos*. Secretaría General Técnica.
http://iaqse.caib.es/documentos/avaluacions/altres/pirls_timss/timss2015_informe_estatal.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (s.f.). “*Todos a aprender*”: Programa para la Transformación de la Calidad Educativa. Prensa.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-299245_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1996, 5 de junio). Resolución 2343. *Por el cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación normal*.
http://www.secretariassenado.gov.co/senado/basedoc/ley_0115_1994.html
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. <https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-339975.html>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡Un reto escolar! En Ministerio de Educación nacional (ed.), *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber*

- y saber hacer con lo que aprenden* (pp. 46-95). Imprenta Nacional de Colombia.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación nacional (MEN). [2010]. *Plan Sectorial 2010-2014. Documento N° 9*.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-293647_archivo_pdf_plansectorial.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2012). *Programa Todos a Aprender: Para la transformación de la calidad educativa. Guía uno: sustentos del programa*. Colombia: MEN.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-310659_archivo_pdf_sustentos_junio27_2013.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2015a). *Matriz de referencia. Matemáticas*. Bogotá.
https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles352712_matriz_m.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2015b). *Matemáticas. Grado 5°. Módulo C. Cuadernillo del estudiante*.
- Ministerio de Educación Nacional (2016a). *Derechos Básicos de Aprendizaje. Matemáticas Vol. 2*. Colombia: Panamericana, Formas e Impresos S.A.
http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matemáticas.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2016b). *Guía de uso pedagógico de los materiales de la caja Siempre Día E*. Panamericana Formas e Impresos S. A.
<https://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/Guia%20de%20Articulacion.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2016c). *Matemáticas. Grado 3°. Situación 1-2-3. Cuadernillo del estudiante* (2.^a ed.).
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2016d). *Matemáticas. Grado 4°. Situación 4-5. Cuadernillo del estudiante* (2.^a ed.).
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2016, 28 de enero). *Programa Todos a Aprender 2.0. Encuentro de Secretarios de Educación* [presentación PowerPoint].
https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-356180_recurso_17.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2017a). *Mallas de Aprendizaje. Matemáticas Grado 1°*. <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/89839>

- Ministerio de Educación Nacional (MEN): (2017b). *Mallas de Aprendizaje. Matemáticas Grado 4°*. <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/89839>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). [2017c]. *Orientaciones pedagógicas. Matemáticas*. Grados: 3°, 5°, 7°, 9°, 11°. Panamericana Formas e Impresos S. A.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2017d). *Plan Nacional Decenal de Educación 2016-2026. El camino hacia la calidad y la equidad*. AF&M Producción Gráfica S.A.S. [PLAN NACIONAL DECENAL DE EDUCACION 2DA EDICION 271117.pdf \(plandecenal.edu.co\)](http://plandecenal.edu.co/EDICION_271117.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2020, 5 de mayo). *Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes – SIEE*. <https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3article-397381.html?noredirect=1>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) e Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES). (2017). *Informe por colegio 2017. Resultados Pruebas Saber 3°, 5° y 9°. 2016*. Institución Educativa El Roble. Siempre Día E.
- Mochón, S. y Morales Flores, M. (2010). En qué consiste el “conocimiento matemático para la enseñanza” de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática*, 22(1), 87-113. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S16655826201000010005&lng=es&tlng=en.
- Morine-Dersheimer, G. y Kent, T. (1999). The Complex Nature and Sources of Teachers’ Pedagogical Content Knowledge. En: J. Gess-Newsome y N. Lederman (eds.). *Examining Pedagogical Content Knowledge. The Construct and its Implications for Science Education* (pp.21-50). Kluwer Academic Publishers.
- Mosquera Suárez, C. J., Sánchez Hernández, M. E. y Solano Comezaquira, C. A. (2011). El desarrollo del conocimiento didáctico del contenido en profesores de ciencias, noveles expertos, a partir de la inmersión en equipos colaborativos de trabajo. *Educación y Ciudad*, (20), 59-78. <https://revistas.idep.edu.co/index.php/educacion-y-ciudad/article/view/97>
- Nakiboglu, C. y O. Karakoc (2005). The forth knowledge domain a teacher should have: The pedagogical content knowledge. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 5(1), 201-206.
- Niss, M. A. (2006). What does it mean to be a competent mathematics teacher? A general problem illustrated by examples from Denmark. En *Praktika*, 23o Panellenio

- Synedrio Matematikis Paideias, Patra 24-26 Noembriou 2006* (pp. 39-47). Elleniki Mathematiki Etaireia, Patra.
- Ochoa Quijada, E. R. (2015). El ciclo de investigación del pensamiento estadístico relacionado con tablas de doble entrada: un estudio con alumnos del segundo grado de educación primaria [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Repositorio Institucional PUCP. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/6757>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). (1997). *Primer Estudio Internacional Comparativo (PERCE, 1997)* [sitio web]. <https://es.unesco.org/fieldoffice/santiago/llece/PERCE1997>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) y Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE). (2005). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo 2004-2007. Análisis Curricular*. OREAL/UNESCO Santiago. Colaboración ICFES. <https://www2.icfes.gov.co/documents/20143/234037/Analisis+curricular+SERCE.pdf>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). (2006). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE, 2006)* [sitio web]. <https://es.unesco.org/fieldoffice/santiago/llece/SERCE2006>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). (2013). *Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE, 2013)* [sitio web]. <https://es.unesco.org/fieldoffice/santiago/llece/TERCE2013>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) y Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE). (2013). *Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo*. OREAL/UNESCO Santiago. Colaboración Cooperación Española, Santillana, UNICEF. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000227501>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD). (2008). *Informe PISA 2006. Competencias científicas para el mundo del mañana: Datos*. Santillana. <https://doi.org/10.1787/9789264066205-es>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD). (2009). *Top of the Class: High Performers in Science in PISA 2006*. PISA, OECD Publishinh, Paris. <https://doi.org/10.1787/9789264060777-en>

- Parga Lozano, D. L., Mora Penagos, W. M., Martínez Pérez, L. F., Ariza, L. G, Rodríguez, B., López Castillo, J., Jurado Arcos, R. y Gómez Poveda, Y. (2015). *El conocimiento didáctico del contenido (CDC) en química*. Xpress Estudio Grafico y Digital S.A. <http://repositorio.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/10846/Conocimiento%20didactico-libro-completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Perafán Echeverri, G. y Tinjaca, F. (2014). Aspectos generales y primeros avances para el encuadre de una investigación sobre el conocimiento profesional específico del profesorado de química asociado a la noción de nomenclatura química. *Educación*, 23(44). <http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/educacion/article/view/8940>
- Pereira-Mendoza, L., y Mellor, J. (1990). Student's concepts of bar graph: Some preliminary findings. *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*. Ed D. Vere-Jones. Voorburg: International Statistical Institute.
- Pérez Echeverría, M. del P. (1987). Los problemas matemáticos. *Cuadernos de Pedagogía*, (144), 79-81.
- Pinkasz, D., Tiramonti, G. (2006). Las oportunidades educativas de las mujeres en la modernización de los 90 en Argentina. En *Equidad de género y reformas educativas: Argentina, Chile, Colombia, Perú*. Santiago de Chile (pp. 51-98). Hexagrama Consultoras. http://www.opech.cl/bibliografico/educsuperior/superior_conocimiento/estudio_comparado_acceso_enfoque_genero.pdf
- Pilco Saltos, C. V. (2018). La lectura de pictogramas un recurso didáctico para el trastorno del habla en niños de preparatoria de la Unidad Educativa Santa Mariana de Jesús. [Tesis de maestría, Universidad Estatal de Bolívar]. <http://dspace.ueb.edu.ec/handle/123456789/2929>
- Pino-Fan, L., Godino, D. y Font, V. (2015). Una Propuesta para el Análisis de las Prácticas Matemáticas de Futuros Profesores sobre Derivadas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 60-8. <https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a04>
- Pinto Sosa, J. E. (2010). *Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de Estadística en carreras de Psicología y Educación* [Tesis de doctorado, Universidad de Salamanca]. Repositorio Documental Gredos. <https://gredos.usal.es/handle/10366/76546>
- Pinto Sosa, J. E. y González Astudillo, M. T. (2006, 7 al 9 de septiembre), Sobre la naturaleza conceptual y metodológica del conocimiento del contenido pedagógico

- en matemáticas. Una aproximación para su estudio. En M. P. Bolea, M. Moreno y M. J. González (eds.). *Investigación en educación matemática: Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. (pp. 237-255). <http://funes.uniandes.edu.co/1293/>
- Pinto Sosa, J. E. y González Astudillo, M. T. (2008). El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas: ¿una cuestión ignorada? *Educación Matemática*, 20(3), 83-100. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262008000300005
- Postigo, Y. y Pozo, J. (2000), Cuando una gráfica vale más que 1000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes, *Infancia y aprendizaje*, 90, 89-110. <https://repositorio.uam.es/handle/10486/674331>
- Powell, A. B. y Hanna, E. (2006, july 16-21). Understanding teachers' mathematical knowledge for teaching: A theoretical and methodological approach. En J. Novotná, H. Moraová, M. Kr'tká y N. stehl'ková (eds.). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4, pp. 369-376). Prague. <https://as.tufts.edu/education/earlyalgebra/publications/2006/PME30.pdf#page=377>
- Presidencia de la República (1994, 3 de agosto). Decreto 1860. *Por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales*. Diario Oficial 41473. https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3article-86240.html?_noredirect=1
- Presidencia de la República (2002, 19 de junio). Decreto 1278. *Por el cual se expide el Estatuto de Profesionalización Docente*. Diario Oficial 44.840. https://normograma.info/men/docs/decreto_1278_2002.htm
- Pulido Moyano, K. L., Acuña Quiroga, J. A. y Lurduy Ortegón, J. O. (2017). Una metodología de evaluación del conocimiento didáctico y pedagógico de los profesores de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos* (pp. 1-10). <https://digibug.ugr.es/handle/10481/45298>
- Real Academia Española (s. f.). Internet. Currículo. En *Diccionario de la Lengua Española* (23.^a ed.) [versión 23.4]. Consultado en <https://dle.rae.es/curr%C3%ADculo>

- Reyes-C., P. y Garritz, A. (2006). Conocimiento pedagógico del concepto de "reacción química" en profesores universitarios mexicanos. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 11(31), 1175-1205.
<https://www.comie.org.mx/revista/v2018/rmie/index.php/nrmie/article/view/731/731>
- Reyes Roncancio, J. D. y Martínez, C. A. (2013). Conocimiento didáctico del contenido en la enseñanza del campo eléctrico. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (33), 37-60.
<https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/2033/1959>
- Reyes Roncancio, J. D. y Romero Osma, G. P (2015). Conocimiento didáctico del contenido del profesor de física experimentado en la enseñanza del movimiento ondulatorio. *Revista Virtual EDUCyT*, 3-13.
<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/8631>
- Rico, L. (s. f.). *Concepto de Currículo desde la Educación Matemática*.
<http://funes.uniandes.edu.co/524/1/RicoL98-2713.PDF>
- Rico, L. (1997). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. En L. Rico (ed.). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Síntesis.
- Rico, L. (1998a). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1(1), 22-39. <https://dialnet.unirioja.es/revista/7978/V/1>
- Rico, L. (1998b). Errores en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico (eds.), *Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia* (pp. 69-108). Grupo Editorial Iberoamericana, S.A. <http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf>
- Ríos Varillas, C. (2012). *Estadística y diseño de experimentos*. Universidad Nacional de Ingeniería. Editorial Universitaria.
- Rodríguez Gómez, G., Gil Flores, J. y García Jiménez, E. (1999). *Metodología de la Investigación Cualitativa* (2.ª ed.). Ediciones Aljibe, S. L.
- Rojas, N., Flores, P., y Carrillo, J. (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 143-166.
<https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a08>.

- Rowland, T., Huckstep P. y Thwaites A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281. <https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5>
- Ruiz López, N. (2015). La enseñanza de la estadística en educación primaria en América Latina. *REICE: Revista iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 13(1), 103-121. <https://revistas.uam.es/reice/article/view/2801>
- Ruiz Ortega, F. J. (2012). *Caracterización y evolución de los modelos de enseñanza de la argumentación en clase de ciencias en la educación primaria* [Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona]. Depòsit digital de documents de la UAB. <https://ddd.uab.cat/record/107591>
- Salcedo, A. (2015). Análisis de las actividades de estadística propuestas en textos escolares de primaria. *UNIÓN: Revista iberoamericana de educación matemática*, 11(43), 70-87. <http://funes.uniandes.edu.co/8837/>
- Santillana. (s. f.). *Recursos para docentes. Matemáticas*. Santillana, Richmond y Loqueleo. <https://www.guiasantillana.com>
- Salica, M. A. (2018). Caracterización de las habilidades del pensamiento crítico para el desarrollo del conocimiento didáctico del contenido en profesores de ciencias naturales. *Enseñanza & Teaching: Revista Interuniversitaria De Didáctica*, 36(1), 199-221. <https://doi.org/10.14201/et2018361199221>
- Schoenfeld, A., y Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh, and T. Wood D. (eds.). *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (pp. 321-354). Sense Publishers.
- Schubert Backes, V. M., Medina Moya, J., y do Prado, M. L. (2011). Proceso de construcción del conocimiento pedagógico del docente universitario de enfermería. *Revista Latinoamericana Enfermagem*, 19(2), 421-428. <https://doi.org/10.1590/S0104-11692011000200026>
- Shulman, L. (1986). "Those who understand: knowledge growth in teaching". *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. https://depts.washington.edu/comgrnd/ccli/papers/shulman_ThoseWhoUnderstandKnowledgeGrowthTeaching_1986-jy.pdf
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.

- Shulman, L. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 9(2), 1-30
0. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56790202>.
- Sierpinska, A. (1989). Sur un programme de recherche lié à la notion d'obstacle épistémologique. En N. Bednarz y C. Garnier (dir.), *Construction des savoirs. Obstacles et conflits*. Les Editions Agence d'ARC, (pp. 130-147).
- Silva, M. B. E. (2014). *Aprendendo a representar escalas em gráficos: um estudo de intervenção* (Tesis de maestría, Universidade Federal de Pernambuco). Repositório Digital da UFPE. <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/13049>
- Socas Robayna, M. M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque Lógico Semiótico. En M. Camacho Machín; P. Flores Martínez; y M. P. Bolea Catalán (eds.) *Investigación en Educación Matemática XI. Actas. XI Simposio de la SEIEM*. La Laguna, pp. 19-52.
<https://www.seiem.es/docs/actas/11/Actas11SEIEM.pdf>
- Socas Robayna, M. M. (2011). Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas en Educación Primaria. Buenas prácticas. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 199-224.
<https://revistas.um.es/educatio/article/view/133031>
- Socas Robayna, M. M. (2012). El Análisis del Contenido Matemático en el Enfoque Lógico Semiótico (ELOS). Aplicaciones a la Investigación y al Desarrollo Curricular en Didáctica de la Matemática. En D. Arnau, J. L. Lupiáñez, y A. Maz (eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática* (pp. 1-22). Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universitat de València y SEIEM.
<https://core.ac.uk/download/pdf/33252029.pdf>
- Sosa Guerrero, L. (2013). Tres perspectivas diferentes para mirar el conocimiento del profesor de matemáticas y la enseñanza. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C. En R. Flores (ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol. 26, (pp. 1573-1582). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
http://www.etnomatematica.org/memorias/ALME_26.pdf
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata S.L.
- Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos* (4.^a ed.). Ediciones Morata S.L.
- Strauss, A., y Corbin, J. (2016). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Universidad de Antioquia.

- Sureda, D. y Ponce de León, C. (2014). Capacitación docente en matemática en el nivel primario. El contrato didáctico: un estudio de caso. *Perspectiva Educativa, Formación de Profesores*, 53(2), 68-90.
<http://www.perspectivaeducacional.cl/index.php/peducacional/article/view/179>
- Talanquer, V. (2015). Prólogo. La promesa del conocimiento didáctico del contenido. En D. L. Parga Lozano (ed.), *El conocimiento didáctico del contenido (CDC) en química* (pp. 9-16). Xpress Estudio Grafico y Digital S.A.
<http://repositorio.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/10846/Conocimiento%20didactico-libro-completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Taylor, S. J. y Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados* (J. Piatigorsky, trad.). Paidós.
<https://pics.unison.mx/maestria/wp-content/uploads/2020/05/Introduccion-a-LosMetodos-Cualitativos-de-Investigacion-Taylor-S-J-Bogdan-R.pdf>
- Torres Martín, E. (2015). *El conocimiento del profesor de matemáticas en la práctica: enseñanza de la proporcionalidad* [Tesis de doctorado, Universitat Autònoma de Barcelona]. Archivo digital.
<https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/290741/etm1de1.pdf?sequence=1>
- Tumbaco Chilán, R. Y., Gutiérrez Quiñónez, T. V., García Mendoza, G., Menoscal, D., y Boderó León, J. C. (2020). *La estadística y su aplicación desde un enfoque práctico*. Editorial Académica Universitaria.
- Valbuena Ussa, E. O. (2007). *El conocimiento didáctico del contenido biológico: estudio de las concepciones disciplinares y didácticas de futuros docentes de la Universidad Pedagógica Nacional* [Tesis de doctorado, Universidad Complutense de Madrid]. EPrints Complutense. Repositorio de la producción académica en abierto de la UCM.
<https://eprints.ucm.es/index.html>
- Vasco, C. E. (2002, 8-10 de mayo). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías (61-70), [conferencia]. En Ministerio de Educación Nacional, *Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas*, Bogotá, Colombia. <https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article89944.html?noredirect=1>
- Vasco Mora, D., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Montes, M. A. y Ribeiro, M. (2016). Conocimiento especializado de un profesor de Álgebra Lineal y espacios de trabajo

- matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(54), 222-239.
<https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a11>
- Vásquez Ortiz, C. y Alsina Pastells, A. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 7, 27 - 48. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i7.104>
- Vázquez Bernal, B., Jiménez Pérez, R. y Mellado Jiménez, V. (2019). El conocimiento didáctico del contenido (CDC) de una profesora de ciencias: reflexión y acción como facilitadores del aprendizaje. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 37(1), 25-53.
<https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/v37-n1-vazquez-jimenezmellado>
- Vázquez Recio, R. y Angulo Rasco, F. (Coords.). (2003). *Introducción a los estudios de casos. Los primeros contactos con la investigación etnográfica*. Ediciones Aljibe.
- Verdugo-Perona, J. J., Olmos, R., Solaz-Portolés, J. J. y Sanjosé, V. (2017). Análisis estructural del Conocimiento Didáctico del Contenido científico escolar en futuros maestros de primaria. *Interciencia*, 42(7), 446-450.
<https://www.redalyc.org/pdf/339/33952188008.pdf>
- Vílchez, N. G. (2004). Una revisión y actualización del concepto de Currículo. *Telos: Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales*, 6(2), 194-208.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6436492>
- Walker, R. (2002). *Métodos de investigación para el profesorado*. Ediciones Morata.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (con discusión). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Watson, J. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4th Ed.). Sage.
- Zambrano Jurado, J. C. (2013). Análisis multinivel del rendimiento escolar en matemáticas para cuarto grado de educación básica primaria en Colombia. *Sociedad y Economía*, (25), 205-235.
https://sociedadyeconomia.univalle.edu.co/index.php/sociedad_y_economia/article/view/3970/6091

Zambrano Jurado, J. C. (2016). Un estudio multinivel del rendimiento escolar en matemáticas para tercer grado de educación básica primaria en América Latina.

Sociedad y Economía, (30), 91-120.

https://sociedadyeconomia.univalle.edu.co/index.php/sociedad_y_economia/article/view/3902/5944

Zapatera Llinares, A. y Callejo de la Vega, M. L. (2018). El conocimiento matemático y la mirada profesional de estudiantes para maestro en el contexto de la generalización de patrones. Caracterización de perfiles. *Revista Complutense de Educación*, 29(4),

1217-123535. <https://doi.org/10.5209/RCED.55070>

Anexos**Anexo A**

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES DOCTORADO EN EDUCACIÓN
CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA EL DESARROLLO DE LA
INVESTIGACIÓN
JEFE DE NÚCLEO**

TITULO DE LA INVESTIGACIÓN: Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas. Un estudio de caso con profesores de Básica Primaria.

Yo _____, identificado con C.C número _____ de _____, jefe de núcleo del municipio de Neira, por voluntad propia doy mi consentimiento y permiso para que se realice en las instituciones educativas todas las encuestas, entrevistas, observaciones y demás, requeridas al estudio investigativo que será realizado por la docente tutora **MARTHA JANETH MONDRAGÓN VALENCIA**, sobre *Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas. Estudio de caso con profesores de Básica Primaria*. Recibí una explicación clara y completa sobre los propósitos de la investigación y los motivos detallados de ésta. También recibí información sobre los tipos de observaciones, (las cuales en ocasiones serán grabadas con el fin de agilizar y depurar la información) pruebas y otros procedimientos que van a aplicarse y la forma en cómo serán utilizados los resultados.

Tengo conocimiento que este trabajo investigativo, se realizará con el fin de Comprender el Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas de los profesores de Básica Primaria del municipio de Neira, como proyecto de investigación del Doctorado en Educación de la Universidad Católica de Manizales. Tengo claro que puedo solicitar información y explicación, en caso de tener alguna duda al respecto sobre todas y cada una de las pruebas que serán aplicadas en la institución, estoy al tanto que se me informará sobre los hallazgos

CDCM. Estudio de caso con Profesores de Básica Primaria

de dicha investigación, los cuales solo y exclusivamente serán usados con fines académicos, en este caso investigativos. De igual forma, la información recolectada se tratará con total confidencialidad y también entiendo que no obtendré algún tipo de remuneración por participar y permitir que se lleve a cabo este estudio investigativo en la institución.

Tengo conocimiento que la investigación se llevará a cabo entre el año 2018 y 2020, por tanto, las Instituciones Educativas se comprometen a darle viabilidad a la investigación durante el tiempo previsto, independientemente que ocurran cambios administrativos en el plantel educativo durante este periodo, todo con el fin de beneficiar con este proceso investigativo al área de Matemáticas y por ende a los y las estudiantes de la institución.

Estoy al tanto de los beneficios que la investigación puede aportar a la Institución Educativa con respecto a:

- Mejora en las prácticas docentes de los participantes.
- Discusión y consolidación de los saberes específicos de los docentes.
- Generación de nuevas prácticas didácticas en la enseñanza de esta área.
- Reflexión permanente durante el trabajo acerca de la importancia de las matemáticas en la formación del estudiante.
- Fortalecimiento del Conocimiento Didáctico del Contenido en el área de Matemáticas.

Firma: jefe de núcleo

Municipio de Neira

Firma: Docente investigadora

Fecha: Día: 30 Mes: 04 Año:2018

Anexo B**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES DOCTORADO EN EDUCACIÓN
CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA EL DESARROLLO DE LA
INVESTIGACIÓN
RECTOR**

TITULO DE LA INVESTIGACIÓN: Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas.
Estudio de caso con profesores de Básica Primaria.

Yo _____, identificado con C.C número _____ de _____, rector de la Institución Educativa El Roble, por voluntad propia doy mi consentimiento y permiso para que se realice en la institución todas las encuestas, entrevistas, observaciones y demás, requeridas al estudio investigativo que será realizado por la docente tutora **MARTHA JANETH MONDRAGÓN VALENCIA**, sobre *Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas. Estudio de caso con profesores de Básica Primaria*. Recibí una explicación clara y completa sobre los propósitos de la investigación y los motivos detallados de ésta. También recibí información sobre los tipos de observaciones, (las cuales en ocasiones serán grabadas con el fin de agilizar y depurar la información) pruebas y otros procedimientos que van a aplicarse y la forma en cómo serán utilizados los resultados.

Tengo conocimiento que este trabajo investigativo, se realizará con el fin de Comprender el Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas de los profesores de Básica Primaria del municipio de Neira, como proyecto de investigación del Doctorado en Educación de la Universidad Católica de Manizales.

Tengo claro que puedo solicitar información y explicación, en caso de tener alguna duda al respecto sobre todas y cada una de las pruebas que serán aplicadas en la institución, estoy al tanto que se me informará sobre los hallazgos de dicha investigación, los cuales solo y exclusivamente serán usados con fines académicos, en este caso investigativos. De igual

CDCM. Estudio de caso con Profesores de Básica Primaria

forma, la información recolectada se tratará con total confidencialidad y también entiendo que no obtendré algún tipo de remuneración por participar y permitir que se lleve a cabo este estudio investigativo en la institución.

Tengo conocimiento que la investigación se llevará a cabo entre el año 2018 y 2020, por tanto, la Institución Educativa El Roble se compromete a darle viabilidad a la investigación durante el tiempo previsto, independientemente que ocurran cambios administrativos en el plantel educativo durante este periodo, todo con el fin de beneficiar con este proceso investigativo al área de Matemáticas y por ende a los y las estudiantes de la institución.

Estoy al tanto de los beneficios que la investigación puede aportar a la Institución Educativa con respecto a:

- Mejora en las prácticas docentes de los participantes.
- Discusión y consolidación de los saberes específicos de los docentes.
- Generación de nuevas prácticas didácticas en la enseñanza de esta área.
- Reflexión permanente durante el trabajo acerca de la importancia de las matemáticas en la formación del estudiante.
- Fortalecimiento del Conocimiento Didáctico del Contenido en el área de Matemáticas.

Firma: Rector

Institución Educativa El Roble

Firma: Docente investigadora

Fecha: Día: 30 Mes: 04 Año:2018

Anexo C**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES DOCTORADO EN EDUCACIÓN
CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA EL DESARROLLO DE LA
INVESTIGACIÓN
DOCENTE**

TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN: Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas.
Estudio de caso con profesores de Básica Primaria.

Yo _____, identificado con C.C número _____ de _____, docente de la Institución Educativa El Roble, por voluntad propia doy mi consentimiento y permiso para que se realice todas las encuestas, entrevistas, observaciones y demás, requeridas al estudio investigativo que será realizado por la docente tutora **MARTHA JANETH MONDRAGÓN VALENCIA**, sobre *Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas. Estudio de caso con profesores de Básica Primaria*. Recibí una explicación clara y completa sobre los propósitos de la investigación y los motivos detallados de ésta. También recibí información sobre los tipos de observaciones, (las cuales en ocasiones serán grabadas con el fin de agilizar y depurar la información) pruebas y otros procedimientos que van a aplicarse y la forma en cómo serán utilizados los resultados.

Tengo conocimiento que este trabajo investigativo, se realizará con el fin de Comprender el Conocimiento Didáctico del Contenido en Matemáticas de los profesores de Básica Primaria del municipio de Neira, como proyecto de investigación del Doctorado en Educación de la Universidad Católica de Manizales.

Tengo claro que puedo solicitar información y explicación, en caso de tener alguna duda al respecto sobre todas y cada una de las pruebas que serán aplicadas en la institución, estoy al tanto que se me informará sobre los hallazgos de dicha investigación, los cuales solo y exclusivamente serán usados con fines académicos, en este caso investigativos. De igual forma, la información recolectada se tratará con total confidencialidad y también entiendo

que no obtendré algún tipo de remuneración por participar y permitir que se lleve a cabo este estudio investigativo en la institución.

Tengo conocimiento que la investigación se llevará a cabo entre el año 2018 y 2020, por tanto, la I.E El Roble se compromete a darle viabilidad a la investigación durante el tiempo previsto, independientemente que ocurran cambios administrativos en el plantel educativo durante este periodo, todo con el fin de beneficiar con este proceso investigativo al área de Matemáticas y por ende a los y las estudiantes de la institución.

Estoy al tanto de los beneficios que la investigación puede aportar a la Institución Educativa con respecto a:

- Mejora en las prácticas docentes de los participantes.
- Discusión y consolidación de los saberes específicos de los docentes.
- Generación de nuevas prácticas didácticas en la enseñanza de esta área.
- Reflexión permanente durante el trabajo acerca de la importancia de las matemáticas en la formación del estudiante.
- Fortalecimiento del Conocimiento Didáctico del Contenido en el área de Matemáticas.

Firma: docente

Institución Educativa El Roble

Firma: Docente investigadora

Fecha: Día: 30 Mes: 04 Año:2018

Anexo D

INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN DE PRÁCTICAS DE AULA. VERSIÓN 1

Tesis: Conocimiento didáctico del contenido en Matemáticas. Estudio de caso con profesores de básica primaria

Investigadora: Martha Janeth Mondragón Valencia.

DATOS GENERALES

Fecha de observación:						
Nombre de la I.E: Institución Educativa El Roble						
Nombre de la sede:						
Código DANE de la sede: 217486000456						
Código docente asignado por el investigador (Sólo la conoce el investigador): 0000						
Área observada: Matemáticas						
Grado observado	1°	2°	3°	4°	5°	Multigrado
Contenido temático:						
Hora de inicio:			Hora de finalización:			

5 SABERES DE LA OBSERVACIÓN

1. Saber observar: Controlar prejuicios, creencias y asunciones erróneas. Saber distinguir lo fundamental de lo no esencial, lo particular de lo general.
2. Saber ser observado: Actitud colaborativa con el observador en la sesión de observación, confiar en el observador, verlo como un compañero con el que llevas a cabo un proyecto en común.
3. Saber hablar sobre lo observado: Destacar los aspectos positivos, saber hacer sugerencias, saber colaborar con el observado, utilizar el lenguaje apropiado.
4. Saber escuchar: Saber aceptar las sugerencias, saber integrar las sugerencias en la acción docente. Poder tomar decisiones a partir de las propuestas del observador.
5. Saber observarse: Reflexión sobre la propia acción docente. (Martínez Gila, 2007, diapositiva)

Nomenclatura:

S: siempre.

CS: casi siempre.

AV: a veces.

N: nunca

ITEMS A OBSERVAR:

A. PLANEACIÓN	S	CS	AV	N
----------------------	---	----	----	---

1	El profesor planea en detalle la sesión definiendo su objetivo de aprendizaje, sus momentos (apertura, desarrollo y cierra, así como modalidades de agrupamiento) y tiempos para cada una de las actividades.				
2	La forma en que se plantea el objetivo de la clase orienta a los estudiantes en la actividad y su propósito.				

B. INICIO DE LA CLASE		S	CS	AV	N
1	El profesor recibe y responde el saludo de los estudiantes.				
2	El tema trabajado en la clase está acorde a la planeación.				
3	En la clase se desarrollan tareas de aprendizaje, preparadas previamente, donde el profesor es un guía y orientador.				
4	El profesor inicia el aprendizaje con una actividad de motivación y la relaciona con el tema.				
5	El profesor explora conocimientos y experiencias previas al inicio de la clase.				
6	El profesor inicia el aprendizaje retomando la actividad de la clase anterior.				
7	Los estudiantes conectan el objetivo de la clase con lo que han aprendido hasta ahora y con necesidades nuevas de aprendizaje				
8	En el caso de una tarea, se realiza una corrección grupal o se retoman las preguntas más débiles.				
9	Los estudiantes son informados sobre el objetivo de la clase, el cual les permite comprender qué se hará, para qué y cómo en el marco de aprendizajes de largo plazo.				
10	El profesor plantea las metas de la clase en forma explícita en el tablero u otro medio.				
11	El profesor presenta la agenda de la clase.				

C. DESARROLLO DE LA CLASE		S	CS	AV	N
1	El profesor utiliza diversas estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje.				
2	El profesor en forma efectiva permite que los estudiantes construyan sus conocimientos, habilidades y actitudes, por tanto: plantea preguntas claves para ello.				
3	El profesor utiliza el modelamiento como estrategia clave.				

4	Los estudiantes aprenden gracias a una variedad de estrategias de aprendizaje utilizadas durante la clase, siempre en concordancia con las metas y el tipo de contenidos (conceptuales, procedimentales, actitudinales).				
5	Los estudiantes aprovechan el tiempo dado por el profesor para las tareas, trabajan concentrados, aplican sus conocimientos y habilidades para generar un producto de alto nivel que refleja el aprendizaje y el logro de las metas de la clase.				
6	El profesor en forma efectiva permite que los estudiantes construyan sus conocimientos, a través del manejo de símbolos.				
7	El profesor utiliza organizadores gráficos que permiten al estudiante ordenar su conocimiento y así almacenarlo.				
8	El profesor realiza las vinculaciones a conocimientos previos, lo relaciona con la vida personal y el entorno.				
9	El profesor promueve el aprendizaje significativo cuando permite que el estudiante ordene jerárquicamente el conocimiento, lo relacione a su vez con conceptos cotidianos o aplique el conocimiento para resolver un problema o toma de una decisión.				
10	El profesor expone claramente teniendo en cuenta la edad de los niños.				
11	El profesor da instrucciones claras y precisas para cada tarea que permiten la autonomía en el trabajo de los estudiantes.				
12	Los estudiantes desarrollan la actividad, realizando preguntas que denotan interés en la misma.				
13	El profesor domina el tema abordado.				
14	El profesor maneja detalles y evidencias respecto al contenido disciplinar.				
15	El profesor tiene la capacidad de hacer relaciones incluso, con otras disciplinas, lo que evidencia una comprensión profunda del tema de la clase.				
16	Los estudiantes participan activamente en la mayor parte de la clase tanto individual como colectivamente.				
17	Algunos estudiantes permanecen marginados y desconectados de las actividades.				

D. CIERRE DE LA CLASE		S	CN	AV	N
1	El profesor realiza una actividad metacognitiva en el cierre con sus estudiantes para identificar fortalezas y debilidades en el aprendizaje durante la clase.				
2	El profesor utiliza preguntas apropiadas para afianzar los conocimientos y comprobar lo asimilado.				
3	Existe un cierre del aprendizaje donde el estudiante recuerda lo aprendido o se registra lo aprendido en la clase.				
4	Se promueve la auto evaluación y evaluación para verificar si se lograron las metas de la clase.				
5	El profesor crea expectativas en los estudiantes que los motivan al aprendizaje de nuevos conocimientos.				
6	El profesor promueve la transferencia de lo aprendido a lo personal y a la vida diaria.				
7	El profesor promueve la construcción de valores subjetivos a través de preguntas, que permitan al estudiante encontrar en el contenido trabajado el valor para su vida y para su comunidad.				
8	Los estudiantes tienen tareas asignadas buscando involucrar a las familias en el proceso de aprendizaje, diseñadas para ese propósito y no como continuación de actividades que no se alcanzaron a realizar en la clase.				

E. EVALUACIÓN PARA EL APRENDIZAJE		S	CS	AV	N
1	El profesor circula por el salón observando el trabajo de los estudiantes y recogiendo evidencias de sus aprendizajes y sus dificultades para apoyarlos. Con especial énfasis en los estudiantes con dificultades.				
2	Los estudiantes reciben información oportuna, individual o grupal, relacionada con las dificultades que presentan en el desarrollo de la actividad y en el logro de los aprendizajes esperados.				
3	El profesor da orientaciones y realimenta a los estudiantes con comentarios, analogías, preguntas, contraejemplos y ejemplos de solución a problemas parecidos, sin darles la respuesta al trabajo que realizan, para avanzar en el logro de los objetivos de aprendizaje.				
4	Frente a errores de los estudiantes el profesor explora con ellos su origen y les ayuda a encontrar el camino apropiado.				
5	Los estudiantes reciben realimentación con notas o símbolos como caras felices o tristes.				

6	Los estudiantes reciben realimentación de si lo que hizo está bien o mal.				
---	---	--	--	--	--

F. USO DE MATERIALES		S	CS	AV	N
1	Los estudiantes encuentran el material educativo preparado al inicio de la sesión.				
2	Los estudiantes participan en la distribución y organización del material educativo.				
3	Existe material educativo suficiente para todos los estudiantes y para el profesor.				
4	Los estudiantes utilizan el material educativo de manera responsable.				
5	El profesor utiliza material pedagógico adecuado.				
6	Se utilizan recursos variados para apoyar el aprendizaje.				
7	Los estudiantes utilizan diferentes materiales como estrategia para el logro de los objetivos de la actividad (libros, juegos, cartas, y otros materiales de manipulación)				
8	El profesor utiliza material concreto como apoyo a las actividades.				
9	Los materiales seleccionados promueven aprendizajes en el nivel más alto previsto para el grado.				

G. ORGANIZACIÓN Y GESTIÓN DE AULA		S	CS	AV	N
1	Los estudiantes son informados sobre el objetivo de la clase en el marco de sus aprendizajes a largo plazo (desempeños esperados).				
2	Los estudiantes contribuyen a recordar lo que se hizo en las clases anteriores y en que van en sus aprendizajes.				
3	Los estudiantes mantienen un comportamiento que les permite centrarse en sus actividades de aprendizaje.				
4	Los estudiantes mantienen un comportamiento acorde a las normas del aula, para lograr el desarrollo armónico de la clase centrado en actividades de aprendizaje.				
5	Los estudiantes participan activamente la mayor parte de la clase.				
6	Los estudiantes pasan la mayor parte del tiempo de la clase involucrados actividad de aprendizaje pertinente al área.				
7	Los estudiantes se organizan para el desarrollo de la actividad de acuerdo a las orientaciones del profesor.				

8	Los estudiantes trabajan con diferentes tipos de organización en la clase (individual, en grupos de trabajo cooperativo y/o colaborativo)				
9	Los estudiantes se organizan en grupos de trabajo cooperativo con roles claramente definidos, con el fin de realizar actividades de aprendizaje, y contribuir a la gestión del aula.				
10	Los estudiantes contribuyen al resumen sobre lo que se aprendió en la clase.				
11	Total, de minutos en que los estudiantes NO tuvieron una actividad de aprendizaje asignada relacionada con el área de la clase y en consecuencia se dedicaron a otras actividades como charlar, jugar entre ellos, leer documentos que no corresponden, chatear o realizar actividades orientadas por el profesor que no tiene relación directa con el área involucrada (organizar el salón, actividades lúdicas, aseo)				

H. AMBIENTE DE LA CLASE		S	CS	AV	N
1	El profesor promueve una atmósfera armónica durante la clase.				
2	Existe un ambiente de respeto promovido por el profesor y los estudiantes que se traduce en preguntar y hablar en el momento adecuado.				
3	El profesor aborda en forma inmediata problemas de convivencia dentro del salón de clases.				
4	Los estudiantes trabajan calmados y concentrados en su tarea, lo que permite la tranquilidad del profesor.				
5	Se establece un orden y limpieza en la clase.				
6	La clase se encuentra en orden, las mesas, sillas y demás mobiliarios están ubicados de acuerdo a una planeación.				
7	En la clase no hay basura en el piso, se nota la limpieza en los mobiliarios				
8	El profesor utiliza su cuerpo y gestos como medio de expresión para explicar y expresar adecuadamente los temas de la clase.				
9	El profesor modula su voz adecuadamente durante las actividades.				
10	El profesor utiliza el tiempo de forma eficiente, distribuyéndolo para lograr una coherencia, mantener las fases del aprendizaje y atender las necesidades de los estudiantes.				

11	El profesor monitorea constantemente el trabajo de los estudiantes, los motiva con frases o gestos, reconoce y elogia su esfuerzo cuando demuestran conductas, aptitudes y actitudes apropiadas.				
12	El profesor estimula la construcción del conocimiento y el aprendizaje significativo.				
13	El profesor retroalimenta, con preguntas, frases o gestos, el trabajo que realizan los estudiantes individualmente o en equipo permitiendo una construcción del conocimiento.				
14	Se estimula la vinculación entre los miembros del grupo a través del respeto, solidaridad, amor a la verdad, etc.				
15	Se evidencia un aprendizaje profundo ya que se busca el origen del error frente a las respuestas incorrectas, promoviendo la intervención de otros estudiantes en este análisis.				
16	Se promueve la interacción alumno-docente a través del uso de refuerzos positivos en relación a la calidad de la tarea.				
17	El profesor da tiempo a los estudiantes para responder y les permite pensar y reflexionar críticamente.				
18	El profesor utiliza tácticas de interacción verbal para aclarar dudas.				
19	El profesor no hace un uso exagerado de la palabra en la clase.				
20	El profesor mantiene el dominio del grupo.				
21	El profesor muestra un equilibrio entre la firmeza y la calidez en el trato.				
22	El profesor utiliza estrategias planificadas para lograr un clima adecuado / dominio de grupo (escucha activa, orden, hablar en el momento adecuado, etc.).				
23	El profesor atiende a la diversidad.				
24	Durante la clase el profesor lleva a cabo diferentes actividades, para asegurar que todos entienden, tomando en consideración los estilos de aprendizaje de los estudiantes.				
25	El profesor atiende a las necesidades de los estudiantes.				

DESCRIPCIÓN

Descripción de las actividades concretas del profesor y los estudiantes sin ningún juicio de valor:

- A. PLANEACIÓN**
- B. INICIO DE LA CLASE**
- C. DESARROLLO DE LA CLASE**
- D. CIERRE DE LA CLASE**
- E. EVALUACIÓN PARA EL APRENDIZAJE**
- F. USO DE MATERIALES**
- G. ORGANIZACIÓN Y GESTIÓN DE AULA**
- H. AMBIENTE DE LA CLASE**

Algunos de los ítems utilizados en la guía fueron adaptaciones de las diferentes versiones de instrumentos de acompañamiento del Programa Todos a Aprender.

Anexo E

GUÍA DE OBSERVACIÓN NO PARTICIPANTE DEBORAH BALL MODELO MKT

(CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA)

Ball y sus colegas presentan el *MKT*. Sus investigaciones se centran en el conocimiento matemático para la enseñanza, en particular en el nivel de primaria, estudiando dicho conocimiento a partir de la práctica del profesor. Ellos exponen un modelo multidimensional, en el que hacen un refinamiento a las dimensiones del *conocimiento del contenido* y del *conocimiento didáctico del contenido* presentado por Shulman (1986), adaptado a las matemáticas. Ball y su grupo de investigación exponen una propuesta centrada en el conocimiento matemático para la enseñanza, ellos incluyen el conocimiento curricular planteado por Shulman (1986) en el conocimiento didáctico del contenido, obteniendo así sólo dos grandes dominios que se encuentran, por su parte, cada uno de ellos subdivididos en tres subdominios.

El conocimiento del contenido queda subdividido en tres subdominios: Conocimiento común del contenido (CCK), Conocimiento especializado del contenido (SCK) y Horizonte matemático (HCK). Y el PCK en: Conocimiento del contenido y estudiantes (KCS), Conocimiento del Contenido y Enseñanza (KCT) y Conocimiento Curricular (KCC).

PCK (CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO).

CATEGORÍA 1. CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO Y LOS ESTUDIANTES (KCS):

Consiste en la conjunción del entendimiento del contenido y saber lo que los alumnos pueden pensar o hacer matemáticamente, el KCS incluye las habilidades que tienen los profesores para predecir lo que a los alumnos les parecerá interesante, motivante, fácil, difícil, aburrido o agobiante.

DOMINIO 1 Planeación y preparación de clases	INDICADORES	EVIDENCIAS			DESCRIPCIÓN DE EVIDENCIA
		S	N	NA	
1a. Evidencia de que el profesor tiene un conocimiento disciplinar y didáctico	Planeaciones de clases y unidades que reflejen los conceptos importantes de la disciplina.				
	Planeaciones de clases y unidades que incluyan las relaciones y prerequisites para el desarrollo de concepto y habilidades				
	Respuestas precisas a las preguntas de los estudiantes.				
1b. Evidencia de que el docente conoce a sus estudiantes.	Información formal e informal sobre los estudiantes reunida por el profesor para usar en la planeación				
	Conocimiento por parte del profesor de los intereses y necesidades de los estudiantes y uso de esta información en la planeación.				
1c. Evidencia de desarrollo de directrices y metas de comprensión, de acuerdo a las Estándares y Derechos Básicos de Aprendizaje.	Desempeños de un nivel cognitivo desafiante.				
	Afirmaciones sobre el aprendizaje de los estudiantes, no de las actividades.				
	Acciones de aprendizaje centrales para la disciplina y en				
	relación con los de otras disciplinas.				

	Desempeños que permitan la evaluación de los logros alcanzados de los alumnos.				
	Desempeños que se pueden acomodar a los estudiantes que presentan dificultades de aprendizaje.				
1f. Diseño de una evaluación coherente con los objetivos	Evaluaciones con modificaciones disponibles para estudiantes con necesidades particulares, según sea necesario,				

DOMINIO 2 Ambientes para el aprendizaje	INDICADORES	EVIDENCIAS			DESCRIPCIÓN DE EVIDENCIA
		S	N	NA	
2b. Cultura del aprendizaje.	El profesor tiene altas expectativas en relación al aprendizaje y la participación de los estudiantes que se ven reflejadas en comportamientos verbales y no verbales.				
	El profesor tiene expectativas altas en relación con los productos y resultados de los estudiantes.				

DOMINIO 3 Práctica pedagógica	INDICADORES	EVIDENCIAS			DESCRIPCIÓN DE EVIDENCIA
		S	N	NA	

	Preguntas de alto desafío, formuladas por los estudiantes y profesores.				
3b. Uso de las estrategias de preguntas y discusión.	Las preguntas con múltiples enfoques, incluso cuando hay una sola respuesta correcta.				
	El uso eficaz de las respuestas e ideas de los estudiantes.				
3c. Involucrar a los estudiantes en el proceso de aprendizaje	El profesor plantea preguntas específicamente creadas para obtener pruebas de comprensión de los alumnos.				
3e. Flexibilidad y capacidad de respuesta	El profesor ajusta la enseñanza en respuesta a los niveles de comprensión de sus alumnos.				

CATEGORÍA 2. CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO Y LA ENSEÑANZA (KCT):

El KCT se refiere a la conjunción del entendimiento del contenido y su enseñanza, es decir, al entendimiento del contenido matemático y su familiaridad con los principios pedagógicos para enseñar ese contenido en concreto. En este conocimiento se incluye las habilidades que tienen los profesores para saber qué representaciones son más adecuadas y usar diferentes métodos y procedimientos cuando imparta ese contenido matemático.

	EVIDENCIAS	
--	-------------------	--

DOMINIO 1 Planeación y preparación de clases	INDICADORES				DESCRIPCIÓN DE EVIDENCIA
		S	N	NA	
1a. Evidencia de que el profesor tiene un conocimiento disciplinar y didáctico.	Explicaciones claras y precisas en el salón				
1d. Evidencia de que el profesor conoce los recursos didácticos de su área.	Materiales proporcionados por la SED.				
	Materiales proporcionados por organizaciones profesionales y editoriales varias.				
	Textos diversos.				
	Recursos de Internet.				
	Recursos de comunidad.				
1e. Planeación de clase que evidencia una enseñanza coherente con los múltiples aspectos de la didáctica.	Clases que apoyan los resultados de la enseñanza y reflejan conceptos importantes.				
	Mapas de aprendizaje que indican relaciones con el aprendizaje previo.				
	Actividades propuestas para desarrollar un pensamiento de alto nivel.				
	Uso de recursos variados.				
	Planeaciones de clase estructuradas.				

<p>1f. Diseño de una evaluación coherente con los objetivos</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Planeaciones de clase que indican una alineación entre las acciones de aprendizaje y las metas de aprendizaje. • Tipos de desempeños adecuados para el tipo de resultado que se quiere (por ejemplo, un cuadro comparativo no sería lo más adecuado si se quiere evaluar la argumentación de los estudiantes). • Variedad de oportunidades y de tipos de desempeños para que los estudiantes demuestren su rendimiento. • Expectativas claramente escritas con descriptores para cada nivel de rendimiento. • Evaluaciones formativas (evaluación continua) diseñadas para informar, minuto a minuto, la toma de decisiones por el profesor durante la enseñanza 	
---	--	--

			EVIDENCIAS	
--	--	--	-------------------	--

D 2	DOMINIO 2 Ambientes para el aprendizaje	INDICADORE S	EVIDENCIAS			DESCRIPCIÓN DE EVIDENCIA
			S	N	NA	
2E	Organización del espacio físico.	<ul style="list-style-type: none"> • Uso eficaz de los recursos disponibles por parte del profesor. 				

CATEGORÍA 3. CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO Y DEL CURRÍCULO (KCC):

[...] representado por el conjunto de programas diseñados para la enseñanza de temas específicos y temas a un nivel determinado, la variedad de materiales educativos disponibles en relación con los programas, y el conjunto de características que sirven tanto como las indicaciones y contraindicaciones para el uso del plan de estudios particulares o los materiales del programa en determinadas circunstancias. (Shulman, 1986, p. 10).

Clases ejecutadas que responden al modelo pedagógico de la institución.

Si se evidencia coherencia en las clases con el PEI, que pueden evidenciarse en la planeación o en la ejecución. Coherencia del plan de área y plan de aula de matemáticas.

La evaluación del docente responde con los criterios establecidos en el SIEE.

D 1	DOMINIO 1 Planeación y preparación de clase	INDICADORE S	EVIDENCIAS			DESCRIPCIÓN DE EVIDENCIA
			S	N	NA	
1C	Evidencia de desarrollo de directrices y metas de comprensión, de acuerdo a los Estándares Básicos de Aprendizaje.	<ul style="list-style-type: none"> • Desempeños de un nivel cognitivo desafiante. • Afirmaciones sobre el aprendizaje de los estudiantes, no de las actividades. • Acciones de aprendizaje centrales para la 				

		<p>disciplina y en relación con las otras disciplinas.</p> <ul style="list-style-type: none">• Desempeños que permitan la evaluación de los logros alcanzados de los alumnos.• Desempeños que se pueden acomodar a los estudiantes que presentan dificultades de aprendizaje.				
--	--	--	--	--	--	--

Anexo F

INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN NO PARTICIPANTE

REJILLA CDCM_REPRESENTACIÓN E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Tesis: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático. Estudio de caso con profesores de Básica Primaria.

Estudiante: Martha Janeth Mondragón Valencia.

Asesora: Lina Rosa Parra Bernal.

A. PLANEACIÓN Y PREPARACIÓN DE CLASES			
Este primer momento indaga respecto a lo que el docente planea enseñar en relación con la representación e interpretación de datos estadísticos; por lo tanto, corresponde al Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático que el docente realmente pone para diseñar la enseñanza en el tópico seleccionado.			
	Conocimiento del Contenido Matemático y los Estudiantes	Conocimiento del Contenido Matemático y la Enseñanza	Conocimiento del Contenido Matemático y el currículo
1			¿Qué conoce el profesor sobre el plan de área institucional de Matemáticas en relación con la representación e interpretación de datos usando gráficos estadísticos y en coherencia con lo propuesto por los referentes curriculares?
2			¿Cuáles son las evidencias que el profesor concreto en la planeación acerca del plan de área de Matemáticas?
3			¿Qué elementos de orden curricular se pueden establecer que permitan identificar el nivel de coherencia de la propuesta curricular ministerial (EBC, DBA, Mallas de

			Aprendizaje) con lo curricular desde el plan de aula que el profesor planea en relación con la representación e interpretación de datos usando gráficos estadísticos?
4			<p>¿Qué tipo de tareas propone el profesor en su plan de aula de acuerdo a las siguientes características?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Progresión de los aprendizajes según el grado de escolaridad de los estudiantes. - Secuencialidad en el uso de los gráficos. - Coherencia con la representación e interpretación de datos usando gráficos estadísticos en relación con la propuesta de los EBC, DBA y Mallas de Aprendizaje.
5	¿En cuáles de las tareas propuestas en el plan de aula se evidencia que el profesor tiene en cuenta las características de las sedes de acuerdo al sector rural en que se ubican, así como el contexto de los estudiantes?		
6			¿El profesor presenta una planeación escrita de clases que evidencia el objetivo de aprendizaje en coherencia curricular con los EBC y los DBA privilegiados?

7	¿Cuáles son las tareas propuestas en la planeación indican		
---	--	--	--

Anexo F: Instrumento de participación no participante

491

	coherencia entre las acciones de enseñanza y la consecución de los objetivos propuestos para la clase?		
8	¿Qué tipo de tareas propuestas en la planeación reflejan orden y secuencialidad en relación con el tópico representación y análisis de datos con gráficos estadísticos en cada grado de escolaridad?		
9		¿Cuáles son los recursos que el profesor enuncia en la planeación para el desarrollo de la clase?	
10		¿En la planeación el profesor describe el uso de alguna estrategia metodológica o algún enfoque didáctico, como por ejemplo los ciclos de investigación y que se encuentre en correspondencia con el modelo privilegiado Escuela Nueva?	

B. PRÁCTICA PEDAGÓGICA

Este segundo momento corresponde a la ejecución o desarrollo de la clase. A través de las preguntas enunciadas se intenta identificar las formas de conocimiento que el profesor exhibe, pone en juego y orientan su acción, y que son observables por medio de evidencias o hechos sucedidos en la clase. De esta manera se realizará una descripción de tipo analítico y cualitativo. En este sentido, las respuestas a las preguntas describen el fenómeno, no lo cuantifican.

11		¿Qué acciones realiza el profesor para dar a conocer a los estudiantes el objetivo de la clase en el marco de los aprendizajes esperados en el tópico abordado?	
12		¿Cómo verifica el profesor la comprensión del objetivo de aprendizaje	

		por parte de los estudiantes?	
13		Las actividades matemáticas realizadas por los estudiantes a partir de las tareas propuestas por el profesor, ¿a qué tipo de procesos matemáticos aluden?	
14		¿Cómo se expresan los procesos matemáticos en las actividades que realizan los estudiantes?	
15		¿Qué características tienen las tareas que propone el profesor a los estudiantes respecto a la representación de gráficos estadísticos?	
16	¿Qué tipo de errores reconoce el profesor en las construcciones de gráficos estadísticos que realizan los estudiantes?		
17	¿Qué acciones se evidencian en el profesor al momento de reconocer errores en las construcciones de gráficos estadísticos por parte de los estudiantes? ¿Convierte los errores en objeto de estudio para generar aprendizajes en los estudiantes?		

18		<p>¿Cuáles de los recursos utilizados por el profesor son pertinentes para el logro del objetivo de la clase y potencian aprendizaje en un alto nivel?</p> <p>¿Se encuentran en correspondencia con los</p>	
----	--	---	--

Anexo F: Instrumento de participación no participante

493

		recursos descritos en la planeación?	
19		¿Qué otras estrategias metodológicas utilizan el profesor en el desarrollo de la clase para la enseñanza del tópico estadístico que no estaban propuestas en la planeación?	
20		<p>¿El profesor propone a los estudiantes variadas tareas para la elaboración e interpretación de gráficos de datos estadísticos?</p> <p>¿Cuáles?</p>	
21		De acuerdo a las situaciones que pueden presentarse con los estudiantes en el desarrollo de una clase, ¿cuáles tareas emergieron de manera imprevista que no estaban descritas en la planeación?	
22			¿Cuáles son los tipos de gráficos estadísticos que utiliza el profesor en la ejecución de la clase?
23			¿Cómo aborda el docente los elementos y componentes estructurantes de los gráficos utilizados en la clase?

24		<p>¿El profesor tiene en cuenta los niveles de lectura y análisis de gráficos estadísticos, de acuerdo a la siguiente clasificación¹⁶?</p> <p>Nivel 1. Leer los datos.</p>	
		<p>Nivel 2. Leer dentro de los datos.</p> <p>Nivel 3. Leer más allá de los datos.</p> <p>Nivel 4. Leer detrás de los datos</p>	
25		<p>¿Cuáles son las estrategias de evaluación que el profesor usa para verificar el resultado del aprendizaje de los estudiantes?</p>	
26		<p>¿A cuáles elementos de la representación e interpretación de datos estadísticos aluden las estrategias de evaluación utilizadas por el profesor en la clase?</p>	

¹⁶ Curcio (1989) y Friel, Curcio y Bright (2001) definen niveles para la lectura de gráficos estadísticos.

Anexo G

**GUIÓN DE ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA CONTEXTUAL,
BIOGRÁFICA Y SOBRE LA PLANEACIÓN Y EJECUCIÓN DE LAS CLASES
DEL CONTENIDO REPRESENTACIÓN E INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS
ESTADÍSTICOS**

Tesis: Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático. Estudio de caso con profesores de Básica Primaria.

Estudiante: Martha Janeth Mondragón Valencia.

Asesora: Lina Rosa Parra Bernal.

Docente: Ent1

Características sociométricas y encuadre biográfico

Nombres y apellidos: _____

Edad: _____

Género: _____

Título universitario: _____

Formación posgradual: _____

Formación realizada en el campo educativo, pedagógico o didáctico en Matemáticas o Estadística (pregrado, posgrado, capacitaciones, cursos).

Motivaciones, influencias o intereses que lo han conducido a la realización de estos cursos o capacitaciones:

de experiencia en educación primaria: _____

Años

N°	Preguntas	Pregunta a complementar en la rejilla	Categoría
Información general			
1	A partir de la información que tengo acerca de usted como persona le voy a leer lo que escribí al respecto, producto de lo que hemos dialogado y los encuentros que hemos tenido (lectura anexo 1). ¿Hay algo que desee modificar o complementar? Por ejemplo, de usted como persona o miembro de una familia. Miller (2000).	N/A	N/A
2	A partir de la información que tengo acerca de usted en cuanto a formación académica (ej. licenciatura, pregrado, postgrado, universidades en las que ha estudiado) y perfil profesional, le voy a leer lo que escribí (lectura anexo 2). ¿Hay algo que desee modificar o complementar? Por ejemplo, con información sobre el rol que tiene actualmente en el magisterio, los factores que lo llevaron a interesarse por la docencia, funciones, grados de escolaridad a cargo, asignaturas que debe enseñar, satisfacción o cualquier otro aspecto que quiera abordar. Miller (2000) modificada.	N/A	N/A
Información para el desarrollo metodológico, formación académica			
3	Cuénteme las razones por la cuales decidió participar en esta investigación.	N/A	N/A
4	Al aceptar la participación en el estudio, la investigadora, en este caso yo, le solicité orientar las clases en el contenido <i>representación e interpretación de gráficos estadísticos</i> . Se desarrollaron tres clases: <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Tabla de datos y diagramas de barra.</i> 2. <i>Repaso de los diagramas de barra y pictogramas.</i> 3. <i>Problemas con pictogramas</i> Cuando hablamos en esa oportunidad, no me quedó claro la razón por la cual se habían desarrollado esas tres clases, ¿por qué no hizo 2 o 4 clases? Mejor dicho, ¿Por qué no fueron más o menos clases?	N/A	N/A
Información sobre la experiencia, formación inicial y permanente en Estadística			
5	¿Cuál ha sido su formación en el campo de la Estadística?, ¿cuáles han sido sus aprendizajes? En caso de no haber tenido formación en esta disciplina, ¿recuerda qué vio de Estadística cuando fue estudiantes en la escuela, en el colegio o donde hayan estudiado?, ¿cómo la aprendió?, ¿recuerda algún tipo de tarea que desarrolló?	N/A	N/A
6	Cuénteme respecto a la experiencia que tiene en la docencia, enseñando Matemáticas, específicamente Estadística (años, en qué sector y qué ha enseñado de Estadística).	N/A	N/A
A. PLANEACIÓN Y PREPARACIÓN DE CLASES			

7	En relación con el plan de área de Matemáticas quisiera saber, por ejemplo, ¿si participó en su elaboración?, ¿lo conoce?, ¿sabe cómo está estructurado? ¿lo usa en su planeación?, ¿ha podido cuestionar algo?, ¿ha participado en la reestructuración o ha podido proponer algo para cambiar, en particular en la parte de estadística?, ¿ha realizado sugerencias? Cuénteme algo sobre todo eso.	1, 2.	KCMC
---	---	-------	------

8	<p>Observando el plan de área institucional, pude evidenciar la siguiente situación:</p> <p>Grado Primero: en el primero y cuarto período aparece el nombre de pensamiento Aleatorio en la casilla que dice estándar, según el formato, en mas no en los demás períodos. Solo es abordado en este último con el estándar que corresponde a <i>describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos</i>, los ámbitos temáticos son Estadística y diagramas de barras, no hay DBA planteados ni evidencias de aprendizaje. Los contenidos enunciados por usted para su plan de aula en el grado Primero fueron:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Período 3: recolección de datos. • Período 4: pictogramas. <p>Grado Segundo: para este grado sucede de igual forma que en Primero, aparece el nombre de pensamiento Aleatorio en la casilla que dice estándar en los períodos segundo, tercero y cuarto, inclusive en el segundo también se registra el estándar <i>describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos</i> sin ningún ámbito temático, para el cuarto período los ámbitos temáticos corresponden a Estadística, tabla de frecuencias, diagrama de barras y pictogramas, con el estándar <i>clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas</i>, así mismo el DBA N° 10 con sus respectivas evidencias de aprendizaje. Los contenidos enunciados por usted para su plan de aula en el grado segundo fueron:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Período 3: Diagrama de barra. <p>Grado Tercero: este pensamiento se incluye en el primer período primero con el estándar <i>identifico regularidades tendencias en un conjunto de datos</i>, el DBA N° 10 y una evidencia de aprendizaje; sin embargo, en el ámbito temático todos tienen relación con el pensamiento numérico; en el cuarto período el estándar correspondiente es <i>represento datos relativos a un entorno usando objetos concretos pictogramas y diagramas de barras</i>, allí los ámbitos temáticos son Estadística, tabla de frecuencias y diagrama de barras y el DBA es el N° 11, relacionado con la posibilidad de ocurrencia de un evento. Los contenidos enunciados por usted para su plan de aula en el grado segundo fueron:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Período 2: tablas de frecuencia. • Período 3: diagrama de barras y pictogramas. Las preguntas serían entonces, ¿usted enseña Estadística solamente en un periodo, o lo hace a lo largo del año en todos los períodos? ¿cree que la situación inicial rompe la coherencia horizontal 	1	KCMC
---	--	---	------

	enunciados en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas? ¿Podría explicarlo?		
	En la organización de las Matemáticas en el año escolar, por ejemplo, ¿usted separa Aritmética, Estadística, Geometría?	1	KCMC

9	En otras palabras, ¿cuál es la organización que usted hace con estas diferentes subdisciplinas -por llamarlas de alguna manera- de las Matemáticas?, ¿qué tiempo dedica a las Matemáticas y a cada una de ellas en la semana?, ¿cuáles fueron los criterios para realizar esta asignación?		
10	Los contenidos seleccionados por usted para el plan de aula de los grados Primero a Tercero y que fueron enunciados en la pregunta 8 (Primero: recolección de datos y pictogramas. Segundo: diagrama de barras y Tercero: tablas de frecuencia, diagrama de barras y pictogramas). ¿Con que criterios fueron seleccionados?, ¿por qué los considera pertinentes?, ¿cuáles referentes currículos utilizó para la organización y planeación de las clases?, ¿los contenidos seleccionados corresponden con los evaluados en las pruebas diagnósticas y Saber que se aplican en los estudiantes?	1, 2, 3.	KCMC
11	El tópico abordado en esta investigación es análisis y representación de gráficos estadísticos y en esa temática se desarrollaron las clases, ¿usted lo trabaja usualmente en sus clases?, ¿en qué momento lo ha trabajado antes? ¿por qué lo hubiera trabajado en clase?, ¿por qué es importante trabajar este contenido con los estudiantes?	3	KCMC
12	¿Considera que la planeación de la clase es útil para el desarrollo de esta?, ¿podría explicar su respuesta? Melo (2015). Cuénteme un poco cómo fue ese proceso de planeación de las tres clases que orientó, ¿de qué forma planea usualmente las clases? ¿utilizó como apoyo algunos libros de texto para este proceso o consultó literatura especializada en relación con los errores que tienen los estudiantes con el análisis y la representación de datos? ¿se preparó utilizando los referentes o la planeó solo con base en la experiencia suya como docente?	2, 3, 4, 6.	KCMC

13	<p>Usted planeó diferentes tareas para que fueran desarrolladas por los estudiantes en cada sesión, las cuales son enunciadas a continuación:</p> <p>Clase 1:</p> <p>Tarea 1: Diligenciar una tabla de datos de acuerdo al juguete seleccionado: carros, trompos, pelotas, resortes pitos, motos.</p> <p>Preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Vamos a contar cuantos carros teníamos, ¿cuántos carros teníamos? 2. ¿Cuántos niños tenían trompos? 3. ¿Cuántas pelotas? 4. ¿A cuántos niños le gustaron los resortes? 5. ¿Quién tiene pitos? 6. ¿Quién más tiene motos? <p>Tarea 2: Elaboración de un diagrama de barras con los mismos juguetes a partir de la información de la tabla de datos.</p> <p>Preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Esto es una situación cotidiana? 2. ¿Cuál fue el juguete que no gustó? 	5	KCMS
----	---	---	------

<p>3. ¿Cuál fue el juguete preferido por los niños de mi salón?</p> <p>Tarea 3: Lectura y diligenciamiento una ficha: observar un diagrama de barras con 3 pasatiempos y responder preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cuántos niños prefieren ver televisión? 2. ¿Cuántos niños prefieren escuchar música? 3. ¿Cuántos niños hacen deporte? <p>Clase 2: Tarea 1. Diligenciamiento de una ficha relacionada con la preferencia deportiva de los estudiantes de un colegio.</p> <p>Preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿cuántas personas participaron en Beisbol? 2. ¿cuál fue el deporte que menos practicaron? 3. ¿Cuántas personas practicaron el Baloncesto? 4. ¿El ping pong? ¿Cuántas personas lo practicaron? 5. ¿El futbol? 6. Y la natación ¿Cuántos? 7. ¿Cuál es el deporte de moda en el colegio? <p>Tarea 2: Actividad de conteo y sumatoria con corazones de diferentes tamaños para dar puntos por la participación en el festival de la alegría.</p> <p>Preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿con cuántos puntos ganó ese grupo? <p>Tarea 3. Organizar la información en una tabla de datos. Los estudiantes deben pegar balones de acuerdo a las ventas diarias de postres que haga Salomé.</p> <p>Preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Vamos a mirar los que vendió el lunes, ¿Cuántos tiene? 2. ¿Cuánto vendió el martes? 3. Vamos a ver del miércoles, salgan los del miércoles. 4. El jueves, salen los niños del jueves. 5. El viernes. Y contamos, ¿Cuánto venderían? 6. ¿Cuánto vendió el sábado? <p>Clase 3: Tarea 1: Actividad de conteo y sumatoria con imágenes de niños y niñas.</p> <p>Tarea 2. Ficha con problemas utilizando pictogramas. En columnas se representan árboles y los íconos son las manzanas, las cuales equivalen a 10 unidades cada una.</p> <p>Preguntas:</p>		
--	--	--

	<ol style="list-style-type: none">1. ¿Cuántos árboles hay?2. ¿Cuántas manzanas habrá en el árbol que tiene la letra E?		
--	---	--	--

	<p>3. ¿Cuántas manzanas habrá en el primer árbol? En la A.</p> <p>4. El señor que clasificó estas manzanas quiso organizar estas manzanas, ¿cómo las organizó?</p> <p>5. ¿Qué árboles tienen menos de 50 manzanas?, Tarea 3:</p> <p>Ficha con problemas utilizando pictogramas. A cada monopatín se le asigna un valor de 3 unidades y a las cuerdas de 8 unidades.</p> <p>Preguntas:</p> <p>¿Cuántos monopatines se vendieron en enero, en febrero, en marzo, mayo y junio?</p> <p>De acuerdo a las tareas realizadas, ¿qué tuvo en cuenta al momento de planearlas? Por ejemplo: los gustos, los intereses de los niños, lo que a ellos les llama más la atención o las características del contexto donde viven.</p>		
14	<p>De las tareas propuestas en cada sesión y que se acaban de enunciar en la pregunta anterior, ¿cuál o cuáles indican mayor coherencia con la consecución de los objetivos propuestos para la clase? Al momento de planearlas, por ejemplo, ¿tuvo en cuenta las características del contexto donde viven los estudiantes?</p> <p>Pero, antes de que me responda la pregunta vamos a recordar los objetivos que usted propuso en cada una de las clases:</p> <p>Clase 1: representar datos en diagramas de barras y prender de situaciones cotidianas.</p> <p>Clase 2: recordar cómo es que representamos los datos cuando utilizamos el diagrama de barras y utilizar otra forma de representar datos: los pictogramas.</p> <p>Clase 3: resolver problemas con pictogramas.</p>	7	KCMS
15	<p>En las tareas propuestas, se abordaron gráficos para trabajar con los estudiantes la representación y análisis de datos, de la siguiente manera:</p> <p>Clase 1: tabla de frecuencias.</p> <p>Clase 2: diagramas de barra.</p> <p>Clase 3: pictogramas.</p> <p>¿Tuvo en cuenta si esos gráficos se correspondían con los Derechos Básicos de Aprendizaje?, ¿Con lo que está propuesto en los DBA de acuerdo a cada uno de los grados de escolaridad en los que trabajó?, ¿tuvo en cuenta este orden y secuencialidad en la que están propuestos en los DBA a la hora de utilizarlos para ser trabajados con los estudiantes?</p>	8	KCMS
16	<p>¿Cuáles son los libros de texto utilizados para la planeación de las clases?, ¿con qué criterios fueron seleccionados?, ¿qué uso de esos libros?</p>	9	KCMT

17	<p>Los siguientes son los recursos utilizados en las clases:</p> <p>Clase 1: juguetes, fichas de rectángulos de colores, carteleras: tabla de datos y diagrama de barras, tablero, marcadores, fichas de trabajo y un texto escolar.</p> <p>Clase 2: corazones de papel de diferentes tamaños, balones de papel de diferentes tamaños, cartelera de tabla de datos con pictogramas, tablero, marcadores, fichas de trabajo y un texto escolar.</p>	9, 18.	KCMT
	<p>Clase 3: imágenes de niños y niñas en papel de diferentes tamaños, tablero, marcadores, fichas de trabajo y un texto escolar.</p> <p>¿Cuáles fueron los criterios para la selección de estos recursos?, ¿por qué los consideró pertinentes? ¿resultaron siendo importantes o no para el desarrollo de la clase y la consecución de los objetivos?</p>		
18	<p>¿En la institución donde labora se ha adoptado un modelo o enfoque en el PEI para la enseñanza de las Estadística? Si la respuesta es afirmativa, podría explicarlo y describir la forma en que afecta su enseñanza. Pinto (2010).</p> <p>¿Conoce o ha utilizado el ciclo investigativo para la enseñanza de la Estadística?</p>	10	KCMT
B. PRÁCTICA PEDAGÓGICA			
19	<p>En los lineamientos y los EBCM hay 5 procesos de la actividad matemática:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Razonamiento. 2. Resolución y planteamiento de problemas. 3. Comunicación. 4. Modelación 5. Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. <p>Cuando usted les propuso las tareas a los estudiantes, ¿era consciente a cuál de los procesos estaban ligadas cada una de ellas?, ¿a cuáles de estos 5 procesos hacían referencia? Por ejemplo, la tarea de los equipos de fútbol, en la cual realizó una tabla de frecuencias en el tablero de clase, ¿qué podría decir al respecto?</p>	13	KCMT
20	<p>Durante las clases con los estudiantes, ellos cometieron varios errores, ¿cuáles fueron los errores más comunes que cometieron los estudiantes en el desarrollo de las tareas propuestas?, ¿los puede clasificar?, ¿qué tan frecuentes fueron estos errores?, ¿por qué cree que se generaron los errores?, o ¿qué hizo para corregir esos errores?, ¿se podría hacer algo más?, ¿esperaba que cometieran esos errores?</p>	16, 17.	KCMS

21	¿Cuál es el tópico que más les causa dificultad a los estudiantes cuando usted les enseña representación, interpretación de datos estadísticos? Pinto (2010) modificada. ¿Qué dificultades tienen? En caso de haber dificultades, ¿cómo se dio cuenta de ellas?	16.	KCMS
22	¿Podría describir algunas dificultades para la enseñanza de la representación e interpretación de datos estadísticos en la Básica Primaria? Gil y Rico (2003) modificada.	17	KCMS KCMT
23	De las estrategias que usted conoce o ha implementado en la enseñanza de la Estadística, ¿cuál le gusta más o cuál le gusta usar más?, ¿con cuál se siente mejor o le parece más útil? y ¿por qué? Melo (2006) modificada.	19	KCMT
	En el desarrollo de las clases usted utilizó diferentes gráficos estadísticos: <ul style="list-style-type: none"> • Tablas de frecuencia. 	23	KCMC

Preguntas de reflexión y cierre:

1. Cuénteme, ¿cómo se sintió con la participación de la investigación?, ¿le gustó la experiencia?, ¿volvería participar?, ¿cómo lo haría?, ¿en qué condiciones?

24	<ul style="list-style-type: none"> • Diagramas de barra. • Pictogramas. <p>Sin embargo, no discutió antes el concepto de variable estadística que señalan los lineamientos, como tampoco los componentes estructurantes de cada gráfico, como por ejemplo las etiquetas en los diagramas de barra. ¿Por qué no lo hizo?, ¿lo había hecho las clases anteriores?, o ¿le parece que no hay que hacerlo?, ¿fue consciente de eso?, ¿cómo lo justificaría?</p>		
25	<p>Hay algunos autores que plantean como unos niveles en el desarrollo de las tareas por parte de los estudiantes respecto a lectura, análisis e interpretación de gráficos estadísticos, como por ejemplo esta:</p> <p>Nivel 1. Leer los datos. Nivel 2. Leer dentro de los datos. Nivel 3. Leer más allá de los datos. Nivel 4. Leer detrás de los datos.</p> <p>¿Conocía usted algo sobre esto?, ¿tuvo en cuenta algo como esto al momento del desarrollo y la planeación del trabajo para los estudiantes?</p> <p>En el caso de la tarea del equipo de fútbol. ¿cuál era la intencionalidad de esa pregunta?, ¿solo presentar los datos y responder a pregunta o ir un poco más allá?</p> <p>En caso de no conocerlo, ¿algo de eso ha tenido en cuenta de pronto de manera implícita?</p>	24	KCMT
26	<p>¿Cómo evaluó el aprendizaje de los estudiantes en cada una de las sesiones orientadas?, ¿en qué centro su atención cuando estaba mirando que aprendían sus estudiantes?</p>	25, 26.	KCMT

2. ¿Cómo se ha sentido al observar las clases grabadas?, ¿lo había hecho antes? Parada (2011).
3. ¿Fue posible identificar sus fortalezas y debilidades en la práctica docente en Estadística a partir de la observación de las clases grabadas? ¿Qué cree que ha aprendido con esto?
4. ¿En qué cree que le va a ayudar para sus futuras experiencias de aula? Parada (2011).
Modificada.
5. Las clases que usted orientó para el trabajo de campo, ¿las orientó de nuevo al año siguiente?



Universidad[®]
Católica
de Manizales

VIGILADA MINEDUCACIÓN

*Obra de Iglesia
de la Congregación*



Hermanas de la Caridad
Dominicas de La Presentación
de la Santísima Virgen

Universidad Católica de Manizales
Carrera 23 # 60-63 Av. Santander / Manizales - Colombia
PBX (6) 8 93 30 50 - www.ucm.edu.co