



**SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA EL APRENDIZAJE DE LAS RAZONES
TRIGONOMÉTRICAS**

**MARTHA PIEDAD BRAVO PINEDA
NORMAN FIDEL GONZÁLEZ CARABALI
ABSALON PAZ CHARRIA**

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI**

2014



**SECUENCIAS DIDÁCTICAS PARA EL APRENDIZAJE DE LAS RAZONES
TRIGONOMÉTRICAS**

**MARTHA PIEDAD BRAVO PINEDA
NORMAN FIDEL GONZÁLEZ CARABALI
ABSALON PAZ CHARRIA**

Trabajo de grado para optar al título de Licenciados en Matemática

**Asesor
FREDDY ENRIQUE MARÍN IDARRAGA**

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI
2014**

Nota de aceptación

Firma del jurado

Firma del jurado

Santiago de Cali, Julio de 2014.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar agradecemos a Dios, porque quien sobre todas las cosas, estuvo en todo momento con nosotros ayudándonos, y brindando la fortaleza necesaria para la consecución de la meta y la firme convicción de que cada vez más damos un paso hacia excelencia. A nuestras familias por el apoyo permanente e incondicional y también a nuestros docentes de la universidad quienes siempre estaban dispuestos a colaborar en todo lo que fuera necesario para avanzar en conocimiento y para llegar hacia la meta, quienes siempre estaban pendientes sobre nuestros avances a lo largo de toda la carrera. A nuestros compañeros docentes en formación por sus aportes en los procesos de aprendizaje. A nuestros compañeros docentes y estudiantes y demás familia de la Corporación Educativa Adventista, quienes nos dieron ese aliento necesario para llegar a los objetivos trazados. Y hoy podemos ver este sueño totalmente hecho realidad, y en general a todas aquellas personas que de alguna u otra manera siempre estuvieron presentes con aquella voz de ánimo. Y hasta hoy poder decir hasta aquí nos ha ayuda Jehová.

A todos, Dios los Bendiga!

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	16
1. JUSTIFICACIÓN	17
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	19
2.1 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	19
2.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	19
2.3 DESCRIPCIÓN DEL ESCENARIO	20
2.3.1 Presentación de la institución	21
2.3.1.1 Ubicación	21
2.3.2 Reseña histórica	22
2.3.3 Horizonte Institucional	25
2.3.3.1 Misión	25
2.3.3.2 Visión	25
2.3.4 Emblemas Institucionales	25
2.3.4.1 Escudo	25
2.3.4.2 Bandera	26
2.3.4.3 Himno Institucional	26
2.3.5 Descripción de la planta física	27
2.3.6 Talento humano	28
2.3.7 Población	28
2.4 PRESENTACIÓN DEL ENTORNO MUNICIPAL	29

2.4.1 Reseña Histórica	29
2.4.2 Economía	30
2.4.3 Transfondo Histórico	31
3. OBJETIVOS	34
3.1 OBJETIVO GENERAL	34
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	34
4. MARCO TEÓRICO	35
4.1 ANTECEDENTES	35
4.1.1 Antecedente No. 1	36
4.1.2 Antecedente No. 2	39
4.1.3 Antecedente No. 3	41
4.1.4 Antecedente No. 4	43
4.1.5 Antecedente No. 5	45
4.1.6 Antecedente No. 6	46
4.2 MARCO CONCEPTUAL	48
4.2.1 Didáctica	48
4.2.1.1 Historia de la didáctica.	53
4.2.1.2 Secuencias didácticas	56
4.2.1.3 Importancia de las secuencias didácticas	57
4.2.1.4 Pasos en la elaboración de una secuencia didáctica	58
4.2.1.5 Componentes	59
4.2.1.6 Lineamientos para la estructuración de las secuencias didácticas	61
4.2.1.7 Dimensión conceptual o fáctica	62

4.2.1.8 Dimensión procedimental	62
4.2.1.9 Dimensión actitudinal	63
4.2.2 Aprendizaje de las matemáticas	64
4.2.3 La Trigonometría	67
4.2.3.1 Historia de la Trigonometría	68
4.2.3.2 Trigonometría Babilónica	69
4.2.3.3 La Trigonometría Griega	70
4.2.3.4 La Trigonometría Indu	71
4.2.4 Funciones	71
4.2.5 Razones trigonométricas	73
4.2.5.1 Razones trigonométricas para ángulos agudos	75
4.2.5.2 Razones trigonométricas para ángulos cualesquiera	76
4.3 REFERENTE LEGAL	77
4.3.1 Dimensión curricular	77
4.3.2 Modelo curricular	77
4.3.3 Ley 115 de 1994	77
5. MARCO METODOLÓGICO	79
5.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN	79
5.2 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN	79
5.3 PRESUPUESTO	83
5.4 APLICACIÓN DE INSTRUMENTOS	84
5.4.1 Encuesta	84
5.4.2 Análisis de la Encuesta	84

5.4.3 Gráficas de la encuesta	85
5.4.4 Pre Test	91
5.4.4.1 Gráficas del Pre Test.	93
5.5 ANÁLISIS GENERAL Y CONCLUSIONES DE LOS TEST	99
5.6 IMPLEMENTACIÓN DE LAS SECUENCIAS DIDÁCTICAS	100
5.6.1 Sesión 1	102
5.6.1.1 Tema: Ángulo y Grado	102
5.6.2 Sesión 2. Medición de ángulos.	104
5.6.2.1 Estrategia didáctica No. 1. Teodolito casero.	105
5.6.3 Sesión 3	106
5.6.3.1 Tema Triángulos	106
5.6.3.2 Estrategia didáctica No. 2. Lluvia de Triángulos:	113
5.6.4 Sesión 4	114
5.6.4.1 Estrategia No. 3	115
5.6.4.2 Estrategia # 4	116
5.6.4.3 Estrategia # 5	117
5.6.4.4 Estrategia # 6	118
5.6.4.5 Estrategia # 7	120
5.7 APLICACIÓN DEL POS TEST	121
5.7.1 Evidencias	121
5.8 ANÁLISIS DEL POS TEST	122
5.8.1 Gráficas del pos test	123
6. HALLAZGOS	129

7. REFLEXIONES	130
8. CONCLUSIONES	131
BIBLIOGRAFÍA	132
ANEXOS	136

LISTA DE CUADROS

	pág.
Cuadro 1. Secuencia modelo tradicional vs secuencia didáctica	59
Cuadro 2. Presupuesto	83
Cuadro 3. Secuencias didácticas para el aprendizaje de las razones trigonométricas	101
Cuadro 4. Razones trigonométricas	114

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Fotografía fachada de la Corporación Educativa Adventista (CEA)	21
Figura 2. Escudo institucional.	25
Figura 3. Bandera institucional C E A	26
Figura 4. Municipio de Puerto Tejada	29
Figura 5. Puerto Tejada: mapas	30
Figura 6. Vista aérea de Puerto Tejada	31
Figura 7. Papiro de Rhind	69
Figura 8. Colección de tablilla Plimpton.	70
Figura 9. Definición lados del triángulo rectángulo	73
Figura 10. Gráfica de R.T. para ángulos agudos.	75
Figura 11. Geo plano trigonométrico.	76
Figura 12. Grado décimo respondiendo encuesta.	84
Figura 13. Reconocimiento de ángulos	106
Figura 14. Lluvia de triángulos	109
Figura 15. Teorema de Pitágoras	111
Figura 16. Teorema de Pitágoras	111
Figura 17. Resolución de triángulos	113
Figura 18. Lluvia de triángulos.	114
Figura 19. Regla nemotécnica	115
Figura 20. Memo fichas	116

Figura 21: Tabla calculo ángulos notables	116
Figura 22. Juego completando tabla cálculo ángulos notables	117
Figura 23. Juego Complete la tabla	118
Figura 24. Juego Bingo Trigonométrico	119
Figura 25. Juego Bingo Trigonométrico	119
Figura 26. Resolución de problema	120
Figura 27. Presentación de pos test grado décimo	121
Figura 28. Presentación del pos test grado décimo	122

LISTA DE GRÁFICAS

	pág.
Gráfica 1. Pregunta No. 1. Concepto de razones trigonométricas	85
Gráfica 2. Pregunta No. 2. Afinidad con operaciones trigonométricas	86
Gráfica 3. Pregunta No. 3. Interpretación en la resolución de problemas	87
Gráfica 4. Pregunta No. 4. Tema que resulte difícil de entender	87
Gráfica 5. Pregunta No. 5. Desempeño en matemáticas	88
Gráfica 6. Pregunta No. 6. Desempeño en trigonometría	89
Gráfica 7. Pregunta No. 7. Preferencias en la clase de trigonometría	89
Gráfica 8. Pregunta No. 8. Apatía de la clase de trigonometría	90
Gráfica 9. Pregunta No. 9. Propuestas	90
Gráfica 10. Pregunta No. 10. Ideas didácticas	91
Gráfica 11. Grado décimo presentando el test de conocimiento	92
Gráfica 12. Presentación de Pre test de conocimiento	92
Gráfica 13. Pregunta No. 1. Reconoce los ángulos	94
Gráfica 14. Pregunta No. 2. Sabe como medir ángulos	94
Gráfica 15. Pregunta No. 3. Concepto de triángulos y clases	95
Gráfica 16. Pregunta No. 4. Reconoce los lados del triángulo	96
Gráfica 17. Pregunta No. 5. Razones trigonométricas	96
Gráfica 18. Pregunta No. 6. Razón del seno	97
Gráfica 19. Pregunta No. 7. Razón del coseno	97
Gráfica 20. Pregunta No. 8. Teorema de Pitágoras	98

Gráfica 21. Pregunta No. 9. Comprobación identidad trigonométrica	98
Gráfica 22. Pregunta No. 10. Resolución de incógnita de un triángulo rectángulo	99
Gráfica 23. Pregunta No. 1. Escribir el nombre del ángulo	123
Gráfica 24. Pregunta No. 2. Escribe el nombre del triángulo	123
Gráfica 25. Pregunta No. 3. Características del triángulo	124
Gráfica 26. Pregunta No. 4. Nombre de las razones trigonométricas	124
Gráfica 27. Pregunta No. 5. Indique el inverso de las 3 razones trigonométricas	125
Gráfica 28. Pregunta No. 6. Indique las razones trigonométricas del triángulo	125
Gráfica 29. Pregunta No. 7. Resolver el ejercicio de las gráficas. Hallar la altura	126
Gráfica 30. Pregunta No. 8. Resolver el ejercicio de las gráficas. La distancia de la pared deberíamos apoyar el pie de la escalera	126
Gráfica 31. Pregunta No. 9. Hallar el seno 30%, cos 90%	127
Gráfica 32. Pregunta No. 10. Resolver el triángulo	127

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Cuestionario	136
Anexo B. Test No. 002	137

INTRODUCCIÓN

La Investigación educativa es hoy por hoy una de las herramientas más convenientes y esenciales en la formación y crecimiento de los educadores y estudiantes, ha demostrado en el tiempo que su uso permite encontrar nuevas técnicas y estrategias de transmitir y asimilar los conocimientos para que estos se vuelvan significativos en cada persona.

El presente trabajo de investigación se llevó a cabo con estudiantes del grado Décimo de la Corporación Educativa la Adventista, que presta sus servicios a estudiantes de la población del municipio de Puerto Tejada, en el Departamento del Cauca, y con el fin de enfocar más la atención y el interés del estudiante hacia el aprendizaje de la trigonometría y específicamente a las razones trigonométricas.

El estigma que se tiene alrededor de las áreas de las matemáticas en cada uno de los estudiantes en gran medida creado por los métodos tradicionales de enseñanza, ha motivado en un alto grado esta Investigación. Como docentes se debe poseer un espíritu creativo, el cual propenda por aprender y enseñar de una forma contextualizada lo que contribuirá a la generación de cambios en el proceso educativo especialmente en las áreas de matemáticas.

La búsqueda de estrategias didácticas permitirá al docente contribuir con un mejor método de apropiación para la enseñanza al sujeto educable y así motivar al estudiante para que explore su capacidad mental y aporte al desarrollo su propia formación.

En este mundo globalizado y tecnificado se ve la necesidad de mediar la relación que existe entre enseñanza - aprendizaje, la cual conlleva a realizar unas, secuencias didácticas que facilitará la comprensión de las razones trigonométricas. Logrando que los estudiantes adquieran una mejor experiencia en su proceso de educación.

1. JUSTIFICACIÓN

La didáctica “Es el arte de hacer germinar las semillas interiores que se desarrollan no por incubación si no cuando se estimulan con oportunas experiencias, suficientemente variadas y ricas y sentidas siempre como nuevas, incluso por quien la enseña” (Comenio, 1998).

Los resultados arrojados en la encuesta hecha previamente a los estudiantes del grado décimo de la corporación educativa adventista, muestran una evidencia irrefutable y confirmadora de lo expuesto por Comenio, la apatía y la falta de interés expuesto da como resultados la no comprensión significativa de los saberes. Por esta razón los presentadores se proponen elaborar una propuesta en el campo de la didáctica, para que todos los estudiantes del grado décimo de la Corporación Educativa Adventista, puedan germinar de su interior no por incubación “cátedra” si no por estimulación “didáctica” (Comenio, 1998). El interés y la apropiación de los conocimientos significativos en trigonometría.

Las matemáticas cumplen un papel fundamental en la formación integral del ser humano, además que ayudan a desarrollar la lógica en la mente del individuo. La ley 115 de educación nacional en el artículo 5, menciona los fines de la educación y en su párrafo 3 dice textualmente que la educación debe “...formar para facilitar la participación de todos en las decisiones que los afectan en la vida económica, política, administrativa y cultural de la nación” (Colombia, 1994, p. 2).

Se ve reflejado en este artículo de ley la importancia que tiene las matemáticas en el área del conocimiento, y como le pueden servir a los futuros ciudadanos en su vida práctica y laboral. Se hace muy evidente que surge un problema entre los resultados esperados en los fines de la educación la práctica educativa y la actitud estudiantil frente a la asignatura específica como lo es la

trigonometría. Son muchas las investigaciones en el campo de la didáctica que se han hecho y se están haciendo para romper con esta constante estudiantil y es nuestro propósito en este proyecto de investigación contribuir en la comprensión de la enseñanza de las razones trigonométricas.

Con base a las actividades realizadas con los estudiantes del grado décimo en el tema de las razones trigonométricas, se propone cambiar la forma de ver y pensar las matemáticas, de tal manera que la puedan llegar a ver como algo divertido, práctico y esencial para resolver situaciones de la vida cotidiana. La didáctica ha demostrado en la mayoría de los casos, que la aprensión de los conocimientos es cuestión de encontrar el método adecuado.

Con la implementación de estrategias didácticas se contribuye en el fortalecimiento del currículo institucional en la parte metodológica, puesto que permitirá mitigar los bajos niveles en la comprensión de las matemáticas, además brindará al docente herramientas innovadoras como medios de enseñanza.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Cómo fortalecer el aprendizaje de las funciones trigonométricas a través de secuencias didácticas en los estudiantes de décimo grado (10°), en la Corporación Educativa Adventista?

2.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Es de tener en cuenta que esta investigación comprende los estudios que están basados a través de datos los cuales fueron recepcionados en el aula de clase por medio de la encuesta, observación y dialogo con los estudiantes y profesores, reflejando dificultades cuando se requiere trabajar con las razones trigonométricas, por lo tanto conlleva a plantearse la pregunta ¿Cómo fortalecer el aprendizaje de las razones trigonométricas a través de secuencias didácticas en los estudiantes de décimo grado, en la corporación educativa adventista?

Los aportes que se puedan hacer como referentes teóricos y metodológicos son útiles como instrumentos para mitigar la problemática en el aprendizaje del conocimiento trigonométrico, a través de la didáctica se diseñan estrategias secuenciales lo que facilita al educando la comprensión y asimilación de los aprendizajes significativos.

El desarrollo del maestro en el aula de clases es uno de los factores que intervienen en la buena o mala calidad de la educación ya que depende de su formación pedagógica. Es claro que se necesita maestros muy comprometidos con su profesión, con el propósito de ayudar al sujeto educable a comprender el mundo en que vive.

2.3 DESCRIPCIÓN DEL ESCENARIO

Los escenarios físicos (planta) son importantes para llevar a cabo la labor de enseñanza- aprendizaje, aunque muchos niños y niñas carecen de tal escenario y sin embargo presentan buenos o medianos resultados escolares, no se puede negar que un espacio bien adecuado facilita enormemente el ejercicio de la enseñanza y también del aprendizaje. Se podría decir entonces que los escenarios físicos influyen medianamente en este proceso.

Sin embargo existen otros escenarios los cuales poseen una gran influencia positiva o negativa según sea el caso, para que cada estudiante logre las metas escolares, dichos escenarios aunque no son físicos son de mayor valor que este y son importantísimos en la vida escolar de cada estudiante, estos escenarios son su entorno familiar, social y cultural, los cuales se constituyen en un detonante en cada uno de ellos.

En este trabajo de Investigación se van a resaltar los dos tipos de escenarios mencionados, el físico porque proporciona una vislumbre clara de la parte geográfica en la cual se desarrollan los hechos y el entorno pues este ayuda a comprender todos los factores externos que envuelven a cada actor involucrado en la investigación, estamos convencido que ambos juegan un papel importante en la Investigación, y también en la vida de cada estudiante.

Se presentará a continuación el primero de los escenarios, la planta física, donde se realizó nuestro trabajo de Investigación.

2.3.1 Presentación de la institución



Figura 1. Fotografía fachada de la Corporación Educativa Adventista (CEA)
Fuente: Los Autores

La Corporación Educativa Adventista es una institución educativa de carácter privado y sin ánimo de lucro, fue creada por la comunidad de la iglesia adventista del séptimo día de Puerto Tejada Cauca, viendo la necesidad de potenciar y conservar en todos sus niños y niñas el compromiso evangelizador y divulgador de las sanas costumbres y valores. Es una institución de género mixto, donde se ofrece educación desde el jardín hasta la media académica en una jornada única

2.3.1.1 Ubicación. La Institución está ubicada en la Carrera 17 #16-53, barrio El Centro del municipio de Puerto Tejada, Cauca.

2.3.2 Reseña histórica. Toda institución para lograr ser lo que hoy es, tuvo que esforzarse, vencer obstáculos y en muchas ocasiones “luchar en contra de la corriente” de muchos, este es el caso de la corporación educativa adventista, aunque hoy goza de buen prestigio y reconocimiento todo el tiempo no fue así. Conocer todo lo que se luchó para establecerse como institución, es reconocerle un puesto ganado a pulso dentro del municipio de Puerto Tejada, por tal razón su reseña histórica es importante conocerla, y de esta forma valorar lo que ha hecho y hará en pro de niños y niñas del municipio. La reseña reza textualmente así:

Septiembre de 1954, Jorge Martínez y su esposa vieron la necesidad educativa en los niños de la comunidad adventista de Puerto Tejada, y decidieron emprender el desafío de organizar la escolaridad como Iglesia e iniciaron con 7 niños un programa escolar. A pesar de las diversas limitaciones, entre otras, la libertad religiosa.

Bertha Guerrero, una joven docente de la Iglesia Evangélica fue llamada para colaborar como maestra; pero en pocas semanas el Sacerdote del pueblo al notar el servicio educativo de la Iglesia Adventista para sus niños ordeno su clausura; Un segundo intento de abrir la escuela se hizo con la señora Fanny de Rengifo, nuevamente se interpuso el clero y fue cerrada al poco tiempo; Una vez más insistieron las señoras Raquel, Fidelina Mina y la señorita Erminia Martínez como maestras, en la casa de esta última. Laboraron algunos meses y suspendieron labores por diversas causas y presiones de los líderes del pueblo. Luego la escuela reinicia labores en la casa de la familia Aguilar, barrio granada; después se trasladan a una casa ubicada diagonal a la tienda disco rojo de propiedad de la señora Erminia Martínez donde enseñó con la señorita Yolima; "La escuela móvil", pequeña Bethel, continúa su recorrido a una casa llamada la mansión, la maestra de turno fue Felipa de Mina; De la "Mansión" se estableció a la actual propiedad Templo Adventista del Séptimo Día, en dos rústico salones en

1.956 bajo el ministerio del pastor Tirso Escandón. El alumnado aumentaba cada año; como maestra y colaboradora a la Prof. Felipa se vinculó la señorita Cirse Mina. El hermano Juan Díaz (constructor) organizó y mejoró la planta física de la escuela.

En la época de los años 80 se dieron varios cambios uno de ellos fue el inicio de la construcción de las aulas del segundo piso, bajo el ministerio del pastor Aymer Sarria, en donde nuestros alumnos les tocaba sentarse en ladrillos con pequeñas tablas, sobre un piso rústico y techo forado con plásticos. Fueron años duros para la institución, pero también llenos de Bendiciones.

El 28 de febrero de 1984, siendo la directora la profesora Escilda Aguirre se obtuvo la aprobación de estudios para la primaria. Y en el año de 1985 se abrió por primera vez el preescolar bajo el nombre de TRAVESURAS, cuya maestra fue Martha Oneida Viveros, en este entonces fueron matriculados 25 niños.

Durante los años de 1985 a 1990 la escuela de aquel entonces sufrió varios cambios tanto en la parte administrativa como en los docentes, se participó en varios eventos tales como desfiles en el municipio, cursos de decoración y porcelana para padres y acudientes, graduación de las clases M.V entre otras. Para el día 5 de agosto de 1998 se le dio inicio a la construcción de la plancha sobre los actuales baños, para sobre esta construir un aula más para nuestros alumnos. Ya en el año de 1999 se comenzó la construcción del aula bajo la dirección del hermano Mario zapata y la supervisión del profesor Danilo Perlaza.

Otra de las grandes Bendiciones que Dios tuvo para la institución fue el haberla provisto de los recursos para la compra de una vivienda que colindaba con el patio de la parte trasera.

El 13 de julio de 2001 se aprobó la resolución para el grado noveno (9º) bajo la dirección del profesor Lixberth Ruiz.

En agosto del año 2004 hubo cambio de rector, el nuevo fue el profesor Eyner Mezú Terreros. A partir de allí otros cambios se experimentaron en la institución. La planta física fue decorada, se repellaron paredes, adecuación de techos, compra de equipo de sonido, mejora de la oficina, adquisición de televisor DVD, computadores con nueva tecnología en tres otras cosas que se adquirieron. Uno de los hechos más importantes de la temporada del profesor Mezú fue la obtención de la licencia de aprobación de la primaria, básica y de la media vocacional, en octubre 20 de 2004.

Pronto la Asociación del Pacífico y la intervención de los pastores del distrito, iniciaron su apoyo financiero. Finalizando el año 2010 se adquirió la casa que está contigua a la institución bajo la dirección de la Lic. Clelia Mina y los administradores de la Asociación. A partir del año 2011 se comenzó hacer la adecuación de la casa contigua y se ubicaron allí los grados de 1º - 5º de primaria, la rectoría y la tienda escolar. Entre el 2012 – 2013 se construyeron los baños de la primaria, la tienda escolar, la tesorería, se adecuó la secretaría y se adquirió el lote contiguo a la institución donde se inicia la construcción para pasar allí la primaria.

“Hoy podemos decir gracias Dios por los logros y triunfos obtenidos hasta el momento. Hasta aquí nos ha ayudado Jehová”. (Corporación Educativa Adventista, s.f., p. 17)

2.3.3 Horizonte Institucional

2.3.3.1 Misión:

Glorificar a Dios y bajo la influencia del espíritu santo, guiar a cada miembro de la comunidad educativa de la corporación educativa adventista puerto tejada, a una experiencia personal y transformadora con cristo que lo capacite como discípulo para compartir el evangelio con toda persona. (Corporación Educativa Adventista, 2013)

2.3.3.2 Visión. “Cada miembro de la comunidad educativa de la corporación educativa adventista puerto tejada preparado para el reino de Dios” **(Corporación Educativa Adventista, 2013).**

2.3.4 Emblemas Institucionales

2.3.4.1 Escudo



Figura 2. Escudo institucional.

Fuente: (Corporación Educativa Adventista, s.f.)

2.3.4.2 Bandera



Figura 3. Bandera institucional C E A

Fuente: (Corporación Educativa Adventista, s.f.)

2.3.4.3 Himno Institucional

Himno del C E A Puerto Tejada. – Cauca.

I

Brilla el sol en el norte del cauca
Que ilumina un rincón del saber
Hacia donde camino contento
Este sitio es mi centro betel.

Coro

Contento, vengo a ti,
Camino sin desdén
Los más grandes anhelos del alma,
Puedes tú también satisfacer

II

Maestros valientes y abnegados,
Que en sus venas llevan el amor.
Nos enseñan a amar al eterno;
Que este centro y padres nos dio.

III

Educando la mente y la mano,
El corazón se ensancha también.

Para hacer mejores decisiones,
Y a la patria pueda ennoblecer.

IV

Tus paredes muy fuertes y grandes,
No son lo que te hacen especial.
Son esos buenos educadores
Que trabajan y oran sin cesar.

V

Mis mejores y tiernos deseos,
Son tu nombre en alto poner.
A tu sombra crecer yo anhelo,
Por la fe, por la paz, por el bien.

(Autora: Nilvia Lobo)

Fuente: (Corporación Educativa Adventista, 2013)

2.3.5 Descripción de la planta física. La planta está conformada y distribuida de la siguiente manera:

- Un edificio de una planta donde funciona la primaria, rectoría, secretaria, tesorería, patio amplio, tienda escolar y unidad sanitaria.
- Un edificio de dos plantas donde funciona la capilla, sala de sistemas, coordinación académica, salones de sexto a once.
- Un edificio de una planta con funcionamiento de jardín y pre escolar, dos patios, unidad sanitaria.

Debido a que los edificios se han conseguido en tiempos y espacios diferentes se está trabajando en la construcción y restructuración para consolidar una solo edificio donde se aproveche al máximo los espacios adquiridos.

2.3.6 Talento humano. La Corporación Educativa Adventista goza de un buen nombre y prestigio dentro del municipio de Puerto Tejada, esto debido en gran medida por la calidad de los profesionales que laboran dentro de su plantel. Atiende una población de 400 estudiantes aproximadamente entre mujeres y hombres de todos los estratos socio económico del municipio. Para atender esta población cuenta con:

- Seis docentes para pre escolar y la primaria
- Doce docentes para el bachillerato
- Un capellán u orientador espiritual
- Una coordinadora académica.
- Una rectora.
- Una secretaria general.
- Un tesorero administrador.

En su gran mayoría todos los educadores poseen título de licenciados y profesionales en diferentes ramas del saber, pero lo más destacado en cada uno de ellos es su calidad humana y el grado de compromiso que tienen con la educación de cada estudiante, dando lo mejor de ellos para que se cumpla su meta, educar la mano la mente y el corazón.

2.3.7 Población. Las secuencias didácticas para el aprendizaje de las razones trigonométricas, está dirigido a la población de la Corporación Educativa Adventista del grado décimo con edades entre los quince y diecisiete años, su número es de aproximadamente treinta estudiantes mixtos, poseen una conducta discreta frente a la trigonometría y por general a las matemáticas, muchos tienen pre disposición frente a ella y actitud de poco compromiso.

Con la implementación de las secuencias los presentadores se proponen contribuir al cambio de mentalidad y actitud de los estudiantes y que ello se vea reflejado en su rendimiento y disposición escolar.

2.4 PRESENTACIÓN DEL ENTORNO MUNICIPAL



Figura 4. Municipio de Puerto Tejada
Fuente: (Municipio de Puerto Tejada, s.f.)

2.4.1 Reseña Histórica. Puerto Tejada es uno de los 39 municipios que conforman el departamento del Cauca, cuya capital es la emblemática e histórica ciudad de Popayán.

Fue fundado el 17 de septiembre de 1897 por el general Manuel Tejada Sánchez, mediante el acta N° 1157 del 26 de octubre del mismo año; se encuentra ubicado al norte del departamento y limita al oriente con los municipios de Miranda y Padilla, al occidente con Villa Rica y Jamundí, al norte con los municipios de Santiago de Cali y Candelaria, al sur con Caloto y Vila Rica.

Posee una extensión territorial de 102 Km², con una temperatura promedio de 24°C, dista de la ciudad capital de Santiago de Cali a 17 Km y de Popayán a 108 Km, según el último censo realizado su población es de 45.000 habitantes en

su mayoría afro descendientes, esta bañada por los ríos palo, paila, guengüe, desbaratado y cauca (www.puerto-tejada.gov.com).

2.4.2 Economía



Figura 5. Puerto Tejada: mapas
Fuente: (Proclama del Cauca, s.f.)

Puerto Tejada fue un importante centro de comercio agrícola a inicios y mediados del siglo pasado, lo que le permitió ser el primer productor nacional de cacao y un abastecedor de diversos productos agrícolas de la ciudad de Cali y sus alrededores.

Hoy en día su principal economía depende de las empresas asentadas en la región, atraídas por las bondades de la ley Páez y por los grandes ingenios azucareros tales como el ingenio cauca y cabaña.

2.4.3 Transfondo Histórico



Figura 6. Vista aérea de Puerto Tejada

Fuente: (colombiamapas.net)

Para poder entender los diversos problemas entre ellos el social y educativo que posee hoy el municipio de puerto tejada, es vital entender y comprender su misma creación y participación en la vida departamental y nacional. Según estudios realizados:

Puerto Tejada no fue fundada como las ciudades que aparecieron en el proceso normal de la conquista española orientadas por las orientaciones urbanísticas de Carlos V y Felipe II, ni tampoco como aquellas que, siguiendo unos procesos legales republicanos en la colonización cafetera de la cordillera central... Puerto Tejada se fundó para “meter en orden” a los negros de los ríos palo, paila y guengüe. (Reseña histórica de Puerto Tejada)

Puerto Tejada, antes de su fundación llamado Monte oscuro por su espesa vegetación, se convirtió en un foco de resistencia cimarrona, donde llegaban todos los negros que se negaban seguir siendo esclavizados por sus amos, se estaba convirtiendo en un “dolor de cabeza” para los hacendados de Caloto y Popayán, “la creación de puerto tejada tuvo una doble finalidad: crear un lugar de destino para los desalojados y un sitio donde pudiera disponerse de una fuerza de trabajo sometida a las condiciones de la legalidad de los terratenientes circundantes (Reseña histórica de Puerto Tejada).

Este es el trasfondo histórico y cultural por el cual a trasegado el municipio de puerto tejada a lo largo de su vida municipal, con una mirada parcial y cómplice de su capital Popayán. No obstante es una región que ha salido adelante destacándose en varios ámbitos a nivel departamental y nacional, aportando en muchas ramas del saber, la ciencia, la robótica y del deporte a la construcción de nuestra patria.

En los últimos años el municipio de Puerto Tejada ha sufrido un fenómeno que no es ajeno a la vida nacional, como es la creciente ola de inseguridad y pandillismo dentro de su territorio, convirtiéndose este como uno de sus principales agravantes y flagelo social, siendo su principal objetivo los niños, niñas, adolescentes y jóvenes de su territorio.

Bajo estas circunstancias la educación se ha visto casi que amenazada en algunos puntos neurálgicos del municipio, adolescentes que no pueden cruzar otro punto del mismo barrio por las llamadas fronteras invisibles, por el único delito de vivir en algún punto de la localidad, creando en muchas ocasiones gran deserción escolar o desplazamientos hacia otros colegios del municipio.

La Corporación Educativa Adventista goza de un punto privilegiado en nuestro municipio ya que sus instalaciones quedan en el barrio central de la localidad, donde cada año escolar cientos de padres de familia buscan la oportunidad de matricular sus hijos en ella. Por otra parte la institución educativa ha basado su enseñanza en el rescate de los valores, la educación de la mano, mente y corazón, brindando de esta manera una formación integral a cada niño y niña.

Bajo estos escenarios mencionados tanto el físico (planta), como el entorno (territorial), donde se desarrollan los hechos y teniendo en cuenta que muchos de nuestros niños y niñas de nuestro municipio y del país en general tienen que vivir gran parte de su vida escolar con el ausentismo de los padres por su vida laboral, se desarrollará el trabajo investigativo para demostrar que las secuencias didácticas pueden ser una herramienta eficaz para aprender a manejar las funciones trigonométricas.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Fortalecer el aprendizaje de las funciones trigonométricas a través de secuencias didácticas en los estudiantes de décimo grado (10^o), en la Corporación Educativa Adventista.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Identificar las dificultades que experimentan los estudiantes en el aprendizaje de las funciones trigonométricas.

Diseñar la Secuencia didáctica para el aprendizaje de las razones trigonométricas.

Implementar la Secuencia didáctica para el aprendizaje de las razones trigonométricas.

Reflexionar en torno a las estrategias implementadas.

4. MARCO TEÓRICO

El marco teórico del presente proyecto de grado se ha realizado tomando como antecedentes algunos trabajos presentados para tesis de grado o trabajos de investigación, a los que se les ha realizado un análisis para comparar la relación que tiene con nuestro proyecto de investigación y su prevalencia, seguidamente se tendrán los aspectos que conllevan a aterrizar una propuesta educativa dentro de nuestra institución y sustentarla ante los entes encargados, después de realizar lo anterior, se realizará un acercamiento a lo conceptual, donde se allegan conceptos que se cree son pertinentes para apuntalar la metodología que se va a seguir en el trabajo y por último, se profundiza en los conceptos de aprendizaje de la educación propia que se busca establecer en la Corporación Educativa Adventista del municipio de Puerto Tejada Cauca en el grado décimo .

4.1 ANTECEDENTES

Los estudios realizados referentes a las secuencias didácticas y su aplicación en el aprendizaje de las matemáticas, han demostrado que esta es una herramienta muy valiosa y además eficaz en la comprensión de muchos de sus temas. Las matemáticas además de ser incomprendidas por muchos estudiantes, también carece en muchos casos de materiales que ayuden a su comprensión y simplificación, es bajo este punto donde cobra abundante fuerza la didáctica, a través de secuencias bien elaboradas y estructuradas que sirvan de mediación entre el profesor y el estudiante y de esta forma lograr la aprensión de temas que de no poseer ampliamente esta forma de mediación no sería bien comprendida.

Prueba de ello son los estudios que se analizarán a continuación, y para tener un concepto más amplio de su importancia en la aprensión de las matemáticas, se tendrán en cuenta dos de orden internacional y dos nacionales.

4.1.1 Antecedente No. 1

Título del trabajo investigativo: Juegos didácticos en el proceso enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en el nivel medio superior.

Autor: Asunción Reyes Hernández

Entidad: Universidad Autónoma de Nuevo León

Ciudad: San Nicolás de las Garzas

Fecha: Año de 1999.

Temática referente:

En su trabajo la autora Reyes H A (1999) resalta cinco categorías importantes para tener en cuenta como lo son:

- Aprendizajes significativos.
- Métodos de enseñanza.
- Juegos didácticos.
- Diseño de actividades de aprendizaje.
- Las técnicas grupales.

La autora prepondera la imperiosa necesidad por parte del educador, de valerse para su práctica docente de todos los medios y canales que le puede ofrecer la didáctica entre otras fuentes, para lograr aprendizajes significativos en sus estudiantes, en palabras textuales dice: “A lo largo de toda la historia de la humanidad al aprendizaje de las Matemáticas se han asociado una serie de

dificultades y problemas debido, en gran parte, al inadecuado uso o diseño tanto de métodos como de actividades de enseñanza o a la sobrevaloración de unos por encima de otros, haciendo esto que esta disciplina sea la menos favorecida en lo que a motivación e interés hacia ella se refiere”. (Reyes, 1999, p. 11)

La autora resalta que:

La falta de comprensión de los estudiantes en el área de las matemáticas va mucho más allá del hecho de tratarse de las matemáticas en sí mismas, muchas de esas dificultades están asociadas al inadecuado uso de diseño y a la escases de métodos de enseñar por parte del educador, y lo que es aún peor en muchos casos la incomprensión de los temas expuestos lleva a una dificultad más grande de superar, como lo es, la falta de interés de parte del estudiante por la asignatura de matemáticas y que puede conllevar aun a la deserción escolar (Reyes, 1999).

Encontrar el punto exacto en la motivación en cada estudiante es el desafío de cada educador consagrado en su labor, porque de lo contrario, nos enfrentaremos con grandes problemas y dificultades de orden metodológico para el logro de los objetivos, dificultades como lo son según Reyes (1999):

- El desarrollo de destrezas a través de una práctica repetitiva de algoritmos y procedimientos que carecen de todo significado para el alumno.
- La preferencia por la acumulación de información en lugar de procesar los contenidos y descubrir relaciones entre los diferentes objetos matemáticos.
- La poca importancia que se le da a la preparación y orientación de las tareas para que el trabajo realizado lleve al estudiante a una sensación de éxito.

- Por último, la ausencia de la actividad de resolución de problemas en la enseñanza, (contrariando así la lógica del desarrollo de la matemática) unida a la casi nula presencia de ejercicios relacionados con otras áreas del conocimiento.

“Tal es la razón de la urgencia porque se contribuya, desde cualquier arista del proceso docente educativo, a la solución de esta problemática” (Reyes, 1999, p. 12).

Cabe resaltar que los aprendizajes significativos son el resultado de un ejercicio bien elaborado, estructurado, asimilado y aplicado a la vida cotidiana de cada aprendiz y para ello se deben dar las siguientes condiciones:

- La motivación
- La comprensión
- La participación activa
- La aplicación.

Estas condiciones se deben dar para cualquier tipo de aprendizaje incluido las matemáticas y para nuestro caso específico la trigonometría. Reyes (1999) resalta que si “los contenidos de la trigonometría logran armonizar con los juegos didácticos y las técnicas grupales, se lograra que cada estudiante mejore la solidez de su aprendizaje y se despertara el interés y el gusto por las matemáticas y la trigonometría”.

En las conclusiones el trabajo de investigación deja en claro lo siguiente:

- Una de las principales causas para una incorrecta comprensión de las matemáticas y de la trigonometría, es la incorrecta selección y aplicación de los métodos de enseñanza en el proceso docente educativo.

- El empleo sistemáticos de juegos didácticos, apoyados en las técnicas de trabajo grupal, constituyen una alternativa prometedora para lograr incrementar los niveles de solidez en la asimilación de los contenidos matemáticos (Reyes, 1999, p. 42).

4.1.2 Antecedente No. 2

Título del trabajo investigativo: Modelo de enseñanza modular personalizada de las funciones trigonométricas en el quinto grado de educación secundaria.

Autor: Jesús Vílchez Guizado

Entidad: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Ciudad: Lima - Perú.

Año: Año 2007

Temática Referente:

En este trabajo de Investigación el autor plantea que:

Se puede experimentar aprendizajes significativos en los estudiantes, cuando se les estimula y se personaliza la educación, y para el logro de este objetivo propone la construcción por parte del docente de módulos didácticos, que los estudiantes lo puedan utilizar como material de autoestudio y de esta forma propicien su propio saber, eso sí apoyado por el docente como tutor (Vílchez, 2007)

El tipo de estudio obedece al tipo cuasi experimental y tomaron como base dos grupos distintos, uno llamado experimental y un segundo denominado control, se aplicaron las respectivas pruebas y al final se compararon los resultados

obtenidos en ambos grupos, para de esta forma llegar a las conclusiones y recomendaciones finales.

El autor hace énfasis que el objetivo de las clases de matemáticas en la secundaria es “hacer que los alumnos desarrollen sus capacidades de intuición, abstracción y de razonamiento lógico-matemático; que se expresa en el conocimiento de los conceptos y propiedades, su disposición para aplicarlos en la resolución de problemas diversos” (Vílchez, 2007).

Para que dicho propósito se cumpla es de vital importancia que tanto el educador como el educando tengan una muy buena interacción, que el educador se personalice de la educación de su estudiante así tenga treinta de ellos en un salón, que el estudiante se apropie de su rol como tal y que haga parte activa de su formación, es lo que plantea Vílchez Guizado en su trabajo de Investigación, en el cual resalta varias categorías como lo son entre otras:

- Proceso de enseñanza – aprendizaje
- Aprendizajes significativos
- La enseñanza personalizada
- Principios de la enseñanza personalizada
- Evaluación de la enseñanza – aprendizaje
- Aprendizaje de las matemáticas
- Enseñanza – aprendizaje de la trigonometría
- Módulos didácticos para la enseñanza personalizada de las funciones trigonométricas
- Enseñanza personalizada

Los resultados que arrojó este trabajo investigativo frente a la problemática presentada en dicho plantel educativo fue muy satisfactoria, pues el diagnóstico previo arrojó falencias en los planes curriculares, textos escolares y materiales

didácticos, y la implementación de los módulos didácticos ayudo de forma eficiente a superar estos errores.

4.1.3 Antecedente No. 3

Título del trabajo investigativo: Una Estrategia Didáctica para la enseñanza de la función coseno.

Autor: Margarita Lascano y Rosa Ramírez

Entidad: Colegio Distrital Rodrigo Lara Bonilla

Ciudad: Bogotá Colombia

Fecha: Año 1997

Temática Referente:

Las autoras del presente trabajo se valieron de la Investigación- acción para llevarlo a cabo, en esta propuesta plantean la importancia de tener un recurso manipulable por parte del estudiante, para la aprensión y construcción de significados en los procesos de aprendizaje.

Dicen las autoras que al diseñar esta ayuda didáctica se tuvo en cuenta dos presupuestos:

En primer lugar, la construcción del conocimiento matemático es un proceso que trasciende las acciones que se representan con signos y símbolos, para encontrar la riqueza de relaciones entre los objetos matemáticos. En segundo lugar, “hacer” matemáticas es experimentar, abstraer, generalizar globalizar (Lascano & Ramírez, 1997).

Este trabajo se desarrolló con estudiantes de grado 10 en la ciudad de Bogotá, en la localidad de ciudad bolívar, con cualidades muy particulares, tales como un

grado alto de desinterés por la asignatura y una falta generalizada de conceptos referentes a la trigonometría, llevando dichos conceptos a la mecanización y memorización para poder alcanzar los logros curriculares, pero provocando la desmotivación y la “fobia” en casi todos los estudiantes.

Frente a esta problemática crearon una estrategia didáctica donde el estudiante se pudiera involucrar en la construcción misma de un instrumento manipulable el cual le pudiera facilitar el cálculo y la comprensión de las funciones trigonométricas, comenzando para este caso con la función coseno. El hecho de que los estudiantes participen en el diseño de su propia unidad didáctica permitiría en cada una de ellos la codificación y el razonamiento lógico y por ende una mejor significación de los temas expuestos.

Rico (citado por Lascano & Ramírez, 1997) argumenta que “el proceso descrito anteriormente pretende apuntar al logro de los fines y metas de la educación matemática”, (p. 13). La puesta en marcha de la propuesta se dividió en cuatro secciones

- Explicación de la actividad
- Construcción del instrumento ortogonal manipulable
- Utilización del instrumento, construyendo ciertos ángulos rectángulos y conociendo el valor de su cateto adyacente.
- Construcción propia de ángulos y el valor su función (coseno).

Las conclusiones del trabajo fueron muy halagadoras pues produjeron el efecto esperado en un porcentaje alto de los estudiantes, dicen las autoras “la actividad realizada con el instrumento ortogonal manipulable permitió a los estudiantes observar, comparar, construir, relacionar y analizar el comportamiento y características de un objeto matemático encontrándole un sentido” Lascano & Ramírez (1997).

Este trabajo muestra la importancia por parte del educador en la implementación de los recursos didácticos prácticos, los cuales los mismos estudiantes puedan participar en su construcción y elaboración y que puedan desarrollar un referente lógico el cual les ayude a interpretar y comprender lo abstracto como lo son las matemáticas.

4.1.4 Antecedente No. 4

Título del trabajo investigativo: Una propuesta para la enseñanza de las funciones trigonométricas seno y coseno integrando geogebra.

Autor: Hernán González Fonseca.

Entidad: Universidad del Valle.

Ciudad: Santiago de Cali.

Fecha: Año 2011.

Temática Referente:

El trabajo de Investigación que referenciaríamos a continuación ha sido diseñado mediante la aplicación de “situaciones didácticas” o estudio de casos, que bien podríamos llamar “secuencias de situaciones didácticas”. Para poder crear las secuencias de situaciones didácticas el autor tomo como referente la teoría de situaciones didácticas (TSD) y aplicó todos estos casos y su posible solución con una herramienta didáctica virtual como lo es el geogebra.

Es bueno resaltar que este tipo de Investigación parte de lo que define como didáctica Guy Brousseau:

La didáctica no consiste en ofrecer un modelo para la enseñanza sino en producir un campo de cuestiones que permita poner a prueba cualquier situación de enseñanza, y corregir y mejorar las que se han producido,

formular interrogantes sobre lo que sucede. (Brousseau, 1993, citado por González, 2011).

Bajo esta premisa diseñaron una serie de actividades para los estudiantes del grado decimo de una institución educativa de carácter público de la ciudad, donde además de estimular el conocimiento y saber matemático, pudieran integrarlo con la tecnología y de esta forma lograr captar un mayor interés y aprendizajes significativos en cada uno de ellos.

No podemos desconocer la importancia que posee en nuestros días las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), en el proceso de enseñanza y aprendizaje, estas pueden llegar a convertirse en una mediación pedagógica interesante siempre y cuando el docente esté capacitado y dispuesto a su implementación en el aula de clase.

El éxito de esta propuesta pedagógica parte del hecho de la combinación de diversos componentes tradicionales en la educación, como lo son las secuencias de situaciones didácticas y las nuevas formas de mediación como lo son las (TIC), a través de una de sus aplicaciones como lo es el geogebra. González Fonseca resalta el hecho de "...la visualización como una actividad inherente a los procesos matemáticos". Ya que fortalecen la dimensión cognitiva en los estudiantes.

Después de realizar y aplicar seis sesiones voluntarias de actividades para un grupo de estudiantes de 39 personas, se tuvo la participación del 62% de ellos, y se pudo concluir con lo siguiente:

- La mayoría de los estudiantes afianzaron los conceptos de: amplitud, periodo, traslación horizontal y vertical de las funciones seno y coseno.

- Las ayudas que ofrecen las (TIC), en la comprensión y visualización de las matemáticas, favorece la comprensión de los fenómenos de variación y cambio de las funciones trigonométricas.
- Es importante la aplicación de las teorías de situaciones didácticas en el aula de clase, pues son un modelo de enseñanza que posibilita en el estudiante la resolución de situaciones de significación para su aprendizaje. (González, 2011, p. 106-107)

4.1.5 Antecedente No. 5

Título del trabajo investigativo: Aproximación a la enseñanza de las razones trigonométricas a través del trabajo experimental en matemáticas en el grado décimo.

Autor: Gustavo Adolfo Rueda Upegui.

Entidad: Universidad del Valle.

Ciudad: Santiago de Cali.

Fecha: Año 2012.

Temática Referente:

El autor hace referencia al poco estudio de Investigación que se realiza a las razones trigonométricas, y plantea valiéndose de la didáctica, una serie de tareas experimentales para promover en cada estudiante la formación del pensamiento matemático.

En su propuesta para la enseñanza-aprendizaje de las razones trigonométricas, plantea el uso de manipulativos, “bajo el supuesto que los *manipulativos* ofrecen la posibilidad de contextualizar las abstracciones matemáticas y facilitar el aprendizaje” (Rueda , 2012)

Después de encuestar tanto a estudiantes como docentes, le permite precisar que la implementación de dichas ayudas didácticas se puede convertir en un apoyo pedagógico de alta consideración. Realiza actividades organizadas en secuencias con la utilización del Geo plano circular trigonométrico, el trabajo en red y colaborativo, la discusión y el intercambio entre pares.

Según el autor la utilización del geo plano por parte de los estudiantes permitirá el conocimiento de las razones trigonométricas de una forma práctica y además interpretar y resolver situaciones problemáticas.

En las conclusiones se pudo considerar que “el Geo plano Circular Trigonométrico, es un *recurso manipulativo* que ofrece muchas oportunidades al docente en la enseñanza y aprendizaje de la trigonometría, promueve el interés y la transferencia de conocimientos a contextos propios de la resolución de problemas y a competencias propias de las matemáticas experimentales como lo son indagación y la formulación” (Rueda, 2012).

4.1.6 Antecedente No. 6

Título del trabajo investigativo: Unidad de enseñanza de las razones trigonométricas en un ambiente cabri para el desarrollo de las habilidades de demostración.

Autores: Jorge Enrique Fiallo Leal, Ángel Gutiérrez Rodríguez.

Entidad: Universidad Industrial de Santander (Colombia) y universidad de Valencia (España)

Ciudad: Bucaramanga

Fecha: Año 2006

Temática Referente:

Este trabajo de Investigación se realizó simultáneamente en tres instituciones educativas distintas del departamento de Santander, con estudiantes del grado décimo. El objetivo de la Investigación es el aprovechamiento de la tecnología y su aplicación en los ambientes escolares mediante la implementación de la aplicación cabri para lograr:

- Desarrollar las habilidades de demostración en torno a la geometría dinámica.
- Analizar los tipos de demostración que emergen con el uso del Cabri en el proceso de demostración de razones trigonométricas.
- Analizar los procedimientos, las estrategias de razonamiento y los errores y dificultades detectados en los ejercicios y buscar las posibles soluciones. (Fiallo & Gutiérrez, 2007).

El trabajo destaca la importancia del aprovechamiento de las tics en el aula de clase, en área de las matemáticas estos ambientes virtuales son pocos explotados, y ponerlos a disposición de los estudiantes resultara de gran beneficio en el desarrollo de las habilidades y destrezas trigonométricas.

Como conclusiones posteriores al ejercicio de Investigación, se resolvió que la implementación del ambiente Cabri en el aula de clase, potencio en cada estudiante el razonamiento lógico matemático, y si como permitió diseñar estrategias frente a los errores y dificultades en los tipos de demostración. (Fiallo & Gutiérrez, 2006).

4.2 MARCO CONCEPTUAL

4.2.1 Didáctica. Referente a la didáctica, sus definiciones, sus finalidades, sus aplicaciones y su origen, muchos investigadores y grandes pedagogos han escrito, es vital hacer un recorrido por las definiciones y conceptos más relevantes que a través del tiempo se han originado, para tener un marco referencial y enriqueceré nuestro conocimiento y posición referente a esta.

Concepto:

La didáctica (del griego *didaskhein*, "enseñar, instruir, explicar") es la disciplina científico-pedagógica que tiene como objeto de estudio los procesos y elementos existentes en la enseñanza y el aprendizaje. Es, por tanto, la parte de la pedagogía que se ocupa de las técnicas y métodos de enseñanza, destinados a plasmar en la realidad las pautas de las teorías pedagógicas. Díaz Barriga la define como:

Una disciplina teórica, histórica y política. Tiene su propio carácter teórico porque responde a concepciones sobre la educación, la sociedad, el sujeto, el saber, la ciencia. Es histórica, ya que sus propuestas responden a momentos históricos específicos. Y es política porque su propuesta está dentro de un proyecto social. (Díaz, 1992)

En los procesos de enseñanza aprendizaje existen dificultades para el logro de los objetivos, enseñar es un acto que requiere de todo el desempeño de quien lo ejerce para facilitar la comprensión e interpretación de los aprendizajes cognitivos, para ello podemos hacer uso de los medios que se puedan utilizar de acuerdo al contexto y además de herramientas que le ayuden a cumplir con este propósito. En esta dinámica se ha abierto paso a través del tiempo la didáctica

usándose en doble vía con el compromiso que se tiene para la buena comunicación del proceso didáctico.

Es la teoría científica del proceso de enseñar y aprender, a partir de sus leyes y principios más generales, para lo cual tiene como categorías básicas los objetivos, el contenido, los métodos, los medios, las formas de organización y la evaluación, entre otros, que tiene en cuenta la unidad educación-formación-enseñanza-aprendizaje-desarrollo y la importancia de la comunicación en este proceso, en función de preparar al hombre para la vida, en un momento histórico social determinado”. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas de Cuba (1990).

Cabe notar que en la definición de didáctica se menciona la palabra “teoría”, se podría llegar a pensar que la didáctica carece de teoría y que se vale únicamente de lo práctico en sus métodos de enseñanza, pero podríamos decir que didáctica es una perfecta conjugación de las dos, pues no existe práctica sin teoría, ni teoría sin práctica, como se diría en palabras de Mao Tse Tung. “La teoría sin la práctica es ineficaz, la práctica sin teoría es ciega”. Se hará un recorrido por la historia, recogiendo las distintas definiciones que se han dado de esta ciencia a través de diversos autores:

Aebli referente a la pedagogía dice:

Es una ciencia auxiliar de la pedagogía en la que ésta delega para su realización en detalle de tareas educativas más generales (...) y tiene por finalidad deducir del conocimiento psicológico de los procesos de formación intelectual las técnicas metodológicas más aptas para producirlas. (Aebli, 1958, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“Disciplina pedagógica de carácter práctico normativo, que tiene por objeto específico la técnica de la enseñanza, esto es, la técnica de dirigir y orientar

eficazmente a los alumnos en su aprendizaje” (Mattos, s.f., citado por Introducción a la didáctica, s.f.).

“La teoría de la instrucción y la enseñanza escolar de toda índole y a todos los niveles” (Stöker, s.f., citado por Introducción a la didáctica, s.f.).

“La ciencia práxica que desde una perspectiva de integralidad, criticidad y concreción estudia las leyes de la optimización de la instrucción formativa, así como la problemática de su aplicación, atendiendo a los fines que la educación propone”. “Ciencia que estudia el proceso instructivo en tanto en cuanto formativo”.

Titone (1981) la define como:

Ciencia que debe comprender y guiar al aprendizaje integrador de la cultura y que al tiempo posibilita al hombre para incorporarse creativamente a la cultura. Disciplina científica a la que corresponde guiar la enseñanza, tiene un componente normativo que en forma de saber tecnológico pretende formular recomendaciones para guiar la acción; es prescriptiva en orden a esa acción. (Titone, 1981, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“La ciencia y tecnología del sistema de comunicación intencional, donde se desarrollan los procesos de enseñanza-aprendizaje en orden a optimizar principalmente la formación intelectual” (Pérez, 1982, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“La ciencia de la educación de carácter teórico-normativo que busca la adquisición de hábitos intelectuales mediante la integración del aprendizaje de los bienes culturales” (Ferrández, 1984, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“Ciencia del proceso de enseñanza sistemática, en cuanto optimizadora del aprendizaje” (Rosales, 1988, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“La disciplina que explica los procesos de enseñanza-aprendizaje para proponer su realización, consecuente con las finalidades educativas”. (Contreras, 1990, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“Campo de conocimientos, de investigaciones, de propuestas teóricas y prácticas que se centran sobre todo en los procesos de enseñanza-Aprendizaje” (Zabalza, 1990, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“Disciplina pedagógica que se ocupa de los procesos de formación en contextos deliberadamente organizados” (Torres, 1993, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

(Medina A 1995) “Disciplina pedagógica que analiza, comprende y mejora los procesos de enseñanza-aprendizaje, las acciones formativas del profesorado y el conjunto de interacciones que se generan en la tarea educativa” (Medina, 1995, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“Disciplina pedagógica que analiza, comprende y mejora los procesos de enseñanza-aprendizaje, las acciones formativas del profesorado y el conjunto de interacciones que se generan en la tarea educativa” (Martín, 1999, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“Ciencia de la educación que estudia todo lo relacionado con la enseñanza: diseño de las mejores condiciones, ambiente, clima, para conseguir un aprendizaje excepcional y el desarrollo completo del alumno” (Gervilla, 2000, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“Disciplina o tratado riguroso de estudio y fundamentación de la actividad de enseñanza en cuanto que propicia el aprendizaje formativo de los estudiantes en los más diversos contextos” (Medina, 2002, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

“Ciencia teórico-normativa que guía de forma intencional el proceso optimizador de la enseñanza-aprendizaje, en un contexto determinado e interactivo, posibilitando la aprehensión de la cultura con el fin de conseguir el desarrollo integral del estudiante” (Sevillano, 2004, citado por Definiciones de didáctica, s.f.)

No hay lugar a dudas que la didáctica se ha constituido en medio eficaz para el logro de los aprendizajes significativos, por tener en cuenta no únicamente los contenidos como tal, si no mucho más, los métodos de como esos contenidos no se quedan como algo abstracto y sin sentido para el estudiante, si no que estos los puedan asimilar, comprender y aplicar en su vida cotidiana. Para esto se debe tener en cuenta como trabaja la mente y como logra que la relación sujeto-objeto, se convierta en una relación sujeto-sujeto, Comenio comenta lo siguiente:

Es necesario que el conocimiento empiece siempre por los sentidos (cierto es que nada hay en el entendimiento que antes no haya estado en el sentido). ¿Por qué, pues, ha de darse comienzo a la enseñanza por la narración verbal y no mediante la inspección de la cosa? Después, una vez presentada la cosa, venga la narración para explicar más profundamente lo expuesto”. (Comenio, 1998, p. 75)

Es bajo esta premisa que trabaja la didáctica como ciencia del conocimiento y mediante la cual vamos aplicar las secuencias didácticas para la aprensión de las funciones trigonométricas. Nada que no tenga un contacto directo con los sentidos como lo es la vista, el tacto, gusto, entre otros, tendrá una correcta

comprensión y carecerá del interés por parte de quien lo aprende, en este caso los estudiantes del grado décimo de la Corporación Educativa Adventista.

4.2.1.1 Historia de la didáctica.

La Didáctica es una ciencia que aparece en el año 1657, cuando un pedagogo protestante llamado Juan Amós Comenio lanza un libro denominado "*Didáctica Magna*".

Las clases altas tenían acceso al arte, política, filosofía e historia y las clases medias-bajas aprendían oficios en los talleres. Comenio plantea lo que es el ideal pansófico o utopía comeniana: que hay que "*enseñar todo a todos*" y propone un conjunto de reglas, pautas o normas en las que muestra cómo lograrlo. Permiten que la enseñanza sea eficaz, que la enseñanza sea accesible a todos los seres humanos.

Para lograr la organización de la escuela, y así, llegar a hacer posible el ideal pansófico, se propone una serie de "dispositivos duros", los cuales dan estructura y marcan los límites de los procesos de aprendizaje:

Simultaneidad: se enseña aún grupo, al mismo tiempo. Varias escuelas haciendo lo mismo, lo que permite llegar a todas a la vez, y lo ordena de alguna manera.

Gradualidad: distintas formas de agrupación de las personas. Parte esencial del proceso educativo.

Alianza: contrato de confianza implícito entre padres y docentes.

Es importante el tema de control y vigilancia, es decir, que los maestros controlan al grupo de alumnos; directivos controlan al grupo de docentes; supervisores controlan a directivos.

En el siglo XIX, aparece la figura de Herbart quien compartía la idea de didáctica de Comenio, pero consideraba que la educación se debía realizar siguiendo pasos en vez de reglas como se decía anteriormente, por esta razón se centra en la instrucción.

En este período, la didáctica es de corte humanista o tradicional ya que se centra en el derecho del hombre de aprender.

En el siglo XX se empieza a preocupar la psicología y la didáctica por el niño, antes no había conceptos de cómo aprende el niño, las reglas estaban más centradas en el docente, en el contexto y en el contenido. Aparece Piaget que es el primero que estudia la evolución del pensamiento del niño, su desarrollo. Pasa a ser muy parecido a lo que es la psicología evolutiva de hoy.

Como consecuencia de la investigación del niño surge el movimiento la escuela nueva, autores que creaban experiencias de aprendizaje. Algunos autores son: Montessori, Decroly, Freire, Freinet. Crearon diferentes propuestas de enseñanza, que tenían que ver con cómo se tenía que organizar la escuela basada en los descubrimientos de la psicología del niño.

A mediados del siglo XX, junto con la finalización de las guerras mundiales y el avance tecnológico en el cual la máquina reemplaza al hombre, se da la corriente tecnológica o tecnicista.

En ella, se pone el acento en las estrategias, la técnica dentro de la educación.

Se creía que si el docente enseñaba de una manera, los alumnos iban a reaccionar de la manera esperada porque se utilizó la técnica correcta, lo que se lo denominó conductismo, en el cual el docente era visto como ejecutor.

En esta etapa surge el currículum, que eran programas a impartir, como respuesta a la necesidad de organizar los contenidos.

En los años setenta, junto con un auge en el avance de las ciencias sociales (pedagogía, política, filosofía, entre otros.) se comienza a cuestionar lo tecnicista y se piensa que el acto didáctico está compuesto por más cosas que el alumno y el docente y que la enseñanza y el aprendizaje son dos cosas distintas aunque están vinculadas.

Se conforman las corrientes críticas, las cuales cuestionan el enfoque tecnicista y comienzan a estudiar lo educativo desde las ciencias sociales, le brindan importancia a lo que se enseña y ven al aula como una micro sociedad inmersa en una cultura desde su enfoque micro sociocultural.

Se pueden distinguir dos corrientes críticas:

- Europea: la cual estudia la revisión de la práctica docente teniendo en cuenta las variables en el aula a la que ven como una micro socio cultura.

Este enfoque vuelve a brindarle un corte humanístico a la educación pero desde una perspectiva social ya que ve al individuo en relación.

- Latinoamericana: conducida por Pablo Freire, la cual estudia el efecto social de la enseñanza como transformador y modelador de la sociedad, la finalidad de la educación. (Webnode.es)

4.2.1.2 Secuencias didácticas. Tal como define el Centro Virtual Cervantes © Instituto Cervantes, 1997-2013

Se entiende por secuencia didáctica una serie ordenada de actividades relacionadas entre sí. Esta serie de actividades, que pretende enseñar un conjunto determinado de contenidos, puede constituir una tarea, una lección completa o una parte de ésta. Según las características de las actividades y la función que desempeñan, se puede identificar diversas fases en una secuencia didáctica: presentación, comprensión, práctica y transferencia. (Centro Virtual Cervantes, 2013)

Como se ve las secuencias como su nombre lo indica son sucesos seguidos e ininterrumpidos que llevan a la comprensión de un tema específico.

Es de vital importancia resaltar la labor de las secuencias didácticas en la dualidad de enseñanza – aprendizaje, como lo manifiestan numerosos autores.

Cabe resaltar que se han calificado las secuencias didácticas como la más acertada propuesta de trabajo para realizar el proceso de enseñanza aprendizaje, ya que conjunta una serie de actividades en forma lógica y sistemática con el fin de desarrollarlas en un tiempo determinado para la consecución de los propósitos didácticos.

La secuencia didáctica es un instrumento de planificación de las tareas escolares diarias, que facilita la intervención del profesor y permite organizar su práctica educativa, para articular procesos de enseñanza-

aprendizaje de calidad, con el ajuste adecuado y ayuda pedagógica al grupo.

La secuencia didáctica da respuesta a las cuestiones curriculares, es decir: ¿qué enseñar? (propósitos y contenidos), ¿cuándo enseñar? (secuencia didáctica al iniciar un curso, una unidad, un aprendizaje o una clase), ¿cómo enseñar? (actividades, organización del espacio y el tiempo, materiales y recursos didácticos) y finalmente la evaluación. (Guerrero, 2011, p. 1)

4.2.1.3 Importancia de las secuencias didácticas. Son muchos los aportes que brinda la planificación de secuencias didácticas en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Para enseñar un contenido en especial no basta con poseer una sola técnica de aproximación, las secuencias brindan la posibilidad de acercamiento en dicho proceso en diferentes momentos y en distintas formas a nuestros estudiantes.

“El trabajo con las secuencias brinda la posibilidad de complejizar, recrear, variar o reiterar, dar continuidad, coherencia a las propuestas según se considere importante para el desarrollo de los aprendizajes seleccionados”
(Departamento técnico pedagógico de Paraná , 2010)

Las secuencias didácticas por ser de carácter estructurado y organizado brindan la posibilidad de dar continuidad a un proceso determinado por complejo que este parezca como es el caso de las matemáticas, siguiendo un camino delineado, paso a paso y volviendo incluso atrás para retomar algo olvidado o poco comprendido si es dado el caso, todo esto se logra con las secuencias didácticas.

Todo esto se logra por que las secuencias son planificadas para ello, en palabras de la licenciada argentina Laura Pitluk

La organización de la planificación a modo de secuencias didácticas se sustenta en el reconocimiento de la necesidad de acercarse en diferentes momentos y de distintas formas al objeto de conocimiento. La enseñanza de los contenidos, entendidos como la organización escolar del conocimiento, no se realiza nunca a través de una sola aproximación ni una sola propuesta, sino que implica volver a trabajarlos recreando las posibilidades de apropiación de los mismos y de enriquecimiento de los aprendizajes. (Pitluk, 2006)

Se podría decir entonces que la importancia del aprendizaje a través de secuencias radica en la posibilidad de tomar y retomar un tema de distintas formas y en varios momentos sin perder la coherencia de los mismos, pero ampliando el panorama y las posibilidades de apropiación del conocimiento en cada estudiante.

4.2.1.4 Pasos en la elaboración de una secuencia didáctica. Para que una propuesta pedagógica pueda tener éxito y logre sus objetivos se debe tener en cuenta varios factores, en el caso de las secuencias didácticas (S D) son variadas las pautas que se sugieren, ya que esta como tal difiere del modelo secuencial tradicional. A continuación se presenta un cuadro comparativo en el que se puede evidenciar las diferencias. (Ver Cuadro 1).

Cuadro 1. Secuencia modelo tradicional vs secuencia didáctica

Secuencia del modelo tradicional	Secuencia didáctica.
Comunicación de la lección.	Indaga sobre el conocimiento previo de los estudiantes
Estudio individual sobre el libro de texto	Contenidos significativos y funcionales y que representen un desafío aceptable.
Repetición del contenido aprendido. Sin discusión ni ayuda recíproca.	Promueve la actividad mental y la construcción de nuevas relaciones conceptuales.
Juicio o sanción administrativa (nota) del educador(a)	Estimulan la autoestima y el auto concepto.
	Posibilitan la autonomía y la meta cognición.

Fuente: Los Autores.

“El manual para la elaboración de estrategias didácticas basadas en el aprendizaje” escritos por los licenciados Vicente Ledesma Muñoz y José Antonio Conde Beristáin, proponen algunos componentes y lineamientos para la elaboración de una secuencia didáctica, los cuales referenciamos a continuación:

4.2.1.5 Componentes

- a) Actividad de apertura:** esta actividad es la que da el combustible para el desarrollo secuencial de la propuesta didáctica, tiene como propósito identificar y recuperar las creencias, conocimientos, saberes y opiniones de los jóvenes para que a partir de ellos, introducir al mundo del conocimiento, los procedimientos y los valores. (Ledesma & Conde, 2004, p. 14)

Son variadas las actividades que se pueden desarrollar en este momento para identificar los conocimientos previos de los estudiantes:

- Cuestionarios referenciados, los cuales pueden contener preguntas directas e indirectas.
- Elementos iconográficos de referencia tales como (películas, títeres, obras de teatro, software didáctico, juegos entre otros).
- Lecturas contextualizadas
- Construcción de frases o párrafos (según la asignatura), lluvias de ideas, mapas mentales y conceptuales
- Se puede incluir toda actividad que permita al docente conocer el grado conocimiento del estudiante antes de abordar el siguiente paso. (Ledesma & Conde, 2004, p. 15)

b) **actividades de desarrollo:** es una actividad fundamental en la fusión y consolidación del conocimiento previo y el conocimiento específico, durante ella se puede ampliar, profundizar y complementar lo que los estudiantes poseen en sus mentes, las actividades a desarrollar en este momento pueden ser:

- Esquemas (cuadros sinóptico, diagramas)
- Carteles.
- Síntesis, resumen, ensayos.
- Tablas comparativas
- Resolución de problemas
- Prácticas de laboratorio (donde alumno construya su propio conocimiento)
- Construcción de simuladores, diseño de productos.
- Realización de actividades comunitarias.

c) **Actividades de cierre:** esta actividad es la encargada de sintetizar los nuevos conocimientos adquiridos, tanto en la parte científica como en la técnica, en los procedimientos como también en los valores construidos durante las secuencias. Para esta actividad se recomienda lo siguiente:

- Lecturas referenciadas.
- Elementos iconográficos tales como (películas, juegos didácticos entre otros).
- Ejercicios de auto evaluación (análisis comparativo de la actividades realizadas durante las actividades de desarrollo).
- Obtención de conclusiones
- Trabajos de integración y reforzamiento (tareas, proyectos de Investigación). (Ledesma & Conde, 2004, p. 15)

4.2.1.6 Lineamientos para la estructuración de las secuencias didácticas.

Los lineamientos son todos los programas o planes de acción que se van a implementar para que las secuencias didácticas cumplan con su propósito. Además las secuencias deben estimular y abarcar todas las dimensiones articulándolas entre sí, por tal razón lo primero a definir es:

- **Propósito.**

Al elaborar este, se debe describir que se pretende lograr con la elaboración, utilización e implementación de la (S D), y la dimensión conceptual, procedimental y actitudinal en la cual se pretende involucrar a los estudiantes. Referente a las dimensiones mencionadas, explicaremos en que consiste o que pretende alcanzar cada una de ellas.

4.2.1.7 Dimensión conceptual o fáctica. Esta dimensión trabaja el concepto de “aprender a aprender”. A través de la formulación de preguntas se puede definir cuáles son los conceptos que debe aprender los estudiantes dentro del desarrollo de las secuencias didácticas preguntas como:

¿Qué conceptos va a aprender? (Abarcando la temática y la viabilidad de lo que se pretende enfatizar). Para desarrollar esta dimensión se podría preguntar en nuestro caso lo siguiente. ¿Qué entiende por funciones trigonométricas?.

Esta dimensión estaría comprendida en las actividades de apertura.

4.2.1.8 Dimensión procedimental. (Aprender a hacer). Bajo esta dimensión nos preguntaríamos lo siguiente: ¿Que va a aprender a hacer?

Esta dimensión lleva a formularse preguntas tales como esta: ¿Cómo va a aprender la diferencia entre las funciones y las identidades trigonométricas?

“Involucrar a los alumnos en esta dimensión, permite favorecer su desarrollo cognitivo y meta cognitivo a través de la realización de diversas actividades” (Ledesma & Conde, 2004).

Según Ledesma & Conde (2004) estas actividades les permitirán a los estudiantes:

- Analizar
- Comparar (hetero evaluación)
- Jerarquizar
- Problematizar
- Memorizar
- Sintetizar

- Clasificar
- Ordenar
- Interpretar
- Reflexionar
- Criticar (coevaluación)
- Auto evaluar
- Proponer integrar
- Representar
- Resolver
- Aplicar
- Abstraer
- Generalizar
- Comprobar

Como se puede evidenciar el desarrollo de esta dimensión es amplia y de vital importancia para cada una de los estudiantes, pues les proporciona un desarrollo de destrezas y habilidades mentales que les permitirán una visión autónoma pero a su vez integradora y reflexiva de los contenidos.

4.2.1.9 Dimensión actitudinal. (Aprender a ser) ¿Qué va a aprender a ser? La educación tiene un gran reto y un propósito doble, además de lograr que los estudiantes adquieran aprendizajes significativos los cuales les permitan un buen desempeño laboral en su vida, también los debe educar y formar como personas. Esta dimensión está encargada de ello.

Podría surgir una y más preguntas de ello, ¿Cómo la aplicación de una secuencia didáctica en trigonometría me ayuda a desarrollar en cada uno de mis estudiantes esta dimensión? ¿Qué voy a hacer para que mis estudiantes se formen como personas sociables? Una secuencia didáctica bien elaborada debe

tener en cuenta cada uno de los lineamientos antes expuestos para garantizar el éxito y la formación integral de cada estudiante en su implementación.

4.2.2 Aprendizaje de las matemáticas. Las matemáticas permiten pensar de forma numérica con relación a la expresión y estructuración de todo lo cotidiano, como por ejemplo cuando se va de un lugar a otro, la altura de un edificio, cuanto se gana, cuanto se debe, entre otros.

...las matemáticas es una ciencia que, partiendo de axiomas y siguiendo el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones cuantitativas entre los entes abstractos (números, figuras geométricas, símbolos). Mediante las matemáticas conocemos las cantidades, las estructuras, el espacio y los cambios. Los matemáticos buscan patrones, formulan nuevas conjeturas intentan alcanzar la verdad matemática mediante rigurosas deducciones. Estas les permiten establecer los axiomas y las definiciones apropiados para dicho fin. (Godino, s.f.)

Si bien es cierto que las matemáticas permiten conocer y pensar referente a todo lo numérico, y que además siguen un razonamiento lógico en su construcción y comprensión, no es suficiente para garantizar el hecho de aprenderlas, como tampoco garantiza el hecho de ser docentes de matemáticas que nuestros estudiantes tienen garantizado el aprendizaje matemático. Surge entonces la pregunta ¿Qué es aprender matemáticas?, ¿Cómo aprenden matemáticas nuestros estudiantes?, ¿qué debo saber y poner en práctica como docente para que mis estudiantes aprendan matemáticas?

Entre todas las teorías y enfoques del aprendizaje que existen, los expertos en la materia resaltan dos como las principales a tener en cuenta, la primera históricamente posee su raíz u origen en lo conductual, y la segunda tiene su base en lo cognitivo.

Enfoque conductual: Los conductuales conciben aprender cómo cambiar una conducta. Bajo este enfoque, los estudiantes se consideran que han aprendido, si ocurre en cada uno de ellos un cambio en su parte procedimental, ejemplo: un estudiante ha aprendido a sumar si realiza correctamente las sumas, de lo contrario no. Para alcanzar los aprendizajes se parte de lo más simple hasta pasar luego a lo más complejo.

Otro enfoque que también hace parte del conductual es el asociacionista, para estos aprender es provocar un cambio de conducta del que aprende, parte de tareas muy simples y sencillas que posteriormente son asociadas entre sí para lograr algo mucho más complejo. “De esta forma vemos que los asociacionistas descomponen una idea más compleja en otras más simples, y se ocupan de ejercitar las tareas simples (ley del ejercicio de Thorndike)”. (Flores, s.f., p. 3)

Enfoque Cognitivo:

Los enfoques cognitivos consideran que aprender es alterar las estructuras mentales, y que puede que el aprendizaje no tenga una manifestación externa directa. Así, un alumno puede resolver problemas de división de fracciones (*ha aprendido el concepto de división de fracciones*) aunque no sepa el algoritmo de la división de fracciones. (Flores, s.f., p. 4).

Bajo este enfoque se trabajan los aprendizajes con diversas estrategias, como la modalidad de resolución de problemas entre otros, aseguran que “Dada la complejidad de los conceptos, el aprendizaje no puede descomponerse en la suma de aprendizajes más elementales, sino que se origina partiendo de la resolución de problemas, o de la realización de tareas complejas” (Flores, s.f., p. 4).

Enfoque Estructuralista: uno de sus grandes exponentes es Piaget el cual lo llama “asimilación”. Parte de la premisa que toda persona posee en su estructura mental un conocimiento previo alcanzado por experiencias vividas y que cuando se relaciona con nuevas situaciones de su entorno, trata de relacionarlos con sus conocimientos ya adquiridos y así encontrar posibles soluciones, y cuando no encuentre asociaciones entre si se ve obligado a cambiar sus estructuras en un proceso que Piaget llama “acomodación” y el proceso de asimilación más el de acomodación los llama el proceso de “equilibrio”.

Para que se produzca el equilibrio, es preciso que el aprendiz sienta que el problema no se resuelve por los medios que derivan de sus estructuras anteriores. Ello exige que los problemas que se le planteen sean significativos para los aprendices, es decir, que los alumnos perciban la interrogación como un problema real, y además hagan suyos los criterios para justificar la validez de una respuesta de los mismos. (Piaget citado por Flores, s.f.)

Aprendizaje a través de Experiencias: las nuevas tendencias en aprendizajes matemáticos tienen sus bases en lo estructural, son varios los autores que exponen sus teorías referentes a esta tendencia:

Bruner (citado por Flores, s.f.) propone que:

El aprendizaje debe ir de lo concreto a lo abstracto, debe partir de actividades simples donde cada estudiante pueda manipular y descubrir por si mismos principios y soluciones matemáticas. Así, la enseñanza matemática actual promueve que se trabaje con objetos concretos antes de pasar a establecer las abstracciones. Cuando estas abstracciones se han consolidado, entonces estamos en condiciones de emplearlas como elementos concretos. (p. 6)

Dienes quien fue profesor e investigador de matemáticas francés, (citado por Flores, s.f.) argumenta lo siguiente:

Con objeto de que la actividad pueda provocar un cambio de estructuras y con ello aprendizaje, las actividades estructuradas deberían dar lugar a que el niño representara los conceptos al menos de dos formas diferentes (principio de las representaciones múltiples). Por ejemplo, el sistema de numeración decimal puede representarse por medio de la escritura de números, pero también puede hacerse con un ábaco, o con material multi base, las fracciones pueden representarse por medio de la notación fraccionaria, el decimal, las figuras, y también las palabras.

Usabel (citado por Flores, s.f.), asegura que el mejor método para aprender es a través del descubrimiento y solo se logra cuando el estudiante llega a realizar por él mismo generalizaciones sobre los conceptos o fenómenos.

Son amplios los conceptos en cuanto a la manera de aprender las matemáticas, solo debemos tener en cuenta como lo asegura Dienes “no hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los estudiantes”, y esto se debe por la singularidad de cada uno de ellos, solo resta como docentes de acuerdo a cada uno de los estudiantes aplicar el enfoque adecuado que lo lleve a la obtención del aprendizaje.

4.2.3 La Trigonometría. Morena M Angélica (2014) define la trigonometría así: “La palabra trigonometría es un sustantivo, que deriva de dos raíces griegas: por una parte $\tau\rho\iota\gamma\omega\nu\omicron$ (trigōno = tres ángulos) o sea para nosotros “triángulo” y $\mu\epsilon\tau\rho\nu$ (metrón) para nosotros “medida”. (s p)

En términos generales, la trigonometría es el estudio de las razones trigonométricas: seno, coseno; tangente, cotangente; secante y cosecante.

Interviene directa o indirectamente en las demás ramas de la matemática y se aplica en todos aquellos ámbitos donde se requieren medidas de precisión. La trigonometría se aplica a otras ramas de la geometría, como es el caso del estudio de las esferas en la geometría del espacio. Posee numerosas aplicaciones, entre las que se encuentran: las técnicas de triangulación, por ejemplo, son usadas en astronomía para medir distancias a estrellas próximas, en la medición de distancias entre puntos geográficos, y en sistemas de navegación por satélites.

Como se puede notar la trigonometría es una rama de las matemáticas, que en su esencia estudia todo lo relacionado con los triángulos y las funciones, relaciones, identidades, entre otros, que se derivan de estos, su gran importancia la podemos referenciar al estudiar su origen.

4.2.3.1 Historia de la Trigonometría. Cuando se conocen los orígenes de los temas de estudio, su comprensión resulta más fácil, por tal razón se hará un rastreo por la historia de la trigonometría, como nació, cual ha sido su evolución, y sus hechos más importantes.

Trigonometría Egipcia (2000-1800 a.C.)

Su nacimiento se remonta al año 2000 a.C. en el antiguo Egipto, documentos encontrados dan muestra de la utilización de la teoría de triángulos semejantes y de mantener una pendiente en la construcción de una pirámide como lo muestra la figura siguiente.

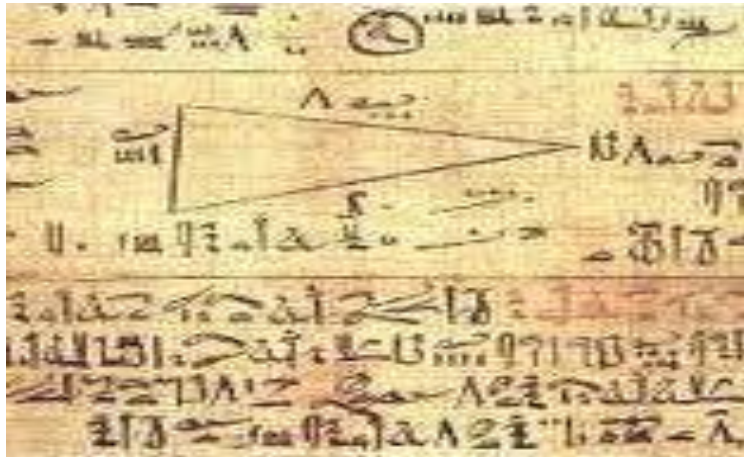


Figura 7. Papiro de Rhind

Fuente: (Papiro de Rhind)

Los egipcios tenían en cuenta el cociente entre “el avance” y “la subida” para medir la pendiente, es decir, lo hacían por medio del cociente entre la variación horizontal y la vertical (la actual cotangente) a la que llamaban “seqt”. Hoy en día esta razón tiene importancia en arquitectura, donde se llama a esta medida “desplome”. (Fernández, 2010, p. 7)

Se puede notar como la trigonometría en sus inicios tuvo aplicaciones sencillas y fue utilizada para la vida práctica y cotidiana, donde la construcción hacia parte fundamental de la vida usual de toda una civilización como lo era la egipcia.

4.2.3.2 Trigonometría Babilónica. Igual que los egipcios en la antigua Mesopotamia se utilizó de manera práctica la trigonometría sobre todo en construcciones, tuvo su origen y desarrollo entre los años 1900-1600 a.C. muestra de ello es la tablilla 322 de la colección Plimpton, conservada en la universidad de Columbia E.U.



Figura 8. Colección de tablilla Plimpton.
Fuente: (Colección de tablilla Plimpton, s.f.)

Esta tablilla muestra una tabla con una serie de ternas pitagóricas formadas por números enteros (idearon un método para obtenerlas) y aparece también en la tabla la razón entre hipotenusa y cateto mayor (la actual secante) en una secuencia de grado en grado de 31° a 45° . Esta tabla fue utilizada en los problemas de medir áreas de cuadrados o lados de triángulos rectángulos. (p 7)

4.2.3.3 La Trigonometría Griega. Los griegos fueron tal vez los que más aplicaciones dieron a la trigonometría. En su búsqueda y observación incesante a los astros y la inquietud por saber las dimensiones del universo despertó en muchos la Investigación en esta materia.

Astrónomos como Aristarco de Samos, Eratóstenes de Sirene, y Ptolomeo, citado por (Fernández, 2010) expresó lo siguiente: “Cuando trazo a placer el vertiginoso ir y venir de los cuerpos celestes, mis pies ya no tocan la tierra, sino que me hallo en presencia del mismo Zeus y me sacio de ambrosía, alimento de los dioses” (p. 7).

Eratóstenes de Sirene aproximó el tamaño de la tierra utilizando una medición del ángulo entre dos ciudades situadas en el mismo meridiano y luego multiplicando dicho resultado por 50, el resultado fue sorprendente 250.000 estadios, unos 46.000 km, dando origen a la relación de ángulos en la circunferencia.

Hiparco de Nicea es considerado el padre de la trigonometría, por ser el primero en la elaboración de una tabla trigonométrica donde reunía los valores de los arcos y sus cuerdas correspondientes; también Menelao de Alejandría estableció bases de la trigonometría esférica, deduciendo algunas propiedades de los triángulos esféricos.

4.2.3.4 La Trigonometría Indu. Los hindúes basaron sus estudios en la trigonometría griega, pero la dieron nuevas aplicaciones, hablaron de semi cuerda y mitad de arco y esta razón fue antecesora de lo conocido hoy como el seno. Obras como Siddhantas y Aryabhatiya dan muestras de sus estudios y avances trigonométricos, realizando tablas donde se dan los senos de los ángulos menores o iguales que 90° para 24 intervalos angulares.

Como se puede notar las antiguas civilizaciones realizaron aportes importantes en la construcción de la trigonometría, hoy gozamos de tener una trigonometría con múltiples aplicaciones y utilizada en casi todas las ramas de la ciencia.

4.2.4 Funciones. Desde la primaria se empieza a trabajar el concepto de funciones en cada estudiante, pero a pesar de esto las dificultades conceptuales y procedimentales se pueden evidenciar en muchos de ellos aun en el bachillerato, recogeremos entonces el concepto de función.

Una función es una relación o correspondencia entre dos magnitudes, de manera que a cada valor de la primera le corresponde un único valor de la segunda (o ninguno), que llamamos imagen o transformado.

A la función se le suele designar por f y a la imagen por $f(x)$, siendo x la variable independiente.

Variable independiente: la que se fija previamente

Variable dependiente: La que se deduce de la variable independiente.

Las funciones son como máquinas a las que se les introduce un elemento x y devuelven otro valor y , que también se designa por $f(x)$.

Por ejemplo, la función $f(x) = 3x^2 + 1$ es la que a cada número le asigna el cuadrado del número multiplicado por 3 y luego sumado 1.

Así $f(2) = 3 \cdot 2^2 + 1 = 3 \cdot 4 + 1 = 12 + 1 = 13$. (García L., I., 2005)

.....Se podría decir entonces que una función es una relación donde a cada elemento del dominio le corresponde uno y solo un elemento del rango que está incluido en el codominio alternativamente una función es un conjunto de pares ordenados (X, Y) tales que no hay dos pares ordenados diferentes del conjunto que tengan la misma abscisa. (Chavez, 2000, p. 9)

.....Se podría decir entonces que una función es una relación donde a cada elemento del dominio le corresponde uno y solo un elemento del rango que está incluido en el codominio alternativamente una función es un conjunto de pares ordenados (X, Y) tales que no hay dos pares ordenados diferentes del conjunto que tengan la misma abscisa. (Chavez, 2000, p. 9)

El concepto exacto de función es uno de los más importantes de las matemáticas pero también se usa en la vida diaria, por ejemplo la cantidad de

agua que posee una represa depende de la cantidad de agua que caiga sobre ella, así que podríamos decir que la cantidad de agua está en función del tiempo de lluvia.

4.2.5 Razones trigonométricas. “Las razones trigonométricas se definen comúnmente como el cociente entre dos lados de un triángulo rectángulo asociado a sus ángulos”. Cada vez que se habla de razones en trigonometría, se refiere a una operación de cociente de la forma $a = b/c$, donde: a = incógnita o el valor del lado a encontrar, y b/c = catetos o hipotenusa, de acuerdo al ángulo de referencia.

Las razones trigonométricas de un ángulo α se define del vértice A , que se origina de un triángulo rectángulo arbitrario que posee un ángulo. El nombre que adoptan sus lados a partir de su definición será los siguientes:

- Hipotenusa: (h) el cual es el lado opuesto al ángulo opuesto recto, o el lado de mayor longitud del triángulo rectángulo.
- Cateto opuesto: (a) es el lado opuesto al ángulo que deseamos determinar
- Cateto adyacente: (b) es el lado contiguo o adyacente al ángulo que deseamos determinar. Ejemplo: (Ver Figura 9).

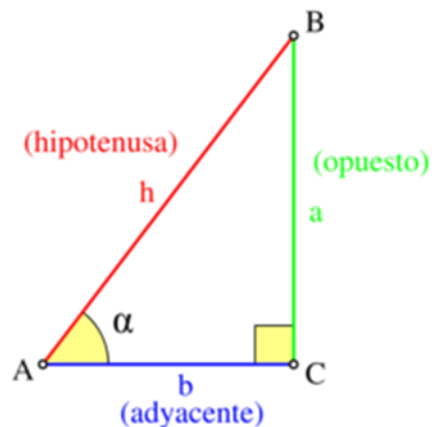


Figura 9. Definición lados del triángulo rectángulo

Fuente: (Definición de los lados del triángulo rectángulo, s.f.)

Todos los triángulos considerados se encuentran en el Plano Euclidiano, por lo tanto la suma de sus ángulos internos es igual a π radianes que equivale a (180°) . En consecuencia, en cualquier triángulo rectángulo los ángulos no rectos se encuentran entre 0 y $\pi/2$ radianes. Existen seis razones trigonométricas, las definiciones que se dan de ellas a continuación definen estrictamente las funciones trigonométricas para ángulos de este rango.

1. **Seno:** es la relación existente entre la longitud del cateto opuesto y la longitud de hipotenusa, su fórmula es la siguiente:

$$\text{Seno} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h}$$

2. **Coseno:** es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la longitud de la hipotenusa, su fórmula es:

$$\text{Coseno} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{h}$$

3. **Tangente:** de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la del adyacente se formula así:

$$\text{Tangente} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{a}{b}$$

- 4). **Cotangente:** de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la del opuesto:

$$\text{cota} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{b}{a}$$

- 5). **Secante** de un ángulo es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto adyacente:

$$\text{Sec}\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cat.adyacente}} = \frac{h}{b}$$

6). **Cosecante** de un ángulo es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto opuesto:

$$\text{Csc}\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cat.opuesto}} = \frac{h}{a}$$

Las razones trigonométricas surgen en respuesta de la urgente necesidad en el cálculo de distancias y medida de ángulos, para la elaboración de mapas especialmente. Su importancia resalta hoy en muchos campos del conocimiento tales como la construcción, navegación, astronomía, entre otros.

Es de gran importancia recalcar que las razones trigonométricas se encuentran estrechamente relacionadas con las funciones trigonométricas, el teorema de Pitágoras y las identidades trigonométricas, por tal razón en los antecedentes de investigaciones, tanto en el marco conceptual hemos reseñado alguno de estos.

4.2.5.1 Razones trigonométricas para ángulos agudos. Parte del triángulo rectángulo, pero sus razones se calculan respecto a su ángulo agudo el cual es menor de 90° , y no a su ángulo recto cuya medida es 90° . Ejemplo:

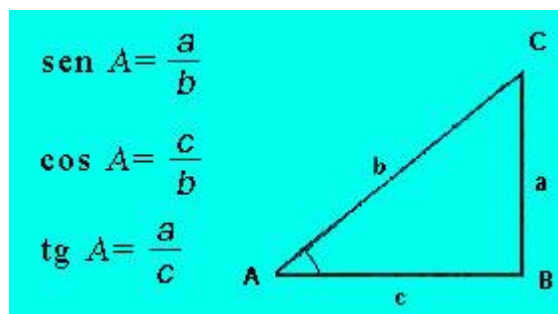


Figura 10. Gráfica de R.T. para ángulos agudos.

Fuente: (Gráfica de RT para ángulos agudos, s.f.)

Para la resolución y cálculo de las razones trigonométricas en este tipo de triángulos, el teorema de Pitágoras es una herramienta que brinda apoyo importante.

4.2.5.2 Razones trigonométricas para ángulos cualesquiera. Es muy común en los maestros iniciar con la resolución de ángulos agudos para posteriormente adentrarse con cualesquier ángulo llámese rectángulo o círculo unitario, pero se podría llevar a cabo la enseñanza simultánea a través de objetos manipulables como lo es el geo plano circular trigonométrico, que su construcción casera es algo sencilla y des complicada.

Con la manipulación del geo plano trigonométrico podemos aproximarnos a las razones trigonométricas del triángulo rectángulo y a su vez a las del círculo unitario de la siguiente manera como lo muestra la siguiente figura (Ver figura 11).

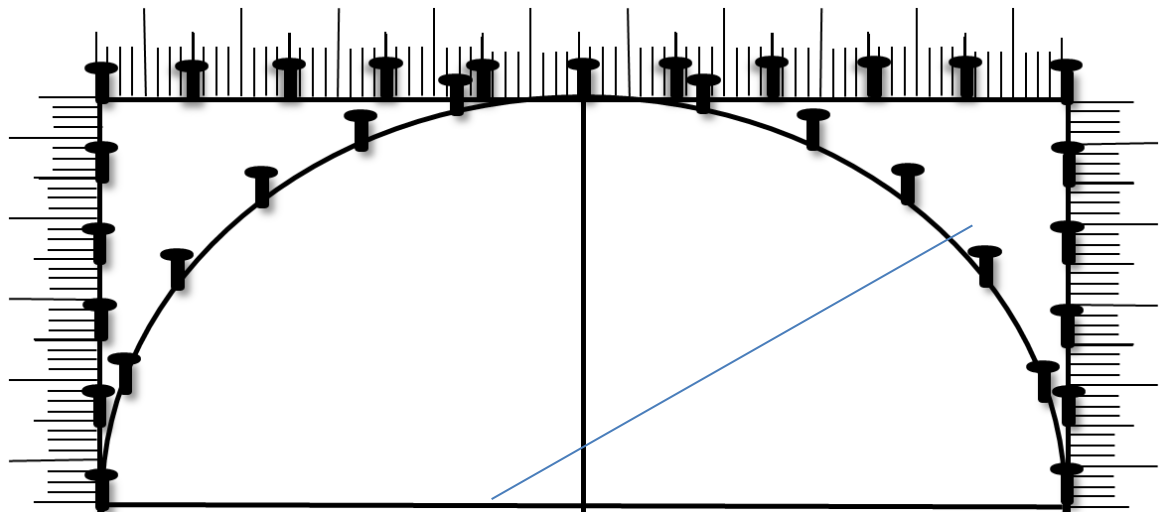


Figura 11. Geo plano trigonométrico.
Fuente: (Geo plano trigonométrico, s.f.)

Nota: se elabora con una tabla, dibujada en ella el círculo unitario, lleva clavos cada 15° , con una regla en sus bordes los cuales permiten calcular exactamente su recorrido. Es de mucha utilidad pues permite a cada estudiante en lo práctico comprobar el recorrido de un ángulo.

4.3 REFERENTE LEGAL

4.3.1 Dimensión curricular. Esta investigación tiene como referente los aspectos presentes en los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional (2006), en particular los referidos al modelo curricular vigente y al Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas o NCTM 2000 por sus siglas en inglés. Y así obtener propuestas de referencias y consideraciones relativas al uso de recursos que sirvan de apoyo didáctico, como fundamento innovador en proceso de aprendizaje de las matemáticas para permitir que los estudiantes ejerzan una mayor motivación y a su vez facilite la enseñanza- aprendizaje de esta área, en especial la de trigonometría.

4.3.2 Modelo curricular. La relación que existe entre la dimensión curricular con la investigación realizada en el curso de decimo de centro educativo adventista se encuentra dentro del marco legal con las consideraciones del Ministerio de Educación Nacional (MEN 2006), según las cuales es necesario relacionar contenidos del aprendizaje con situaciones del contexto en el que viven los alumnos, y así poder diseñar estrategias para mitigar los problemas educativos que se puedan presentar. De esta manera, para organizar el currículo armónicamente es necesario tener en cuenta tres grandes aspectos:

- Los procesos generales, los cuales involucran la práctica del aprendizaje,
- Los conocimientos básicos, los cuales integran los conocimientos previos y específicos que conforman el pensamiento matemático
- El contexto, está enfocado al entorno del estudiante y a la orientación matemática que aprende a conocer.

4.3.3 Ley 115 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación

“ARTICULO 1º. Objeto de la ley. La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos, y de sus deberes” (Colombia, 1994).

La presente Ley señala las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de la personas, de la familia y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público.

La Ley General de Educación, Ley 115 de 1994, enmarca la responsabilidad que tiene el estado en ofrecer garantías y oportunidades en el proceso educativo, se deben disponer de todos los recursos para una buena articulación docente, ya que en esta prima el primer impacto de la mediación educativa y a su vez la causante de la buena o mala calidad en la educación, por tal razón la exigencia y los parámetros a tener en cuenta al personal que hace parte de una de las ramas más importante de un estado social de derechos

5. MARCO METODOLÓGICO

5.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

Investigación acción educativa: es la aplicación y generación de estrategias y métodos de enseñanza – aprendizaje, las cuales deben ser sustentadas con una pedagogía innovadora. Ricardo Lucio (1989) dice

En la medida que el saber educar”, práctica educativa de todos los pueblos, se tematiza y se hace explícito, aparece la pedagogía. Hay pedagogía cuando se reflexiona sobre la educación, cuando el saber educar implícito se convierte en un saber sobre la educación (sobre sus cómo, sus porqué, sus hacia dónde). El desarrollo moderno de la pedagogía significa adicionalmente delimitación de su objetivo. (Lucio, 1989)

La educación acción educativa debe permitir al docente abarcar todos los aspectos que puedan estar afectando el buen desarrollo educativo. Este debe ser observado de tal manera que el docente pueda transformar el escenario o aula de clases, en un verdadero espacio donde el estudiante se le estimule sus competencias o habilidades para un buen aprendizaje.

5.2 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

Enfoque cualitativo: la investigación realizada es de tipo cualitativo, ya que se evidencian dificultades en el aprendizaje de las funciones trigonométricas, esta se logró detectar gracias a la recolección de datos que se pudieron obtener a través de encuestas, diálogos con los estudiantes, diálogos con los profesores, la realización de un test y entrevistas.

Taylor & Bogdan (1987) definen a la metodología cualitativa en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable.

El enfoque cualitativo logra orientar al investigador a realizar preguntas e hipótesis frente a los datos recopilados y de esta manera poder centrar su definición.

Dice Silverman (1995, citado en Metodología cualitativa, 2012), hace un análisis comparativo de concepciones y críticas a la metodología cualitativa encontrando una nueva versión de esta metodología, señalando lo siguiente:

- La preferencia por investigación cualitativa, usa palabras más que números.
- La preferencia por información que sucede de manera natural y por observación, más que por experimentos y por entrevistas no estructuradas y no por las estructuradas, de cualquier modo esto es relativo.
- La preferencia por los símbolos, más que por los comportamientos o sea intentar, registrar el mundo desde el punto de vista de la gente que está siendo estudiada.
- El rechazo de las ciencias naturales como modelo, es relativo, porque hay diferentes clases de ciencias naturales, desde la botánica hasta la física teórica.
- La preferencia por investigación inductiva generadora de hipótesis más que por aquella que se orienta a la prueba de hipótesis, y ese también es relativo reconociendo que deben de ser verificadas, si no se limitarían a meras especulaciones.

Taylor y Bogdan (1987, citado en Metodología cualitativa, 2012), por considerarla interesante ya que describen con mayor amplitud la metodología cualitativa, el cual se puede distinguir por las siguientes características:

1. La investigación cualitativa es inductiva. Los investigadores desarrollan conceptos y comprensiones partiendo de pautas de los datos y no recogiendo datos para evaluar modelos, hipótesis o teorías preconcebidos. Los investigadores siguen un diseño de investigación flexible, comenzando sus estudios con interrogantes vagamente formuladas.

2. En la metodología cualitativa el investigador ve al escenario y a las personas en una perspectiva holística; las personas, los escenarios o los grupos no son reducidos a variables, sino considerados como un todo. Se estudia a las personas en el contexto de su pasado y las situaciones actuales en que se encuentran.

3. Los investigadores cualitativos son sensibles a los efectos que ellos mismos han creado sobre las personas que son objeto de su estudio. El investigador interactúa con los informantes de un modo natural y no intrusivo.

4. Los investigadores cualitativos tratan de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas. Desde un punto de vista fenomenológico² y para la investigación cualitativa es esencial experimentar la realidad tal como otros la perciben. Siendo de esta manera que el investigador cualitativo se identifica con las personas que estudia para poder comprender como ven las cosas.

5. El investigador cualitativo aparta sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones. El investigador ve las cosas como si ellas estuvieran ocurriendo por primera vez. Nada da por sobrentendido, todo es un tema de investigación.

6. Para el investigador cualitativo todas las perspectivas son valiosas. No busca la verdad o la moralidad, sino una comprensión detallada de las perspectivas de otras personas. A todas las ve como a iguales.

7. Los métodos cualitativos son humanistas. Al estudiar a las personas cualitativamente, llegamos a conocerlas en lo personal y a experimentar lo que ellas sienten en sus luchas cotidianas en la sociedad o en las organizaciones. Aprendemos sobre conceptos tales como belleza, dolor, fe, sufrimiento, frustración y amor, cuya esencia se pierde en otros enfoques investigativos.

8. El investigador cualitativo da énfasis a la validez en su investigación. Los métodos cualitativos permiten permanecer próximos al mundo empírico. Están destinados a asegurar un estrecho margen entre los datos y lo que la gente realmente dice y hace. Observando a las personas en su vida cotidiana, escuchándolas hablar sobre lo que tienen en mente y viendo los documentos que producen, el investigador cualitativo obtiene un conocimiento directo de la vida social, no filtrado por conceptos, definiciones operacionales y escalas clasificatorias.

9. Para el investigador cualitativo, todos los escenarios y personas son dignos de estudio. Ningún aspecto de la vida social es demasiado trivial como para ser estudiado.

10. La investigación cualitativa es un arte. Los investigadores cualitativos son flexibles en cuanto al método en que intentan conducir sus estudios, es un artífice científico social. (Metodología cualitativa, 2012)

5.3 PRESUPUESTO

Todo trabajo de Investigación que se aborda y que se quiera de resultados necesita de presupuestos. Cuando hablamos de presupuestos pensamos en recursos financieros y de hecho son una parte de ellos, pero, para cualquier tipo Investigación debe existir un presupuesto o un recurso más que financiero, humano.

El presente trabajo de Investigación para poder materializarse, contó con personas comprometidas con su roll, estudiantes, docentes de la institución, tutores, y por supuesto los docentes en formación investigadores, dicho presupuesto no posee un cálculo económico, por su gran valor queda fuera de este rango.

Para la construcción del material didáctico, carteleras y fotocopias se requirió de un presupuesto económico el cual se referencia a continuación:

Cuadro 2. Presupuesto

MATERIALES	COSTO
Fotocopias	\$ 30.000
Cartulinas	\$30.000
Papel bond	\$20.000
Materiales didácticos	\$50.000
TOTAL	\$130.000

Fuente: Los Autores.

5.4 APLICACIÓN DE INSTRUMENTOS

5.4.1 Encuesta. En la Corporación Educativa Adventista se realiza una encuesta en forma de test, para conocer el grado de aceptación y asimilación en el área de la trigonometría en los estudiantes del grado decimo y además conocer cuál ha sido su desempeño académico.



Figura 12. Grado décimo respondiendo encuesta.

Fuente: Los Autores.

5.4.2 Análisis de la Encuesta

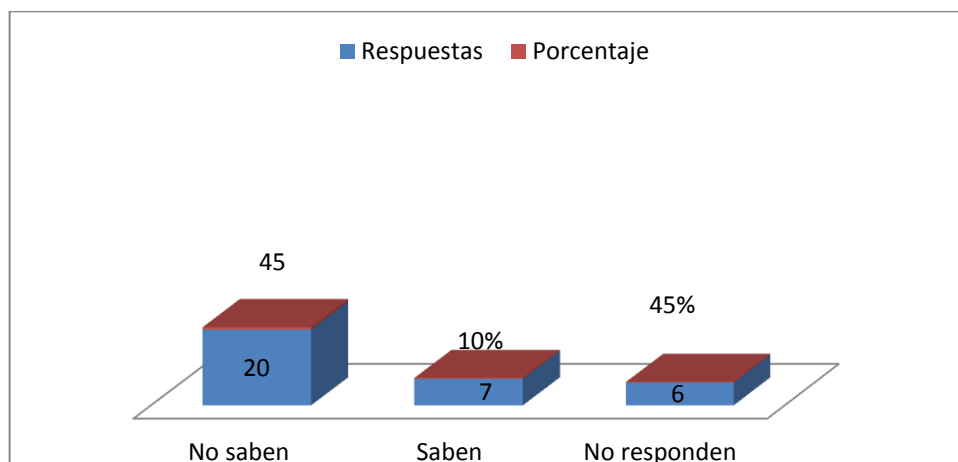
Lugar: en el grado décimo de la Corporación Educativa Adventista se implementó un test tipo encuesta, el cual comprende diversas preguntas con respecto a la

aceptación, asimilación y desempeño académico de los estudiantes respecto a la clase de trigonometría.

Propósitos: antes de realizar cualesquier acción, es de vital importancia diagnosticar cuales son las posibles causas, fortalezas o falencias que presenta la población de estudio y teniendo en cuenta el entorno, quisimos investigar cual es el grado de aceptación en el área de la trigonometría que posee cada estudiante y de cada a sus respuestas comenzar el diseño de nuestras estrategias didácticas.

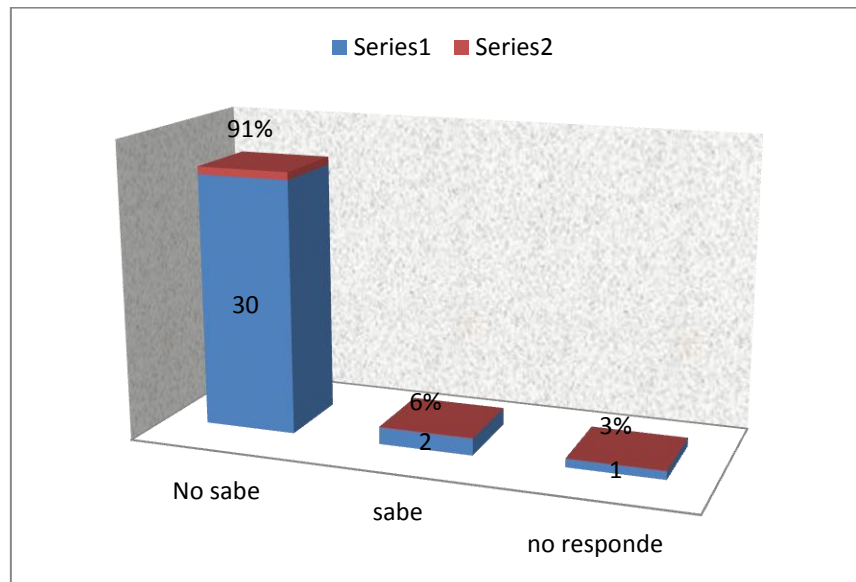
Implementación: el test tipo encuesta se realizó en la clase de matemáticas con la presencia de la docente titular y la presencia de la gran mayoría de los estudiantes, el observarlos con sus diversas reacciones frente a las preguntas, permitió determinar que el grado de aceptación en el área de trigonometría no es el mejor por la gran mayoría. A continuación referimos las gráficas estadísticas de cada una de sus respuestas.

5.4.3 Gráficas de la encuesta



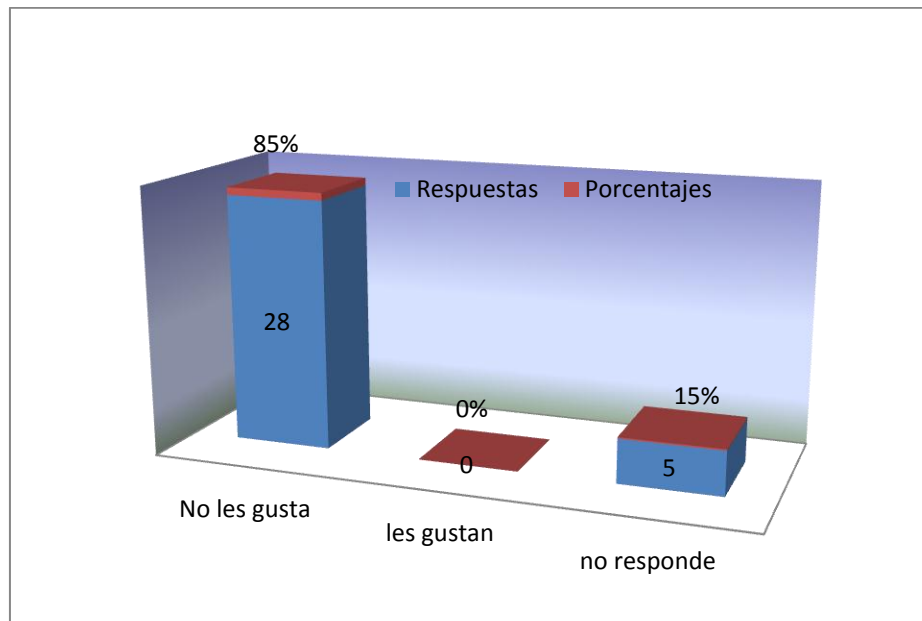
Gráfica 1. Pregunta No. 1. Concepto de razones trigonométricas
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta No. 1. Se evidencia un gran vacío en la conceptualización de razones trigonométricas de los 33 estudiante encuestados, solo 7 tenían claro la definición de razones trigonométricas.



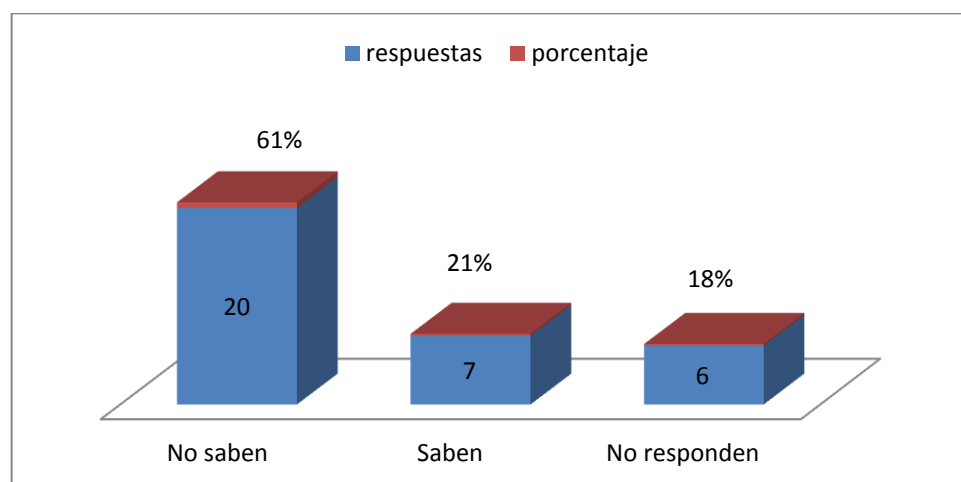
Gráfica 2. Pregunta No. 2. Afinidad con operaciones trigonométricas
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta No. 2 Análisis a la pregunta 2. Se logra evidenciar las enormes falencias y la poca relación con las operaciones trigonométricas, pierden gran finalidad o tienden a confundirse porque no entienden bien de ángulos y triángulos, solo 2 de los 33 estudiantes están en capacidad de desarrollar operaciones trigonométricas.



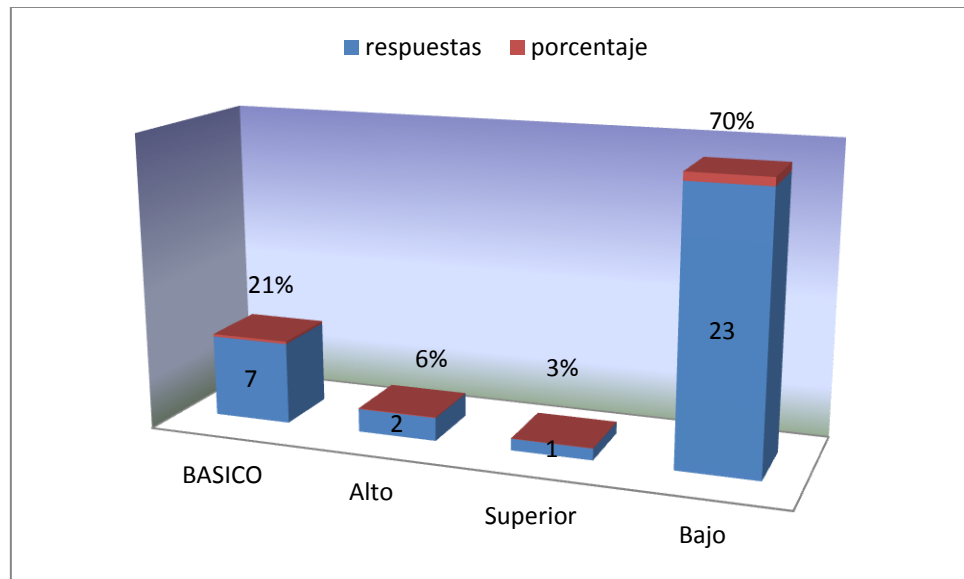
Gráfica 3. Preguntar No. 3. Interpretación en la resolución de problemas
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta No. 3. De los 33 estudiantes del grado décimo los cuales fueron encuestados 28 de ellos, respondieron que no les gusta el manejo con los ejercicios de resolución de problemas, manifiestan que es un tema muy complicado para ellos poderlo entender.



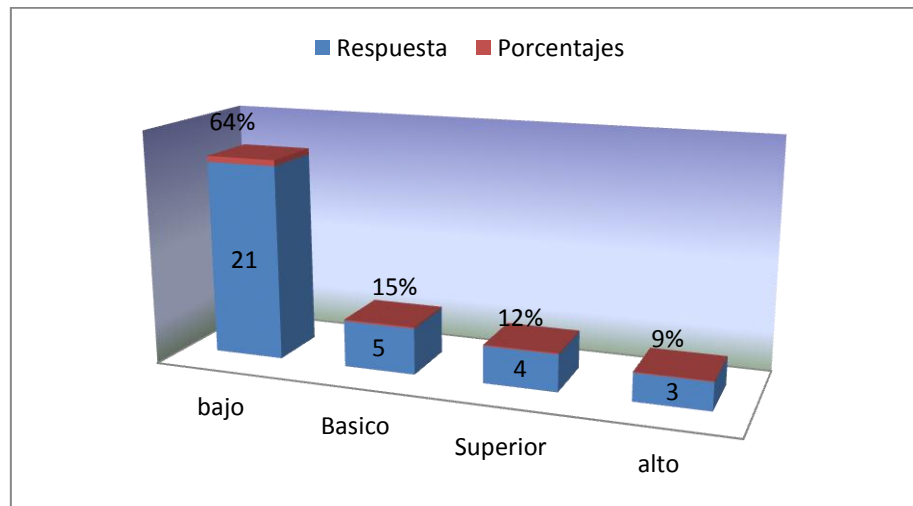
Gráfica 4. Preguntar No. 4. Tema que resulte difícil de entender
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta 4. Los estudiantes manifiestan que los temas del área de la trigonometría son muy difíciles de entender, solo el 21% de la población sienten que colocando mucha atención pueden desarrollar algunos talleres del área de la trigonometría.



Gráfica 5. Pregunta No. 5. Desempeño en matemáticas
Fuente: Los Autores.

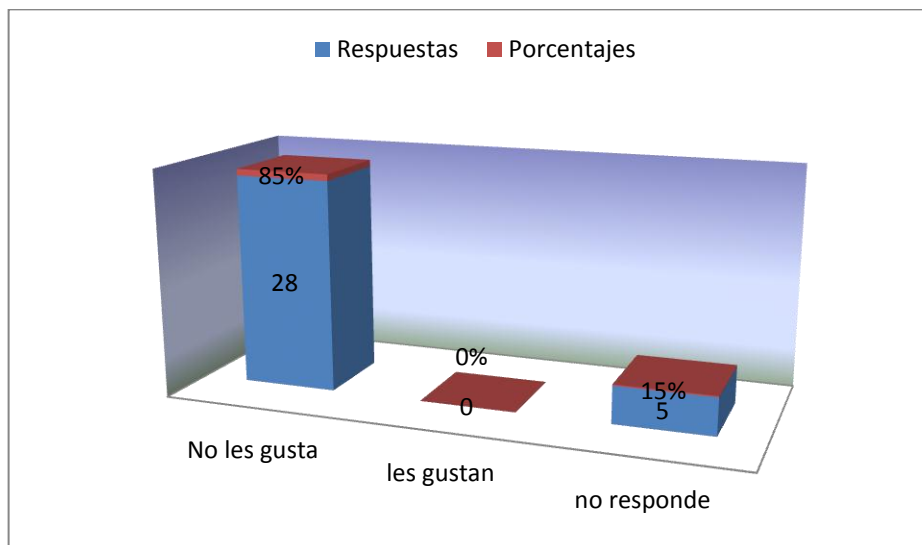
Análisis a la pregunta 5. Cabe resaltar que los estudiantes del grado décimo presentan muchos vacíos en el aprendizaje de temas básicos, que resultan como complemento a la hora de realizar ejercicios enfocados con el área de trigonometría (razones trigonométricas), solo un 21% dice que tiene un conocimiento básico.



Gráfica 6. Pregunta No. 6. Desempeño en trigonometría

Fuente: Los Autores.

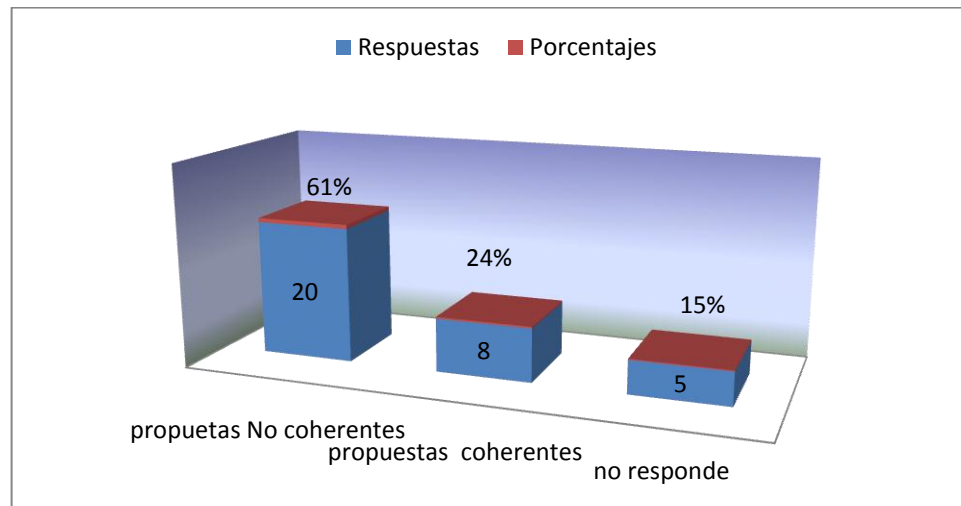
Análisis a la pregunta 6. Sólo el 9% del grupo de estudiantes del grado décimo tienen un buen desempeño claro en la realización de ejercicios del área de la trigonometría, el 64% refleja un bajo conocimiento de esta práctica.



Gráfica 7. Pregunta No. 7. Preferencias en la clase de trigonometría

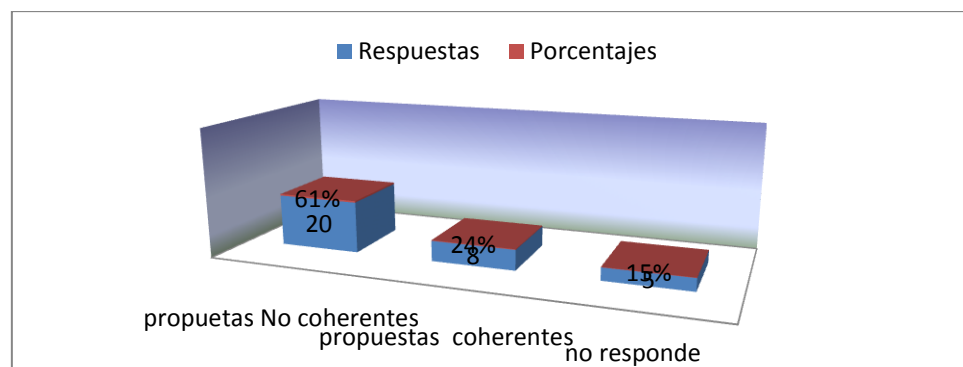
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta 7. Se evidencia un vacíos conceptuales en las áreas de las matemáticas del año anterior, de los 33 encuestados 23 tienen una bajo conocimiento en la matemática.



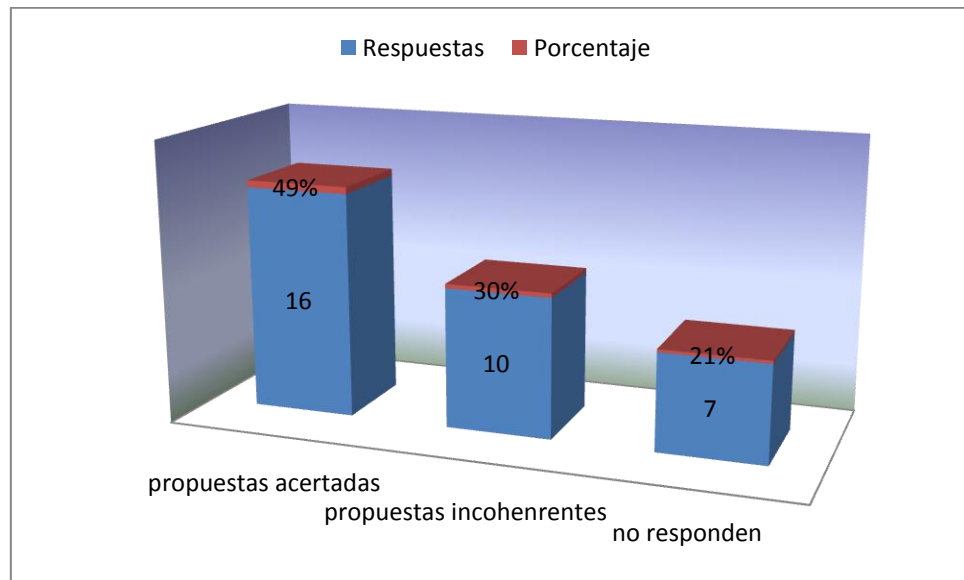
Gráfica 8. Pregunta No. 8. Apatía de la clase de trigonometría
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta 8. De los 33 estudiantes del grado décimo el 61% de esta población manifiestan que no sienten motivados por esta materia, dicen que es muy enredada y difícil de entender, y por eso son apáticos al momento que el docente empieza a explicar los temas.



Gráfica 9. Pregunta No. 9. Propuestas
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta 9. El 61 % de los estudiantes tienen propuestas coherentes, dicen que con esta aplicación de ellas pueden aprender mucho más fácil, dicen que están cansados de recibir clases tan monótonas, que desean una conocer una forma más divertida para entender la trigonometría.



Gráfica 10. Pregunta No. 10. Ideas didácticas

Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta 10. El 49% de los estudiantes tienen claro que con la ayuda y diseños de elementos didácticos es mucho más fácil su asimilación, ya que pueden relacionar algunos temas con el contexto, propuesta que estimula a involucrarse con una investigación que satisfaga esta necesidad en el proceso de aprendizaje.

5.4.4 Pre Test. Se realiza un Pre test de conocimientos básicos en trigonometría, en las instalaciones de la corporación educativa adventista con los estudiantes del grado décimo, en el cual deben desarrollar diferentes tipos de ejercicios básicos trigonométricos.



Gráfica 11. Grado décimo presentando el test de conocimiento
Fuente: Los Autores.



Gráfica 12. Presentación de Pre test de conocimiento
Fuente: Los Autores.

Análisis del pre test

Lugar: en el grado décimo de la Corporación Adventista del municipio de Puerto Tejada se realiza el siguiente pre- test el cual comprende un cuestionario de 10 preguntas relacionadas con el área de trigonometría.

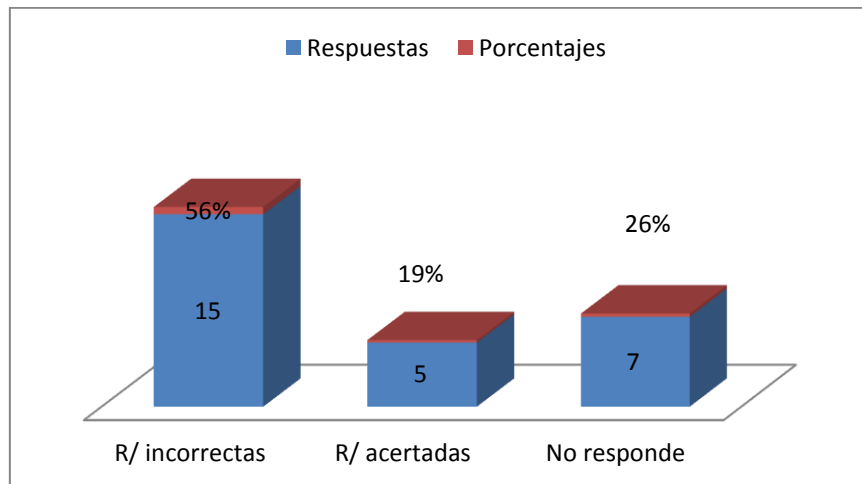
Propósito: es necesario informar a los estudiantes que el objetivo del presente ejercicio es obtener como primera instancia los saberes previos que posee cada uno de ellos frente al conocimiento y aplicación del tema. Esto en aras de establecer mecanismos o estrategias de enseñanza, y lograr fortalecer aquellos conceptos acertados y orientar aquellos que poseen conceptos errados frente a la trigonometría en especial las razones trigonométricas.

Implementación: el pre test se realiza en clase de Matemáticas y es preparado como un cuestionario el cual consta de 10 preguntas, donde se solicita responder con la mayor confianza dicho cuestionario, además su duración será de 40 minutos y es de forma individual. Haber realizado el ejercicio directamente con el grupo de estudiantes y a su vez dialogar con ellos ha permitido observar que hay una gran debilidad en algunos conceptos básicos que se debe tener en cuenta para continuar con la secuencia de los temas necesarios en el área de la trigonometría; a partir de los preconceptos se puede obtener datos reales los cuales van hacer nuestro objeto de estudio y buscar estrategias en el proceso de aprendizaje de las razones trigonométricas.

A continuación se presentan las gráficas correspondientes a cada pregunta

5.4.4.1 Gráficas del Pre Test.

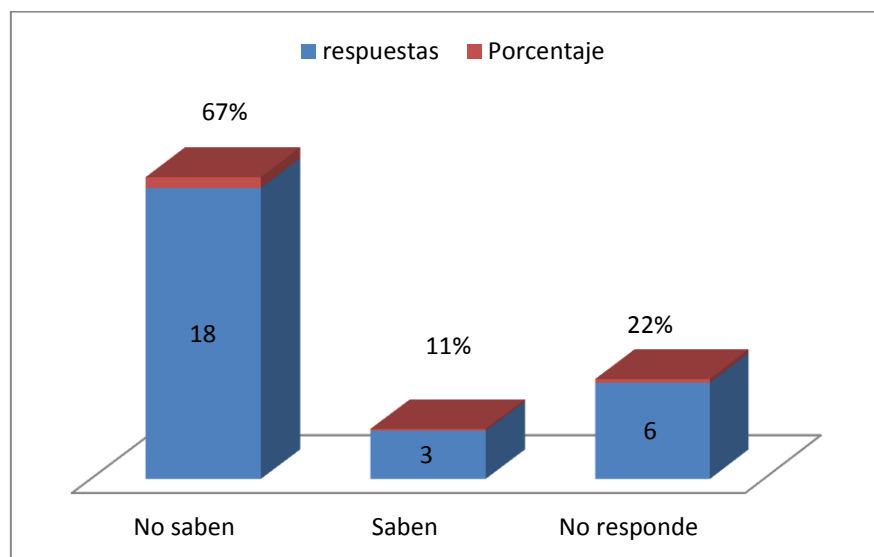
(Ver Gráfica 13).



Gráfica 13. Preguntar No. 1. Reconoce los ángulos

Fuente: Los Autores.

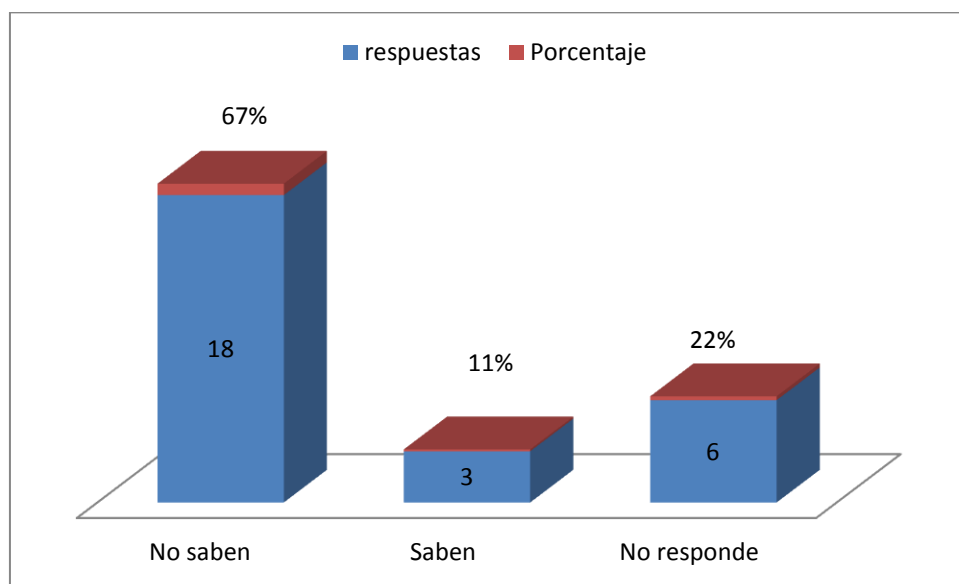
Análisis a la pregunta No. 1. Es claro evidenciar que el 56% de los estudiantes desconoce la conceptualización de los ángulos y su aplicación, lo cual representa una gravedad lesión para el proceso de avance en los temas del área de trigonometría, teniendo en cuenta que este conocimiento es básico para poder llevar a cabo un buen aprendizaje.



Gráfica 14. Preguntar No. 2. Sabe como medir ángulos

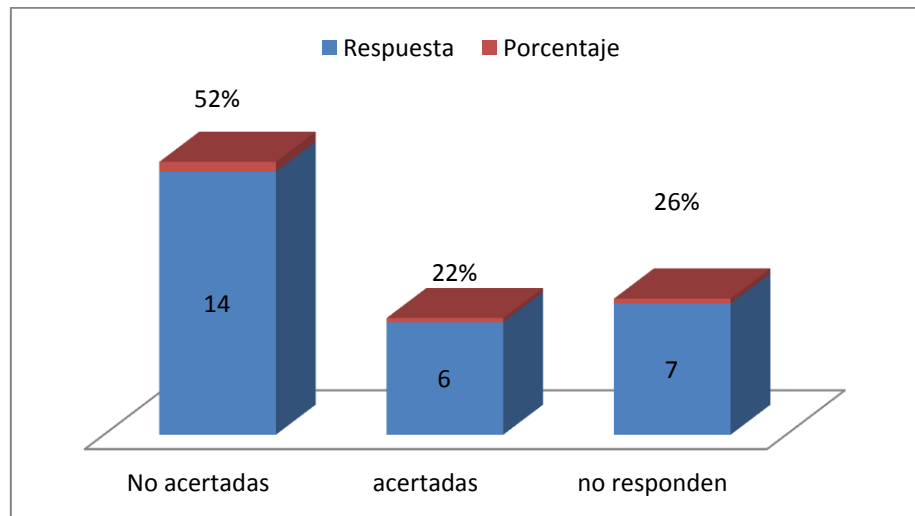
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta No. 2. Es necesario precisar que de los 27 estudiantes con los cuales desarrollamos el cuestionario solo el 67 %, que corresponde a 18 estudiantes no saben medir ángulos, esto presenta una gran dificultad en el proceso de avance en los temas del área de trigonometría, teniendo en cuenta que este conocimiento es básico para poder llevar a cabo un buen aprendizaje.



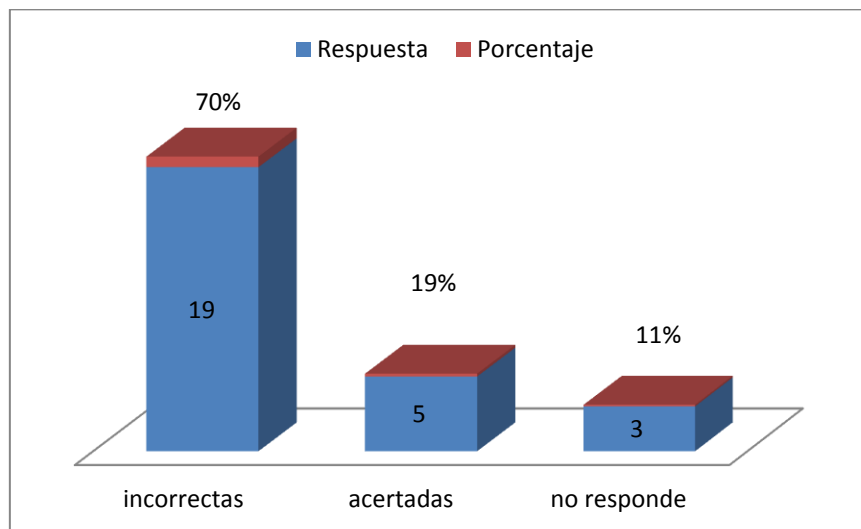
Gráfica 15. Pregunta No. 3. Concepto de triángulos y clases
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta No. 3. Es claro evidenciar que el 67% de los estudiantes desconoce la conceptualización de triángulos y su aplicación, lo cual representa una gran dificultad para el proceso de avance en los temas del área de trigonometría, teniendo en cuenta que este conocimiento es básico para poder llevar a cabo un buen aprendizaje.



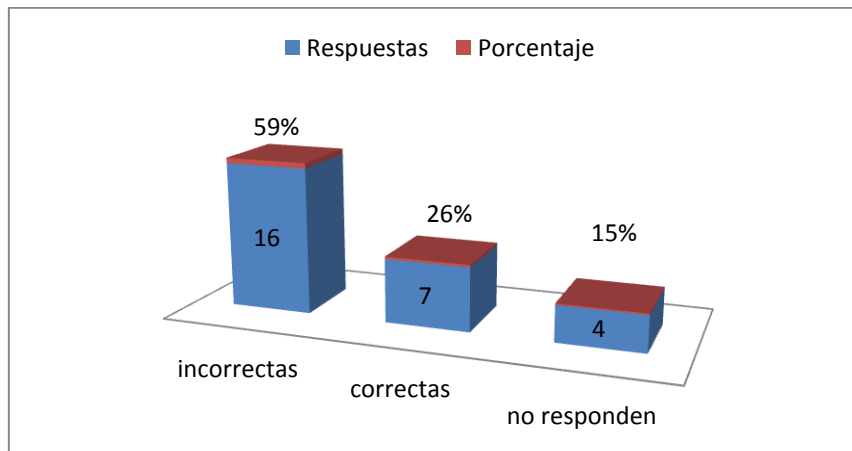
Grafica 16. Pregunta No. 4. Reconoce los lados del triángulo
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta No. 4. El 52% de los estudiantes no reconoce los lados de un triángulo, este porcentaje representa que más de la mitad tiene falencias con este tema, esto imposibilita el avance de los temas del área de trigonometría, teniendo en cuenta que debe ser claro este conocimiento.



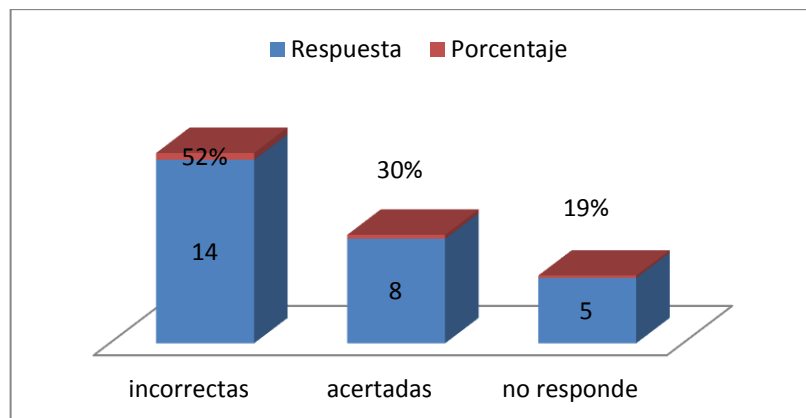
Grafica 17. Pregunta No. 5. Razones trigonométricas
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta No. 5. El 70% de los estudiantes presenta gran confusión con las razones trigonométricas, esto hace que se dificulten los demás temas, en vista que no han podido lograr aprender los básicos (Ángulos, Triángulos) para lograr avanzar.



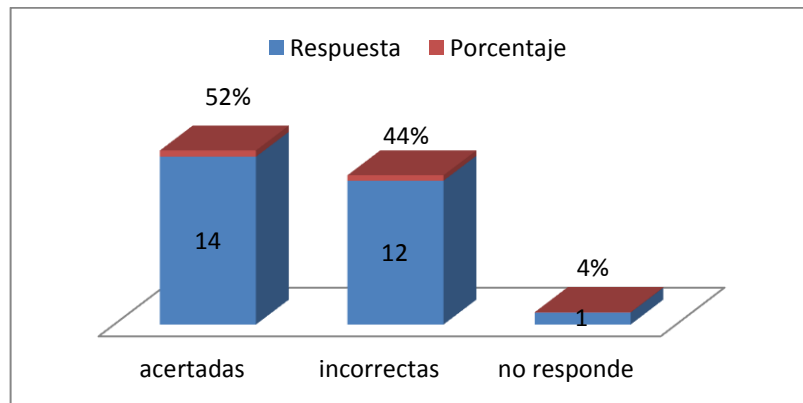
Grafica 18. Pregunta No. 6. Razón del seno
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta No. 6. El 59% de los estudiantes no reconoce la razón trigonométrica seno, es un porcentaje muy alto que no maneja una de las razones fundamentales de la trigonometría.



Grafica 19. Pregunta No. 7. Razón del coseno
Fuente: Los Autores.

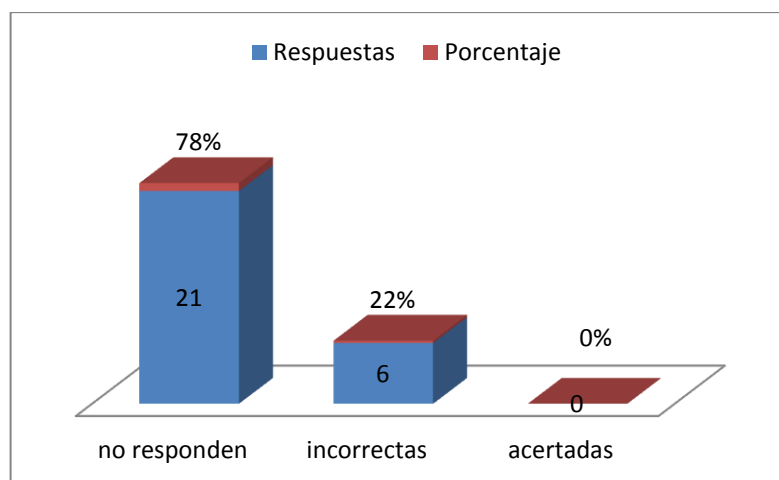
Análisis a la pregunta No. 7. El 52% de los estudiantes no reconoce los lados de un triángulo, este porcentaje representa que más de la mitad tiene falencias con este tema, esto imposibilita el avance de los temas del área de trigonometría, teniendo en cuenta que debe ser claro este conocimiento



Gráfica 20. Preguntar No. 8. Teorema de Pitágoras

Fuente: Los Autores.

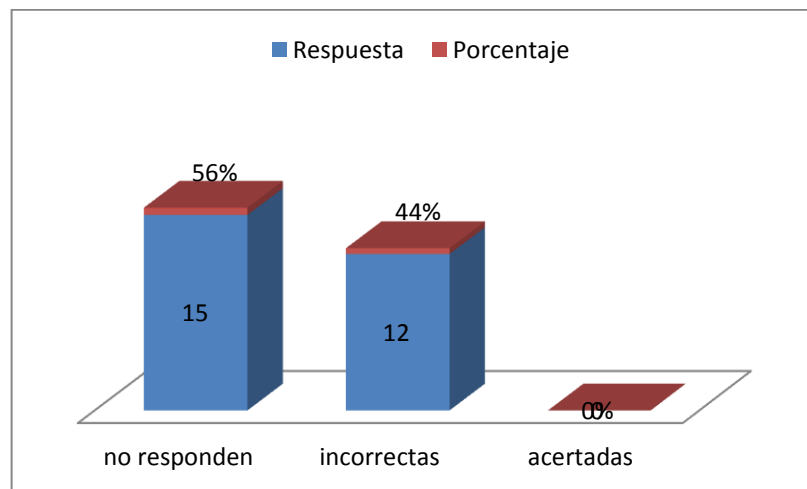
Análisis a la pregunta No. 8. El 52% de los estudiantes no reconoce el teorema de Pitágoras, este porcentaje representa que más de la mitad tiene falencias con este tema, esto imposibilita el avance de los temas del área de trigonometría, teniendo en cuenta que debe ser claro este conocimiento



Gráfica 21. Preguntar No. 9. Comprobación identidad trigonométrica

Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta No. 9. El 78% de los estudiantes no entiende cómo se desarrollan las identidades trigonométricas, este porcentaje representa que más de la mitad tiene falencias con este tema, esto imposibilita el avance de los temas del área de trigonometría.



Gráfica 22. Preguntar No. 10. Resolución de incógnita de un triángulo rectángulo

Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta No. 10. Del grupo de 33 estudiantes 15 que equivale al 56% no respondieron al ejercicio y 12 que equivale al 44% respondieron incorrectamente esto evidencia la debilidad en el conocimiento en esta área, en especial de las razones trigonométricas.

5.5 ANÁLISIS GENERAL Y CONCLUSIONES DE LOS TEST

La aplicación del pre test y del test de conocimiento arrojó suficiente material combustible para determinar el grado de aceptación, compromiso y conocimiento poseído por los estudiantes, se hizo visible la apatía por muchos de ellos frente a la clase y la pre disposición que estos poseen frente a las

matemáticas, además de los vacíos conceptuales para la buena asimilación y comprensión de las razones trigonométricas.

Este estado se ha visto reflejado no solo en el test de conocimiento, sino también en las calificaciones del primer periodo del grado decimo. De cara a la situación y con el ánimo de contrarrestar los vacíos conceptuales expuestos en el test, se deben diseñar una serie de secuencias didácticas, que ayuden de forma eficaz y faciliten la comprensión de los conceptos y procedimientos trigonométricos, y que conlleven a los estudiantes al mejoramiento y rendimiento académico.

5.6 IMPLEMENTACIÓN DE LAS SECUENCIAS DIDÁCTICAS

Lugar: en las instalaciones de la Corporación Educativa Adventista en el salón correspondiente al grado decimo, se lleva a cabo la implementación de secuencias didácticas para el aprendizaje de las razones trigonométricas.

Propósito: el objetivo es implementar estrategias a través de la didáctica y originar un ambiente agradable, propicio y que estimule el interés por parte de cada estudiante. Con instrumentos novedosos y parte de lúdica, se enseñara conceptos básicos de: ángulos, triángulos y razones trigonométricas.

Aplicación de las estrategias

La implementación de las secuencias didácticas se realizará en cinco momentos, distribuidos como se refiere a continuación.

Cuadro 3. Secuencias didácticas para el aprendizaje de las razones trigonométricas

Sesión	Apertura	Duración en minutos	Desarrollo de la actividad	Cierre
1. Saberes previos	Que concepto maneja el estudiante frente a los ángulos, triángulos, razones trigonométricas, identidades y resolución de triángulos y ubicación de las razones trigonométricas en el plano cartesiano	90.	Evaluar a través de lluvias de ideas, talleres, y diálogos	Se socializa la actividad de tal manera de poder aclarar conceptos frente a los temas de apertura.
2 Ángulos	Brindar el conocimiento en el conceptos de ángulos y los tipos de ángulos	70.	Mediante guías, estrategias didácticas	Que el estudiante a través de una exposición evidencie el aprendizaje de los ángulos y las diferentes clases de ángulos.
3. Triángulos	Dar a conocer los conceptos científicos de triángulos y las clases de triángulos	120.	. Mediante guías, estrategias didácticas	Se realiza un cuestionario de selección múltiple con única respuesta

Cuadro 3. (Continuación).

Sesión	Apertura	Duración en minutos	Desarrollo de la actividad	Cierre
4. Razones trigonométricas	Identificar las razones trigonométricas y relacionar operativamente los ángulos y los lados de los triángulos	180.	Resolver problemas cotidianos a través de la resolución de triángulos rectángulos mediante talleres. Estrategias didácticas Memo fichas	Mediante salidas al tablero y exposición verificar su conocimiento de las razones trigonométricas
5 Ubicación de las razones trigonométricas en los cuadrantes del plano cartesiano	Demostrar y explicar la ubicación de las razones trigonométricas en el plano cartesiano, (seno, coseno, tangente, cotangente, secante, cosecante	55.	Realizar ejercicios prácticos para aprender a ubicar las razones trigonométricas en los cuadrantes	El estudiante demuestre su habilidad y capacidad a través de talleres realizados en clases y ejercicios para realizar en la casa

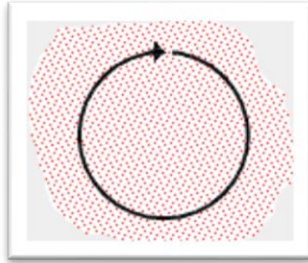
Fuente: Los Autores.

5.6.1 Sesión 1

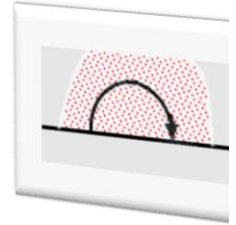
5.6.1.1 Tema: Ángulo y Grado. Un ángulo se forma cuando dos líneas rectas se unen. La amplitud del giro de un ángulo se puede medir, y la unidad que se utiliza para expresarlo se llama grado. Si se utiliza una vuelta completa. El ángulo mide 360 grados, escrito esto como 360° . (Ceibal, s.f.)

Clasificación de ángulos según su medida

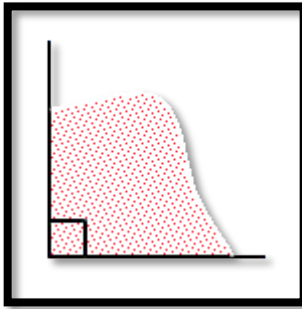
Un **ángulo** se forma cuando dos líneas rectas se unen. La amplitud del giro de un ángulo se puede medir, y la unidad que se utiliza para expresarlo se llama **grado**. Si se realiza una **vuelta** completa, el ángulo mide 360 grados, escrito esto como 360° .



Media vuelta completa (lo que significa pasar justo al lado opuesto) es un giro de 180° . Este tipo de ángulo se llama **ángulo llano**.



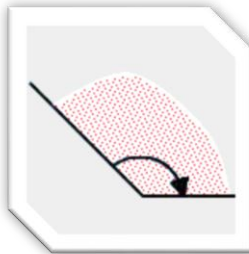
Un cuarto de vuelta es un giro de 90° , también llamado **ángulo recto**.



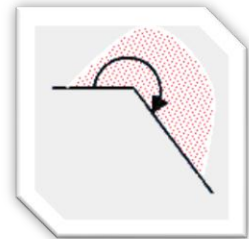
Si un ángulo tiene menos de 90° , se llama **ángulo agudo**.



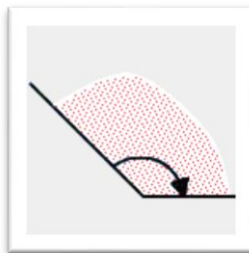
Si un ángulo tiene más de 90° , pero menos de 180° , se llama **ángulo obtuso**.



Si un ángulo mide más de 180° , se llama **ángulo cóncavo**.



Si un ángulo tiene menos de 180° , se llama **ángulo convexo**.



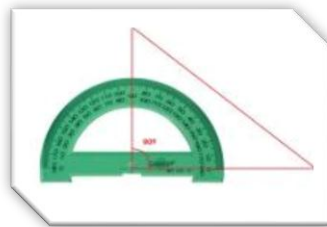
Si un ángulo tiene 0° , se llama **ángulo nulo**.



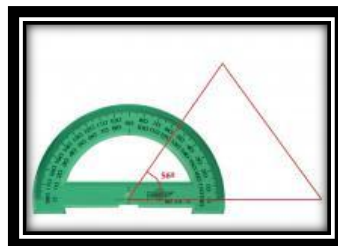
5.6.2 Sesión 2. Medición de ángulos.

Coloque el transportador en la parte **superior del vértice de un triángulo** con la marca central de la parte inferior (que es el lado recto) en el vértice. Un vértice es el punto en el que dos de los tres lados de un triángulo se cortan.

Gire el transportador, manteniendo la marca del centro en el vértice para alinear una de **las dos líneas del ángulo** con la línea de base recta en el transportador.

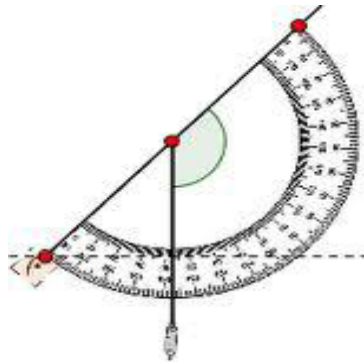


Mire el ángulo para determinar si es mayor o menor de 90 grados. Un ángulo de 90 grados, o recto, tiene forma de "L". Si el ángulo es mayor de 90 grados se llama un ángulo obtuso; un ángulo agudo es menor de 90 grados.



Lea la medición en la parte superior curvada del transportador donde el ángulo se alinea en la escala. Utilice el conjunto superior de números para **los ángulos mayores de 90 grados** y los números inferiores para los ángulos inferiores a 90 grados. (Ceibal, s.f.)

5.6.2.1 Estrategia didáctica No. 1. Teodolito casero.



Se realiza un teodolito casero, con un tubo fino de cartón, o una varilla hueca un transportador, un trozo de cuerda y algún objeto que haga las veces de plomada y una tarrito de pegante.

Elaboración: abrimos un orificio a la varilla en todo el centro, el cual será la mitad del transportador, le introducimos el pedazo de cuerda por el orificio hecho en la varilla y ponemos la plumada en el otro extremo de la cuerda.

El objetivo es realizar medidas de ángulos de elevación o depresión que forma la visual con cualquier objeto inaccesible.

Como funciona: mirando por el agujero de la varilla se divisa el objetivo, después vemos el ángulo que marca la plomada en el transportador y así tendremos el complementario del ángulo que se busca.



Figura 13. Reconocimiento de ángulos
Fuente: Los Autores.

5.6.3 Sesión 3

5.6.3.1 Tema Triángulos

El Triángulo y los tipos

Un triángulo es un polígono con tres lados. Los triángulos. Todos los **triángulos** tienen tres **ángulos**. Si los ángulos tienen la misma medida - 60 grados - es un triángulo equilátero, mientras que un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 90 grados que forma una "L". En estos casos, es muy fácil medir el ángulo de un triángulo pero hay otros que no es tan fácil saber el ángulo y en esos

casos necesitamos un transportador para **medir cada ángulo de un triángulo** (Ceibal, s.f.).

Propiedades de los triángulos (Ceibal, s.f.)

1 Un lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

2 La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180° .

3 El valor de un ángulo exterior es igual a la suma de los dos interiores no adyacentes.

Tipos de triángulos

1 Según sus lados:

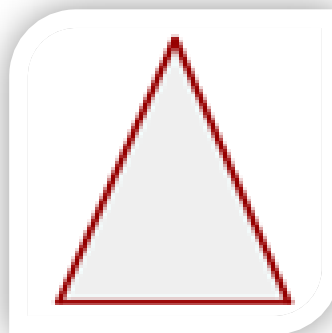
Triángulo equilátero

Tres lados iguales.



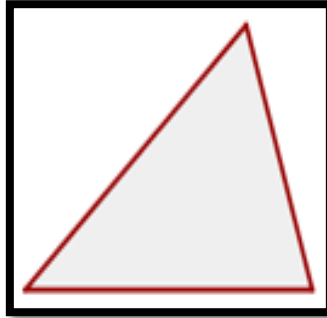
Triángulo isósceles

Dos lados iguales.



Triángulo escaleno

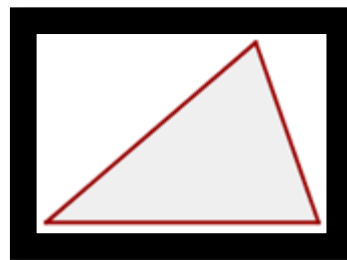
Tres lados desiguales.



2 Según sus ángulos:

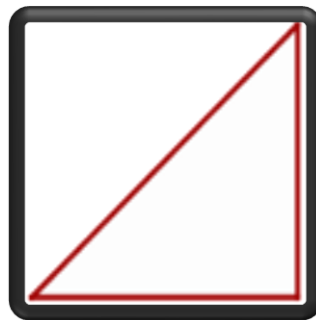
Triángulo acutángulo

Tres ángulos agudos



Triángulo rectángulo

Un ángulo recto. El lado mayor es la hipotenusa. Los lados menores son los catetos (Ceibal, s.f.).



Triángulo obtusángulo

Un ángulo obtuso (Ceibal, s.f.).

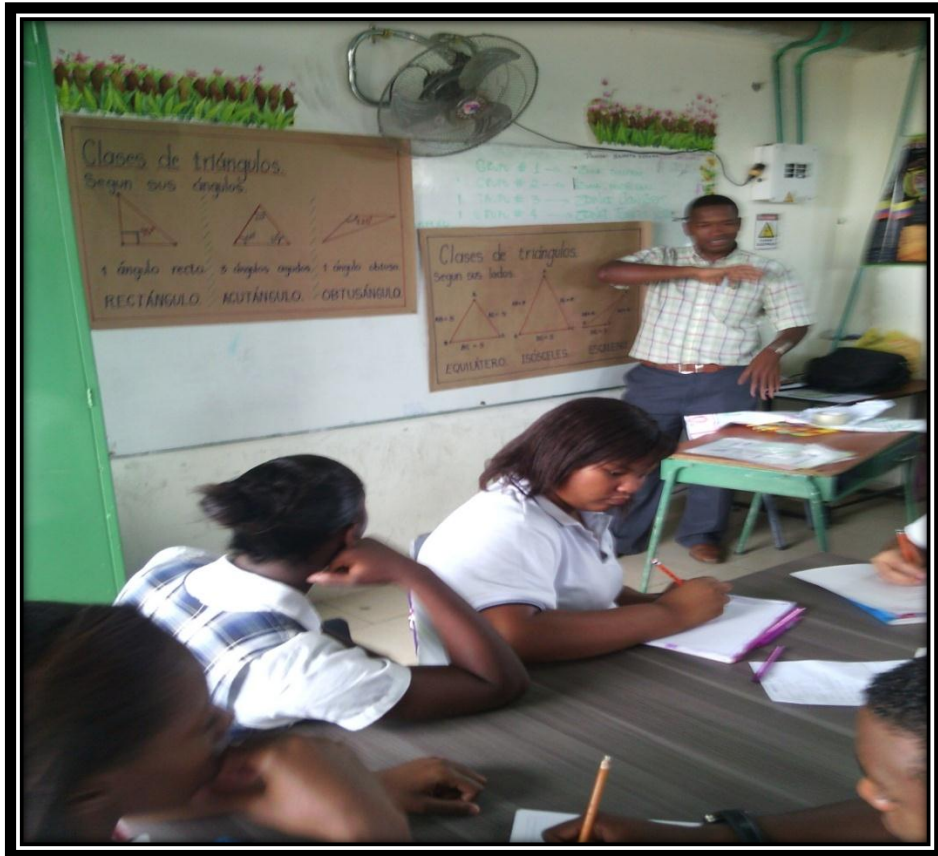
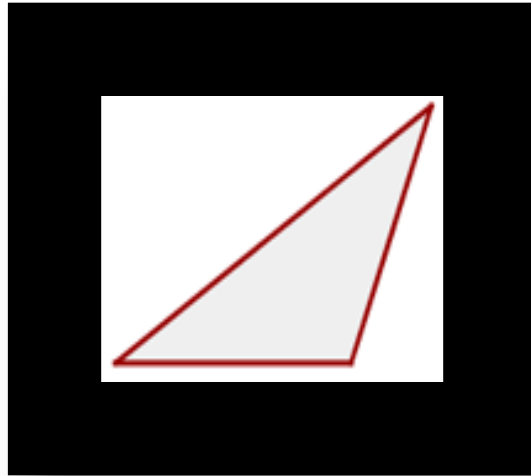
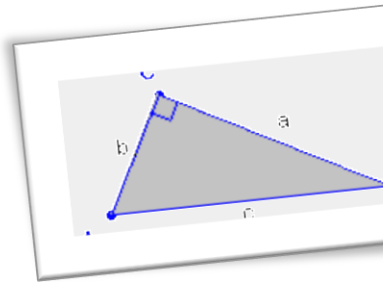


Figura 14. Lluvia de triángulos
Fuente: Los Autores.

Teorema de Pitágoras

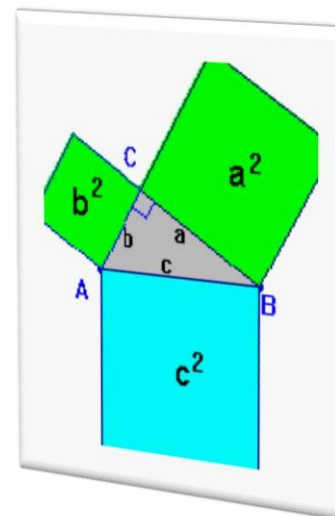


En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Cada uno de los sumandos, representa el área de un cuadrado de lado, a, b, c. Con lo que la expresión anterior, en términos de áreas se expresa en la forma siguiente:

El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos (Ceibal, s.f.).



Teorema de Pitágoras generalizado

Si en vez de construir un cuadrado, sobre cada uno de los lados de un triángulo rectángulo, construimos otra figura, ¿seguirá siendo cierto, que el área de la figura construida sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de las figuras semejantes construidas sobre los catetos? (Pinchando en los dibujos siguientes se accede a la comprobación numérica en las figuras que se representan)

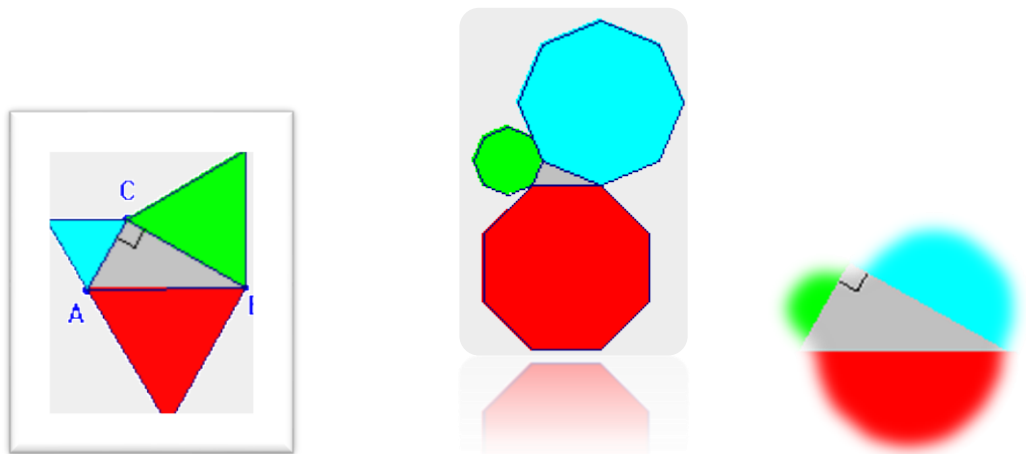


Figura 15. Teorema de Pitágoras

Fuente: (Teorema de Pitágoras y demostración, s.f.)

Demostraciones del Teorema de Pitágoras

A lo largo de la historia han sido muchas las demostraciones y pruebas que matemáticos y amantes de las matemáticas han dado sobre este teorema. Se reproducen a continuación algunas de las más conocidas.

Demostraciones Geométricas Pitágoras

Una de las demostraciones geométricas más conocidas, es la que se muestra a continuación, que suele atribuirse al propio Pitágoras. A partir de la igualdad de los triángulos rectángulos es evidente la igualdad

$$a^2 + b^2 = c^2$$

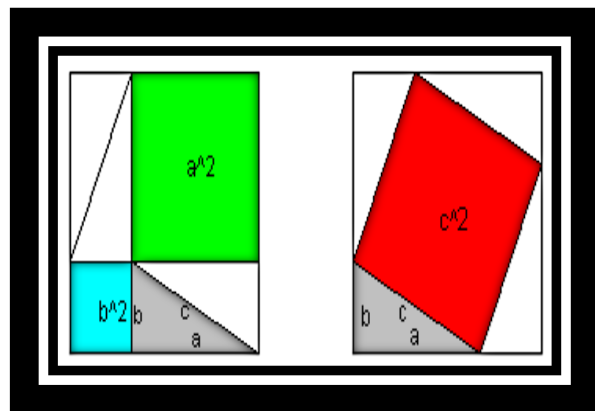


Figura 16. Teorema de Pitágoras

Fuente: (Teorema de Pitágoras y demostración, s.f.)

Resuelve los siguientes problemas:

1 La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 29 cm y uno de sus catetos mide 20 cm. ¿Cuál es la medida del otro cateto?

cm

2 Tenemos dos triángulos. Un triángulo ABC cuyas medidas son 8, 15 y 17 y otro DEF de medidas 7, 23 y 25. Escribe sí o no para indicar si los triángulos son o no rectángulos.

ABC →

DEF →

3 Una escalera de 7.3 m de altura se apoya con el pie a 4.8 m de la pared para arreglar un problema que hay en la azotea de una casa. ¿A qué altura se encuentra la azotea?

4 Las medidas de los catetos de un triángulo rectángulo son 9 y 12 cm respectivamente. ¿Cuál es la medida de la hipotenusa? Redondea a dos cifras decimales

$h =$ cm.

Calcula las proyecciones m y n , de los catetos sobre la hipotenusa, usando el teorema del cateto y el de la altura respectivamente. Redondea a dos cifras decimales caso de ser necesario.

$n =$ cm.

$m =$ cm.

5 Para instalar una antena parabólica se utiliza un poste sujeto por dos cables como indica la figura.

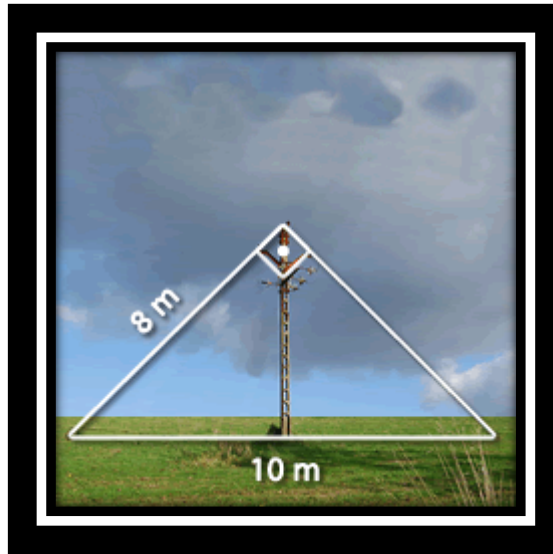


Figura 17. Resolución de triángulos

Fuente: (Tipos de triángulos, s.f.)

¿Cuál es la altura del poste? m.

Indica la medida del cable que falta. m.

¿A qué distancia del poste habrá que colocar dicho cable? m.

5.6.3.2 Estrategia didáctica No. 2. Lluvia de Triángulos:

Cada estudiante elabora previamente un triángulo de cada tipo (isósceles, escaleno, equilátero, rectángulo, acutángulo y obtusángulo) los cuales son depositados en una caja de cartón. Luego se divide el salón en 6 grupos, y se asigna a cada grupo un tipo de triángulo de los cuales están depositados en la caja, y al grupo que primero lo haga será el ganador.

Elaboración: se utilizará cartulina para la elaboración de los triángulos

El objetivo es realizar e identificar los tipos de triángulos y sus medidas



Figura 18. Lluvia de triángulos.

Fuente: Los Autores.

Resolución de triángulos rectángulos.

Resolver un triángulo es hallar sus lados, ángulos y área. Es necesario conocer dos lados del triángulo o bien un lado y un ángulo distinto al recto.

5.6.4 Sesión 4. Para resolver un triángulo rectángulo es necesario conocer las razones trigonométricas.

Cuadro 4. Razones trigonométricas

No.	Nombre de la razón	Abreviación	Razón
1.	Seno.	Sen.	co/h
2.	Coseno.	Cos.	ca/h
3.	Tangente.	Tang.	co/ca
4.	Cotangente.	Cotg.	ca/co
5.	Secante.	Sec.	h/ca
6.	Cosecante.	Csc.	h/co

Fuente: Los Autores.

5.6.4.1 Estrategia No. 3. Memo fichas didácticas.

Se elaboran fichas en papel Kimberly donde se evidencia las razones trigonométricas de un triángulo rectángulo una forma práctica, la cual se define de la siguiente manera.

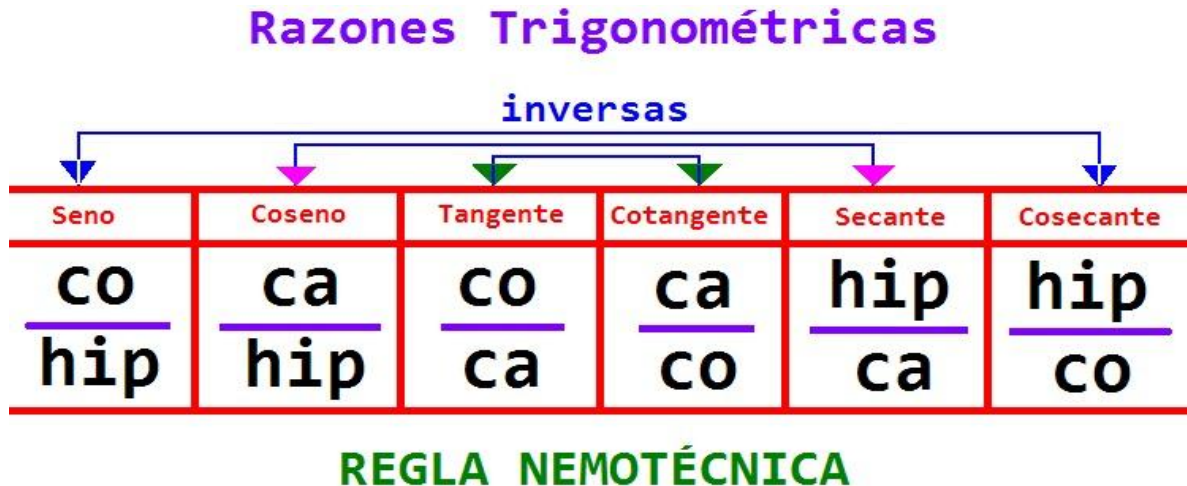


Figura 19. Regla nemotécnica
Fuente: (Regla nemotécnica, s.f.)

Se escribe horizontalmente la palabra Co Ca Co Ca Hip Hip luego se separan por frases Co Cateto opuesto, Ca Cateto adyacente, Hip Hipotenusa (Co, Ca, Co. Ca, Hip, Hip) los cuales se deben colocar en la parte superior de a izquierda a derecha y en la parte inferior se coloca de derecha a izquierda.



Figura 20. Memo fichas

Fuente: Los Autores.

5.6.4.2 Estrategia # 4. Tabla para calcular ángulos notables de las razones trigonométricas.

	0°	30°	45°	60°	90°
$Sen \alpha =$	$\sqrt{0}$	1	2	3	4
			2		
$Cos \alpha =$	$\sqrt{4}$	3	2	1	0
			2		
$Tg \alpha =$	$\sqrt{0}$	1	2	3	4
	$\sqrt{4}$	3	2	1	0

Figura 21: Tabla calculo ángulos notables

Fuente: (Tabla cálculo ángulos notables, s.f.)

En la parte superior de la tabla están consignados los ángulos notables de las razones trigonométricas, en la primera, segunda y tercera línea se encuentran las tres razones trigonométricas básicas. Luego para la primera razón (seno) se coloca la raíz y los números de 0 a 4 en orden ascendente y se divide entre 2, para la segunda razón trigonométrica (Coseno) se coloca los mismos números pero en sentido contrario y se dividen en 2, para la tercera razón trigonométrica se coloca la raíz de la función seno en la parte de arriba, por ejemplo: para el seno de $30^\circ = \frac{1}{2}$, Coseno de $60^\circ = \frac{1}{2}$, Tangente de $45^\circ = 1$

El objetivo de la tabla es memorizar de una forma rápida el valor de los ángulos notables de las razones trigonométricas.



Figura 22. Juego completando tabla cálculo ángulos notables
Fuente: Los Autores.

5.6.4.3 Estrategia # 5. Complete la tabla.

Previamente se trae la tabla anterior sin contenido con el propósito que el estudiante coloque las fichas en el lugar correspondiente, que el estudiante complete la información de acuerdo a la tabla para calcular los ángulos notables de las razones trigonométricas.

Se distribuye el salón de clases en 6 grupos y una vez explicada la mecánica del juego el grupo que primero complete la tabla, ese será el ganador.



Figura 23. Juego Complete la tabla

Fuente: Los Autores

5.6.4.4 Estrategia # 6. Bingo Trigonométrico.

Se distribuye el salón en 6 grupos, a cada grupo se le dará dos cartones en la cual, contiene seis respuestas, el docente tendrá en una bolsa unas fichas correspondientes a las preguntas.



Figura 24. Juego Bingo Trigonométrico
 Fuente: Los Autores.



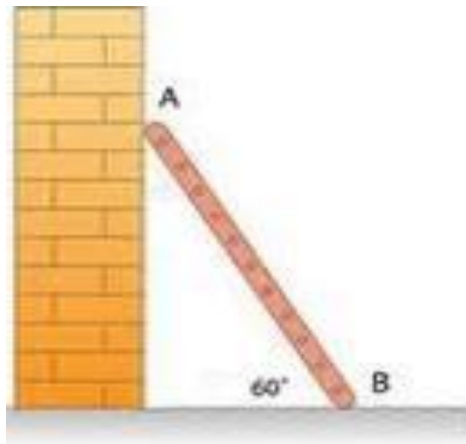
Figura 25. Juego Bingo Trigonométrico
 Fuente: Los Autores.

5.6.4.5 Estrategia # 7. Resolución de problemas vía modelización.

La modelización se basa e interpretar correcta de los datos del enunciado, y posteriormente realizar un esquema grafico en el cual se recogen los datos, por lo general este esquema corresponde a una figura triangular.

Objetivo: estimular la parte cognitivas del estudiante y la dimensión actitudinal.

Ejemplo:



Según las indicaciones de seguridad, al usar una escalera, esta debe formar un ángulo de 60° con el suelo.

a) ¿Hasta qué altura podremos llegar siguiendo esta indicación con una escalera de 2,5 metros de larga?

b) ¿A qué distancia de la pared deberíamos apoyar el pie de la escalera para que se cumpla la nombrada indicación?

Figura 26. Resolución de problema

Fuente: Los Autores.

5.7 APLICACIÓN DEL POS TEST

Lugar: se realiza un pos test en las instalaciones de la Corporación Educativa Adventista, en el salón correspondiente al grado decimo.

Propósito: después de determinar el diagnostico, y realizada la implementación de las secuencias didácticas, el pos test tiene como propósito determinar, si las estrategias didáctica impactaron de manera positiva los aprendizajes de las razones trigonométricas en cada estudiante.

Implementación: se realiza el pos test en el salón del grado decimo en el momento de la clase de trigonometría, se aplica de forma didáctica, dejando que cada estudiante exprese y plasme cada uno de los conceptos aprendidos referente a los ángulos, triángulos, rectángulos y resolución de problemas. Se pudo evidenciar los avances obtenidos posteriores a la implementación de las secuencias didácticas.

5.7.1 Evidencias



Figura 27. Presentación de pos test grado décimo

Fuente: Los Autores.



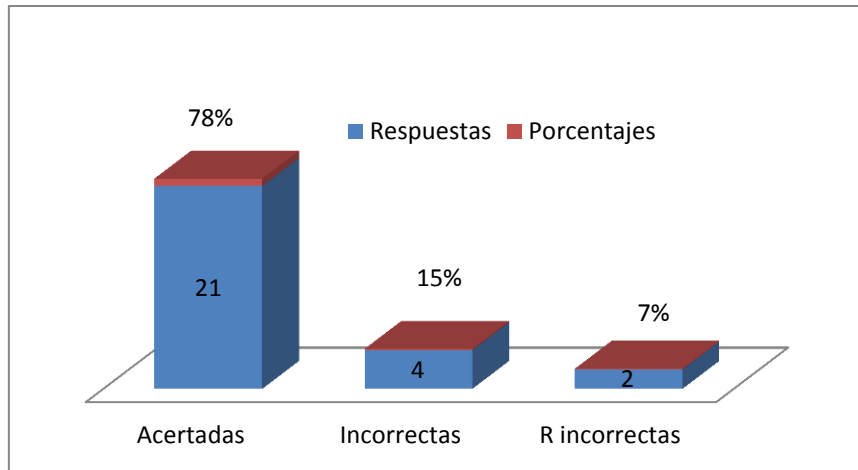
Figura 28. Presentación del pos test grado décimo

Fuente: Los Autores.

5.8 ANÁLISIS DEL POS TEST

Se refleja una gran aceptación de las estrategias aplicadas en salón de clase, con las evidencias reportadas a continuación, es claro ver que los estudiantes requieren o solicitan a la menor brevedad posible un cambio en el currículo académico, la investigación cumplió un propósito bien importante, ya que se pudo integrar de una manera dinámica la clase de trigonometría, en especial las razones trigonométricas, esto en aras de buscar ese acercamiento que permita facilitar el aprendizaje de los estudiante y a su vez analicen que el conocimientos que se adquieran en el aula clases le va a servir para su buen desarrollo como parte fundamental del ser humano. Gracias a la implementación de las secuencias didácticas su desempeño fue mucho mejor como se evidencia en las gráficas siguientes:

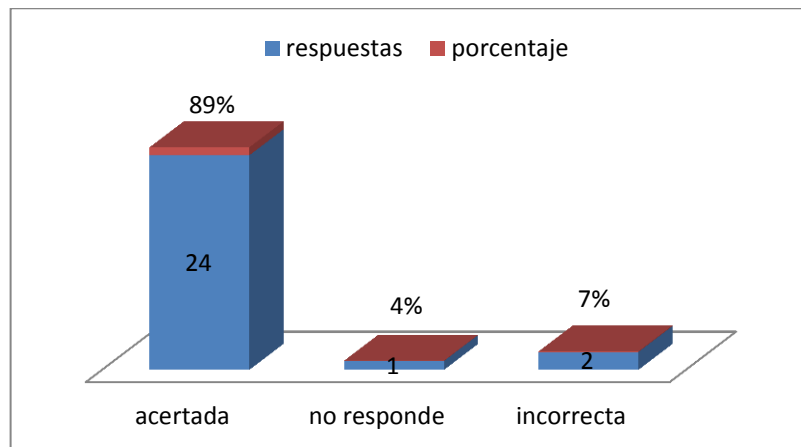
5.8.1 Gráficas del pos test



Gráfica 23. Pregunta No. 1. Escribir el nombre del ángulo

Fuente: Los Autores.

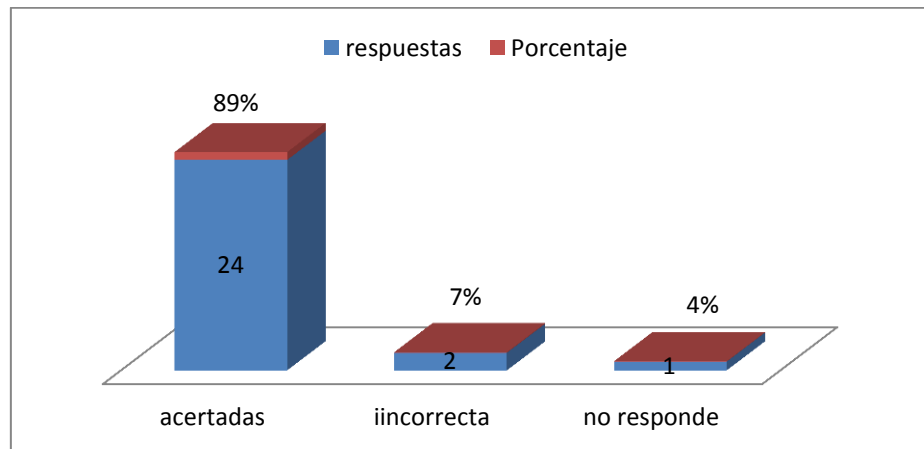
Análisis a la pregunta 1. Se puede interpretar fácilmente que la implementación de las secuencias didácticas ayudó de una manera u otra a que los estudiantes reconocieran los ángulos y su funcionalidad, partiendo que es una parte de la geometría que es básica para el entendimiento de las razones trigonométricas.



Gráfica 24. Pregunta No. 2. Escribe el nombre del triángulo

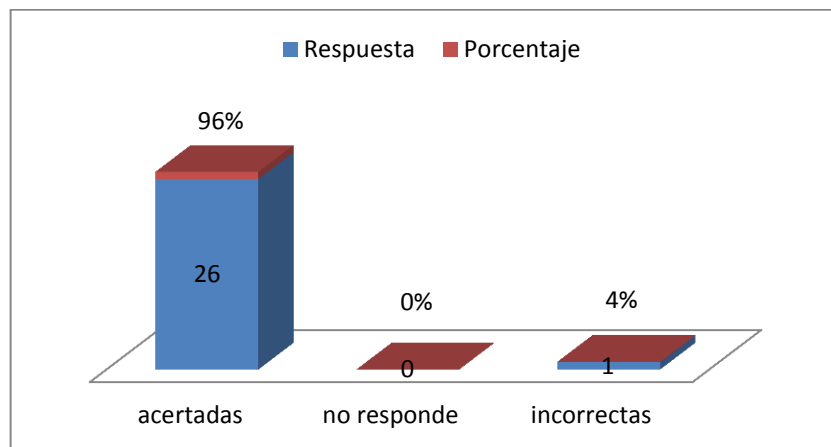
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta 2. Se puede interpretar fácilmente que la implementación de las secuencias didácticas facilitó en que los estudiantes reconocieran las clases de triángulos y su funcionalidad, partiendo que es una parte de la geometría que es básica para el entendimiento de las razones trigonométricas.



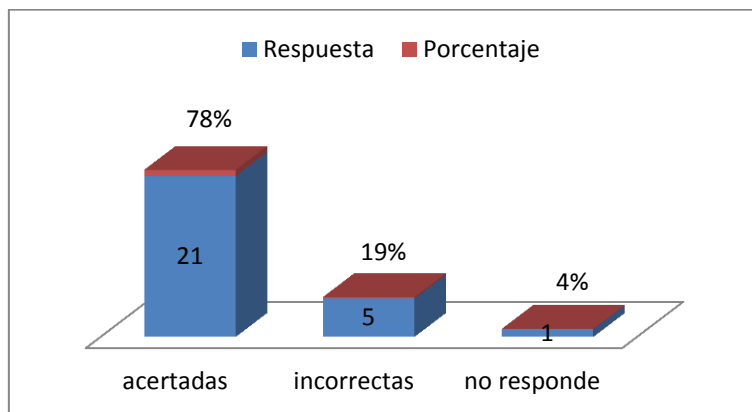
Gráfica 25. Pregunta No. 3. Características del triángulo
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta 3. Se evidencia que de los 27 estudiantes encuestados, 24 de ellos que corresponden a un 89% del grado décimo aprendió con mayor facilidad a diferenciar las clases de triángulos de acuerdo a sus características, el cual va a ser reflejados en el tema de razones trigonométricas.



Gráfica 26. Pregunta No. 4. Nombre de las razones trigonométricas
Fuente: Los Autores.

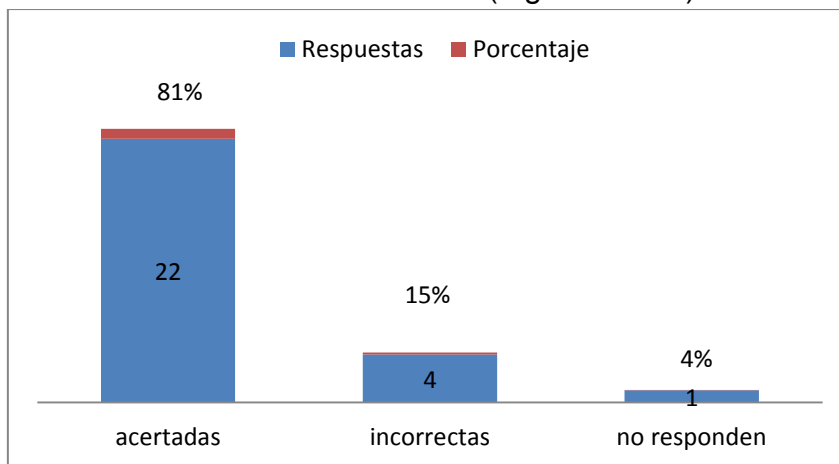
Análisis a la pregunta 4. De acuerdo a la pregunta No. 4, 26 de los 27 estudiantes que corresponden a un 96% respondieron acertadamente frente a la pregunta de nombrar las razones trigonométricas, se pudo evidenciar su apropiación clara de cada uno de los lados del triángulo.



Gráfica 27. Pregunta No. 5. Indique el inverso de las 3 razones trigonométricas

Fuente: Los Autores.

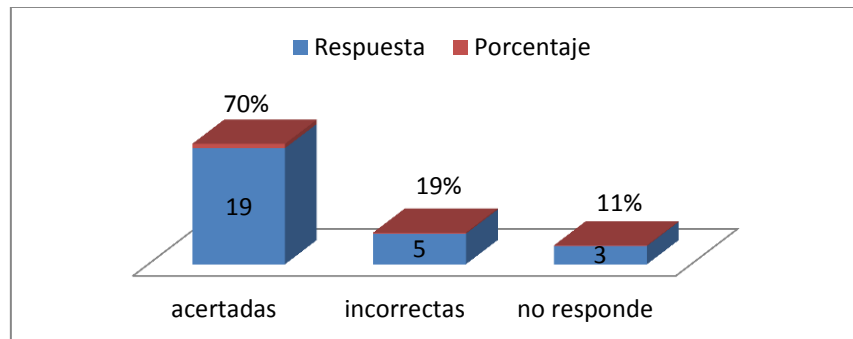
Análisis a la pregunta 5. De los 27 estudiantes, 21 de ellos que corresponden al 78% respondieron claramente para encontrar el inverso de las razones trigonométricas solicitadas, solo el 19% no contestó por que sentían dudas frente a la pregunta requerida, esto refleja que con la aplicación de las secuencias didácticas se pudo llenar muchos vacíos, lo que les va a permitir un mayor entendimiento en los temas consecutivos (trigonometría).



Gráfica 28. Pregunta No. 6. Indique las razones trigonométricas del triángulo

Fuente: Los Autores.

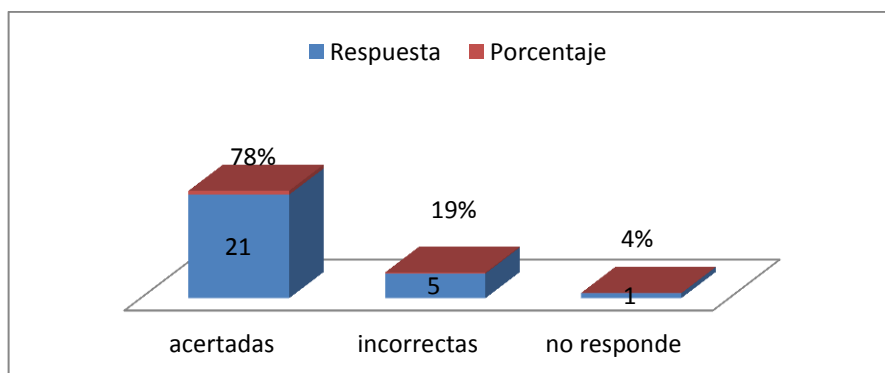
Análisis a la pregunta 6. De los 27 estudiantes, 22 de ellos que corresponden al 81% del salón de clases respondieron acertadamente frente a pregunta solicitada (lados del triángulo e indique a que razón corresponde), reflejando una forma muy positiva en el entendimiento del tema (razones trigonométricas)



Gráfica 29. Pregunta No. 7. Resolver el ejercicio de las gráficas. Hallar la altura

Fuente: Los Autores.

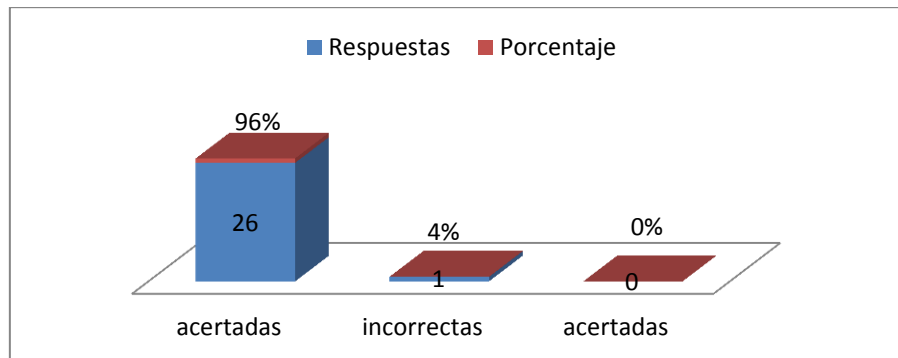
Análisis a la pregunta 7. El 70% de los estudiantes respondió acertadamente frente a los ejercicios de resolución de problemas, los cuales se realizaron de manera escrita y también con salidas al tablero en lo que tiene que ver con.



Gráfica 30. Pregunta No. 8. Resolver el ejercicio de las gráficas. La distancia de la pared deberíamos apoyar el pie de la escalera

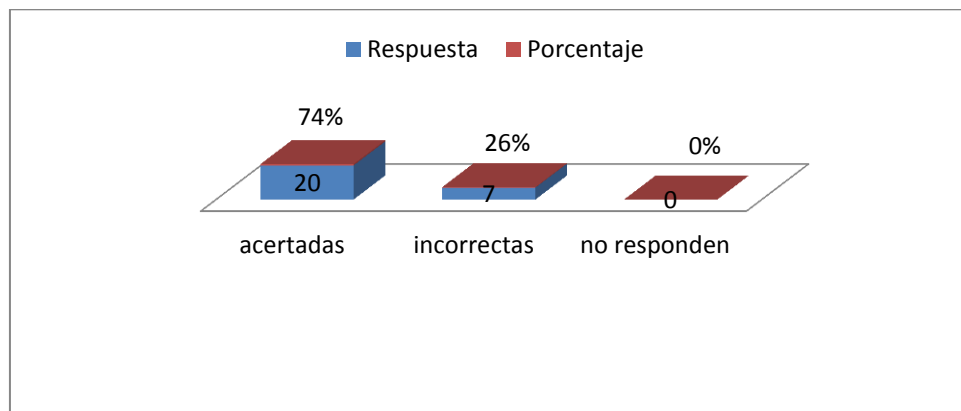
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta 8. El 78% de los estudiantes respondió acertadamente frente a los ejercicios de resolución de problemas, los cuales se realizaron de manera escrita y también con salidas al tablero, lo cual es una muestra muy positiva frente a la propuesta que la investigación.



Gráfica 31. Pregunta No. 9. Hallar el seno 30%, cos 90%
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta 9. El 96% de los estudiantes respondió acertadamente frente a los ejercicios de encontrar las razones trigonométricas sin ayuda de la calculadora, lo cual resultó muy positivo e interesante para los estudiantes, ya que quedaron sorprendidos con estas innovaciones que se implementaron y fueron aplicadas para facilitar la comprensión clara de la trigonometría (razones trigonométricas)



Gráfica 32. Pregunta No. 10. Resolver el triángulo
Fuente: Los Autores.

Análisis a la pregunta 10. El 74% que corresponde a 20 estudiantes respondió acertadamente en el ejercicio propuesto, dando un resultado muy motivador para los estudios como para el grupo de investigadores, ya que se puede apreciar que con ayudas didácticas si podemos permitir que los estudiantes se interesen y se involucren más en el proceso de aprendizaje- enseñanza.

6. HALLAZGOS

Con el apoyo de las estrategias didácticas se logró la comprensión y asimilación en la enseñanza de las razones trigonométricas, fue una experiencia muy significativa ya que permitió integrar a todo el grupo con las actividades aplicadas en el salón de clases, también se pudo evidenciar que lo que motiva el interés de aprender de los estudiantes es la didáctica. La aplicación de metodologías nuevas permitió al estudiante estimular sus competencias. Otro hallazgo importante es que los datos diseñados en la investigación fueron recopilados de acuerdo al contexto.

Una de las misiones más importantes del proceso de enseñanza está en la buena observación que haga el docente en el aula de clase y esto conlleva a un mayor interés de los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas. También podemos afirmar que la enseñanza articulada a otros campos o disciplinas genera mejores resultados en el aprendizaje de los estudiantes. Debido a ello se logró disminuir la apatía que se tiene de las matemáticas que son el área del conocimiento más difícil de asimilar, puesto que los estudiantes reconocen que las debilidades suscitadas en ellos, radican en la desatención y desmotivación. Se logró notar también que la enseñanza transversalizada a otras áreas genera mejores resultados en el aprendizaje de los estudiantes

Se rompió el paradigma que las matemáticas son el área del conocimiento más difícil de asimilar, puesto que los estudiantes reconocen que las debilidades suscitadas en ellos, radican en la desatención y desmotivación. También, es relevante decir que el problema de falta de atención no se presenta por el desinterés del estudiante, sino por falta de creatividad en las Interacciones y planeaciones de las clases.

7. REFLEXIONES

La creatividad del docente facilita la orientación al estudiante a interactuar constantemente con el contexto para alcanzar nuevas técnicas de enseñanza - aprendizaje que como eje innovador que satisfaga las necesidades académicas del proceso educativo de Colombia.

De acuerdo al diagnóstico observado en la primera fase, se notó que ellos son apáticos a la hora de responder las encuestas y los talleres porque dicen que son procesos tradicionales, los cuales son muy monótonos. En el momento que se explicaron los mismos temas con la aplicación de instrumentos didácticos, inmediatamente se notó la gran aceptación de la actividad a desarrollar, ya que se logró integrar todo el grupo, sintiendo gran motivación por aprender los temas referentes a razones trigonométricas.

Se pudo evidenciar que lo que motiva el interés de aprender de los estudiantes es la didáctica, por lo tanto se necesita con urgencia un cambio de metodología que le permita al estudiante estimular sus competencias ya que estas son más fáciles de aprender teniendo en cuenta que están relacionadas con su contexto.

8. CONCLUSIONES

El conocimiento previo que tienen los estudiantes para abordar el tema de razones trigonométricas en los estudiantes de grado decimo es deficiente, puesto que al realizar una prueba previa al aplicación de las estrategias de enseñanza más del 90 de los evaluados tuvieron desaciertos en las respuestas, es decir tienen escasos conocimientos en el tema anteriormente referenciado en el tema.

Los bajos resultados obtenidos en la prueba inicial explica la falta de conocimiento, motivación apropiación entre los elementos que intervienen en el proceso de enseñanza, donde los estudiantes tenían gran vacío en los temas básicos de la trigonometría como lo son: Concepto de ángulos. Su uso, no sabían diferenciar los ángulos, las clases de ángulos, la medición. Triángulos, las clases de triángulos, los lados del triángulo entre otros, lo cual, era indispensable para el buen aprendizaje de las razones trigonométricas

La apropiación y diseño de recursos didácticos para facilitar el aprendizaje de las razones trigonométricas son procedimientos y métodos adecuados para una enseñanza directa que permite integrar el proceso de aprendizaje de los estudiantes el cual conduce a obtener un aprendizaje significativo y de esta manera generar un mayor rendimiento académico.

Los estudiantes que han realizado el proceso de aprendizaje con las ayudas didácticas muestran mayor interés y motivación para el estudio y el aprendizaje de los temas realizados con el objetivo de lograr el propósito de alcanzar los resultados esperados.

BIBLIOGRAFÍA

- Ceibal. (s.f.). *Clases de triángulos*. Obtenido de http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/angulos2/clasificacin_de_ngulos_segn_su_medida.html
- Centro Virtual Cervantes. (2013).
- Colección de tablilla Plimpton*. (s.f.). Obtenido de https://www.google.com.co/search?q=tablilla+Plimpton&client=firefox-a&rls=org.mozilla:es-ES:official&channel=np&tbn=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=pxu_U_mxDNDLsATqoIHIAg&ved=0CDAQsAQ&biw=1366&bih=664
- Colombia. (1994). *Ley 115 de 1994. Ley General de Educación*. Bogotá: MEN. colombiamapas.net. (s.f.).
- Comenio, J A. . (1998). *Didáctica Magna*. Obtenido de México. Editorial Porrúa: https://docs.google.com/document/d/1PliHMy-eeDr8NahlLqVk9bWbkR_VXPRT5J_rOd4TSdo/edit?hl=en_US&pli=1
- Corporación Educativa Adventista. (2013). *Manual de Convivencia*. Cali.
- Corporación Educativa Adventista. (s.f.). *Proyecto Educativo Institucional*. Cali.
- Chavez C., . (2000).
- Definición de los lados del triángulo rectángulo*. (s.f.). Obtenido de https://www.google.com.co/search?q=razones+trigonometricas&client=firefox-a&rls=org.mozilla:es-ES:official&channel=np&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ei=Lxy_U6rcGZCXyATyz4HgCw&sqi=2&ved=0CAYQ_AUoAQ&biw=1366&bih=664#facrc=_&imgdii=_&imgrc=zI95r4UZG10otM%253A%3Bw
- Definiciones de didáctica*. (s.f.). Obtenido de http://rodas.us.es/file/497e978c-d791-26d6-fb25-57c1a1c4e58c/1/capitulo1_SCORM.zip/pagina_05.htm
- Departamento técnico pedagógico de Paraná . (2010).
- Díaz B., A. (1992). *Currículo y evaluación escolar* . Buenos Aires: Aique.
- Fernández, M.F. (2010).

Fiallo L., J.E. & Gutiérrez R., A. (2007). *Unidad de enseñanza de las razones trigonométricas en un ambiente cabri para el desarrollo de las habilidades de demostración*. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander y Universidad de Valencia (España).

Flores, P. (s.f.). *Aprendizaje en matemáticas*. Obtenido de <http://www.ugr.es>

García L., I. (2005).

Geo plano trigonométrico. (s.f.). Obtenido de https://www.google.com.co/search?q=Geo+plano+trigonom%C3%A9trico.&client=firefox-a&rls=org.mozilla:es-ES:official&channel=np&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ei=xy_U6SWC_S-sQSsgoDwBg&ved=0CAYQ_AUoAQ&biw=1366&bih=664#facrc=_&imgdii=_&imgrc=nmGWG790UZrnIM%253A%3B

Godino. (s.f.).

González F., H. (2011). *Una propuesta para la enseñanza de las funciones trigonométricas seno y coseno integrando geogebra*. Cali: Universidad del Valle.

Gráfica de RT para ángulos agudos. (s.f.). Obtenido de https://www.google.com.co/search?q=razones+trigonometricas&client=firefox-a&rls=org.mozilla:es-ES:official&channel=np&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ei=Lxy_U6rcGZCXyATyz4HgCw&sqi=2&ved=0CAYQ_AUoAQ&biw=1366&bih=664#facrc=_&imgdii=_&imgrc=xrSvOeT8CQyFfM%253A%3B6

Guerrero R., J.L. (2011). UNAM.

Introducción a la didáctica. (s.f.). Obtenido de <http://aulaneo.wordpress.com/didactica/introduccion-a-la-didactica/>

Lascano, M. & Ramírez, R. (1997). *Una Estrategia Didáctica para la enseñanza de la función coseno*. Bogotá.

Ledesma, V. & Conde, J.A. (2004).

Lucio, R. (1989).

Metodología cualitativa. (2012). Obtenido de http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/eal/metodologia_cualitativa.htm

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Lineamientos curriculares de matemáticas.* Obtenido de <https://menweb.mineeducacion.gov.co/lineamientos/matematicas/matematicas.pdf>

Morena M., A. (2014).

Municipio de Puerto Tejada. (s.f.). Obtenido de <http://www.puertotejada.com>

Papiro de Rhind. (s.f.). Obtenido de https://www.google.com.co/search?q=%3A%20papiro%20de%20Rhind&ie=utf-8&oe=utf-8&aq=t&rls=org.mozilla:es-ES:official&client=firefox-a&source=hp&channel=np&gfe_rd=cr&ei=phq_U7SaB-rO8geEgIHYAw

Pitluk, L. (2006).

Proclama del Cauca. (s.f.). Obtenido de <http://www.proclamadelcauca.com>

Regla nemotécnica. (s.f.). Obtenido de https://www.google.com.co/search?q=regla+nemo+tecnica&client=firefox-a&rls=org.mozilla:es-ES:official&channel=np&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ei=zh6_U57jN8LLsASx8oHABQ&ved=0CAYQ_AUoAQ&biw=1366&bih=664#facrc=_&imgcr=Y2hbOmFQLBB0EM%253A%3B5qFhyg_UHsSXM%3Bhttp

Reseña histórica de Puerto Tejada. (s.f.). Obtenido de <http://www.puertotejada.gov>

Reyes H., A. (1999). *Juegos didácticos en el proceso enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en el nivel medio superior.* San Nicolas de las Garzas: Universidad Autónoma de Nuevo León .

Rueda U., G.A. (2012). *Aproximación a la enseñanza de las razones trigonométricas a través del trabajo experimental en matemáticas en el grado décimo.* Cali: Universidad del Valle.

Tabla cálculo ángulos notables. (s.f.). Obtenido de <https://www.google.com.co/search?q=regla+nemo+tecnica&client=firefox-a&rls=org.mozilla:es->

ES:official&channel=np&source=Inms&tbn=isch&sa=X&ei=zh6_U57jN8LLs
ASx8oHABQ&ved=0CAYQ_AUoAQ&biw=1366&bih=664#imgdii=

Taylor & Bogan. (1987).

Teorema de Pitágoras y demostración. (s.f.). Obtenido de
<http://es.paperblog.com/teorema-de-pitagoras-y-demostracion-148481/>

Tipos de triángulos. (s.f.). Obtenido de <http://www.nerditos.com/tipos-de-triangulos/>

Titone. (1981).

Vílchez G., J. (2007). *Modelo de enseñanza modular personalizada de las
funciones trigonométricas en el quinto grado de educación secundaria.*

Lima, Perú: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Webnode.es. (s.f.). *Historia de la didáctica.*

ANEXOS

Anexo A. Cuestionario



Universidad Católica de Manizales

Nombres y apellidos

Grado

Colegio

Municipio

Cuestionario

1. ¿Qué entiendes por razones trigonométricas?
2. ¿Para qué sirven las razones trigonométricas?
3. ¿Sabe interpretar la solución de problemas con razones trigonométricas?.
4. ¿Qué parte considera usted que es más difícil de entender de las razones trigonométricas?.
5. ¿Cómo fue el desempeño en la asignatura de matemáticas del año anterior?.
Superior. Alto. Bajo.
6. ¿Cómo te sientes en la clase de trigonometría?
Superior. Alto. Bajo.
7. Escribe tres cosas que te gusten de la clase de trigonometría
8. Escribe tres cosas que te disgusten de la clase de trigonometría.
9. Si tienes alguna sugerencia o propuesta por favor escríbela.
10. ¿Considera que con la implementación, de una forma didáctica tu desempeño mejoraría?, ¿con cuál?

Anexo B. Test No. 001



Universidad
Católica
de Manizales



Proyecto de investigación

UNIVERSIDAD CATOLICA DE MANIZALES

LICENCIATURA EN MATEMATICAS

NOMBRE DEL COLEGIO: CORPORACION EDUCATIVA ADVENTISTA

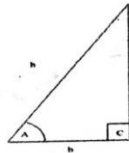
FECHA 24/04/2014

MATERIA: TRIGONOMETRIA

Grado 10°

Responda las siguientes preguntas

1. Reconoce los ángulos y los tipos de ángulos más comunes?
2. Sabes cómo se miden los ángulos?
3. Defina que es un triángulo y las clases de triángulo
4. Mencione cada uno de sus lados del triángulo



5. Cuáles son las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo?
6. A que es igual la razón seno?
7. A que es igual la razón coseno?
8. Escribe el teorema de Pitágoras
Calcula las razones de los siguientes ángulos 225° y 330°.
9. Comprobar las identidad:
 $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha = \sec \alpha \operatorname{cosec} \alpha$
10. De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $a = 5 \text{ m}$ y $B = 41.7^\circ$. Resolver el triángulo