



**PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
ALGEBRAICOS EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO 8° DEL CENTRO EDUCATIVO
POLITECNICO LA MILAGROSA, MUNICIPIO PUERTO TEJADA (CAUCA)**

GLORIA EDITH JARAMILLO.

SANDRA TERESA PERLAZA MOSQUERA

**UNIVERSIDAD CATOLICA DE MANIZALES
LICENCIATURA EN MATEMATICAS
CALI VALLE
MAYO DEL 2014**



**PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
ALGEBRAICOS EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO 8° DEL CENTRO EDUCATIVO
POLITECNICO LA MILAGROSA, MUNICIPIO PUERTO TEJADA (CAUCA)**

GLORIA EDITH JARAMILLO.

SANDRA TERESA PERLAZA MOSQUERA

Trabajo de investigación aplicado a la práctica educativa como requisito para obtener el título de Licenciado en Matemáticas.

Asesor de Investigación:
Especialista. Fredy Enrique Marín Idárraga.
Coordinador Docente de Investigación

**UNIVERSIDAD CATOLICA DE MANIZALES
LICENCIATURA EN MATEMATICAS
CALI VALLE
MAYO DEL 2014**

NOTA DE ACEPTACIÓN

Firma del presidente del Jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Santiago de Cali, Mayo del 2014

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a DIOS por darnos la vida y permitirme llegar hasta aquí, a la familia que ha sacrificado esos momentos familiares, a nuestros hermanos por brindarnos su colaboración y apoyo incondicional cada día, para poder culminar esta anhelada meta.

A la Universidad Católica de Manizales por abrirnos sus puertas y acogernos en tan reconocida institución.

A nuestros profesores por transmitirnos sus conocimientos y saberes.

A nuestros compañeros por aquellos momentos compartidos los cuales serán inolvidables.

Al señor Álvaro Mosquera director de la institución educativa Politécnico La Milagrosa quienes nos apoyaron y brindaron la oportunidad para realizar nuestra práctica educativa y proceso de investigación y al cuerpo de docentes quienes con su gran colaboración, apoyo y confianza nos ayudaron al fortalecimiento y buen desarrollo al trabajo de intervención realizado.

DEDICATORIA.

Dedico este trabajo a DIOS mi señor y guía quien me esfuerza en medio de las dificultades, a mis padres y en especial a esa persona tan maravillosa, llena de fortaleza, generadora de aliento y vida mi madrecita querida, por su gran apoyo y confianza, a mis hijos WILBER JHOHAN Y NICOLLE SAHIAN quienes son el motor de mi vida y por quienes lucho cada día para ser mejor persona y madre, a PHANOR mi esposo por su tolerancia. a mis profesores de la UCM por su colaboración, entrega y acompañamiento en este proceso al guiarnos y orientarnos con sus conocimientos para el logro en la obtención de mi título profesional como licenciada en matemáticas.

GLORIA EDITH JARAMILLO.

A mi Señor, Jesús, quien me dio la fe, la fortaleza, la salud y la esperanza para terminar este trabajo. A los que nunca dudaron que lograría este triunfo: mis hijas, esposo, hermanas, hermanos y sobrinos.

SANDRA TERESA PERLAZA MOSQUERA

TABLA DE CONTENIDO

| | Pág. |
|---|-------------|
| NOTA DE ACEPTACIÓN | 03 |
| AGRADECIMIENTOS | 04 |
| DEDICATORIA | 05 |
| TABLA DE CONTENIDO | 06 |
| RESUMEN | 08 |
| INTRODUCCIÓN | 09 |
| 1. TITULO | 11 |
| 2. Planteamiento del Problema | 12 |
| 2.1. Formulación del problema | 12 |
| 2.2. Descripción del problema | 12 |
| 2.3. Descripción del escenario | 13 |
| 3. Justificación. | 17 |
| 4. Objetivos | 20 |
| 4.1. General | 20 |
| 4.2. Específicos | 20 |
| 5. Impacto social | 21 |
| 6. Antecedentes | 23 |
| 7. Marcos de Referencia | 29 |
| 7.1. Marco contextual | 29 |
| 7.1.1. Ubicación del departamento del cauca | 29 |
| 7.1.2. Contexto municipal | 29 |
| 7.2. Marco teórico | 30 |
| 7.2.1. Las dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. | 31 |
| 7.2.2. El razonamiento y la enseñanza del algebra en las matemáticas. | 33 |
| 7.2.3. El razonamiento algebraico. | 34 |
| 7.2.4. Lenguaje Variacional. | 36 |
| 7.3. Marco legal | 37 |
| 7.3.1. Ley General de Educación, Ley 115 de 1994. | 38 |
| 7.3.2. Decreto 1290 de abril 17 de 2009. | 39 |
| 7.4. Marco conceptual | 41 |
| 7.4.1. Aprendizaje | 41 |
| 7.4.2. Estrategias didácticas. | 41 |
| 7.4.3. Fenómeno de cambio. | 42 |
| 7.4.4. Lineamientos curriculares. | 42 |
| 7.4.5. Pensamiento numérico | 43 |
| 7.4.6. Pensamiento Variacional. | 43 |
| 7.4.7. Razonamiento algebraico | 44 |
| 8. Diseño metodológico | 46 |
| 8.1. Enfoque de la investigación | 46 |
| 8.2. Tipos de investigación | 46 |
| 8.3. Fases | 47 |
| 8.4. Población y muestra | 48 |

| | | |
|------|---|----|
| 8.5. | Área de estudio | 48 |
| 8.6. | Instrumentos y técnicas de recolección. | 49 |
| 9. | Instrumentos aplicados. | 51 |
| 10. | Diseño de actividades didácticas. | 56 |
| 11. | Aplicación de las actividades. | 58 |
| 12. | Conclusiones | 65 |
| 13. | Recomendaciones | |
| | Bibliografía | |

Anexos

| | | |
|--------------|--|----|
| Anexo No. 01 | Ubicación geográfica del Departamento del cauca. | 71 |
| Anexo No. 02 | Pre test a estudiantes. | 72 |

Gráficos

| | | |
|---------|--|----|
| No. 01 | Género del personal encuestado | 50 |
| No. 02 | ¿Para usted; hay diferencia entre aritmética y álgebra?: | 50 |
| No. 03 | ¿qué opinión tiene sobre el estudio del álgebra? | 51 |
| No. 04 | Si la respuesta a la pregunta anterior es a: es porque | 51 |
| No. 05 | El aprendizaje del álgebra es difícil porque | 52 |
| No. 06 | ¿Sabe cuál es el significado del igual en álgebra? | 52 |
| No. 07 | ¿Cuál es la diferencia que hay concretamente entre aprender aritmética y aprender álgebra? | 53 |
| No. 08. | Dentro del recorrido del año y de lo visto en álgebra, ¿qué le parece más difícil aprender? | 53 |
| No. 09 | ¿Qué términos, según usted son más difícil de aprender? | 54 |
| No. 10 | ¿Ha logrado asimilar qué es una ecuación algebraica? | 54 |
| No. 11. | ¿Le gustaría que se cambie la metodología didáctica para un mejor aprendizaje de la materia? | 55 |
| No. 12 | Correspondiente a la actividad de Pirámide de vasos | 59 |
| No. 13 | correspondiente a la actividad Descubriendo las regularidades | 61 |
| No. 14 | correspondiente a la actividad Tarjetas y bonos | 62 |
| No. 15 | correspondientes a la actividad Inicial | 63 |
| No. 16 | correspondientes a la actividad final | 63 |

Fotografías

| | | |
|--------|--------------------------------------|----|
| No. 01 | Institución educativa | 13 |
| No. 02 | Entrevista a docentes | 84 |
| No. 03 | Aplicación del pre test | 85 |
| No. 04 | Desarrollo de la actividad didáctica | 86 |
| No. 05 | Actividad didáctica No. 02 | 89 |

RESUMEN

Esta propuesta de enseñanza para el aula se basa en el reconocimiento de los procesos de variación subyacentes en las sucesiones y el pensamiento variacional, el cual puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad. Aquí se emplea una estrategia metodológica basada en la lúdica, el uso de la observación, el registro de datos y análisis de las regularidades para descubrir patrones, esto con el fin de que un grupo de estudiantes de grado octavo de básica utilice sus preconceptos y sin definiciones predeterminadas puedan hacer un acercamiento al concepto de sucesión y patrón.

Palabras clave: sucesión, patrón, regularidad, variación, registros, pensamiento variacional, fenómeno de cambio.

INTRODUCCIÓN

Los lineamientos curriculares de matemáticas dentro de su estructuración plantean además que “para ser matemáticamente competente se debe desarrollar tanto el pensamiento lógico como el matemático”, de allí que propone desarrollar en los estudiantes cinco tipos de pensamiento: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional. Dado que estos cinco tipos de pensamiento se deben trabajar desde los primeros grados de escolaridad, esta propuesta de trabajo de grado se centra en desarrollar en forma conjunta los pensamientos numérico y variacional enmarcados en el tema específico de la construcción del concepto de secuencia numérica, aplicado a la solución de problemas, contribuyendo a su vez al desarrollo de competencias básicas de interpretar, argumentar y proponer, con el fin de generar aprendizaje significativo para dar respuesta a una de las necesidades educativas en el área de las matemáticas al interior de Instituto Politécnico la Milagrosa de Puerto tejada – Cauca.

Este trabajo surge de la experiencia en la escuela con los estudiantes de Instituto Politécnico la Milagrosa de Puerto tejada – Cauca, al observar que existen serias dificultades para comprender y comunicar en lenguaje simbólico. Teniendo en cuenta que uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza del álgebra es que el estudiante logre comunicar en lenguaje algebraico relaciones, regularidades y procesos en forma general y el uso del lenguaje simbólico; la asimilación y comunicación que debería existir entre el lenguaje natural y simbólico, está asociado a la aplicación fórmulas y algoritmos mas no a la comprensión de las mismas. Como consecuencia de esto, no hay significado en el lenguaje simbólico, sino por el contrario se ha convertido en una búsqueda de algoritmos entre letras.

Para los estudiantes es difícil comprender e identificar de modo flexible y en diversos contextos el concepto de variable, no interpretan sus significados y presentan diversos obstáculos cuando requieren trabajar con ellas. Este trabajo parte de las dificultades que presentan los estudiantes en busca de herramientas que fortalezcan la construcción el lenguaje simbólico en la transición de la aritmética al álgebra.

Se parte estudiando el significado de la variable en el paso del lenguaje natural a la algebraico, en un primer momento se hace un breve estado de arte de la investigación, frente al significado y usos de la variable, posteriormente las dificultades en el contexto escolar con relación al significado de las letras, su interpretación y dificultades en los procesos de generalización, luego se consideran algunos ejemplos que se registran de actividades que fueron aplicadas a estudiantes de Grado Octavo de Educación Básica Secundaria, en donde se evidencia los distintos usos de la variable ; incógnita, número generalizado y relación funcional a partir de la generalización. Además se hace una revisión en textos escolares de Educación Básica Secundaria de la noción de variable.

Finalmente, se desarrollan unos ejercicios didácticos que centra su desarrollo en potenciar en los estudiantes los diferentes usos e interpretaciones de la variable a través de procesos de generalización en contextos geométricos y numéricos, propiciando el análisis sobre sus propias concepciones y razonamiento. Ésta una selección de ejercicios propuestos por varios autores, pertinentes a dar significado a conceptos fundamentales como el de variable y fortalecer la asimilación y comunicación del lenguaje algebraico y desarrollando un pensamiento variacional, se deja abierta la posibilidad de plantear otros mas y de seguir propiciando elementos de apoyo en la enseñanza del álgebra.

1. TITULO

PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO 8° DEL CENTRO EDUCATIVO POLITECNICO LA MILAGROSA, MUNICIPIO PUERTO TEJADA (CAUCA)

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1. FORMULACION DEL PROBLEMA

¿De qué manera la resolución de problemas algebraicos orienta el pensamiento variacional en los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca)?

2.2. DESCRIPCION DEL PROBLEMA.

La situación actual en el Centro Educativo politécnico la milagrosa, municipio de Puerto Tejada– Cauca se ha observado un alto grado de deserción estudiantil, dedicándose a actividades delictivas, según personería municipal, 350 muchachos y niños están organizados en siete grandes bandas que aterrorizan a la comunidad, que no denuncia y hace más dispendiosa la labor de la Policía. Reconoce que un 70 por ciento de infractores tiene entre 8 y 17 años. Es una realidad que niños de 8 años ya tienen en su prontuario homicidios. Los menores se aprovechan de las ventajas que les da el Código del Menor.

Sumado a un bajo rendimiento académico en el área de matemática a nivel institucional, especialmente en los grados octavos se observa en las calificaciones cuyo promedio no supera el nivel básico y la mayoría en nivel bajo y las pruebas saber de los últimos años.

Es evidente en los estudiantes la falta de interés de aprender, porque no tienen un proyecto de vida y muchos se dedican al hurto, la extorsión y son víctimas o victimarios de homicidios. Muchos trabajan para las ‘oficinas de cobro’ al servicio del narcotráfico en Cali y aunque oficialmente pocos hablan del tema, en voz baja hay quienes reconocen que algunos desmovilizados de las autodefensas, desertores y milicianos de la insurgencia tienen influencia en los menores.

Los estudiantes de secundaria empiezan aprendiendo la pre-álgebra y se enfrentan al valor absoluto, los enteros, los números positivos y negativos para resolver X . Para ellos, cada uno de estos conceptos es nuevo. Se tienen estudiantes que se resisten a trabajar estos nuevos conceptos, haz que el proceso de aprendizaje resulte divertido mediante el uso de diferentes formas de captar y atraer su interés.

Cuando estos estudiantes llegan al primer curso de álgebra presentan ciertas habilidades para operar con las letras y resolver ecuaciones, más, al trabajar en la resolución de problemas auxiliándose del álgebra, se ha evidenciado que se les dificulta esta actividad, y son muy pocos los estudiantes que logran tener éxito ante una situación problemática.

Aún, cuando se le dedica tiempo especial a la actividad de resolver problemas a través del álgebra se ha detectado que la situación no mejora significativamente, continúa siendo una minoría de estudiantes que tienen éxito y continúan sus estudios.

2.3. DESCRIPCION DEL ESCENARIO



Fotografía No. 01 Instituto Politécnico la Milagrosa – Puerto Tejada (Fuente: Las autoras)

La institución educativa POLITECNICO LA MILAGROSA es una institución que ofrece su servicio educativo en la modalidad técnica, orientada y regida por personal profesional del sector educativo oficial con formación axiológica y experiencia académica demostrada en su desempeño con rigor científico y pedagógico que centra la labor educativa en una convivencia social de respeto y admiración por los demás, dentro de parámetros de libertad, justicia, igualdad, fraternidad, democracia, compromiso, trabajo en equipo, participación, autonomía y servicio a la comunidad educativa, para responder con optimismo humano a lo que el mundo de hoy está exigiendo.

La institución Educativa Politécnico la Milagrosa es una institución de carácter oficial creado mediante decreto 0641 de septiembre de 1999 y resolución No. 2031 del 23 de octubre de 2002.

Institución ubicada en el oriente del municipio de Puerto Tejada, departamento del cauca, en el barrio Carlos Alberto Guzmán con dirección Calle 18 No. 7-38, El centro educativo nació en septiembre 17 de 1981 con el nombre de Casita de los Niños,

producto de la necesidad de educación, puesto que la comunidad pobladora del sector fue invasora, perteneciente a la etnia afrocolombiana, muchos procedentes de la costa pacífica. Más tarde recibió el nombre de escuela Manuelita Sáenz y con la llegada de las hermanas Vicentinas, recibió el nombre de Centro Docente la Milagrosa, por la necesidad de ampliar la básica secundaria, cambio de razón social por Instituto Politécnico la Milagrosa, en la actualidad se declara institución Educativa mediante la Ley 715 de 2002. Hasta el año 2009 fue direccionado por las Hermanas Vicentinas.

Las familias que habitan el barrio son de estrato socioeconómico uno, la mayoría de los adultos tienen bajo nivel de escolaridad, otros son iletrados. Se desempeñan como corteros de caña, sembradores de semilla de caña, recolectores, ventas ambulantes de boletas, y pequeños negocios, las madres cabeza de hogar se dedican a oficios varios en casas de familia dentro del mismo municipio o se desplazan a la ciudad de Cali, dejando sus hijos solos o al cuidado de hermanos mayores sin importar la edad; en otros casos quedan al cuidado de abuelos y vecinos.

Se observa en los niños y niñas que ingresan a la institución poco apoyo de los padres – madres, la falta de motivación e interés por el estudio, les cuesta dificultad la adaptación escolar por la disciplina que exige el aprendizaje académico y la socialización como miembros integrantes de la comunidad. La ausencia del padre de familia de la institución, influye en el acompañamiento y seguimiento por parte de los docentes.

La institución se hace partícipe a la comunidad, ofreciendo lo mejor de su producción cultural, artística, científica, social y tecnológica promoviendo el mejoramiento moral, espiritual, intelectual, humano, técnico y académico dando respuestas a su comunidad educativa, al sector productivo y la comunidad en general, aplicando estrategias apropiadas para el desarrollo de la gestión y la comunidad, brindando espacios para la participación y la mediación de los procesos que hacen parte de la gestión de la comunidad, estos métodos deben demostrar la capacidad para alcanzar los resultados planificados en cada una de las dependencias donde los procesos específicos de este componente se encuentran agrupados y su aplicación es posible desde estos cuatro procesos con sus respectivos componentes.

MISION

Generar procesos en la formación integral del estudiante afro descendiente de la institución educativa la milagrosa, en los niveles de pre- escolar, básica primaria, secundaria y media técnica, con un enfoque en educación empresarial que permita el desarrollo de competencias investigativas formativas y laborales necesarias para que el (la) estudiante afronte con eficacia sus expectativas en el campo laboral, profesional y que contribuya al progreso personal, familiar, cultural y social.

VISION

Alcanzar 2019 la excelencia a partir de la formación de hombres y mujeres íntegros, basados en principios éticos y morales que valoren y respeten la vida que trasciendan como afro colombianos con capacidad de integrar competencias básicas y laborales que permitan a los egresados de la institución educativa politécnico la milagrosa, crear, liderar oportunidades empresariales que dignifiquen su calidad de vida y desarrollo social.

El Proyecto Educativo Institucional **PEI.**, de la institución educativa “**POLITECNICO LA MILAGROSA**”, pretende una aproximación a los mecanismos que permitan comprender el sentido de la formación que en esta institución se imparten, desde la perspectiva de la calidad de la educación y desde el nivel de apropiación del proyecto de Nación que se tiene propuesto por el MEN. En el plan decenal nacional de educación, esto garantizará que la educación propicie el aprendizaje permanente y forme ciudadanos para que participen de manera activa y positiva en la sociedad.

Tomando los lineamientos dados por el Ministerio de Educación Nacional, el **PROYECTO EDUCATIVO INSTITUCIONAL, PEI.**, tiene cuatro componentes que definen adecuadamente la forma como puede proyectarse una comunidad educativa a través del: Componente Teleológico o conceptual, Componente Pedagógico, Componente Administrativo y Componente de Proyección a la Comunidad, componentes que fueron homologados posteriormente por el mismo MEN., a través del documento guía No.34 llamado “Guía para el mejoramiento institucional – de la

autoevaluación al plan de mejoramiento” cuyo propósito es presentar una estructura más dinámica y apropiada para desarrollar la estructura del PEI, por áreas de gestión y procesos que posteriormente faciliten la certificación de procesos de calidad de las instituciones educativas y fortalezcan la auto evaluación para su mejoramiento continuo desde verdaderos planes de mejoramiento

La jornada de la tarde funciona la básica secundaria, con aproximadamente 284 estudiantes distribuidos en los grado de sexto a once. El grado octavo está conformado con por 25 estudiantes.

3. JUTIFICACION

Como estudiantes del programa de Licenciado en matemáticas de la Universidad Católica de Manizales con sede en Cali, se es consciente de la contribución que se debe hacer como docentes en la matemáticas la necesidad de fortalecer el algebra y preparar a los estudiantes a defenderse y querer el estudio es por ello que se justifica la realización de esta propuesta que ayude al estudiante a manejar los temas algebraicos con la inclusión del pensamiento variacional.

Con el desarrollo de esta investigación se dará solución a los problemas actuales dentro de la institución teniendo en cuenta que la decisiva influencia que tiene la educación en una posición transversal a través de actividades lúdicas y dar solución a conservacionista, se hace imprescindible obtener información veraz y confiable sobre las creencias, sentimientos, afectos y actitudes de los educandos para determinar la intensidad de ese “darse cuenta” sobre el deber que tienen de participar en la enseñanza del algebra, interactuando con ellos para llegar al problema que aborda la presente investigación. Que pretender presentar nuevos enfoques, lúdicos creativos e innovadores para la construcción de material didáctico con transversalidad y que aporte al contexto enseñanza-aprendizaje del algebra partiendo de los métodos de enseñanza actuales e incorporar nuevas estrategias.

Los lineamientos curriculares (MEN, 1998) permiten interpretar una nueva manera de reorganizar todos aquellos contenidos que se han constituido en los desarrollos curriculares para el área de las matemáticas en los grados 8º y 9º, tradicionalmente, etiquetados con el nombre de álgebra. Por lo tanto es importante acercarnos a la comprensión del pensamiento variacional al interior de los sistemas algebraicos y analíticos. Sólo así podemos continuar comprendiendo el porqué de la necesidad de una propuesta curricular que mejore los desempeños de nuestros estudiantes en lo relativo al álgebra escolar.

El pensamiento variacional tiene que ver con el tratamiento matemático de la variación y el cambio. En este sentido, manifiesta (Vasco, 2006, p 138)

El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad.

La ejecución de este trabajo se desarrolla alrededor de la idea de que si con enseñanza del pensamiento variacional será más efectivo el aprendizaje. En el caso particular de los estudiantes del grado octavo del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca), la interacción entre el conocimiento, cambiar la forma de pensar y que se vuelva más dinámica la innovación, serán la clave para suplir las falencias que presentan en su proceso de aprendizaje, preparándolos además, para sobrevivir en un mundo competitivo, en el cual el álgebra juega un papel preponderante privilegiando en diferentes escenarios a aquellas personas con capacidad de racionalización y pensamiento variacional lógico y verdadero.

Así por lo tanto, dicha forma de comprender el pensamiento variacional, el carácter estático de la presentación de los objetos matemáticos en un curso normal de álgebra se constituye en el punto de llegada de un camino iniciado con el estudio y modelación de situaciones de variación. Esto es, a partir del análisis matemático de contextos de las matemáticas, desde las ciencias, desde la vida cotidiana, etc., en los cuales se puedan modelar procesos de variación entre variables, se abre un camino fructífero para el desarrollo de los procesos de pensamiento matemático ligados al álgebra, las funciones y el cálculo.

Desde otro punto de vista, los aportes serán significativos para la institución Centro Educativo politécnico la milagrosa, municipio de Puerto Tejada– Cauca, debido al impacto que este proyecto puede tener desde el cambio de paradigma de los estudiantes con relación al sistema educativo tradicional, en el cual el docente llega al aula de clase a impartir los contenidos, las actividades y los diferentes objetivos de cada

una de las áreas, sin embargo con estos tipos de cursos se busca que los estudiantes generen un compromiso más autónomo, ya que estos dichos cursos invitan al estudiante a avanzar a su propio ritmo y a generar preguntas y cuestionamientos los cuales pueden ser investigados por el mismo sin necesidad de tener constantemente el docente explicando contenidos y eliminando o suprimiendo el espíritu investigativo que cada estudiante debe desarrollar.

El propósito de cultivar el pensamiento variacional es construir en los estudiantes distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico.

La escuela es un escenario donde no solo intervienen docentes y estudiantes, por el contrario gracias al gran número de situaciones que allí se presentan, involucran a toda la comunidad educativa en general, por tal motivo se hace necesario reflexionar sobre el rol del docente y los alcances de este en cuanto a su labor educativa. Es importante tratar de hacer pequeñas transformaciones en los entornos educativos que favorezcan el desarrollo individual de los estudiantes pero que a la vez ayuden a mejorar las estrategias de enseñanza tendientes a lograr un mejoramiento continuo de los currículos. Para tratar de responder a esta necesidad se sustenta este trabajo desde la implementación de una propuesta metodológica soportada en la aplicación de varias teorías y en la reflexión sobre los resultados obtenidos; de allí la importancia de establecer el método de investigación que lo soportará; es el referido a la investigación cualitativa enmarcada en la técnica de investigación acción, utilizando como herramientas principales para el análisis la observación, los registros y las entrevistas realizadas a los estudiantes.

4. OBJETIVOS.

4.1. Objetivo general

Orientar el Pensamiento variacional en la resolución de problemas algebraicos en los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca),

4.2. Objetivos Específicos

- ✚ Diagnosticar las dificultades que experimentan en el aprendizaje los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca),
- ✚ Diseñar la estrategia didáctica para aplicar en los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca).
- ✚ Implementar la estrategia didáctica para el aprendizaje de algunos elementos del álgebra los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca),
- ✚ Evaluar una propuesta pedagógica que implemente el pensamiento variacional en la resolución de problemas algebraicos en los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca),

5. IMPACTO SOCIAL

El impacto social de esta investigación fue enfocada principalmente en los efectos que, sobre la comprensión de la sociedad, sus problemas y soluciones, experimenta la gente educada. Al considerar los cambios sociales atribuibles a la educación, hay que contar con que la distribución metódica de conocimientos a más de una función formativa de la personalidad, despierta el espíritu crítico (Faure y otros, 1978), espíritu que a la larga dará como fruto el cambio de lo que no se ajusta a los nuevos signos de los tiempos.

Los diversos planteamientos, independientemente del enfoque teórico que los rige, dejan en claro la correlación entre la acción transformadora de la educación en espacios y momentos históricos concretos que demandan alternativas. Como afirma Faure, (1978, p 75)

La educación, por el conocimiento que proporciona del ambiente donde se ejerce, puede ayudar a la sociedad a tomar conciencia de sus propios problemas y, a condición de dirigir sus esfuerzos a la formación de hombres completas, comprometidos conscientemente en el cambio de su emancipación colectiva e individual, ella puede contribuir a la transformación y a la humanización de las sociedades.

Se parte, entonces de la premisa según la cual el primer impacto, debe buscarse en la introducción de cambios sustanciales en los contenidos de la enseñanza, en su calidad y vinculación con el trabajo y en las aplicaciones concretas para la vida profesional, social, política y personal de sus estudiantes. Hay que resaltar que el efecto principal es sobre el trabajo profesional del maestro y la calidad de este trabajo como forma de combinación dialéctica de la teoría con la práctica, del estudio y el trabajo. Como efecto secundario de este impacto sobrevendrá un reflujó permanente entre estas dos esferas de la realidad que permitirá al estudiante tomar posición ante la realidad en que se mueve, pues si bien es cierto que en toda formación social las funciones de la

educación están dadas en correspondencia con la reproducción de las relaciones de producción existentes y con la preparación de fuerza de trabajo calificada requerida por el sistema para su mejor funcionamiento, también hay que considerar que esta función central de conservación se convierte, en determinado momento, en reproductora de contradicciones sociales. Y, aunque la educación no pueda llevar a un cambio en las relaciones sociales, si puede lograr que el individuo cuestione sus ideas- representaciones: o sea, las ideas sobre sí mismo, sobre el mundo que lo rodea, sobre sus relaciones sociales y su situación de clase. Entonces, a la vez se mejora la calidad de la enseñanza, se potencia el cambio en otros órdenes, al enfrentar críticamente la realidad.

6. ANTECEDENTES

ANTECEDENTE No.01

TITULO DEL ARTÍCULO: 10º. ENCUENTRO COLOMBIANO DE MATEMATICA EDUCATIVA

TEMATICA: Reflexionando en el currículo sobre el pensamiento variacional.

AUTORES: Angie Carolina Cruz C. Ángel Ricardo Vargas P. Lenin David López

Fecha: Octubre del 2009

Lugar: san Juan de Pasto - Colombia

Temática:

Diferentes investigaciones sobre educación matemática, apuntan a un tema en específico, como lo es el pensamiento variacional, campo en el cual los estudiantes presentan mayor número de dificultades puesto que al aparecer los estudiantes deben cambiar una serie de concepciones, procedimientos y lenguajes que son válidos en lo aritmético pero no del todo en lo algebraico. Por ejemplo, en relación con la construcción del objeto matemático de la variable, surge un cuestionamiento acerca de los procesos de generalización que llevan consigo el desarrollo de un lenguaje algebraico, donde los estudiantes usan e interpretan la letra de diferentes maneras para poder expresar dichos procesos.

La complejidad de los procesos cognitivos que se dan alrededor de la construcción del objeto matemático de la variable se refleja en investigaciones como la realizada por el grupo PRETEXTO (1997) quienes hallaron que los estudiantes requieren realizar las diferentes interpretaciones de la letra propuestas por Kucheman, (1978) para poder llegar a usar la letra como variable. Esto nos lleva a pensar en el tipo de experiencias de aprendizaje que deben vivenciar nuestros estudiantes, ya que como lo menciona Ursini y Trigueros (1998) una mala conceptualización de la variable puede ser una causa

importante de las múltiples dificultades que suelen tener los estudiantes en los diferentes cursos de matemáticas de enseñanza media y superior.

ANTECEDENTE No.02

TITULO DEL ARTÍCULO: INVESTIGACIONES EN PENSAMIENTO NUMERICO Y ALGEBRAICO E HISTORIA DE LA MATEMATICA Y EDUCACIÓN MATEMATICA

TEMATICA: investigación en pensamiento Numérico y Algebraico

AUTORES: José Luis Lupiáñez, María C. Cañadas, Marta Molina. Mercedes Palarea, Alexander Maz

Fecha: 2011

Lugar: Granada España.

Temática:

Al hecho de inventar problemas se le da diferentes denominaciones por distintos autores que han tratado este asunto. Kilpatrick (1987) lo designa como formulación de problemas, Brown & Walter (1990) se refieren a plantear problemas, Silver (1994) habla de generación de problemas. En nuestro idioma todas estas denominaciones las usamos y entendemos a qué hacen referencia, nosotros utilizaremos además (y con mucha frecuencia) la expresión invención de problemas. A la acción de inventar o construir nuevos problemas se le considera una actividad intelectual así como una forma eficaz de aprender matemáticas como han indicado autores de reconocido prestigio como Polya (1957), Freudenthal (1973) y Kilpatrick (1987). Se considera que cuando un individuo inventa un problema ha alcanzado niveles de reflexión complejos, por tanto ha llegado a una etapa de razonamiento que hace posible la construcción de conocimiento matemático.

Este hecho hace que la formulación de problemas aporte grandes beneficios a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Todo ello lleva a proponer que se potencie su trabajo en el aula. Para ello se recomienda que los profesores de matemáticas proporcionen abundantes y variadas oportunidades a sus estudiantes tanto para

aprender a resolver problemas, como a inventar o plantear problemas en una gran cantidad de situaciones.

ANTECEDENTE No.03

TITULO DEL ARTÍCULO: INVENCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS POR ESTUDIANTES CON TALENTO MATEMÁTICO: UN ESTUDIO EXPLORATORIO

TEMATICA: Problemas matemáticos.

AUTOR: Jhoan Espinoza González

Fecha: 2011

Lugar: Granada España.

Temática:

La temática implicada en el problema de investigación considerado en este trabajo exploratorio está relacionado con dos campos de estudio: la invención de problemas matemáticos y los sujetos con talento matemático. De acuerdo con el análisis de literatura realizado, se constata que ambos campos han sido interés dentro de la investigación en didáctica de la matemática.

Así, la investigación de los sujetos con talento se ha centrado en tres grandes temas: la caracterización del talento matemático, el establecer mecanismos de identificación y ofrecer alternativas de intervención (Castro, 2008). En el caso de la invención de problemas, existen investigaciones que se interesan en estudiarla como característica de la actividad creativa o talento excepcional, como actividad de clase, como características prominente de la actividad matemática, para mejorar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas, para observar la comprensión matemática de los estudiantes, etc.

Sin embargo, existen pocos estudios que relacionen ambos tópicos de forma que pongan de manifiesto las características particulares que presentan los estudiantes con talento matemático ante tareas de invención de problemas. De esta forma, con esta

investigación pretendemos hacer un primer acercamiento al estudio de la invención de problemas aritméticos por estudiantes considerados con talento matemático.

Específicamente nos centraremos en caracterizar, de forma exploratoria, la actuación de un grupo de estudiantes considerados con talento matemático ante dos tareas semiestructuradas de invención de problemas aritméticos, construidas especialmente para este estudio y compararlo con las actuaciones que presentan un grupo de estudiantes de un colegio público ante la misma tarea. Además nos interesa identificar algunos indicios del uso de la invención de problemas como herramienta para identificar estudiantes con talento en matemática.

ANTECEDENTE No.04

TITULO DEL ARTÍCULO: ENSEÑANZA DE SUCESIONES NUMÉRICAS PARA POTENCIAR EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO CUARTO DE BÁSICA PRIMARIA

TEMATICA: Pensamiento variacional

AUTOR: Lina Velásquez Naranjo

Fecha: 2012

Lugar: Medellín Colombia

Temática:

Los lineamientos curriculares de 1998 y los estándares de 2003, son el punto de partida para cualquier docente que desee implementar nuevas estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje, tanto dentro como fuera del aula. Al hacer una revisión de ellos resulta evidente que el currículo de matemática no se debe centrar únicamente en el desarrollo de contenidos presentados en forma aislada entre un grado escolar y otro; por el contrario ellos sustentan la importancia de desarrollar en los estudiantes competencias a lo largo de toda su vida escolar. Con esta propuesta del MEN se pretende entonces que los estudiantes no solo adquieran conocimientos sino que puedan aplicarlos a contextos escolares, sociales y laborales dando significado a lo que se aprende.

Los lineamientos curriculares de matemáticas dentro de su estructuración plantean además que “para ser matemáticamente competente se debe desarrollar tanto el pensamiento lógico como el matemático”, de allí que propone desarrollar en los estudiantes cinco tipos de pensamiento: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional. Dado que estos cinco tipos de pensamiento se deben trabajar desde los primeros grados de escolaridad, esta propuesta de trabajo de grado se centra en desarrollar en forma conjunta los pensamientos numérico y variacional enmarcados en el tema específico de la construcción del concepto de secuencia numérica, aplicado a la solución de problemas, contribuyendo a su vez al desarrollo de competencias básicas de interpretar, argumentar y proponer, con el fin de generar aprendizaje significativo para dar respuesta a una de las necesidades educativas en el área de las matemáticas al interior de la institución educativa Arzobispo Tulio Botero Salazar en el grado cuarto.

ANTECEDENTE No.05

TITULO DEL ARTÍCULO: ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA POTENCIAR EL PENSAMIENTO VARIACIONAL A TRAVÉS DE SITUACIONES PROBLEMA, DE LOS ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “SAN JOSÉ DEL MUNICIPIO DE BETULIA”

TEMATICA: Pensamiento variacional

AUTOR: Wilson Andrés Guzmán Restrepo

Fecha: 2012

Lugar: Medellín Colombia

Temática:

El presente trabajo surge como una propuesta para el uso de las nuevas tecnologías que propician el desarrollo del pensamiento variacional presente en una función cuadrática en estudiantes de grado noveno. Tomando como premisa que dentro de las prácticas educativas se ha considerado como un punto crucial el desarrollo de este

pensamiento matemático. Se pretende brindar elementos que apoyen el estudio en torno al tratamiento de las ecuaciones como elementos indispensables para el fortalecimiento de la conceptualización de las matemáticas y la aplicación en el entorno inmediato, y las implicaciones en el contexto global.

Por tal razón, no se debe desconocer la necesidad de adaptar los contenidos a las nuevas necesidades de los estudiantes, a los cambios tecnológicos y a la evolución que con el paso del tiempo afecta a cualquier ciencia y lógicamente a quienes tratan de entenderla y por ende se van a beneficiar de todos aquellos progresos y reformas que puedan generar.

Es por ello que el compromiso de los docentes en el área de matemáticas, no debe ser otro que adaptarse a las nuevas exigencias y a las nuevas tecnologías que se encuentran en el medio, para lograr esta adaptación es indispensable generar nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje basadas en la didáctica y en las metodologías con las cuales cada docente pretende asombrar clase tras clase a un grupo de estudiantes con sed de conocimiento, pero no solo basado en métodos tradicionales sino con actividades que le conlleven a poner a prueba sus capacidades cognitivas y todas sus potencialidades.

7. MARCOS DE REFERENCIAS.

7.1. MARCO CONTEXTUAL.

7.1.1. UBICACIÓN DEL DEPARTAMENTO DEL CAUCA.

Se encuentra al sur Occidente del país limita al norte con el Departamento del Valle del Cauca, por el Oriente con los Departamentos Huila y Tolima, por el Sur con los Departamentos de Nariño, Putumayo y por el Occidente con 150 KM de Costa Pacífica. Su capital es Popayán. (Ver ANEXO Ubicación geográfica del Departamento del cauca NO. 01).

7.1.2. CONTEXTO MUNICIPAL

El Territorio que ocupa el municipio de Puerto Tejada está ubicado en la parte Norte del Departamento del Cauca, es la puerta de entrada de Norte a Sur. El municipio tiene una ubicación privilegiada en el norte del Departamento del Cauca está situado en la banda derecha del Río Cauca. En la confluencia de los Ríos Palo y Paila, a 29 km de la ciudad de Cali y a 130 km de Popayán; esta junto a un ramal de la carretera panamericana que se desprende de esta vecindad de la vía Pance y vuelve a ella en la cercanía de Villarrica. Limita al Norte: con Cali, Candelaria, Al Sur: Villa Rica, Santander y Caloto. Al Este: Padilla y Miranda. Al Oeste con Jamundí.

Puerto Tejada Cauca es uno de los principales municipios del departamento del Cauca, fue fundado el 17 de Septiembre de 1897 en terrenos que pertenecieron al señor Manuel Cobo y su esposa Manuela Cifuentes, que fueron compradas por el departamento de Cauca en 1890 mediante la escritura pública 372 del 27 de agosto del mismo año.

Su nombre se debe al hacendado esclavista Manuel Tejada Sánchez quien extorsionaba a los colonos (negros) de los bosques del palo. Lo de puerto fue debido a la confluencia de los ríos palo y la paila, pues era aquí donde arrimaban los barcos, lanchas y champanes a realizar intercambio comercial de productos agrícolas cuyo destino final era Juanchito.

En la actualidad Puerto Tejada posee aproximadamente 58.000 habitantes aproximadamente, según el censo general del año 2012 distribuido en 33 barrios y 10 veredas, de las hay una población en edad escolar de 18.000 niños y jóvenes, la población atendida corresponde a 14.000. El 92% y el 8% es rural tiene una Dirección de núcleo Educativa en 6, Instituciones Educativas urbanas y 4 Centros Docentes rurales de carácter oficial, 8 Instituciones y 13 centros educativos privados un instituto técnico de hogares infantiles de Bienestar Familiar. A pesar de que el municipio no es certificado posee el PEM el cual arrojó un estudio para que las entidades e instituciones educativas lo pongan en práctica y lo incluyan al PEI y así mejorará el nivel Educativo del Municipio.

7.2. MARCO TEORICO

La transición de la aritmética al álgebra es un paso crucial para llegar a ideas más complejas y abstractas dentro de las matemáticas escolares. Sin embargo, los resultados de la investigación en didáctica del álgebra registran que la mayoría de las dificultades que enfrentan los estudiantes al iniciarse en el estudio del álgebra se deben a que, por mucho tiempo, ésta ha sido vista como una mera extensión del cálculo numérico al cálculo literal. Lo anterior ha tenido como consecuencia una enseñanza del álgebra a partir de fuentes de significado muy limitadas: usualmente se toma como base el dominio numérico (simbolización numérica), dejando de lado ideas importantes que se interconectan con otros dominios matemáticos, como el geométrico.

Por otro lado, numerosos estudios han investigado y catalogado las dificultades y los errores que cometen los estudiantes al iniciarse en el estudio del álgebra elemental;

autores como Booth (1984), Kieran (1980), Kieran y Filloy (1989), Mason et al. (1985), Filloy y Rojano (1985) y Ursini (1990b) señalan:

Los estudiantes suelen usar métodos aritméticos en lugar de métodos algebraicos para resolver problemas de enunciado y tienen dificultades para comprender y manejar conceptos propios del álgebra (incógnita, número general y variable), así como para comprender que las operaciones en álgebra pueden no llevar a un resultado numérico y que, a la larga, pueden quedar como operaciones suspendidas. Estos estudios evidenciaron, además, que un bagaje predominantemente aritmético puede resultar un obstáculo para el aprendizaje del álgebra (véase, por ejemplo, el estudio de Filloy y Rojano, 1985).

En ese sentido, algunos autores afirman que, para el desarrollo del pensamiento algebraico, es imprescindible que los estudiantes puedan pensar y percibir la simbología y las operaciones aritméticas de manera distinta a la que se cultiva tradicionalmente en la escuela primaria, para que, sobre ese nuevo modo de pensamiento aritmético, puedan construir las nociones básicas del álgebra.

7.2.1. Las dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas.

“El análisis de errores en el aprendizaje de las matemáticas se ha transformado en una cuestión de continuo interés para las investigaciones en educación matemática. Según Kieran. C. (1998),

Está claro que, la generalización y formalización de patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas al igual que el análisis de situaciones con la ayuda de símbolos constituyen una de las aéreas que mayor predomina en los estudios sobre errores en matemáticas escolares.

Radatz (1980, P 1-20) quien dedica gran parte de sus investigaciones a establecer un estado del arte alrededor de los errores en la enseñanza de las matemáticas, afirma que, en los estados unidos se han desarrollado desde inicios del siglo veinte profundos aportes a esta mirada, los aportes más importantes están destacados por Buswell, Judd

y Brueckner casi hasta los años 30, cuando las dificultades especiales toman importancia; para los años 60' surgen nuevas corrientes quienes usan dichos errores en la reconstrucción del currículo y la resignificación didáctica. Sin embargo, en Europa los estudios se han abordado en forma espontánea.

No obstante en Alemania, con los trabajos de Weiner, Seseman Kiesling y Rose, y dada la importancia de la pedagogía empírica, la presencia de las escuelas influenciadas por la psicología y en especial la psicoanalítica buscan patrones para establecer diferentes errores y proporcionar fundamentación para la enseñanza de las matemáticas. Citado en Radatz; para los años 60' con Glück, Schlaak y Pipping se concretan aportes en la determinación y descripción de causas de error, interpretación y dificultades especialmente en cálculo. En España, Villarejo, Fernandez H, Centeno, Rico, Castro, Gonzalez, Coriant y Molina entre otros desde los años 50' se han dedicado a encontrar los errores más frecuentes, a presentar las intervenciones de corrección y las formas de interpretarlos para el rediseño curricular. Por su parte, en América Latina en especial las investigaciones al respecto han sido orientadas según las corrientes pedagógicas y psicológicas predominantes y dadas las condiciones de los rediseños curriculares de los diferentes sistemas educativos. Radatz (1980, p 20), manifiesta

Pluralidad al respecto de las expresiones teóricas para atribuir la causa de los errores en el proceso de aprendizaje de la matemática. De igual manera al surgimiento de nuevos errores se los atribuye a las sucesivas reformas del currículo de matemática, a los contenidos específicos, a la individualización y a la diferenciación de la instrucción matemática que requiere gran destreza en el hallazgo de las dificultades para el aprendizaje de la disciplina, puesto que se requieren de modelos para tomar referencia en el momento de diagnosticar y corregir aprendizajes erróneos.

De igual manera, son diferentes los orígenes que se otorgan a las dificultades del aprendizaje de las Matemáticas, en especial para el Álgebra, estas se ubican generalmente una dinámica que incluye al estudiante, al contenido, al profesor y a la institución escolar, otorgando estatus al microsistema educativo con relevancia; "en la práctica pedagógica se concretan en complicadas estructuras en forma de obstáculo, que son identificadas en los estudiantes como errores" (Socas M.M. 1997, P 125-154)

con la presencia de esquemas cognitivos inadecuados, que no solo son la ausencia de un conocimiento sino el resultado de redes complejas Un análisis referencial en Socas (1997, p154), describe:

Cinco grandes categorías para establecer la procedencia de estas dificultades, En primera instancia presenta la complejidad de los objetos de las Matemáticas y procesos de pensamiento matemático como propias de la disciplina; de otra manera atribuye orígenes de las dificultades a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas; otra procedencia que le otorga a las dificultades está relacionada con los procesos de desarrollo cognitivo de los estudiantes, y por último asocia a las dificultades a las actitudes afectivas y emocionales hacia las Matemáticas.

De esta manera puede notarse varias perspectivas para abordar las dificultades según sea el énfasis en uno u otro elemento: desarrollo cognitivo de los estudiantes, currículo de matemáticas y métodos de enseñanza.

Es necesario manifestar que al respecto de la complejidad de los objetos básicos de las matemáticas, las dificultades encuentran dos estatus: operacional y conceptual, el primero de carácter dinámico -los objetos son vistos como un proceso-, y en el segundo de carácter estático – los objetos son vistos como entidad conceptual. Estos constituyen aspectos complementarios del objeto de las matemáticas.

Con referencia a las dificultades asociadas a las rupturas que se dan necesariamente en relación a los modos de pensamiento matemático, para el razonamiento algebraico y en especial con respecto a la generalización, toma relativa importancia la transición del Pensamiento Numérico al Pensamiento Algebraico, etc.”(10 Encuentro Colombiano de matemáticas educativas)

7.2.2. El razonamiento y la enseñanza del álgebra en las matemáticas.

Podríamos decir... por fin un nuevo enfoque de la educación al razonamiento, de la formación del pensamiento, del análisis de las situaciones, del dominio de los instrumentos de ayuda al razonamiento, esto significa el reto del hombre...”el

pensamiento”, o mejor el desafío. De cualquier forma, un desafío pedagógico que no se trata de un problema de pedagogía teórica, sino por el contrario del reto que impone la realidad de la vida diaria.

Sin embargo, al enfrentar ciertas situaciones que requieren nuestra disposición para concentrar la atención, se evoca en tal acción la facultad de pensar... pero en el fondo..¿Qué es el pensamiento?... poco a poco surgen ideas al respecto. Reflexión, imaginación, lógica, inteligencia, razonamiento, entre otras ideas que se asocian a “pensamiento”, pero finalmente esta relación sinonímica no resulta el problema, lo desplaza, lo remite a otras definiciones, todas con igual condición de complejas y que son asumidas como iguales.

Socas M.M. (1997, p125) afirma:

Al definir pensamiento, se descubre es, como lo que concierne a la conciencia y que compromete todos los fenómenos psíquicos conscientes.....En este caso no es irónico la referencia a la conciencia para delimitar una noción tan difícil. En este orden de ideas es preciso entonces tener de manifiesto identificadas las actividades que forman el pensamiento y establecer una representación de su función en la comprensión de lo que hemos llamado los objetos matemáticos, en especial en el pensamiento algebraico.

De otra parte, el desarrollo del razonamiento tiene sus primeros orígenes con la lógica, se espera haga su aparición desde los primeros años y apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; se dice que este hace parte del razonamiento lógico que posterior mente se evidencia con predicciones y conjeturas; justificaciones o posibilidades para refutar dichas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones.(10 Encuentro Colombiano de matemáticas educativas).

7.2.3. El razonamiento algebraico.

En este orden de ideas, el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones.

Este tipo de razonamiento está en el corazón de las matemáticas y se entiende como la ciencia de los patrones y el orden, ya que formalizar y generalizar son manifestadas como sustancias en el área de las matemáticas.

Sin embargo, se encuentran actividades asociadas al trabajo con la construcción del pensamiento algebraico que podemos calificar en esta caracterización: uso de símbolos para designar objetos, ecuaciones, fórmulas y patrones. Incluso existen elementos teóricos que suponen el inicio de una reflexión sobre la estructura algebraica de los conjuntos y operaciones con números. Tal es el caso de los enunciados generales de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva de las operaciones aritméticas y su aplicación en la solución de problemas.

No obstante resulta aquí pertinente presentar algunas características del razonamiento algebraico que son sencillas de adquirir por los niños, y por tanto deben conocer los maestros en formación, son:

Los patrones o regularidades que existen y aparecen de manera natural en las matemáticas, pueden ser reconocidos, ampliados, o generalizados, el mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes, los patrones se encuentran en situaciones físicas, geométricas y numéricas. Al expresar las generalizaciones de patrones y relaciones usando símbolos se logra eficacia en el razonamiento y la comprensión de los constructos. Las variables son símbolos que se ponen en lugar de los números o de un cierto rango de números. Las funciones son relaciones o reglas que asocian los elementos de un conjunto con los de otro, de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo uno del segundo conjunto, se pueden expresar en contextos reales mediante gráficas, fórmulas, tablas o enunciados.

Con relación a la segunda característica, hay que destacar que entre los símbolos que usamos para expresar las generalizaciones de patrones y relaciones sobresalen los que permiten representar variables y los que permiten construir ecuaciones e inecuaciones. Con relación a la tercera característica, hay que destacar que las variables tienen significados diferentes dependiendo de si se usan como representaciones de cantidades que varían o cambian, como representaciones de valores específicos desconocidos, o formando parte de una fórmula. Respecto a la cuarta característica, hay que destacar que todas las representaciones de una función dada son simplemente maneras diferentes de expresar la misma idea.

Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a entender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentidos, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas. En niveles superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos (o formalidades) y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros artefactos. (10 Encuentro Colombiano de matemáticas educativas)

7.2.4. Lenguaje Variacional

Como ya es conocido, el Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLV) es una línea de investigación que se ocupa de estudiar los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y en el sistema social que le da cabida (Cantoral, 2000, p 185). En este escrito se toman algunas ideas matemáticas que han sido utilizadas (y algunas de ellas generadas) dentro de esta línea de investigación y se muestra su aplicación en el estudio del concepto matemático derivada.

El término 'variacional' se encuentra estrechamente ligado al concepto de variación, el cual es entendido como una cuantificación del cambio (ver Cantoral, Molina y Sánchez, 2005). Dentro del PyLV, el concepto de variación tiene una importancia

fundamental, ya que el estudio de la variación de diferentes situaciones (en particular aquellas ligadas a cuerpos en movimiento) generó las ideas fundamentales que dieron origen al cálculo diferencial. Un concepto matemático que fungió como herramienta para determinar la variación entre dos estados consecutivos E_1 y E_2 de un sistema dado, es el de diferencia; esto es, el residuo de la sustracción $E_2 - E_1$; por esta razón se buscó provocar la emergencia de este concepto en la primer parte del taller, para posteriormente mostrar su utilidad en el estudio del concepto de derivada en un contexto numérico.

En diversos estudios (Castañeda, 2004; Cantoral, 2001) que se han desarrollado al interior del programa de investigación de Pensamiento y Lenguaje Variacional se ha destacado la importancia de consolidar una base de conocimientos; como la adquisición de un universo de formas gráficas, el fortalecimiento de un lenguaje gráfico, la construcción de nociones como el de la predicción, a través de situaciones o escenarios aprendizaje que le permitan al estudiante, no sólo adquirir un dominio de las técnicas y procedimientos que comúnmente se estudian en el aula de clase, sino también fortalecer y desarrollar un pensamiento variacional. En esta línea de investigación se estudian y diseñan experimentalmente novedosos escenarios de estudio a través de diversas fuentes; como la investigación socioepistemológica, las herramientas tecnológicas, los estudios cognitivos, los desarrollos didácticos.

Para acceder al pensamiento y lenguaje variacional se precisa entre otras cosas del manejo de un universo de formas gráficas extenso y rico en significados por parte del que aprende. El conocimiento superficial de la recta y la parábola no resultan suficientes para desarrollar las competencias esperadas en los cursos de análisis.

7.3. MARCO LEGAL.

Las normas colombianas que definen, regulan y dan pautas para el diseño del currículo en los diferentes establecimientos educativos del país son directamente las siguientes:

- Ley General de Educación, Ley 115 de 1994
- Decreto 1860 de 1994
- Resolución 2343 de 1996
- Decreto 1290 de 2009
- Lineamientos curriculares de las diferentes áreas
- Estándares básicos de competencias en diferentes áreas

7.3.1. Ley General de Educación, Ley 115 de 1994:

“ARTICULO 76. Concepto de currículo. Currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.”

“ARTICULO 79. Plan de estudios. El plan de estudios es el esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de áreas optativas con sus respectivas asignaturas, que forman parte del currículo de los establecimientos educativos.”

“ARTÍCULO 23. AREAS OBLIGATORIAS Y FUNDAMENTALES. Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional. Los grupos de áreas obligatorias y fundamentales que comprenderán un mínimo del 80% del plan de estudios, son los siguientes:

1. Ciencias naturales y educación ambiental.
2. Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democrática.
3. Educación artística.
4. Educación ética y en valores humanos.
5. Educación física, recreación y deportes.
6. Educación religiosa.
7. Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros.
8. Matemáticas.
9. Tecnología e informática.”

“ARTÍCULO 13. ENSEÑANZA OBLIGATORIA. En todos los establecimientos oficiales o privados que ofrezcan educación formal es obligatoria en los niveles de la educación preescolar, básica y media, cumplir con:

- a. El estudio, la comprensión y la práctica de la Constitución y la instrucción cívica, de conformidad con el artículo 41 de la Constitución Política;
- b. El aprovechamiento del tiempo libre, el fomento de las diversas culturas, la práctica de la educación física, la recreación y el deporte formativo, para lo cual el Gobierno promoverá y estimulará su difusión y desarrollo;
- c. La enseñanza de la protección del ambiente, la ecología y la preservación de los recursos naturales, de conformidad con lo establecido en el artículo 67 de la Constitución Política;
- d. La educación para la justicia, la paz, la democracia, la solidaridad, la confraternidad, el cooperativismo y, en general, la formación en los valores humanos, y
- e. La educación sexual, impartida en cada caso de acuerdo con las necesidades psíquicas, físicas y afectivas de los educandos según su edad.”

7.3.2. Decreto 1290 de abril 17 de 2009.

Propósitos de la evaluación institucional de los estudiantes. Son propósitos de la evaluación de los estudiantes en el ámbito institucional:

1. Identificar las características personales, intereses, ritmos de desarrollo y estilos de aprendizaje del estudiante para valorar sus avances.
2. Proporcionar información básica para consolidar o reorientar los procesos educativos relacionados con el desarrollo integral del estudiante.
3. Suministrar información que permita implementar estrategias pedagógicas para apoyar a los estudiantes que presenten debilidades y desempeños superiores en su proceso formativo.
4. Determinar la promoción de estudiantes.
5. Aportar información para el ajuste e implementación del plan de mejoramiento institucional.

Las competencias que el sistema educativo debe desarrollar en los estudiantes son de tres clases: básicas, ciudadanas y laborales.

Las competencias básicas le permiten al estudiante comunicarse, pensar en forma lógica, utilizar las ciencias para conocer e interpretar el mundo. Se desarrollan en los niveles de educación básica primaria, básica secundaria, media académica y media técnica.

Las competencias ciudadanas habilitan a los jóvenes para la convivencia, la participación democrática y la solidaridad. Se desarrollan en la educación básica primaria, básica secundaria, media académica y media técnica.

Las competencias laborales comprenden todos aquellos conocimientos, habilidades y actitudes, que son necesarios para que los jóvenes se desempeñen con eficiencia como seres productivos.”

7.4. Marco Conceptual.

7.4.1. Aprendizaje

El aprendizaje es el proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación. Este proceso puede ser analizado desde distintas perspectivas, por lo que existen distintas teorías del aprendizaje. El aprendizaje es una de las funciones mentales más importantes en humanos, animales y sistemas artificiales.

El aprendizaje humano está relacionado con la educación y el desarrollo personal. Debe estar orientado adecuadamente y es favorecido cuando el individuo está motivado. El estudio acerca de cómo aprender interesa a la neuropsicología, la psicología educacional y la pedagogía.

El aprendizaje es concebido como el cambio de la conducta debido a la experiencia, es decir, no debido a factores madurativos, ritmos biológicos, enfermedad u otros que no correspondan a la interacción del organismo con su medio (UNAD)

El aprendizaje es el proceso mediante el cual se adquiere una determinada habilidad, se asimila una información o se adopta una nueva estrategia de conocimiento y acción.

7.4.2. Estrategias didácticas.

Es un conjunto de acciones dirigidas a la concesión de una meta, implicando pasos a realizar para obtener aprendizajes significativos, y así asegurar la concesión de un objetivo; toma en cuenta la capacidad de pensamiento que posibilita el avance en función de criterios de eficacia. Su finalidad es regular la actividad de las personas, su aplicación permite seleccionar, evaluar, persistir o abandonar determinadas acciones para llegar a conseguir la meta que nos proponemos, son independientes; implican autodirección; la existencia de un objetivo y la conciencia de que ese objetivo existe y autocontrol; la supervisión y evaluación de propio comportamiento en función de los

objetivos que lo guían y la posibilidad de imprimirle modificaciones cuando sea necesario y según las necesidades y contextos donde sean aplicadas estas estrategias didácticas.

7.4.3. Fenómeno de cambio.

Es de enorme importancia que los seres humanos comprendamos e intentemos controlar los cambios que se producen en nuestro mundo. Un modo eficaz de estudiar los fenómenos de cambio es la búsqueda de patrones, incluso los patrones que permanecen ocultos.

En general, los fenómenos de cambio pueden ser deterministas (cuando el cambio está completamente determinado, a partir de las condiciones iniciales) y aleatorios (cuando los cambios se los atribuimos al azar). Los primeros son estudiados en matemáticas y los segundos en estadística y probabilidad.

De manera general, la noción de cambio, se suele introducir en Matemáticas con la noción de variable que literalmente significa que varía o puede variar, que cambia de valor.

En este contexto, la variación se suele expresar como la diferencia de dos valores y, se suele llamar incremento de la variable. Cuando se ponen en juego los cambios en dos o más variables, aparece el estudio de funciones, rama del análisis matemático. En una función, el límite de la tasa de variación entre la variable independiente y la variable dependiente, cuando esta última tiende a cero es lo que se conoce como derivada de una función.

7.4.4. Lineamientos curriculares.

Son las orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares que define el MEN con el apoyo de la comunidad académica educativa para apoyar el proceso de fundamentación y planeación de las áreas obligatorias y fundamentales definidas por la Ley General de Educación en su artículo 23.

En el proceso de elaboración de los Proyectos Educativos Institucionales y sus correspondientes planes de estudio por ciclos, niveles y áreas, los lineamientos curriculares se constituyen en referentes que apoyan y orientan esta labor conjuntamente con los aportes que han adquirido las instituciones y sus docentes a través de su experiencia, formación e investigación.

7.4.5. Pensamiento numérico

El pensamiento numérico es aquel pensamiento que comprende los números y sus múltiples relaciones, reconoce las magnitudes relativas de los números y el efecto de las relaciones entre ellos y desarrollan puntos de referencia para cantidades y medidas junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.

7.4.6. Pensamiento Variacional.

Este pensamiento enfatiza en las relaciones entre las cantidades, incluyendo las funciones, las formas de representar relaciones matemáticas y el análisis de cambio.

Interpretar ideas utilizando un lenguaje de símbolos, realizar relaciones entre cantidades, incluyendo las funciones, las formas de representar relaciones matemáticas y el análisis de cambio, esto permite el desarrollo del pensamiento variacional y de sistemas algebraicos y analíticos. Para lo cual se preparan a los estudiantes para:

- ✓ Entender patrones, relaciones y funciones.
- ✓ Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas usando símbolos algebraicos.
- ✓ Usar modelos matemáticos para representar y entender relaciones cuantitativas
Analizar el concepto de cambio en varios contextos.

Características: Los estudiantes necesitan aprender el concepto de álgebra, las estructuras y los principios que gobiernan la manipulación de los símbolos y la forma como los mismos símbolos pueden usarse para interpretar ideas.

7.4.7. Razonamiento algebraico

El razonamiento algebraico, también conocido como pensamiento algebraico, describe el conjunto de habilidades que permiten a los estudiantes analizar y resolver problemas matemáticos complejos. El razonamiento algebraico primero se enseña en la escuela primaria y se sigue enseñando en la secundaria y la universidad. Este tipo de razonamiento incluye conocimientos matemáticos formales y un entendimiento informal, general de las matemáticas y la lógica. Gran parte del razonamiento algebraico se refiere a la comprensión y la manipulación de los símbolos matemáticos y poder usarlos correctamente en varios contextos.

8. DISEÑO METODOLOGICO

8.1. Tipo de investigación.

La investigación acción educativa interpretar las prácticas sociales (indagación sistemática, crítica y pública) para cambiarlas (acción informada, comprometida e intencionada) y mejorarlas (propósito valioso).

Indagar significa plantear preguntas para las que uno no tiene respuestas; significa un compromiso de aprender algo nuevo. La investigación-acción añade la idea de que se consiguiera un cambio, tanto en el mundo mental como en el práctico. Significa que se está dispuesto a cambiar la propia comprensión y que se intenta asumir cambios prácticos fuera de la práctica, esta investigación lleva a los docentes lo que les interesa tienen que ver con lo que perciben que ocurre en las aulas y desearía cambiar, lo importante es identificar el área que se desea mejorar y estar seguro de que el cambio algo de sí o del entorno.

Cada vez son más los profesionales y los estudiantes dedicados a la labor de investigación en el contexto acción educativa en búsqueda de información seria y completa sobre esta temática, que se ajuste a las demandas curriculares de las instituciones de Educación Superior, en especial, de las universidades que tienen entre sus objetivos desarrollar el rol de investigador en los profesionales en proceso de formación.

8.2. Enfoque.

El tipo de enfoque que se abordó en el presente trabajo es cualitativo, el cual permite ver en la investigación como una forma de acercarse a la realidad que se propone mostrar cómo las personas construyen la realidad social, ambiental y ofrecer una perspectiva más cercana a los seres humanos de cómo se comportan en el aprendizaje del álgebra. Se exponen los aspectos centrales de la perspectiva de investigación cualitativa que pocas veces se analizan en forma explícita. También se

señalan las dudas teóricas y los problemas metodológicos de la práctica de la investigación cualitativa, porque en este proyecto se presenta un contexto temático general del pensamiento variacional como elemento para fortalecer la resolución de problemas algebraicos, así como sus características, la aplicación adecuada y responsable, trayéndola a la realidad del centro educativo politécnico la milagrosa, reconociendo su problemática educativa a través de un diagnóstico; por tanto, poder generar una propuesta educativa y pedagógica que mitigue la dificultad en la resolución de problemas algebraicos.

8.3. Fases

En la ejecución del presente proyecto se llevan a cabo los siguientes pasos:

1. Fase No .01 El Diagnóstico las dificultades que experimentan en el aprendizaje los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca), por medio de la observación, Para hacer un buen proceso de observación científica es necesario seguir los siguientes pasos:
 - Adecuar la estrategia al análisis en función del objetivo claro, definido y preciso.
 - Tener presente un objetivo claro de investigación.
 - Asumir una postura clara como observador.
 - Planificar sistemáticamente la observación.
 - Escoger las técnicas o instrumentos de registro a utilizar.

La entrevista: permite describir e interpretar aspectos que no son directamente observables, para lograr su fin debe ser dirigida por el contenido explícito que se pretende buscar, la cual se efectúa a la docente encargada del área de matemáticas.

2. Fase No. 02 El Diseño de la estrategia didáctica para aplicar en los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca).

3. Fase No. 03 La implementación de la estrategia didáctica para el aprendizaje de algunos elementos del álgebra los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca),
4. Fase No. 04 Realización de la evaluación de la propuesta pedagógica que implemente el pensamiento variacional en la resolución de problemas algebraicos en los estudiantes del grado 8° del centro educativo politécnico la milagrosa, municipio Puerto Tejada (cauca),

8.4. Población y muestra

Este proyecto se realiza con los estudiantes de los grado octavo, de la institución Educativa Politécnico la Milagrosa de los cuales hay 50 estudiantes. Se tomó como muestra a 25 estudiantes (50% de la población), de tal manera que sea representativa de la misma.

8.5. Área de estudio

El área de estudio es las matemáticas, actualmente se caracteriza por el predominio del Álgebra, y se habla cada vez más de la algebrización de todas las ramas de la tradicional matemática. Esta tendencia se origina en los trabajos de Galois para dar solución al problema de determinar las raíces de las ecuaciones algebraicas, de donde surgió la noción de grupo. Mientras adquiere gran desarrollo la teoría de grupos y se extiende a la teoría de anillos y campos, aparece la noción de “ley de composición”, cuya aplicación a los nuevos entes matemáticos amplía considerablemente el campo del Álgebra. El primero de estos entes matemáticos es el vector, que si bien era utilizado por científicos desde fines del siglo XVII, no tuvo repercusión entonces entre los matemáticos. Es hasta finales del siglo XIX cuando los vectores, y sus sucesores los tensores, con el auxilio de los recursos del análisis matemático, encuentran importantes aplicaciones en diversos campos de la física y contribuyen a la creación de las nuevas álgebras. Más tarde se fortalece la teoría de grupos y otras herramientas matemáticas y

aparecen en el escenario las matrices. Éstas junto con los vectores constituyen el germen de lo que hoy conocemos como Álgebra Lineal.

Este concepto se aplica en la jornada de la tarde la cual funciona la básica secundaria, con aproximadamente 700 estudiantes distribuidos en los grados de sexto a once. El grado octavo está conformado con por 25 estudiantes.

8.6 Instrumentos y técnicas de recolección.

Para la recolección de información se aplicará una encuesta con preguntas estructuradas cerrada, que permitan obtener información directa y una entrevista a los docentes en propiedad del área de matemáticas.

Validez y confiabilidad de los Instrumentos de Recolección de Datos.

De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (1998), "la validez en términos generales, se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir" (pág.243).

Tamayo y Tamayo (1998) considera que validar es "determinar cualitativa y/o cuantitativamente un dato" (224). Esta investigación requirió de un tratamiento científico con el fin de obtener un resultado que pudiera ser apreciado por la comunidad científica como tal. La validez del instrumento de recolección de datos de la presente investigación, se realizó a través de la validez de contenido, es decir, se determinó hasta donde los items que contiene el instrumento fueron representativos del dominio o del universo contenido en lo que se desea medir.

Al respecto, Balestrini (1997), (pág.140) plantea:

Una vez que se ha definido y diseñado los instrumentos y Procedimientos de recolección de datos, atendiendo al tipo de estudio de que se trate, antes de aplicarlos de manera definitiva en la muestra seleccionada, es conveniente someterlos a prueba, con el propósito de establecer la validez de éstos, en relación al problema investigado.

Según Balestrini (1997), toda investigación en la medida que sea posible debe permitir ser sometida a ciertos correctivos a fin de refinarlos y validarlos (pág.147)

Según Rusque M (2003p 134)

La validez representa la posibilidad de que un método de investigación sea capaz de responder a las interrogantes formuladas. La fiabilidad designa la capacidad de obtener los mismos resultados de diferentes situaciones. La fiabilidad no se refiere directamente a los datos, sino a las técnicas de instrumentos de medida y observación, es decir, al grado en que las respuestas son independientes de las circunstancias accidentales de la investigación. La fiabilidad, confiabilidad, consistencia y credibilidad de la investigación se logró a través del análisis de la información, lo cual permitió internalizar las bases teóricas, el cuerpo de ideas y la realidad (sujetos de estudios-escenarios y contextos)

Técnica de Análisis de la Información.

La información recabada a través de las técnicas de observación, revisión documental y la entrevista fueron organizados en categorías para proceder a analizarlos y someterlas posteriormente a un proceso de triangulación , con el fin de generar nuevas teorizaciones que fueron contrastadas con las teorías precedentes. En este sentido, las autoras utilizaron el Registro de Observación Documental.

9. INSTRUMENTOS APLICADOS.

Una vez recopilados los datos por las técnicas experimentales y /o instrumentos diseñados para este fin, los datos deben ser transferidos a una matriz a guardados en un archivo, para poder proceder a su análisis posterior. En la actualidad el procesamiento de datos se lleva a cabo por computadoras, aplicando tabuladores electrónicos y /o software estadísticos específicos. Ya nadie lo hace de forma manual, especialmente si hay un volumen de datos considerables, sobre todo teniendo en cuenta que prácticamente en todas las instituciones de educación superior, centros de investigación, empresas e instituciones se dispone de computadoras digitales y software matemáticos y estadísticos, capaces de archivar y analizar los datos.

Generalmente se parte siempre de la introducción de los datos en EXCEL (confección de la matriz de datos), por la facilidad de uso del mismo y por eso en muchas ocasiones se realizan diversos análisis preliminares con este tabulador.

Finalmente resulta muy fácil pasar los datos del EXCEL al software estadístico que se vaya a utilizar, ya que todos éstos admiten los datos en un formato similar al de los tabuladores electrónicos.

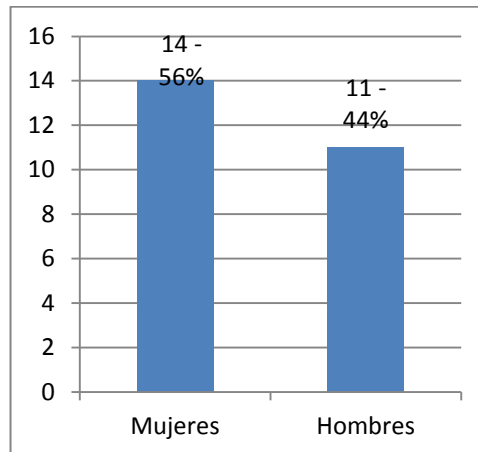
Al aplicar el instrumento de investigación, pudimos evidenciar algunas de las dificultades que presentaron los estudiantes con relación a la comprensión e interpretación de la variable en sus diferentes contextos, puesto que al desarrollar la prueba, ciertos estudiantes no aceptaban la falta de cierre en las respuestas a los problemas propuestos, tenían muy pocas interpretaciones de la letra, y por lo general solamente la evaluaban, le asignaban un valor y aplicaban cierto tipo de algoritmos que les permitían aproximarse a proponer una estrategia de solución.

Lo anteriormente expuesto nos permite observar que las implicaciones del currículo adquieren una significatividad especial, puesto que es en este aspecto donde

entraríamos a evaluar en qué punto del proceso de enseñanza y aprendizaje se crean dichas dificultades.

A continuación presentamos el análisis cualitativo de cada uno de los puntos que propusimos en el instrumento de indagación.

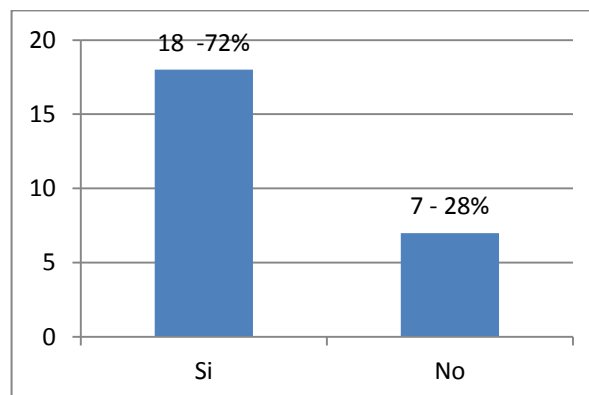
Grafico No. 01 Genero del personal encuestado



(Fuente las autoras)

Del los estudiantes encuetados catorce (14) son mujeres siendo el 56% y once (11) son hombres entre edades 12-14 años promedio. La población estudiantil está compuesta con predominio del género femenino.

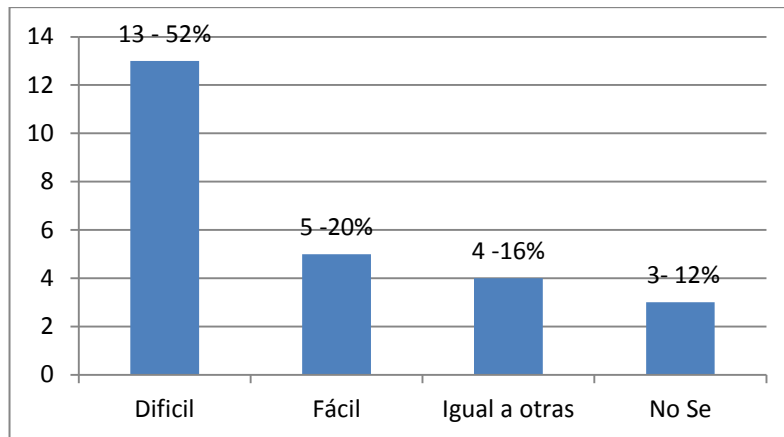
Grafico No. 02 ¿Para usted; hay diferencia entre aritmética y álgebra?:



(Fuente las autoras)

Está claro que el 72%, dieciocho (18) de los estudiantes encuentran que hay diferencia entre aritmética y el álgebra, y que para el 72% esa misma diferencia es bastante y sólo un 28% la encuentra poco relevante.

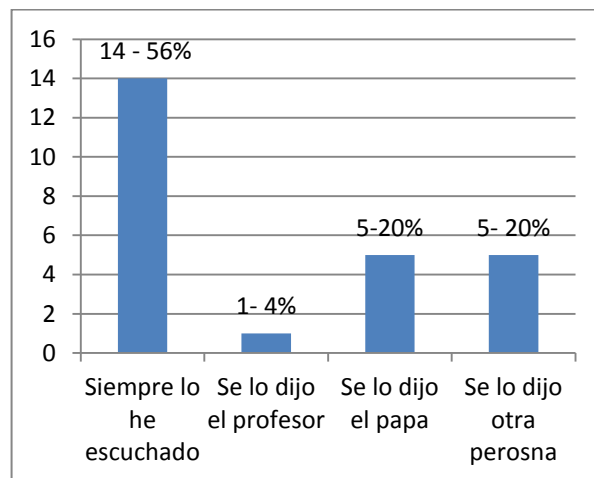
Grafico No. 03 ¿qué opinión tiene sobre el estudio del álgebra?



(Fuente las autoras)

Hasta ahora, se sigue manteniendo la concepción de dificultad de la materia, pues el 52% (13 estudiantes) respondió que difícil y el porcentaje que sostiene es una materia igual a las otras es muy bajo, es posible que aún no sea claro su concepto.

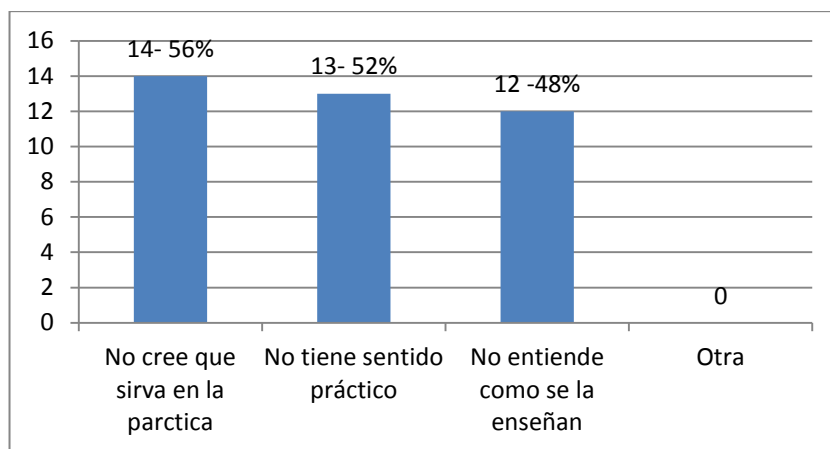
Grafico No. 04 Si la respuesta a la pregunta anterior es a: es porque



(Fuente las autoras)

El temor a la introducción al álgebra, es infundido a partir de un rumor el 56% (14 estudiantes) manifiestan que siempre lo he escuchado, luego los papás, del educador en un bajo porcentaje pero éstos a la vez se apoyan en lo que les dijo otra persona cuando ellos eran estudiantes.

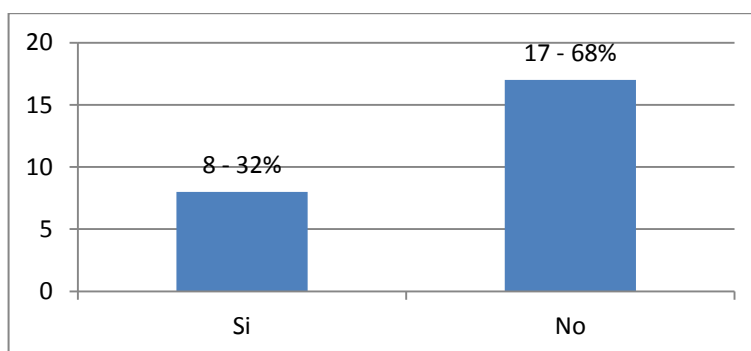
Grafico No. 05 El aprendizaje del álgebra es difícil porque



(Fuente las autoras)

La respuesta es muy dicente, se puede interpretar estas respuestas como las que catapultan la metodología utilizada para la enseñanza de esta materia tan importante en el recorrido del estudio y comprensión de otras áreas. Se toma como una materia fría, de sólo números y cifras, y porque no, útil para carreras para las cuales las personas del sector no tienen la posibilidad debido a su bajos recursos económicos, como son las diferentes ingenieras; esto parte desde los diferentes conceptos que se tiene de estudiar las matemáticas, incluyendo claro algunos docentes, para los cuales éstas ciencias llamadas exactas no tienen si no una forma de enseñar: la forma cuadriculada, deshumanizada y en la que no tiene cabida la reflexión y la creatividad

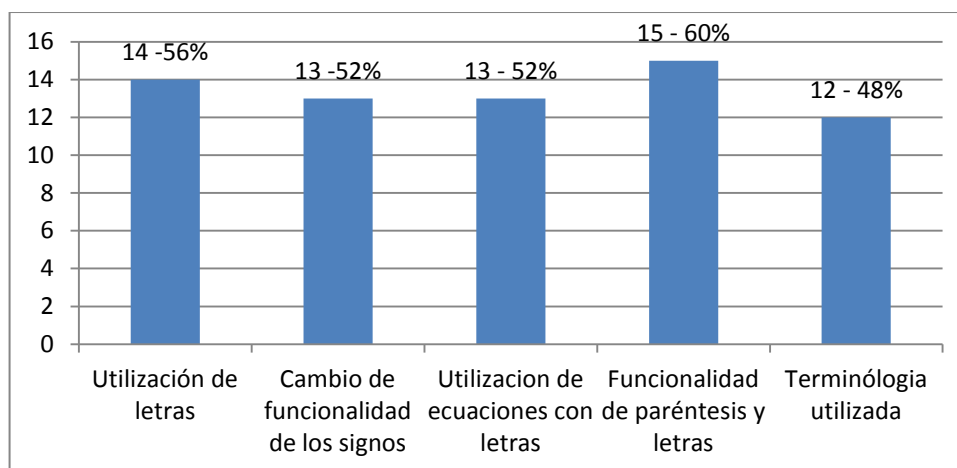
Grafico No. 06 ¿Sabe cuál es el significado del igual en álgebra?



(Fuente las autoras)

Lógico que cuando se les hizo este pre-test los estudiantes están empezando a ver por primera vez el álgebra y aún no tenían claro muchos conceptos y además por la predisposición a la que acudían a la institución, pues era predecible esta respuesta.

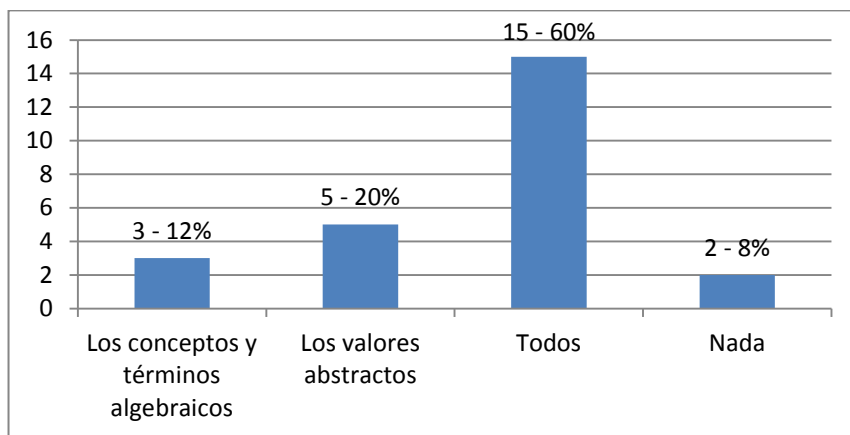
Grafico No. 07 ¿Cuál es la diferencia que hay concretamente entre aprender aritmética y aprender álgebra?



(Fuente las autoras)

En este cuadro de respuestas se denota el problema que hay en la transición de la enseñanza de la aritmética básica al álgebra. Los estudiantes entran a un campo de utilización de terminologías y valores que si no le adjudican un sentido de pertinencia y objetividad en el diario vivir, pierden también el interés por aprender la materia y así difícilmente entenderán el porqué de la variable X , ó, Y , y de sus valores en las ecuaciones.

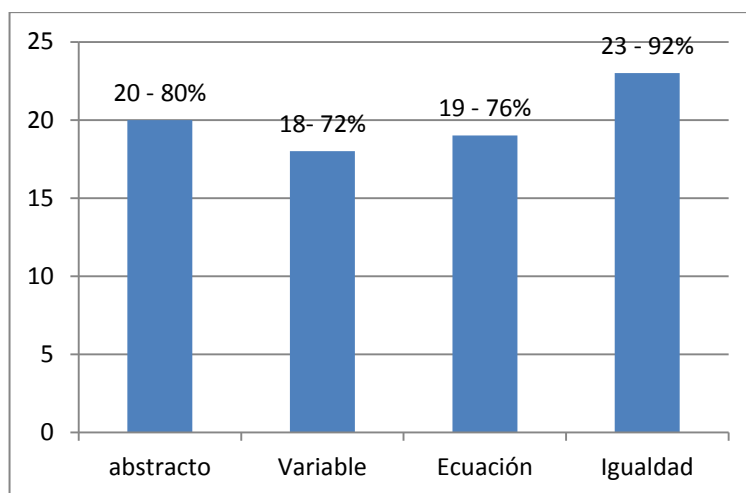
Grafico No. 08. Dentro del recorrido del año y de lo visto en álgebra, ¿qué le parece más difícil aprender?



(Fuente las autoras)

En este cuadro de respuestas los estudiantes muestran la confusión que tienen con respecto a lo que realmente les cuesta trabajo aprender. Por un lado tres (3) aceptan que los conceptos y términos algebraicos, pero a la vez, estos mismos aceptan la respuesta (todos) al 100%.

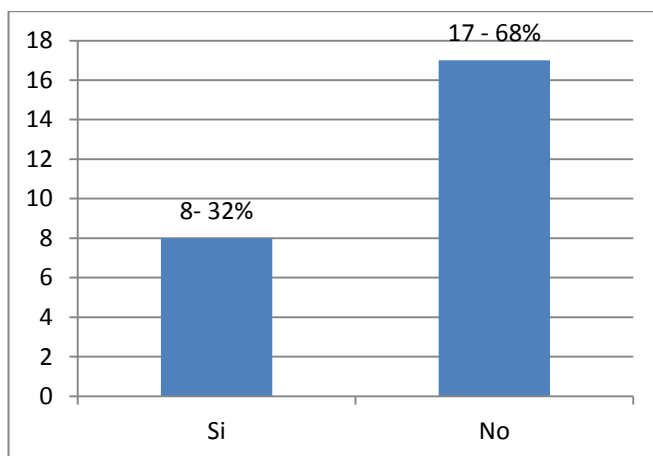
Grafico No. 09 ¿Qué términos, según usted son más difícil de aprender?



(Fuente las autoras)

En general toda la terminología es un problema, pero se debe entender que los estudiantes apenas están en el proceso de transición del proceso de aprendizaje de los términos de la aritmética a los de álgebra, apenas se llevan el primer periodo de clases.

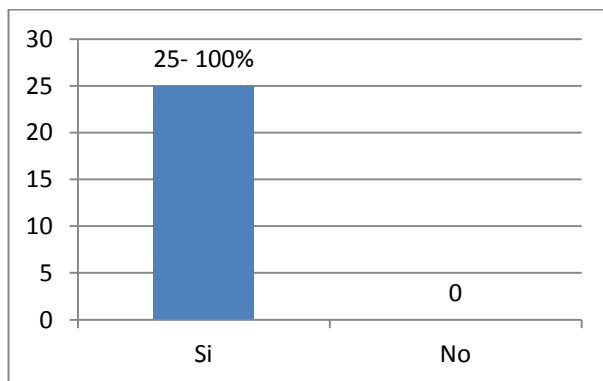
Grafico No. 10 ¿Ha logrado asimilar qué es una ecuación algebraica?



(Fuente las autoras)

Si la constante se ha mantenido, es de suma importancia preguntarse ¿en dónde se encuentra la problemática?, en el sistema de enseñanza, en las metodologías, en actitudes del orientador o en las actitudes de los estudiantes y, claro; corresponde al educador buscar alternativas para darle salida a esta situación y cambiar a un pensamiento variacional y no al estudiante.

Grafico No. 11. ¿Le gustaría que se cambie la metodología didáctica para un mejor aprendizaje de la materia?



(Fuente las autoras)

Es un querer del estudiantado la búsqueda de estrategias para que ellos se sientan bien aprendiendo esta materia y así el aprendizaje de la misma es más efectivo.

Realizada la prueba pre-test, encontramos que los estudiantes no tienen un buen ánimo de aprender la materia, que la encuentran de poca importancia dado que aparentemente no tiene ninguna aplicabilidad en el diario vivir, al contrario de las matemáticas básicas, que las viven, las practican y de alguna manera real manejan las operaciones básicas, incluidos los conjuntos y los fraccionarios. Esto nos alienta a buscar una estrategia para que el aprendizaje se pueda relacionar con el diario vivir y así inculcar en el estudiante esa motivación de aprender el álgebra a partir del comprender que es aplicable en la cotidianidad.

10. DISEÑO DE ACTIVIDADES DIDÁCTICAS.

Con el fin de favorecer aprendizaje significativo bajo actividades bien diseñadas en las cuales el estudiante sea el protagonista de su proceso de aprendizaje, se diseña una intervención en tres etapas a través de las cuales se trabaja el estándar referente a la identificación de los “patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o grafica” bajo la temática de sucesión. En cada una de estas etapas se propende por abarcar los objetivos específicos planteados en este trabajo.

En la etapa inicial se identifica el alcance del razonamiento empleado por los estudiantes para la solución de sucesiones, a través de la aplicación de una prueba inicial (Anexo No.02). Esta prueba está constituida por seis ITEMS: el primero con 4 sucesiones verbales, con el fin de ambientar a los estudiantes en el concepto de sucesión desde un conjunto de palabras que se relacionan en forma ascendente o descendente; el segundo con 4 secuencias de figuras en las cuales para su completación deben tener en cuenta el manejo de variables como trama, color, posición y tamaño las cuales deben manejar en forma simultánea; el tercero con sucesiones numéricas aditivas y multiplicativas simples donde utilicen sus preconceptos; el cuarto de 2 sucesiones aditivas y multiplicativas con mayor grado de complejidad con el fin de que los estudiantes puedan desplegar la capacidad de razonar de una forma más analítica; el quinto desde una tabla con una relación funcional y con una secuencia interrumpida para varios valores con el propósito de hacer más evidente su pensamiento variacional, la idea de esta tabla se extrae del módulo para el desarrollo de competencias en matemáticas 5° de la página 17 con algunas modificaciones; finalmente el sexto ITEM con 5 preguntas que permiten plasmar los razonamientos empleados, los cálculos realizados, las reglas o patrones y si les es posible las expresiones matemáticas que den cuenta de las soluciones para las sucesiones propuestas.

En la etapa intermedia se realiza la intervención docente a través de actividades que estimulen el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes para construir el concepto de sucesión. Para ello se diseñan tres guías basadas en actividades lúdicas que motivan a los docentes a aprender y a su vez dinamizan los procesos de aprendizaje; al respecto Azcárate y otros en su libro: *“Enfoques actuales en la didáctica de la matemática”*, plantean que “Un ambiente lúdico contribuye a despertar la curiosidad del alumno y salvar el rechazo que puedan sentir hacia la materia, lo que puede permitir que las clases sean más participativas y amenas. Los juegos y otras actividades recreativas son generadoras de un placer espontáneo que hacen que la matemática deje de parecer una disciplina triste y los matemáticos unos aguafiestas”.

La primera actividad de intervención está estructurada sobre un juego llamado “La pirámide de vasos” el cual utiliza tablas para el registro de datos obtenidos a través de la actividad lúdica, luego se pide a los estudiantes que reflexionen sobre 7 preguntas divididas en inferencias, magnitudes que varían de forma simultánea y el establecimiento del patrón.

La segunda actividad llamada “Descubriendo las regularidades” requiere, “además de hacer registros de datos” descubrir el patrón para secuencia de potencias de base 2 y 3; en la etapa de reflexión se plantean 10 preguntas, durante las tres primeras se debe hacer un análisis de la actividad realizada para establecer esquemas multiplicativos que permitan la construcción de otras sucesiones haciendo uso de preconceptos como la descomposición en factores primos, las preguntas 4 y 5 afianzan el concepto de sucesión como tal; de la pregunta 6 a la 10 los estudiantes utilizan un esquema de representación geométrico basado en áreas, para trabajar la secuencias de potencias en base 2, con el fin de consolidar el concepto de sucesión y a la vez promover el desarrollo del pensamiento variacional.

La tercera actividad se desarrolla con base en una situación problema llamada “Tarjetas y bonos” y aunque se fundamenta en una relación de tipo funcional apunta a desarrollar el concepto de sucesión porque permite obtener un conjunto de números a

partir del número anterior, mediante la aplicación de una operación o por el uso de una regla o patrón que determine su formación. Se plantean en este anexo, cinco preguntas que apuntan a explicitar, verificar y realizar cálculos para llegar a una generalización previamente dada; cabe anotar que para poder dar respuesta a las preguntas planteadas los estudiantes deben realizar unos registros previos en las tablas de tal forma que puedan acceder fácilmente a la información, solo se analizará la respuesta número cinco en caso de que los equipos no puedan reconocer el patrón.

La cuarta actividad corresponde nuevamente a la aplicación de la actividad inicial - final descrita en la primera etapa, tanto la actividad inicial como la final se aplica durante dos semanas en un bloque cada semana.

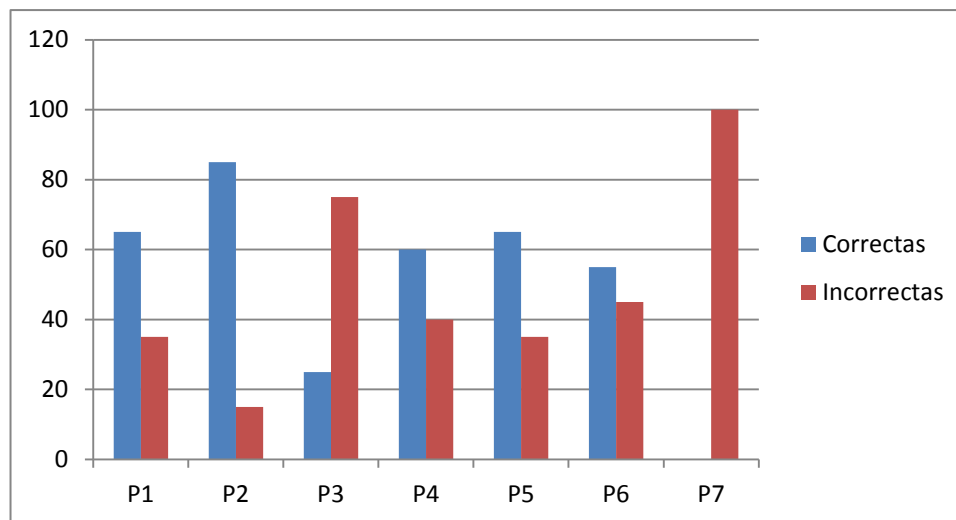
Finalmente se aplica una entrevista escrita a 9 de los 36 seleccionados al azar para poder establecer si mediante las actividades implementadas donde se registra la variación y el cambio se logra consolidar el concepto de sucesión. La entrevista está diseñada con 5 preguntas en las cuales los estudiantes definen con sus palabras los conceptos de sucesión y regla o patrón, la entrevista se aplica en la semana 36. En la etapa final se realiza el análisis de resultados, para establecer si mediante las actividades implementadas donde se registra la variación y el cambio, se logra validar la pregunta de investigación

11. APLICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES.

Para tener mayor claridad al momento de interpretar los análisis realizados se sugiere al lector remitirse a las guías implementadas las cuales se encuentran al final del texto. A continuación se describen los ítems a analizar.

- ✓ Registro de datos y cálculos.
- ✓ Identificación del fenómeno de cambio.
- ✓ Descripción del patrón y cuantificación de la variación.
- ✓ Interpretación de la regularidad.
- ✓ Análisis cualitativo (solo aplica para la actividad inicial – final)
- ✓ Comprensión de conceptos de patrón o regla y sucesión (solo aplica para la entrevista escrita).

Gráfico No. 12 Correspondiente a la actividad de Pirámide de vasos



(Fuente las autoras)

En las preguntas 1 y 2 debían identificar el fenómeno de cambio a partir de unos registros previos realizados durante el juego, el 65% y el 85% respondieron acertadamente en las preguntas 1 y 2 respectivamente, aunque ambas apuntan a lo mismo “presentar el puntaje para obtener el número de vasos tumbados” los estudiantes deben recurrir a la reversibilidad de pensamiento con el fin de obtener una solución

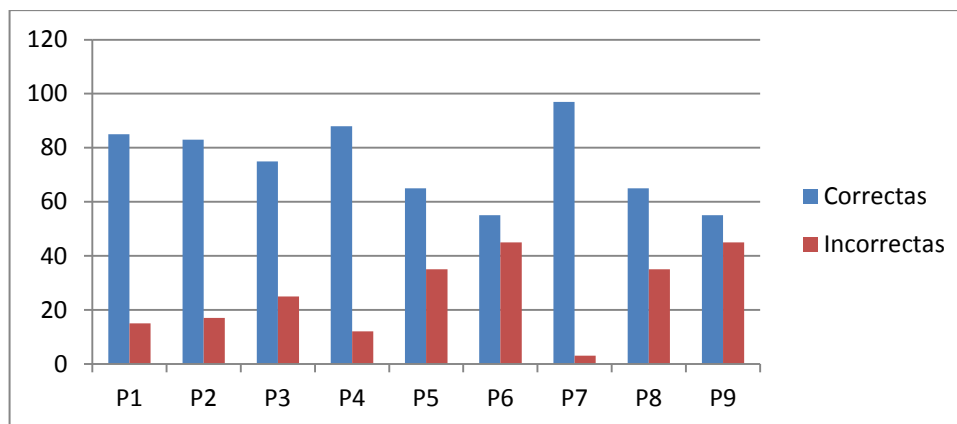
correcta, resulta evidente que muchos de ellos logran hacer una apropiada conceptualización de las operaciones inversas.

En las preguntas 5 con el 65% y 6 con 5'5% de respuestas correctas y 35% y 45% incorrectas, los estudiantes registran datos en tablas haciendo uso de cálculos aritméticos sencillos que determinan un patrón común para la construcción de toda la sucesión, la mayoría de respuestas correctas indica que cuando el estudiante hace un registro escrito del trabajo realizado, este le permite establecer correlaciones entre las 2 variables cantidad y puntaje; realizar cálculos centrando la atención en la cantidad que se repite y a su vez en las veces que ella se repite, tal y como se encuentra implícito en las tablas de multiplicar.

En la pregunta 7 se indaga por la regla para predecir los términos de la sucesión. Se observa que ninguno de los estudiantes logra responder acertadamente, esto puede deberse a que el establecimiento de correlaciones entre variables supone poner en marcha operaciones cognitivas complejas, las cuales pueden desarrollarse a través de la misma práctica, comenzando por establecer patrones sencillos hasta lograr identificar algunos más elaborados.

Finalmente la interpretación de la regularidad se desarrolla en las preguntas 3 y 4 obteniendo en la primera el 25% de aciertos y en la segunda 60%; esta disparidad se presenta dado que en la pregunta 3 el cálculo a realizar presenta mayor dificultad que en la pregunta 4

Gráfico No. 13 correspondiente a la actividad Descubriendo las regularidades



(Fuente las autoras)

En las preguntas 1 y 2, 21 de los 25 estudiantes logran hacer los cálculos de una forma acertada para dar respuesta a estas preguntas propuestas, apoyándose en los registros previos de descomposición en factores primos, utilizados durante la actividad.

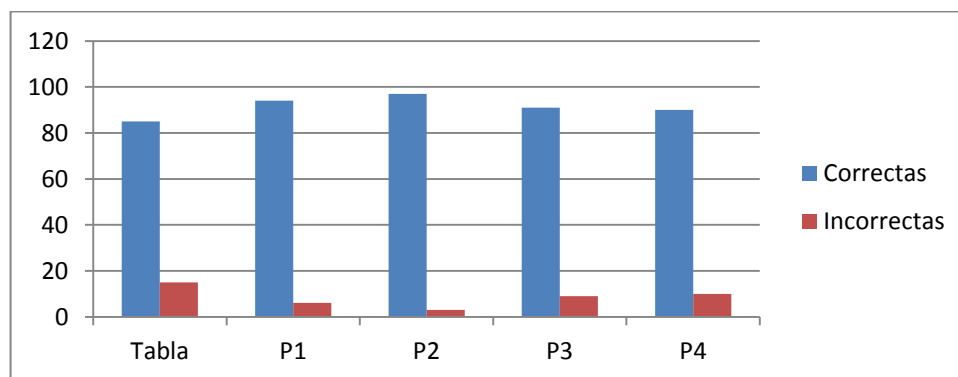
El 75%; 88% y 97% logran identificar del fenómeno de cambio en las preguntas 3, 4 y 7 respectivamente; lo cual quiere decir que en la pregunta tres solo 6 estudiantes no logran construir la sucesión correctamente; en la pregunta cuatro únicamente a 3 estudiantes se les dificulta identificar los factores que siempre se conservan en todos los números de la sucesión; mientras que en la pregunta casi todos los estudiantes logran identificar la magnitud que se conserva en la nueva representación usada, una representación geométrica para una sucesión de base dos.

En las preguntas 5 y 9 los estudiantes deben dar cuenta de la descripción del patrón y la cuantificación de la variación, en la primera, el 65% (16 de 25 estudiantes) logran establecerlos correctamente al utilizar el preconcepto de descomposición en factores primos, mientras que en la segunda el 55% (14 de 25 estudiantes) responden acertadamente al utilizar un nuevo método de representación, el geométrico.

Las preguntas 6 y 8 apuntan a la interpretación de la regularidad en 55% y 65% respectivamente, de los estudiantes, es decir 14 de ellos logran hacer una correcta

interpretación de la regularidad a partir de la representación gráfica de rectángulos con igual altura y diferente base, encontrando así una nueva representación para la sucesión de base dos.

Gráfico No. 14 correspondiente a la actividad Tarjetas y bonos



(Fuente las autoras)

El 85% de los estudiantes logra hacer correctamente el registro de los datos y los cálculos, es decir, de los 25 estudiantes que realizaron la actividad 22 lo hicieron bien; el 15% que corresponde a 3 estudiantes no lograron completar los datos de la tabla de manera exitosa lo que llama la atención porque en las preguntas número uno y dos el 97% de ellos respondió correctamente y para poder hacerlo debían tener en cuenta el llenado de la tabla.

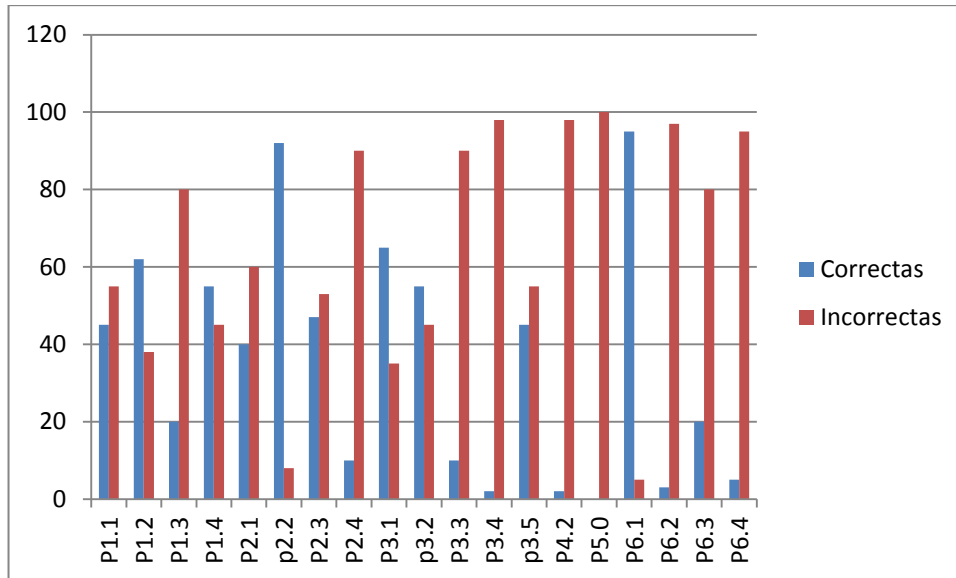
En las preguntas uno y dos el 95% de los estudiantes logran identificar fenómeno de cambio de una forma correcta evidenciando así que el uso de la estrategia implementada resulta exitoso, pero además muestra que sí es posible potenciar el desarrollo del pensamiento variacional desde la primaria, tal y como lo propone el M.E.N. a través de los lineamientos curriculares.

El 91% de los estudiantes responden acertadamente a la pregunta número 3 que tiene que ver con la descripción del patrón y cuantificación de la variación, en tanto que identifican la regla que determina la relación planteada en la actividad, mientras que el 9% no logra hacerlo.

En la pregunta 4 sólo el 9% de los estudiantes, es decir 4 de los 36 no responden acertadamente, más bien no logran dar cuenta de la interpretación de la regularidad al no poder hacer el proceso de verificación.

Gráfico No. 15 correspondientes a la actividad Inicial

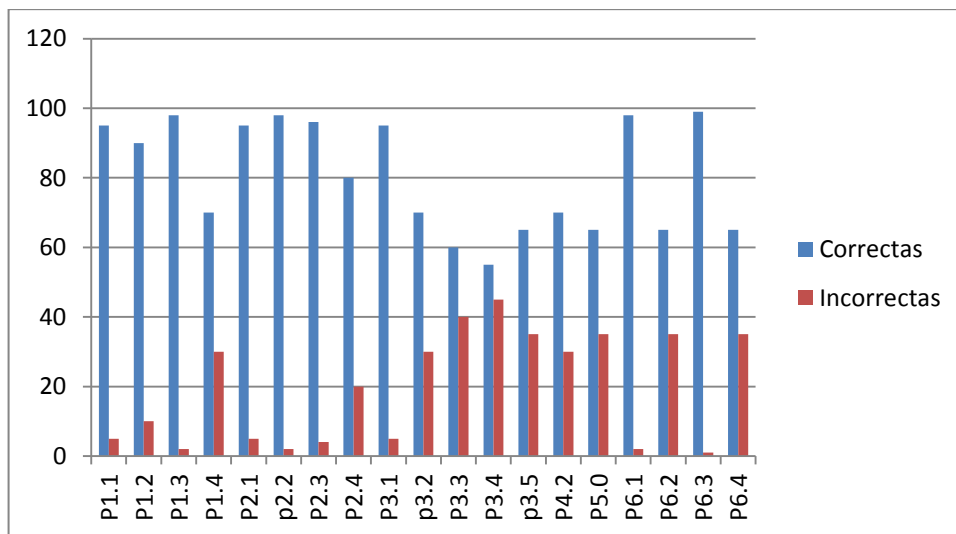
Actividad Inicial



(Fuente las autoras)

Gráfico No. 16 correspondientes a la actividad final

Actividad Final



(Fuente las autoras)

Al comparar los resultados entre las gráficas de la actividad inicial y final se observa que ítem correspondiente al registro de datos y cálculos presenta un incremento en todas las preguntas pertenecientes a este grupo (3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 4.1, 4.2, 5, 6.1), sin embargo llama la atención que en las preguntas 3.4; 4.2 y 5 el porcentaje de aciertos pasa de 2% a 55%, 70% y 65% respectivamente. Esto indica que las actividades implementadas permitieron a los estudiantes avanzar en la solución de sucesiones.

En la pregunta 6.2 se muestra un incremento de aciertos de 3% a 65%, es decir que después de realizar la intervención 16 de los 25 estudiantes logran identificar el fenómeno de cambio, estableciendo de forma correcta el tipo de operación que debe realizar para poder resolver la sucesión.

Durante la actividad inicial solo el 22% de los estudiantes pueden observar el patrón que les permite generar el número siguiente a partir del número dado, mientras que en la actividad final el 100% de ellos reconocen que hay una regla implícita durante el cambio producido; se evidencia entonces un incremento del 88% de estudiantes que resuelven acertadamente esta pregunta.

El 65% de los estudiantes en la actividad final logran hacer una interpretación acertada de la regularidad pudiendo establecer el patrón que genera las sucesiones, mientras que antes de la intervención ninguno de ellos lo hacía.

En las preguntas 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4 nuevamente se observa un incremento en los porcentajes de respuestas acertadas; en las tres primeras el 90% de los estudiantes logran completar las secuencias ascendentes y descendentes de palabras; se ve un porcentaje igual para la quinta, sexta y séptima pregunta en las cuales deben completar secuencias de figuras teniendo en cuenta al mismo tiempo varias relaciones estructurales que no requieren de cálculos aritméticos sino de una observación directa de relaciones entre la figura que le antecede y la que le sigue. En la respuesta 2.4 se observa un incremento de 80% de respuestas acertadas con respecto a la actividad inicial.

12. CONCLUSIONES

En análisis desde el estudio de casos particulares, que la revisión documental y la observación de tareas permiten aquí son algunas de las miradas a manera de ejemplos para ser analizados y reflexionar, el seguimiento y registro de estas impresiones es solo una de las múltiples evidencias en este estudio.

Se pone de manifiesto las dificultades para usar e interpretar los paréntesis. Tales dificultades son encontradas tanto en ambientes aditivos como multiplicativos en los aspectos estructurales y operacionales, no así en el aspecto procesual (sustitución formal) expresado por Socas en el análisis de Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas desde el Enfoque Lógico Semiótico.

Los cambios conceptuales entre la aritmética y el álgebra tienen una importante incidencia en la consecución de errores. El mayor cambio conceptual en el aprendizaje del álgebra se centra alrededor de su diferencia con la aritmética especialmente en el significado de los símbolos e interpretaciones de las letras. El discernimiento del significado de los valores simbólicos les puede llevar a dar $7x$ como resultado de $3x + 4$, que tiene que ver con su interpretación del símbolo $+$, en aritmética.

En lo que se refiere a la maduración del concepto de igualdad, se presenta un cambio conceptual aún más crítico. En aritmética, el signo $=$ es usado para conectar un problema con su resultado numérico, como: $4+7 = 11$; para unir una secuencia de pasos que conducen a un resultado final: $3 \cdot (15-6) = 3 \cdot 9 = 27$ y, con menor frecuencia, para relacionar dos procesos que dan el mismo resultado, como, por ejemplo: $3 \cdot 4 = 6+6$.

Las ecuaciones, a diferencia de las expresiones aritméticas anteriores, no son afirmaciones verdaderas universalmente; es decir, el signo $=$ no pone en conexión identidades, sino que obliga a la incógnita a tomar un valor (o valores) para que la expresión sea verdadera. Un error bastante frecuente en la resolución de ecuaciones, es

efectuar operaciones en el primer miembro de la misma sin modificar el segundo. Este error es debido a que pierden el sentido de igualdad (de equilibrio) entre ambos miembros de la ecuación. En la misma línea está el error de cambiar el signo de uno de los miembros de la ecuación sin modificar el signo del otro miembro. En este sentido es muy útil el recurso de las balanzas para el estudio de las ecuaciones. A continuación se evidencia a manera de ejemplo la tarea realizada por un estudiante del grupo objeto de observación de este estudio.

Las dificultades que presentan nuestros estudiantes cuando resuelven situaciones problema en las cuales se requiere interpretar la letra como variable son una fuente importante de reflexión acerca de las actividades de aprendizaje a las que debemos enfrentar a nuestros estudiantes y acerca de los aspectos a tener en cuenta al diseñar el currículo de matemáticas. De esta forma las dificultades de nuestros estudiantes se convierten en un centro de interés para repensar el currículo, una de las diferencias más obvias entre la aritmética y el álgebra reside en el significado de las letras. Las letras también aparecen en aritmética, pero de forma diferente, por ejemplo, las letras m y g pueden usarse en aritmética para representar metros y gramos, respectivamente, más que para representar el número de metros o el número de gramos, como en álgebra, aunque la diferencia más significativa se da en la letra como variable. El mal uso de algoritmos por parte de los estudiantes forma en ellos una mala interpretación de la letra como variable y así mismo para su construcción y desarrollo de la misma.

Incluso cuando los estudiantes interpretan letras que representan números existe una tendencia a considerar las letras como valores únicos y específicos más que como números generalizados o como variables. Una de las muchas consecuencias erróneas en este sentido es que, a veces, los estudiantes reducen la validez de una transformación algebraica a comprobar la verdad aritmética de un ejemplo concreto.

Por ejemplo, deducen que $x^2 = 2x$ ya que esta igualdad se cumple para el número **2**, sin apreciar que, en realidad, no se cumple en ningún otro caso (salvo el cero, claro está).

Aunque, es cierto, que para describir la expresión algebraica de un enunciado es necesario que el estudiantado piense en ejemplos concretos, hay que hacer hincapié en

que no se limiten a un solo caso, sino que habrá que comprobarlo en numerosos ejemplos. El número 2 es bastante “traicionero” ya que cumple que su doble es igual que su cuadrado o que el resultado de sumarle dos; es decir: $2+2 = 2 \times 2 = 2^2$, pero no sucede lo mismo con el resto de números y esto puede llevar a conclusiones erróneas.

Los errores de cálculo y uso incorrecto de fórmulas o procedimientos, que los estudiantes presentan en álgebra no son tanto dificultades en álgebra como problemas que se quedan sin corregir en la aritmética. Así, por ejemplo, los estudiantes que no dominan las operaciones con números enteros o con fracciones traducen estos errores al campo algebraico.

El signo menos, sobre todo cuando va colocado delante de un paréntesis o de una fracción, genera frecuentes errores como: $-(a + b) = -a + b$; $-(a + b)/c = -a/c + b/c$. Algunos errores se deben también al mal uso de una fórmula o regla conocida. Muchos de estos errores derivan del mal uso de la propiedad distributiva como: $3(a + 2) = 3a + 2$; $-3(a + 2) = -3a + 6$. Llegando incluso algunos estudiantes a aplicarla correctamente cuando el valor que multiplica está a la izquierda del paréntesis y no saber qué hacer si está a su derecha.

Este error es un tanto culpa nuestra, pues por inercia solemos escribir la expresión que multiplica al paréntesis a la izquierda del mismo, por lo tanto, los profesores tenemos que acostumbrarnos a ponerles todo tipo de ejemplos, con todos los casos posibles.

En este grupo podemos considerar también los errores debidos a generalización incorrecta de propiedades aritméticas. Con bastante frecuencia encontramos errores como que la raíz de una suma es la suma de las raíces deducida erróneamente de la propiedad para la raíz del producto o del cociente. En las identidades notables los errores son bastante frecuentes, girando siempre en torno a los siguientes tipos: $(a + b)^2 = a^2 + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - b^2$; $(3x + b)^2 = 3x^2 + b^2 + 6xb$; $(3 + b)^2 = 9 + b^2 + 2 \cdot 3 + 2b$. O bien, puede presentarse: $a \cdot (b \cdot c) = ab + ac$ ó $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot (a \cdot c)$ deducidas de la propiedad distributiva.

A la hora de simplificar encontramos numerosos errores como: $(a+b) / a = 1+b$; o incluso, $(a+b) / a = b$, deducida erróneamente de: $ab / a = b$, o bien de: $(a+ab)/1+b$. Por esto, la atención a errores aritméticos en su momento es necesario, hay que hacer hincapié en qué propiedades son válidas y cuáles no, y enseñar al alumno a que las aplique con corrección.

Es pertinente distinguir entre competencia, Modelo didáctico y la competencia del estudiante, con la articulación coherente de diferentes registros de representación del objeto algebraico, en los aspectos operacional, estructural y procesual. En este sentido los objetos del álgebra pueden ser representados bajo diferentes formas que constituyen parte de la operación cognitiva básica, y que permite analizar las dificultades, y errores conceptuales y de procedimiento, en los aspectos operacionales, estructurales y procesuales.

De igual manera la naturaleza abstracta del lenguaje algebraico debe ser entendida como un proceso caracterizado por diferentes etapas, evidenciadas en los diferentes estadios de desarrollo presentes en las representaciones cognitivas, pasando las dinámicas semióticas, por las estructurales y las autónomas que el desarrollo en la construcción del conocimiento conceptual y procedimental del Álgebra.

Se puede profundizar el estudio de las dificultades y obstáculos que tienen los estudiantes en el aprendizaje del algebra en especial mediando en nuevas formas de observar de los errores, especialmente desde dos perspectivas: Los errores que tienen su origen en un obstáculo. Los errores que tienen su origen en una ausencia de significado; a esta última, se le asigna dos procedencias distintas, una relacionada con las dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos y a los procesos de pensamiento matemático, y otra, relacionada con las dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales hacia el Álgebra.

13. RECOMENDACIONES

Desde la propuesta didáctica, a manera se pretende encontrar la ruta y guía para profesores en formación que puedan formular los propios modelos de competencia (en este caso modelo de competencia formal y modelo de competencia cognitivo) se muestra como una alternativa para entender y actuar en los fenómenos y situaciones problemáticas que se dan en el sistema educativo en relación con la construcción del conocimiento algebraico a través del pensamiento variacional, en este caso en particular al respecto de la generalización de situaciones de representación partiendo de las dificultades y errores.

Este estudio apoyado en las investigaciones de referencia da cuenta de los errores en este campo y la necesidad por construir marcos teóricos generales desde los cuales puedan ser tratados sistemáticamente. Parece más acertado establecer marcos referidos a un contenido temático curricular y determinar no sólo una clasificación sino una explicación de su origen, al menos a nivel individual.

En términos generales la gran mayoría de errores analizados en el trabajo de campo al interior del seguimiento a la práctica de aula de profesores en ejercicio presenta factores asociados a: los contenidos de las tareas presentadas y de los procesos generalización algebraica que se pretendan tratar, sin embargo, hay algunos que se han repetido independientemente del proceso (sustitución formal, generalización y modelización) desarrollado: la clausura, la particularización, el uso incorrecto del paréntesis..., lo que le confieren un carácter de mayor generalidad, pero esto no resta importancia a la necesidad de prestar especial atención al origen individual de los mismos.

BIBLIOGRAFIA

- AGILA R. M. (2009) Sc Ramos, Guibet González M.Sc Idania Caridad. Algunas consideraciones acerca del tratamiento de las sucesiones numéricas en la enseñanza primaria. Revista Edusol, vol 3. Cuba.
- AZCÁRATE G.,(2006) Pilar y Durán Palermo, Jesús. Enfoques actuales en la didáctica de las matemáticas. Instituto Superior de formación del profesorado. Madrid
- BALESTRINE,(2004) Población o universo de estudio, p 122
- BOOTH, L. R. (1984), Algebra: Children's Strategies and Errors, Windsor, Reino Unido, J. Wiley-Nelson.
- CANTORAL, R. (2001). Situaciones de cambio, pensamiento y lenguaje variacional. Desarrollo del pensamiento matemático, México: Trillas. 185–203
- CAÑADAS S. (2007) Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas. Universidad de Granada Departamento de didáctica de la matemática. Granada, 2007
- CASTAÑEDA, A. (2004). Desarrollo de situaciones de aprendizaje en un escenario a distancia incorporando objetos virtuales de aprendizaje. En L. Díaz (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, (Volumen 17, pp. 660-667). México
- CASTRO, E., L. RICO y E. Castro (1995), *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*, Bogotá, Grupo Editorial Iberoamericana, pp. 45-79.
- CAZÉS M, (2000) Encuentro de Especialistas en Educación Superior. Centro de Investigaciones Inter Disciplinarias en Ciencias y Humanidades de la Universidad Autónoma de México. Página 37 Escolar. Revista EMA Vol. 5 No 2. Una empresa docente
- FERNÁNDEZ E.C (2010), Análisis epistemológico de la secuencia numérica, Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa, Volumen 13,
- FILLOY, E. (1993), "Tendencias cognitivas y procesos de abstracción en el aprendizaje del álgebra y de la geometría", *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 11, núm. 2, pp. 160-166.
- FAURE, E. (1978). Aprender a ser. Alianza Universidad, UNESCO, Madrid. P75.

- GALLEGO R, (2011) Tesis de maestría “Enseñanza por competencias para un aprendizaje significativo en matemáticas”. Universidad Nacional de Colombia sede Medellín.
- HERNÁNDEZ S. R (2010). , Fernández Collado, C. & Baptista Lucio, P. Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill.
- KIERAN C. (1989) El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. Enseñanzas de las ciencias pp 229-240
- MARCOLINI B, (2009) y Sánchez Gómez, Carmen. Construcción del concepto de serie numérica con soporte informático a través de modelos matemáticos, Universidad de Jaén- España.
- MASON, J., A.(1985) Graham, D. Pimm y N. Gower, Routes of Roots of Algebra, Gran Bretaña, The Open University Press.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998) Lineamientos curriculares para el área de Matemáticas.
- RADATZ, H. (1979). Los errores de análisis en Educación Matemática. Diario de Investigación en Educación Matemática, 9, pp.163-172.
- RADATZ, H. (1980). Los errores de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de las matemáticas: una encuesta. Para el aprendizaje de las matemáticas, 1 (1), p.1-20.
- RUSQUE A (2003) De la Diversidad a la Unidad en la Investigación Cualitativa”. Vadell Editores.
- SOCAS, M (1996) Iniciación al Algebra. Editorial Síntesis. Madrid.
- TAMAYO T. (1998) El proceso de la investigación científica. México. Editora Limusa
- TORRES L, CALDERÓN L. (2002) El Dominio de la Variable. La Variable en la Didáctica del Algebra.
- VASCO, C. (2006). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. In C.
- VASCO, C. (2010) Didáctica de las matemáticas: artículos selectos. (pp. 134-148). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- URSINI S. (1990) El lenguaje aritmético-algebraico en un ambiente computacional. Cuaderno de investigación.

YVES CHEVALLARD La transposición didáctica del saber sabio al saber enseñado.
Editorial AIQUE 1998.

<http://elprofe525.blogspot.com/2013/04/pensamiento-variacional-y-sistema.html>

[http://www.sellosdidacticos.com/index.php?page=shop.product_details&flypage=flypage.
tpl&product_id=28&category_id=9&option=com_virtuemart&Itemid=1](http://www.sellosdidacticos.com/index.php?page=shop.product_details&flypage=flypage.tpl&product_id=28&category_id=9&option=com_virtuemart&Itemid=1)

<http://funes.uniandes.edu.co/732/1/reflexionando.pdf>

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-58262010000300004&script=sci_arttext

[http://www.fing.edu.uy/imerl/didactica_matematica/Documentos_2008/Cantora_l%20
y%20Farfan%20\(1998\)%20-%20Epsilon.pdf](http://www.fing.edu.uy/imerl/didactica_matematica/Documentos_2008/Cantora_l%20y%20Farfan%20(1998)%20-%20Epsilon.pdf)

<http://www.bdigital.unal.edu.co/8062/1/erikasofiagonzaleztrujillo.2012.pdf>

<http://funes.uniandes.edu.co/2015/1/ActasPNAGranada.pdf>

Anexo No. 01. Ubicación geográfica Nacional y el Departamento del Cauca



Anexo No. 02, Encuesta a estudiantes.

1. Pregunta 1. Generalidades.

Grado: _____ Genero: Masculino: _____ Femenino: _____ (marque

2. ¿Para usted; hay diferencia entre aritmética y álgebra?: Si _____ NO: _____

3: ¿qué opinión tiene sobre el estudio del álgebra?

- a) Es una materia de estudio difícil: _____
- b) Es una materia de estudio fácil: _____
- c) Es una materia de estudio igual a las otras: _____
- d) No se: _____

4. Si la respuesta a la pregunta anterior es a: es porque:

- a) Siempre lo ha escuchado: _____
- b) Se lo dijeron directamente: el profesor: _____ El papá: _____ otro: _____

5. El aprendizaje del álgebra es difícil porque:

- a) No cree que le sirva en la práctica: _____
- b) No tiene sentido práctico: _____
- c) No entiende como se la enseñan: _____
- d) Otra: _____

6. ¿Sabe cuál es el significado del igual en álgebra? Si _____ No

7. ¿Cuál es la diferencia que hay concretamente entre aprender aritmética y aprender álgebra?

- a) Utilización de letras (no entienden porque a una letra se le puede asignar varios valores)
- b) Cambio de funcionalidad de los signos ($+x+=+$; $+x- = -$)
- c) Utilización de ecuaciones con letras (no tiene sentido practico)
- d) Funcionalidad de paréntesis y letras (confusión por el cambio de signos)
- e) Terminología utilizada

8. Dentro del recorrido del año y de lo visto en álgebra, ¿qué le parece más difícil aprender?

- a) Los conceptos y términos algebraicos: _____
- b) Los valores abstractos: _____
- c) Todo: _____
- d) Nada: _____

9. ¿Qué términos, según usted son más difícil de aprender?

- a) abstracto

- b) Variable
- c) Ecuación
- d) igualdad

10. ¿Ha logrado asimilar qué es una ecuación algebraica? Si___No

11. ¿Le gustaría que se cambie la metodología didáctica para un mejor aprendizaje de la materia? SI:_____NO:_____

Formato actividades ejecutadas en clase.

INSTITUCION POLITECNICO LA MILAGROSA

Actividad diagnostica

Docente: Lic. Mariela Lozano

Nombre _____ **Grado** _____ **Edad** _____

1. Agrega a cada lista de palabras una que se relacione lo más naturalmente posible con las presentadas en la secuencia.

1.1

| | | | |
|--|--------|-------|------|
| | Abuelo | Padre | Hijo |
|--|--------|-------|------|

1.2

| | | | |
|-------|----------|---------|--|
| Niñez | Juventud | Madurez | |
|-------|----------|---------|--|

1.3

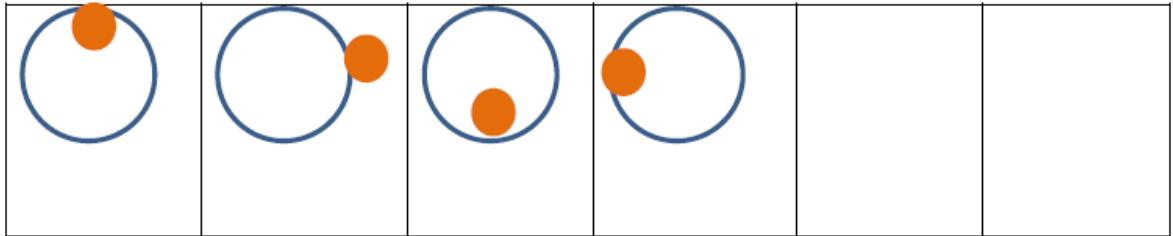
| | | | |
|--|--------|-------|-------|
| | Flores | Hojas | Tallo |
|--|--------|-------|-------|

1.4

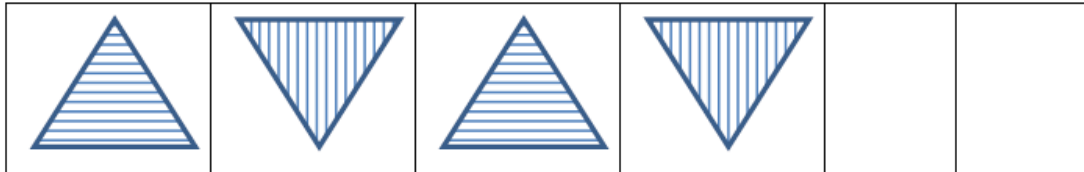
| | | | |
|---------|-------|---------|--|
| Coronel | Mayor | Capitán | |
|---------|-------|---------|--|

2. Observa las formas, colores, posiciones, cantidad y tramas de los objetos que se muestran a continuación, para que completes las últimas casillas siguiendo la secuencia.

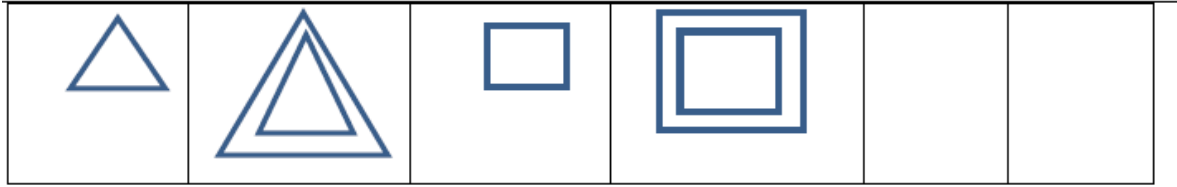
2.1



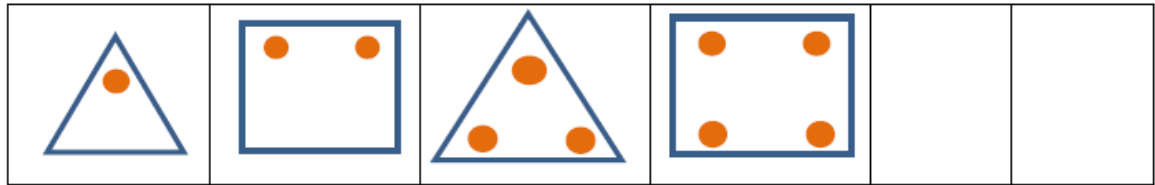
2.2



2.3



2.4



3. Observa los números que se presentan a continuación en cada ejercicio, trata de establecer una relación sencilla entre ellos y de acuerdo con ella completa con el número que consideres sea el más apropiado.

3.1

| | | | | | | |
|----|----|----|----|--|--|--|
| 20 | 31 | 42 | 53 | | | |
|----|----|----|----|--|--|--|

3.2

| | | | | | | |
|----|----|----|----|--|--|--|
| 68 | 59 | 50 | 41 | | | |
|----|----|----|----|--|--|--|

3.3

| | | | | | | |
|---|----|-----|------|--|--|--|
| 7 | 49 | 343 | 2401 | | | |
|---|----|-----|------|--|--|--|

3.4

| | | | | | | |
|-----|-----|----|----|--|--|--|
| 729 | 243 | 81 | 27 | | | |
|-----|-----|----|----|--|--|--|

3.5

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|--|--|--|
| 960 | 480 | 240 | 120 | | | |
|-----|-----|-----|-----|--|--|--|

4. Observa el ejemplo, establece una relación entre los números y de acuerdo con ella, completa los espacios en blanco.
Ejemplo

| | | | | | | |
|---|---|---|----|----|----|----|
| 4 | 5 | 7 | 11 | 19 | 35 | 67 |
|---|---|---|----|----|----|----|

| | | | | | | |
|---|---|---|----|--|--|--|
| 1 | 4 | 8 | 12 | | | |
|---|---|---|----|--|--|--|

| | | | | | | |
|----|----|----|----|--|--|--|
| 48 | 35 | 24 | 15 | | | |
|----|----|----|----|--|--|--|

5. Una máquina traga números hace un proceso interno con el número ingresado para arrojar como resultado otro número. Completa los espacios en blanco con el número que consideres más acertado o que se relacione lo más naturalmente con los números arrojados.

| Número Ingresado | Proceso interno | Número arrojado |
|------------------|-----------------|-----------------|
| 1 | → | 5 |
| 2 | → | 8 |
| 3 | → | 11 |
| 4 | → | |
| . | | |
| . | | |
| . | | |
| 8 | → | |
| . | | |
| . | | |
| . | | |
| 15 | → | |

6. De acuerdo con los ejercicios anteriores responde las siguientes preguntas.

6.1 ¿Para resolver cada uno de los ejercicios debiste realizar cálculos matemáticos?

6.2 Explica en cada numeral qué tipo de cálculos realizaste, si lo hiciste (sumas, restas, multiplicaciones, divisiones u operaciones combinadas) para completar los espacios en blanco.

6.3 ¿Pudiste observar alguna regla o patrón que te permitiera realizar la tarea?

6.4 Si te es posible describe en cada caso el patrón que encontraste. De no ser así explica la estrategia que empleaste para su solución.

6.5 Si encontraste algún patrón, en cada caso trata de expresarlo matemáticamente.

INSTITUCION POLITECNICO LA MILAGROSA

Actividad de Intervención

Docente: Lic. Mariela Lozano

Nombre _____ **Grado** _____ **Edad** _____

Actividad 1: Pirámide de vasos.

Materiales: 10 vasos plásticos marcados de la siguiente manera 3 con el número 6, 3 con el número 5, 2 con el número 4 y 2 con el número 3 (los números del vaso indican el puntaje), pelota plástica, lápiz y papel.

Cómo Jugar: reúnete con tres compañeros, organiza los vasos en forma de pirámide empezando con cuatro vasos en la base, cada jugador lanza la pelota una vez y todos registran los resultados de los vasos derribados en cada lanzamiento en las siguientes tablas.

| | VASOS CON EL NÚMERO 6 | PUNTAJE TOTAL |
|------------------------|--------------------------------|------------------|
| PRIMER LANZAMIENTO | | |
| SEGUNDO LANZAMIENTO | | |
| TERCER LANZAMIENTO | | |
| CUARTO LANZAMIENTO | | |

| | VASOS CON EL NÚMERO 5 | PUNTAJE TOTAL |
|------------------------|--------------------------------|------------------|
| PRIMER LANZAMIENTO | | |
| SEGUNDO LANZAMIENTO | | |
| TERCER LANZAMIENTO | | |
| CUARTO LANZAMIENTO | | |

| | VASOS CON EL NÚMERO 4 | PUNTAJE TOTAL |
|------------------------|--------------------------------|------------------|
| PRIMER LANZAMIENTO | | |
| SEGUNDO LANZAMIENTO | | |
| TERCER LANZAMIENTO | | |
| CUARTO LANZAMIENTO | | |

| | VASOS CON EL NÚMERO 3 | PUNTAJE TOTAL |
|------------------------|--------------------------------|------------------|
| PRIMER LANZAMIENTO | | |
| SEGUNDO LANZAMIENTO | | |
| TERCER LANZAMIENTO | | |
| CUARTO LANZAMIENTO | | |

Reflexiona

Supongamos que todos los vasos tienen el número 6

1. En el primer lanzamiento se obtuvieron 18 puntos, ¿cuántos vasos tumbaron?
2. Si en el segundo lanzamiento se quieren obtener 12 puntos, ¿cuántos vasos deben tumbar?
3. ¿Cuál fue el puntaje del tercer intento si se tumbaron 4 vasos?
4. ¿Cuál sería el puntaje si se tumba un vaso?
5. En un equipo llenaron la tabla de registros con los datos anteriores pero algunos de ellos se borraron, puedes ayudar a completarlos.

| | | | | | | | | | |
|--------------------------------|---|---|----|----|---|----|--|--|--|
| VASOS CON EL NUMERO 6 | 0 | 1 | | | 4 | | | | |
| PUNTAJE | | | 12 | 18 | | 30 | | | |

Ahora supongamos que todos los vasos tienen el número 5 y que en cada intento se tumba un vaso más que en el intento anterior, podrías registrar en una tabla únicamente los puntajes.

| | | | | | | | | |
|--|--|----|--|----|--|----|--|--|
| | | 10 | | 20 | | 30 | | |
|--|--|----|--|----|--|----|--|--|

Describe la regla que utilizaste para completar la tabla.

INSTITUCION POLITECNICO LA MILAGROSA

Segunda Actividad de Intervención

Docente: Lic. Mariela Lozano

Nombre _____ **Grado** _____ **Edad** _____

Actividad 2: Descubriendo las regularidades.

Materiales: 50 tarjetas con el número 2 y 50 tarjetas con el número 3, una bolsa oscura, lápiz y papel.

Cómo Jugar: reúnete con tres compañeros, introduce las tarjetas en una bolsa oscura, cada jugador saca una tarjeta y la ubica debajo del número del cual es factor, se colocan todas las tarjetas necesarias que dejen expresar el número como producto de estos factores. Luego registran los resultados en las siguientes tablas.

| | | | | | |
|----------|---|---|-----|-------|---------|
| NUMERO | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 |
| TARJETAS | | x | x x | x x x | x x x x |

| | | | | | |
|----------|---|---|-----|-------|---------|
| NUMERO | 3 | 9 | 27 | 81 | 243 |
| TARJETAS | | x | x x | x x x | x x x x |

| | | | | | |
|----------|---|-----|-------|---------|-----------|
| NUMERO | 6 | 12 | 24 | 48 | 96 |
| TARJETAS | x | x x | x x x | x x x x | x x x x x |

| | | | | | |
|----------|-----|-------|---------|-----------|-------------|
| NUMERO | 12 | 36 | 108 | 324 | 972 |
| TARJETAS | x x | x x x | x x x x | x x x x x | x x x x x x |

Reflexiona

1. Siguiendo la misma regla escribe el sexto término de la tabla uno.
2. ¿Qué tarjetas me arrojarían el sexto número de la tabla 2?
3. Cuando estuve llenando la tabla tres olvidé completar algunos espacios podrías ayudarme?

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|--|--|--|--|
| 6 | 12 | 24 | 48 | 96 | | | | |
|---|----|----|----|----|--|--|--|--|

Observa como se forman los términos de la tabla 2 y con base en ello responde las preguntas 4 y 5

Formación de los números de la tabla 2

$3 = 1 \times 3$

$9 = 1 \times 3 \times 3$

$27 = 1 \times 3 \times 3 \times 3$

$81 = 1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$



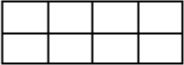
$243 = 1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

4. De acuerdo con lo observado podrías decirme ¿Cuáles factores se conservan siempre en todos los números de la sucesión?

5. ¿Qué debo hacerle a cada número para obtener el siguiente?

6. Utilicemos otra forma de representación para generar la sucesión de la tabla uno. Construye rectángulos utilizando la cantidad de cuadritos que te indica el número ten cuidado de conservar la misma cantidad de cuadritos para la altura, donde no hay

número de acuerdo con la secuencia completa con el que consideres más apropiado y luego gráficalo.

| NUMERO | REPRESENTACION GRAFICA |
|--------|---|
| 2 |  |
| 4 |  |
| 8 |  |
| 16 | |
| 32 | |
| | |
| | |

7. ¿Se conserva la misma altura en los rectángulos?
8. ¿Cuál dimensión varía? ¿De cuánto en cuánto varía?
9. ¿A cuánto equivale el área del segundo cuadrado con respecto al primero?
10. ¿Qué debo hacerle a la base de cada rectángulo para obtener el área del siguiente rectángulo?

INSTITUCION POLITECNICO LA MILAGROSA

Tercera Actividad de Intervención

Docente: Lic. Mariela Lozano

Nombre _____ **Grado** _____ **Edad** _____

Actividad 3: Tarjetas y bonos

Materiales: Tarjetas con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 25, n (último número a ingresar), 1, 4, 9, 16, 25, 36, (último número devuelto por el cajero); lápiz, guía, tablas.

| ROL | LIBRETA | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|--|----------|-------|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|----|---|---|----|---|--|---|---|--|---|----|---|---|---|---|--|---|---|--|----|---|-------|---|--|--|---|--|--|---|---|--|
| CLIENTE | <table border="1"> <thead> <tr> <th>TARJETAS</th> <th></th> <th>BONOS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>→</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>→</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>→</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>→</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>→</td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>→</td> <td></td> </tr> <tr> <td>.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>→</td> <td></td> </tr> <tr> <td>.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>25</td> <td>→</td> <td></td> </tr> <tr> <td>.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>n</td> <td>→</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> | TARJETAS | | BONOS | 1 | → | | 2 | → | | 3 | → | | 4 | → | | 5 | → | | 6 | → | | . | | | . | | | 10 | → | | . | | | . | | | 25 | → | | . | | | . | | | n | → | |
| | TARJETAS | | BONOS | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 4 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 6 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 10 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 25 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| n | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| CAJERO | <table border="1"> <thead> <tr> <th>TARJETAS</th> <th></th> <th>BONOS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>→</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> <td>36</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>.</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>.</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>.</td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> <td>n^2</td> </tr> </tbody> </table> | TARJETAS | | BONOS | | → | 1 | | → | 4 | | → | 9 | | → | 16 | | → | 25 | | → | 36 | | | . | | | . | | | . | | → | | | → | | | → | n^2 | | | | | | | | | |
| | TARJETAS | | BONOS | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | → | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | → | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | → | 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | → | 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | → | 25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | → | 36 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | → | n^2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | |
|----------|----------|-------|-------|
| BANQUERO | TARJETAS | | BONOS |
| | 1 | → | 1 |
| | 2 | → | 4 |
| | 3 | → | 9 |
| | 4 | → | 16 |
| | 5 | → | 25 |
| | 6 | → | 36 |
| | . | | . |
| | . | | . |
| | 10 | → | |
| | . | | |
| | . | | |
| | 25 | → | |
| . | | | |
| . | | | |
| n | → | n^2 | |

Cómo Jugar: reúnete con tres compañeros, repártanse los roles de banquero (libreta con datos), cliente (tarjetas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 25, n y libreta para registrar bonos) y cajero (tarjetas 1, 4, 9, 16, 25, 36, y libreta para registrar tarjetas), recorten y entreguen las libretas a quien corresponda, el cliente y el cajero ingresan en sus libretas los números que reciben teniendo en cuenta que siempre los registrarán en el orden que los reciban, luego representan la siguiente situación.

Un cliente llega a un banco y le entrega una tarjeta con el número más pequeño al cajero el cual después de hacer una transacción le devuelve unos bonos (la tarjeta con el número más pequeño que tiene); al día siguiente llega el cliente de nuevo al banco entrega la tarjeta con el número más pequeño y así mismo el cajero hace la transacción y le devuelve los bonos (el número más pequeño). Día a día continúan haciendo lo mismo hasta que el cliente entrega el número 10 pero el cajero no tiene bonos para devolverle, por lo cual van juntos donde el banquero para comparar las transacciones y que el banquero les indique la cantidad de bonos que deben registrar.

Cuando llegan donde el banquero comparan sus tarjetas para verificar que estuvieran haciendo las transacciones correctamente y después de hacerlo se dan cuenta que al banquero tampoco le han dado algunos datos de los bonos, por lo cual entre los tres deben establecer el patrón que siguen los bonos para asignar en forma correcta aquellos que faltan para completar la tabla.

Reflexiona:

1. Describe los cálculos matemáticos que realizaste para encontrar los bonos que faltan.
2. Describe la regla o patrón que encontraste para poder solucionar la situación.
3. De acuerdo con los datos ¿puedes identificar en cuál de ellos está expresado matemáticamente la regla o patrón?, escríbelo.

4. Verifica, ingresando la tarjeta con el número 6, que el patrón identificado sí es el correcto.
5. Si aún no has podido encontrar los bonos que faltan emplea el patrón matemático para hacerlo.

EVIDENCIA DE LAS ACTIVIDADES ENTREVISTA A LOS DOCENTES



(Fuente las autoras)

APLICACIÓN DEL PRE TEST



(Fuente las autoras)

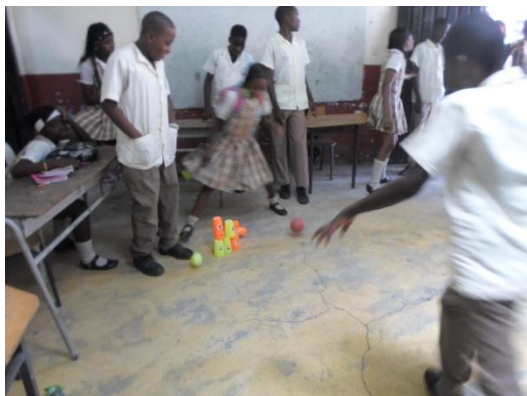
Desarrollo de las actividades.



(Fuente las autoras)

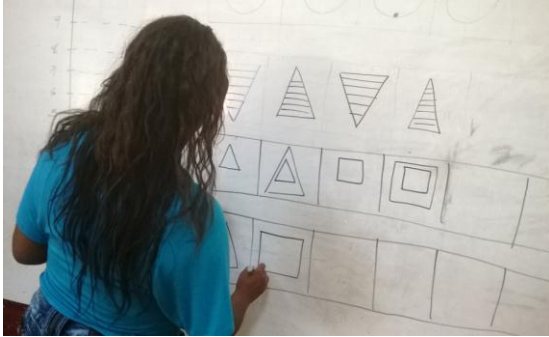


(Fuente las autoras)



(Fuente las autoras)

Fotografía No. 05 ACTIVIDAD No. 02



(Fuente las autoras)



(Fuente las autoras)