

VIDA COTIDIANA



SE SUMAN EXPERIENCIAS

SE MULTIPLICAN CONOCIMIENTOS

SE DIVIDE AMOR

SE RESTA ODIO

LAS DIFERENCIAS Y RELACIONES ENTRE EL APRENDIZAJE DE LA OPERACIONES BÁSICAS A PARTIR DE LA LÚDICA Y LOS SISTEMAS TRADICIONALES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN EL GRADO QUINTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN RAFAEL DEL DISTRITO DE BUENAVENTURA- VALLE

**LAS DIFERENCIAS Y RELACIONES ENTRE EL APRENDIZAJE DE LA
OPERACIONES BASICAS A PARTIR DE LA LUDICA Y LOS SISTEMAS
TRADICIONALES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL ÁREA DE
MATEMÁTICAS EN EL GRADO QUINTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN
RAFAEL DEL DISTRITO DE BUENAVENTURA- VALLE**

VIVIANA LUCÍA OBANDO PINO



**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

2017

**LAS DIFERENCIAS Y RELACIONES ENTRE EL APRENDIZAJE DE LA
OPERACIONES BASICAS A PARTIR DE LA LUDICA Y LOS SISTEMAS
TRADICIONALES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL ÁREA DE
MATEMÁTICAS EN EL GRADO QUINTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN
RAFAEL DEL DISTRITO DE BUENAVENTURA- VALLE**

VIVIANA LUCÍA OBANDO PINO

Obra de conocimiento realizada para obtener el título de Magister en Educación

Asesor: PhD. HOOVER VANEGAS

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
2017**

Aprobado por el Comité de trabajos de grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad Católica de Manizales para otorgar el título de Maestría en Educación.

PhD. HOOVER VANEGAS
Director del trabajo de grado

Jurado

Jurado

Manizales, septiembre 11 de 2017

AGRADECIMIENTOS

No es una frase más, ni del montón, es reconocer la gratitud al primer responsable de mi existencia: Dios Señor nuestro, quien siempre ha sido guiador e iluminador del sendero trasegado a través de mi ruta pedagógica, proporcionando no solo salud, sino entendimiento en cada despertar gracias al compartir con otras personas

A mi motor: MI FAMILIA, mí adorada madre RAMONA, mis hermanos: VALENTINA, PAOLA, KAROL, HAROLD y mi querido THIAGO, que desde las distancias y dificultades siempre me brindan su apoyo incondicional, acompañado de su gran amor y paciencia por las constantes ausencias. Son los que me dan la fortaleza para ascender y alcanzar metas.

A la Universidad Católica de Manizales que desde la complejidad provocó en mí un nuevo reto educativo, indagando y construyendo conocimiento, que espero sean válidos para mi comunidad.

A Doctor HOOVER VANEGAS, mi tutor y asesor, por su calidad humana, paciencia y acompañamiento en todo el proceso de indagación y organización apuntando a nuevos horizontes.

A nuestros compañeros de Maestría, innovadores educativos quienes compartieron algo de sus conocimientos, recordando que la educación es herramienta fundamental de desarrollo

A las directivas, docentes, niños y niñas y comunidad de la Institución Educativa SAN RAFAEL, por abrirme sus puertas para realizar esta obra de conocimiento en ella.

CONTENIDO

	pág.
ABSTRACT	15
INTRODUCCIÓN.....	16
1. OBJETIVOS.....	20
1.1 Objetivo general	20
1.2 Objetivos específicos	20
2. JUSTIFICACIÓN	21
3. ENTRE NÚMEROS Y DIFICULTADES: PROBLEMATIZACIÓN	25
4. CONTANDO ANDO: TRAYECTO HOLOGRAMÁTICO	31
4.1 Límites espaciales y temporales del contexto sociodemográfico de la investigación	31
4.2 Antecedentes	31
4.3 Metodología	39
4.3.1 Técnicas de investigación	43
4.3.2 Técnicas de recolección de información	43
4.3.3 Instrumentos de recolección de información	46
4.3.4 Población	47
4.3.5 Muestra	54
5. REFERENCIA TEÓRICA	55
5.1 Marco teórico.....	55
5.1.1 Historia de las matemáticas	55
5.1.2 Conceptualización de las habilidades matemáticas	59

5.1.3 Origen de los signos en las operaciones básicas.....	61
5.1.4 Concepto de números naturales	77
5.1.5 Las operaciones fundamentales con los números naturales y su dificultad en el aprendizaje	78
5.1.6 Dificultades más frecuentes en el aprendizaje de las operaciones aritméticas fundamentales.....	83
5.1.7 Dificultades más frecuentes en el aprendizaje “bajo rendimiento”	84
5.1.8 Resolución de problemas matemáticos.....	85
5.1.9 Enseñanza y didáctica de las matemáticas	88
5.1.10 Enseñanza de las matemáticas en escolares	90
5.1.11 Estudios sobre la enseñanza de las matemáticas en escolares	94
5.1.12 Características generales del área de las matemáticas	96
5.1.12.1 Procesos	96
5.1.12.2 Acciones metodológicas por dimensiones	97
5.1.12.3 Objetivo general del área de matemáticas	100
5.1.12.4 Subprocesos del área de matemáticas	101
5.1.12.5 Competencias básicas, laborales y de emprendimiento de matemáticas.....	102
5.1.12.6 Empresariales y para el emprendimiento	104
5.1.13 La lúdica y los juegos en las matemáticas como estrategias para el aprendizaje y la enseñanza.....	105
5.1.14 La educación tradicional vs la educación moderna en el aprendizaje y enseñanza de la educación de las matemáticas	108
5.1.15 Las estrategias metodológicas para el aprendizaje y enseñanza de las operaciones matemáticas	116
5.1.15.1 Estrategias de aprendizaje	117

5.1.15.2 Aprendizaje significativo	118
6. PRESENTACIÓN DE HALLAZGOS DE LA INVESTIGACIÓN	121
6.1 Aplicación de instrumentos y análisis de información	121
6.1.1 Demográficos procedimentales y evaluativos aplicados a la población beneficiaria.....	122
6.1.2 Pruebas diagnósticas (talleres de ejercitación de ejercitación operativa, auditiva y mental como sopa de letras, crucigramas, laberintos, juegos de orientación y razonamiento espacial).	136
6.1.2.1 Aplicación del pre- test	136
6.1.2.2 Aplicación del post-test	138
6.1.2.3 Aplicación de Los juegos tecnológicos (app), medios auditivos y juegos tradicionales de mesa.....	139
6.2 Categorías y subcategorías exploratorias	140
7. DISCUSIÓN.....	143
8. RECOMENDACIONES	152
9. CONCLUSIONES	154
BIBLIOGRAFÍA.....	156
ANEXOS	163

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Circuito relacional 1.....	29
Figura 2. Promedio 2003-2006-2009.....	37
Figura 3. Promedio de estudiante de Buenaventura por categoría de desempeño	38
Figura 4. Gusto por las matemáticas.....	42
Figura 5. Imágenes de video titulado “el mundo mágico de las matemáticas”	44
Figura 6. Ubicación de las familias por comunas	48
Figura 7. Estrato socioeconómico	48
Figura 8. Enfermedades más constantes.....	49
Figura 9. Escudo y estructura física de la Institución Educativa San Rafael	50
Figura 10. Distribución de los estudiantes por categorías.....	51
Figura 11. Grupos étnicos	52
Figura 12. Principales dificultades de la institución	52
Figura 13. Símbolos matemáticos.....	61
Figura 14. Primer uso de los signos + y – impresos en el libro “Mercantile Arithmetic” (1489), de Johannes Widman	63
Figura 15. Signos más y menos, que aparecen en dos expresiones algebraicas, en dos hojas de los manuscritos latinos MS C80, páginas 350 y 352, de la Biblioteca de Dresde, del año 1486.....	64
Figura 16. Página de la obra Summa de arithmetica (1494), de Luca Pacioli, en la que aparecen por primera vez los signos \tilde{p} , \tilde{m} , para representar suma y resta	65
Figura 17. Diferentes tipos de cruces que se utilizaron para el signo de la adición. La cruz griega, la cruz latina, la cruz de San Jorge y la cruz de Malta.....	66

Figura 18. Problema 28 del Papiro de Ahmes –o Papiro matemático Rhind- en el que aparece el signo de la suma como dos piernas caminando hacia delante, y el signo de la resta como dos piernas caminando hacia atrás.....	67
Figura 19. Dos trozos del libro “Clavis Mathematicae” (1631), en el que William Oughtred introduce el signo \times para la multiplicación (Ibáñez, 2016).....	68
Figura 20. Página manuscrita de Leibniz que contiene desarrollos en serie de la raíz de dos.	69
Figura 21. Página del libro “Teutsche Algebra” (1659), de John Rahn, que contiene la regla del signo en la multiplicación	70
Figura 22. Explicación del algoritmo de la división en el libro “Arithmetick both in the theory and the practice” (1716) de John Hill, el dividendo es 12096, el divisor es 7 y el resultado, el cociente, es 1728.	71
Figura 23. Página del libro “Teutsche Algebra” (1659), de John Rahn, en el que se introdujo el signo \div para la división	72
Figura 24. Página del artículo “Nova Methodus pro maximis et minimis...” (1684) en el que Leibniz introduce la notación: para la división	73
Figura 25. Página del libro “The Whetstone of Witte” (1557), de Robert Recorde, en el que aparece por primera vez el signo $=$ para la igualdad	75
Figura 26. Páginas 190 y 191 del libro “Logística” (1559), de Joannes Buteo	76
Figura 27. Página de “ <i>Opuscules</i> ” de 1619-1621 de René Descartes, en la que aparecen las dos líneas verticales para expresar la igualdad	77
Figura 28. Distribución porcentual según el género de la población intervenida.....	122
Figura 29. Distribución porcentual según las edades de la población intervenida.	123
Figura 30. Distribución porcentual según la ciudad de nacimiento de la población intervenida.....	124
Figura 31. Distribución porcentual según el tipo de familia de la población intervenida.....	124

Figura 32. Distribución porcentual según el estrato socioeconómico de la población intervenida.....	125
Figura 33. Distribución porcentual según las actividades que realizan en su tiempo libre según el interés de cada niño y niña	126
Figura 34. Distribución porcentual según la religión según de cada niño y niña	126
Figura 35. Distribución porcentual según el interés por el área de las matemáticas...	127
Figura 36. Distribución porcentual según los conceptos de porque les gustan las matemáticas.....	128
Figura 37. Distribución porcentual según los concepto de son las matemáticas?	128
Figura 38. Distribución porcentual de la pregunta de los piensan de resolver un problema.	129
Figura 39. Distribución porcentual de la pregunta del porque resolver un problema es fácil o difícil	130
Figura 40. Distribución porcentual de la pregunta de lo que piensan de realizar operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación y división)	131
Figura 41. Distribución porcentual de la pregunta del porque es fácil o difícil realizar operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación y división)	132
Figura 42. Distribución porcentual de la pregunta ¿te gusta realizar juego didáctico (sopa de letras, juegos de mesa, adivinanzas, entre otras)?	133
Figura 43. Distribución porcentual de la pregunta ¿Por qué te gusta realizar juego didáctico (sopa de letras, juegos de mesa, adivinanzas, entre otras)?	133
Figura 44. Distribución porcentual de la pregunta ¿Cómo consideras que lees?	134
Figura 45. Distribución porcentual de las propuestas para mejorar las clases de matemáticas.....	134
Figura 46. Distribución porcentual de los dibujos relacionados con matemáticas.....	135
Figura 47. Distribución porcentual sobre como realizaron las actividades de la encuesta.....	136

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Categorías, y subcategorías del problema de investigación	28
Tabla 2. Promedio Pruebas Saber grado quinto (Valle del Cauca)	37
Tabla 3. Porcentaje de estudiantes ubicados por niveles de competencias Pruebas Saber.....	39
Tabla 4. Datos del cuento “la familia numerozzi”	45
Tabla 5. Identificación de la Institución Educativa San Rafael	53
Tabla 6. Muestra de estudiantes encuestados	54
Tabla 7. Componentes para el análisis de la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas	95
Tabla 8. Competencias interpretativas básicas	103
Tabla 9. Competencias argumentativas básicas	103
Tabla 10. Competencias propositivas básicas	103
Tabla 11. Cuadro comparativo entre la educación tradicional y la educación moderna	108
Tabla 12. Categorías y subcategorías.....	141
Tabla 13. Los lineamientos curriculares	144
Tabla 14. Estándares de matemáticas	145

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Taller de la película “el pato Donald en el país de las matemáticas”	163
Anexo B. Trabajos e investigaciones en la biblioteca de la institución	167
Anexo C. Creaciones narrativas.....	169
Anexo D. Sopas de letras, laberintos, cruza palabras, cruza numéricas, sopas de letras numéricas, a pensar.	171
Anexo E. Interacción con los juegos mesas (parques, ajedrez, escaleras, cartas, domino) y juegos aplicativos en tables para fomentar el desarrollo tecnológicos	178
Anexo F. Componentes conceptuales de la institución educativa San Rafael (tomado del manual de convivencia de la institución)	183
Anexo G. Formato de encuesta	190

RESUMEN

La presente obra de conocimiento muestra que enseñar matemáticas desde un enfoque globalizado, es uno de los principios de la educación matemática en la etapa de educación infantil. Esto quiere decir que implica la incorporación de las conexiones y estrategias pedagógicas de manera lúdicas de las matemáticas en las prácticas de aula, lo que obliga a establecer relaciones entre los diferentes currículos de contenido matemático y entre los contenidos y los procesos matemáticos (interdisciplinariedad); y las relaciones de las matemáticas con otras áreas de conocimiento y con el entorno (interdisciplinariedad) como base primordial de aprendizaje y profundización de conocimiento del área.

La obra de conocimiento, sin llegar a finalizar, concluye con la presentación de experiencias vividas con el grupo de estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa San Rafael, en quienes se puede notar una perspectiva diferente en lo que a los procesos y operaciones matemáticas concierne.

Palabras clave: Educación matemática, conexiones matemáticas, enfoque globalizado, interdisciplinariedad, lúdica matemática, prácticas educativas.

ABSTRACT

The present work of knowledge shows that teaching mathematics from a globalized approach is one of the principles of mathematics education in the early childhood stage. This means that it implies the incorporation of the connections and pedagogical strategies of playful way of the mathematics in the classroom practices, what forces to establish relations between the different curricula of mathematical content and between the contents and the mathematical processes (intradisciplinarity); And the relationships of mathematics with other areas of knowledge and with the environment (interdisciplinarity) as the primary basis of learning and deepening knowledge of the area.

The work of knowledge, without ending, concludes with the presentation of lived experiences with the group of students of the fifth grade of the San Rafael Educational Institution, in which a different perspective can be noticed as far as mathematical processes and operations are concerned.

Keywords: Mathematics education, mathematical connections, globalized approach, interdisciplinarity, playful mathematics, educational practices.

INTRODUCCIÓN

“El conocimiento matemático ha sido la esencia de todo lo que nos rodea aunque no se vea a simple vista” (Obando, 2016)

En el mundo del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas con la sociedad, cultura y la educación existe un saber matemático táctil e indispensable para todo, es decir, que en el camino de la sabiduría, integralidad, personalidad y proyectos de vida a los que se está vinculado se presenta una conexión con las matemáticas y todo lo que conlleva está. A través del tiempo y espacio se observan elementos numéricos y signos representativos del área matemática, por ejemplo: en la naturaleza, la ciudad y cualquier otro entorno se aprecian formas geométricas, en las transacciones bancarias o de compra se usa la operacionalidad de los números y en el desarrollo de todas las carreras universitarias del planeta.

En la actualidad se pierden de vista las dificultades que presentan la mayoría de las personas; y en especial los niños, en el dominio de las nociones lógico- matemáticas y en las operaciones, es un tema que toca a todos, no importa la edad. Por consiguiente “conocer” o “saber” matemáticas, es algo más que repetir las definiciones o ser capaz de identificar propiedades de números, magnitudes, polígonos u otros símbolos matemáticos que el educando ya debería saber, y saber hacer en el último grado de la educación básica primaria. La persona que sabe matemáticas ha de ser capaz de usar el lenguaje y conceptos matemáticos para resolver problemas, dándole sentido pleno al buen uso de los símbolos matemáticos relacionándolos con la vida cotidiana.

Es importante resaltar que el área de las matemáticas es un campo del saber de gran relevancia porque permite acceder a diferentes conocimientos relacionados con el desarrollo del pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio, el variacional, geométrico, analítico en la población de estudio. Además este campo disciplinar propicia conocimientos sobre la historia de las matemáticas, la conceptualización de las habilidades matemáticas, la resolución de problemas matemáticos, la enseñanza y

didáctica de las matemáticas, y otros estudios sobre la enseñanza de las matemáticas en escolares.

Ahora bien, las matemáticas no son un tema que sea desconocido para todos, claro para algunos es odiada y para otros es amada o aceptada con agrado dentro del proceso educativo por los estudiantes. No es mentira decir que para algunas instituciones hay bajo rendimiento en el área de español y matemáticas, en especial en matemáticas donde se encuentran algunos estudiantes con esta dificultad ya que durante su formación no hubo el proceso adecuado para desarrollar los conocimientos meta cognitivos, tal vez por la falta de lecturas eficaces que los llevaran a razonar de manera directa o la falta de práctica y relación directa con su vida cotidiana para dar una solución en la que se integre su vida personal y social.

El encuentro con los estudiantes inicialmente deja ver que tienen niveles bajos en el desarrollo de las actividades programadas, pero a medida que se avanzó el estudio hubo muchas mejoras gracias a la ejecución de diversos procesos matemáticos de ellos, sobre todo en el uso de las operaciones.

Uno de los problemas que en la actualidad se presenta en el ámbito educativo, y en el que todos parecen coincidir, es la apatía o falta de interés que la mayoría de estudiantes muestran por los temas que se desarrollan en el aula. Lo más preocupante es cuando los temas expuestos requieren de una lectura sistemática y analítica para la comprensión de una determinada temática matemática y de los conceptos derivados de ésta. Dicho desinterés o apatía han llevado a que surja la necesidad, de implementar estrategias que conlleven a la implementación, por parte del docente, de estrategias que le permitan suplir necesidades y demandas de aprendizaje de los sujetos educables, y donde sienta interés por los procesos y operaciones matemáticas y que permita mejorar el aprendizaje al interior del aula focalizados desde el manejo técnico y estratégico de información.

No obstante y pese a lo anterior, los esfuerzos que se han realizado para mejorar los procesos de aprendizaje, articulando el trinomio pensamiento-interés-escolarización, han sido casi infructuosos. Esto, en parte, porque se ha supuesto, de manera errada, que la simple exposición de contenidos es suficiente para que se dé el denominado

pensamiento crítico. Este criterio contrasta duramente con una realidad escolar difícil de superar.

En tal sentido esta obra de conocimiento está enfocada en revolucionar a los estudiantes con niveles bajos de interpretación y comprensión de las matemáticas, apatía o falta de interés para las actividades escolares y cotidianas donde se tienen que aplicar los procesos matemáticos aprendidos desde pequeños como contar, relacionar, diferenciar, juntar, dividir, entre otras habilidades en el sentido de proveer una reflexión sobre cuál es la metodología adecuada para aprender y enseñar matemática dentro y fuera en el último grado de básica primaria correlacionando así, las diferencias y las relaciones que se puedan encontrar en la temática de esta obra de conocimiento sobre el aprendizaje de la operaciones básicas a partir del juego o la lúdica y los sistemas tradicionales de enseñanza del área de matemática.

En el recorrido del presente escrito se resaltan unos momentos claves como son: en primer lugar, el momento entre números y enredos (problematización), el cual presenta una descripción contextual del lugar donde se realiza la OC, los detalles de la situación que se presenta alrededor del trabajo operacional matemático y las formas y prácticas pedagógicas desarrolladas para trabajarlas.

El segundo momento, contando ando (trayecto hologramático), muestra el método utilizado en la OC y el paso a paso realizado y trabajado con los sujetos que hacen parte de la unidad de trabajo conformada por los miembros de la comunidad participante (estudiantes, docentes, directivos, padres de familia). Los antecedentes de algunos trabajos realizados al respecto de la enseñanza de las operaciones matemáticas y utilización de estrategias para ello hace parte fundamental en este recorrido. En este momento también se describen la metodología y las actividades realizadas y algunos de los resultados obtenidos a partir del desarrollo de estrategias lúdicas en la enseñanza de las operaciones matemáticas y de las encuestas y entrevistas aplicadas.

La multiplicidad de conocimiento (teorización), hace parte del tercer momento. Es toda una auscultación de algunos teóricos que presentan posturas epistémicas en lo referente a las operaciones matemáticas, del área en sí y su forma de enseñanza. Estos

referentes teóricos son de vital importancia en la desconstrucción y reconstrucción de nuevas epistemes con lo referente al aprendizaje lúdico de las matemáticas.

Operacionando con las matemáticas (hallazgos y profundización de categorías emergentes), constituye el cuarto momento en la OC y presenta los hallazgos, producto de la interacción y el encuentro y dialogicidad con la unidad de trabajo, pudiendo dar cuenta del sentir de cada uno de ellos con respecto a la problemática presentada. Se tienen en cuenta las categorías emergentes y sus respectivos análisis en relación con los hallazgos; lo que permite la interdisciplinariedad.

El quinto y último momento, sustraendo y sumando saberes con amor (cierre y apertura), da cuenta de la parte creadora del conocimiento, a partir del surgimiento y constructo epistémico de nuevos conocimientos, y en donde convergen las apreciaciones producto de todo el recorrido en la investigación.

Este estudio constituye una investigación valiosa para la comunidad educativa, principalmente para los educadores, porque de él se puede seguir generando estrategias en las clases de matemáticas. Un aspecto a destacar es que a los estudiantes en las sesiones finales mostraron mejoras notables.

1. OBJETIVOS

1.1 Objetivo general

Establecer las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de las operaciones matemáticas básicas a partir de la lúdica, especialmente desde el juego, y los sistemas tradicionales de su enseñanza en el grado quinto de la Institución Educativa San Rafael, del Distrito de Buenaventura– Valle.

1.2 Objetivos específicos

- Comprender procesos de formación en el área de matemáticas a través de la utilización de herramientas tecnológicas.
- Re-significar y contextualizar la práctica pedagógica de los docentes en cuanto a la enseñanza del área de matemáticas.
- Proponer la implementación del juego como estrategia pedagógica en la enseñanza – aprendizaje de las operaciones matemáticas.
- Promover el desarrollo de pensamiento matemático (operacional, geométrico, variacional, entre otros) a través de juegos tradicionales y tecnológicos.

2. JUSTIFICACIÓN

“Las matemáticas son el alfabeto con el cual Dios ha escrito el universo”

Galileo Galilei (akifrases.com, s.f.)

Las matemáticas a través de la historia ha sido ese vínculo que une todo contexto, es un árbol de saber que ofrece un prestigio, un estatus y una mirada diferente por su contante interacción con el mundo ofreciendo a nivel personal, social, cultural, económico, religioso, ético y natural, hacer matemáticas sin saberlo en la vida cotidiana. Es por eso que en la actualidad las matemáticas y las diversas miradas de la economía, la política, lo científico, lo cultural y especialmente lo educativo genera modelos y formas de cómo los estudiantes aprenden matemáticas y cómo los maestros deben enseñar matemáticas; pero separados de lo lúdico como algo natural que está en el aire y no es muy importante para la aplicabilidad de la operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) en la naturaleza, es decir, que se hace matemática, pero no se ve ni se siente matemática solo se utilizan los números y las formas conceptualizados para llevarlos a la ejercitación en un papel sin didáctica, sin interés por el sujeto, y sin la invitación a reflexionar sobre lo útil del saber que se aprende.

Ahora bien todo lo anterior se puede encerrar en una pregunta emergente con relación a la pregunta de investigación, ¿Cuáles son las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de la operaciones básicas a partir de la lúdica o el juego y los sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática en el grado quinto de la Institución Educativa San Rafael del Distrito de Buenaventura– Valle?

Igualmente surgen otras preguntas de apoyo ¿Cuáles pueden ser las razones por las que se quiere hacer este acercamiento entre las matemáticas esencialmente en la operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) en la vida cotidiana y las diferentes formas de cómo se enseña y aprende matemática? al igual que ¿Cómo se apreciarían mejor el mundo matemático, si con la lúdica y estrategias innovadoras o

siguiendo un sistema tradicional donde dicha relación se centra en solo en contenidos verticalmente?

Cabe recordar también que es importante tener en cuenta que el aprendizaje de las matemáticas no se hace significativo, si la población objeto de estudio no reconoce y se apropia del problema planteado, y participa activamente al emplear las estrategias propuestas y que les sirvan para el planteamiento de un trabajo de equipo, con miras en el desarrollo de una formación integral del estudiante en las competencias matemáticas desde temprana edad.

Por lo anterior, hay que tener en cuenta que los aprendizajes en los estudiantes del grado Quinto de la Institución Educativa San Rafael del Distrito de Buenaventura– Valle, es un referente importantísimo para vida escolar, ya que su finalidad principal es dotarlos de habilidades para el dominio de:

- Las nociones lógico-matemáticas.
- Competencias básicas, como la comprensión de problemas, situaciones, gráficas y esquemas.
- Competencias compresivas, argumentativas e interpretativas, propositivas y laborales y ciudadanas.
- Y el uso de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) en la vida cotidiana.

Todo esto podría ayudar a obtener una mejor comprensión y reflexión de situaciones problémicas de la realidad y sus fenómenos.

Por tanto, la obra de conocimiento busca implementar diversas estrategias cognitivas acompañadas de la lúdica o el juego para una sobresaliente intuición de las matemáticas en situaciones y contextos variados, con diferente grado de formalización o planificación de soluciones a la resolución de problemas matemáticos con el propósito de potenciar las habilidades cognitivas de los estudiantes del nivel grado quinto de educación básica.

Otra de las razones en la que se considera importante este proyecto es el abordaje de la motivación de igual modo indagar las dificultades al interior del aula sobre la resolución de problemas con relación a las operaciones básicas, asimismo implementar estrategias con el fin de que los estudiante desarrollaran las habilidades matemáticas y del mismo modo, emplear un lenguaje lógico-matemático para interpretar diferentes fenómenos problematizadores dentro del campo de acción de las matemáticas.

También es importante relacionar los contenidos del aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio para que se pierda el miedo y la apatía hacia las matemáticas y se mejoren éstas dificultades, utilizando estrategias lúdicas como los juegos de mesa (parques, tangram, ajedrez, naipes, domino), juegos mentales (sopa de letras y de números donde alguna de tiene que resolver operaciones, cruzar palabras o resultados de operaciones, seguir secuencias), creación de cuentos, ver películas, socializaciones o conversatorios, participación, trabajos en grupo con el fin de hacer más factible los planes de aula, y así brindar la necesidad de cambiar de actitud frente a esta problemática, lo que puede conducir a la profundización de estudios de teorías específicas que pueden ser de gran utilidad en nuestro quehacer pedagógico desde el contexto matemático haciendo referencia a los ambientes que rodean al estudiante y que dan un verdadero significado a las matemáticas donde se aprenden variables como condiciones socioculturales, el tipo de interacción, los interese y creencias particulares y las condiciones del proceso de enseñanza-aprendizaje las cuales son fundamentales en el diseño y ejecución de experiencias didácticas

Se puede mencionar que esta obra de conocimiento se propone como referente pedagógico, tanto para el nivel de quinto de primaria, como para otros niveles de escolaridad, sobre todo porque se aplicaran estrategias y métodos matemáticos que permitan dinamizar los procesos de enseñanza- aprendizaje desde las cuatro operaciones básicas de las matemáticas y poder comprobar ¿cuáles son las diferencias y relaciones entre estos dos métodos de enseñar?

Además, con esta obra se busca que la población de estudio de la Institución Educativa San Rafael en Buenaventura- Valle, desarrolle, crezca el amor por las

matemáticas y eliminar obstáculos que se presente en el camino del aprendizaje y enseñanza de las habilidades que se requieran para manejar las matemáticas con facilidad y toda situación cotidiana de forma didáctica, desde la ejecución del uso las operaciones básicas matemáticas (suma, resta, multiplicación, y división) de acuerdo a las diferente situaciones de la vida diaria, además se tendrá la oportunidad de practicar el análisis, la argumentación, inquietudes y múltiples respuesta a un planteamiento, que no ha sido tomado aún juntos como es el de relacionar y diferenciar los estilos de aprendizaje y enseñanza de las operaciones básicas desde al lúdica o el juego y los métodos tradicionales de enseñanza.

3. ENTRE NÚMEROS Y DIFICULTADES: PROBLEMATIZACIÓN

Dios no se preocupa sobre nuestras dificultades matemáticas; él se integra empíricamente. Albert Einstein.

Los obstáculos que se presentan en la enseñanza del área de las matemáticas y a su vez en el aprendizaje de ésta, ha brotado de unos determinantes tradicionalistas y de la inapropiada práctica pedagógica la cual ha dejado secuelas en la presencia del alto índice de pérdida y desinterés por el mundo de los números, del contar, repartir, calcular, quitar, analizar, jugar, entre otros aspectos que integran las matemáticas, manteniendo el bajo desempeño académico de los estudiantes a nivel nacional, departamental y municipal según minuciosos estudios que las universidades reconocidas y el mismo Ministerio de Educación los cuales se preocupan por el impacto tan grande que proyecta.

Por consiguiente, se expone que lo mencionado anteriormente se expresa porque se apoya y comparte la preocupación sobre las dificultades que se presentan en la enseñanza de las matemáticas en la educación que tanto como a Universidades, Instituciones y al mismo Ministerio de Educación les interesa mejorar la calidad y eficiencia de esta, donde el estudiante no inhiba su potencial intelectual y creatividad. Por lo tanto, este trabajo sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con énfasis en el uso de las operaciones básicas a estudiantes de quinto de primaria proporcionara las circunstancias para comprobar, experimentar y observar dentro y fuera del aula.

Siguiendo ese orden de ideas, también, esto posibilita el conocimiento del mundo por medio del juego o la lúdica como un recurso natural en la práctica y estudio del área objeto de estudio como es la área de las matemáticas por la razones siguiente, la primera, porque se considera que es en esta etapa donde se debe empezar a trabajar duro y con estrategias apropiadas para que se desarrolle en todo su esplendor todas las habilidades que se requieran para abordar situaciones de la vida diaria con fundamentos y valentía; segundo, porque el estudiante logra comprender e interpretar y aplicar todo lo

aprendido en su vida social y personal; tercera, porque, El sujeto en formación aprende a apreciar las odiadas pero veraces matemáticas.

Con todo esta problemática que está pasando en la actualidad creo firmemente que toda la ayuda que se le proporcione al mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje matemática permite formar estudiantes con la capacidad de enfrentar situaciones cotidianas que requieran un pensamiento aritmético, lógico, geométrico, estadístico y analítico como lo expreso al iniciar la descripción del problema.

Además, para nadie es un secreto que las matemáticas es una de las áreas específicas y obligatorias que sólo pocos entienden y comprende con facilidad, pero para los que no la comprende o no es propia del estudiante puede tomar dos opciones de acuerdo a lo que he observado y analizado dentro y fuera del aula, la primera, es perseverar ante los obstáculos que se puede presentar en el camino y la segunda, poner barreras, es decir que estas son situaciones o condiciones que se pueda presentar y es aquí donde el docentes juega un papel muy importante en el proceso de enseñanza y el aprendizaje de las habilidades y competencias matemáticas las cuales podrían formar el buenos ciudadanos críticos, racionales y con la capacidad necesaria para reflexionar, resolver problemas o sean de la operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) de la vida real gracia al trabajo que se realice con los sujetos en formación.

Por tanto se concierne implementar y proporcionar una estrategia a toda esta problemática concentrada en la enseñanza de las matemáticas a la inapropiada metodología que se trasmite a los estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa San Rafael del Distrito de Buenaventura- Valle sin desmeritar los problemas personales, sociales y de salud que ´pueda tener el sujeto en cada una de las etapas del proceso educativo (etapa de lúdica, aplicación, exploratoria, y desarrollo y así reinventar y hacer más significativa las matemáticas.

En este sentido y teniendo en cuenta todos los obstáculos que resalto en párrafo anteriores al describir el problema propongo la siguiente propuesta como reflexión de la educación matemática especialmente en la enseñanza por medio de la lúdica donde el sujeto en formación siempre va hacer el protagonista de su saber permitiéndome hacer

las relaciones y las diferencias sobre la enseñanza de las matemáticas con la lúdica y la enseñanza tradicional este tiene como nombre “ las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de la operaciones básicas a partir de la lúdica o el juego y los sistemas tradicionales de enseñanza del área de matemática en el grado quinto de la institución educativa san Rafael del Distrito de Buenaventura– Valle”.

Cabe indicar que la Institución Educativa San Rafael ubicada en la ciudad de Buenaventura– Valle, es un establecimiento educativo urbano, que ofrece preescolar, básica primaria, básica secundaria y media; programas para estudiantes extra edad y adultos y programa de inclusión a personas con capacidades especiales. Ofrece educación tradicional, grupos juveniles creativos, modalidad virtual asistida. Ubicada en la Cra 6-45, Valle del Cauca, Buenaventura.

Es una de la Instituciones más antiguas del Distrito, con 106 años de existencia. En ella se encuentra el grupo de trabajo de la obra de conocimiento; en la básica primaria, específicamente los grados quintos, integrados por 45 niños, los cuales dan a conocer a través de una encuesta semi- estructurada y sociodemográfica, con preguntas abiertas y cerradas.

Se detecta entre los problemas que más los afecta en el área de matemática y del proceso de enseñanza y aprendizaje relacionado con su vida personal y social, que hay falta de conocimientos matemático, el tiempo que le dedican al estudio de ésta es poco, la pereza mental, los padres ausentes, desconocimiento y uso de juegos didácticos, metodología de algunos docentes de matemáticas y la falta de creatividad e imaginación para resolver un problema cotidiano lleva a identificar más precisamente los aspectos que se quieren abordar para el desarrollo de habilidades, para el mejoramiento del desempeño académico del área de matemática, y construir las relacionar y las diferencias entre el aprendizaje de la operaciones básicas a partir de la lúdica o el juego y los sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática, con el fin de permitir un aprendizaje significativo en el proceso educativo como un pequeño aporte al cambio y eliminación del miedo que nos abunda cuando pensamos en el mundo de las matemáticas y todo lo relacionado con ello. Ver tabla 1.

Tabla 1. Categorías, y subcategorías del problema de investigación

Categorías	Subcategorías	Definición
Aprendizaje	Aprendizaje matemático	Según Rafael Ángel Pérez es un Proceso por medio del cual la persona se apropia del conocimiento, en sus distintas dimensiones: conceptos, procedimientos, actitudes y valores ((Psicopedagogía.com, 2017)
	Aprendizaje significativo	Según Marisol Sánchez “EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO es el resultado de la interacción de los conocimientos previos y los conocimientos nuevos y de su adaptación al contexto, y que además va a ser funcional en determinado momento de la vida del individuo. (Psicopedagogía.com, 2017)
Lúdica	Juegos mentales para desarrollar el Razonamiento lógico	La lúdica es una dimensión del desarrollo de los individuos especial mente en el desarrollo psico-social, la cual puede orientarse a la adquisición de saberes. La lógica aporta una estructura formal que forma parte de los procesos mentales del entendimiento. (definicionabc, 2015)
Matemática	Números naturales	Se conoce como matemática o matemáticas, según corresponda a la costumbre, al estudio de todas aquellas propiedades y relaciones que involucran a los entes abstractos, como ser los números y figuras geométricas, a través de notaciones básicas exactas y del razonamiento lógico (definicionabc.com, 2017).
	Suma, resta, multiplicación y división.(Operaciones básicas)	Los números representan unidades de cosas; pero es posible utilizarlos como solamente números; y de esa forma, realizar con ellos diversas operaciones que sirven para realizar cálculos que son muy útiles; y que se llaman operaciones aritméticas (Escueladigital.com, 2017).
Enseñanza	Enseñanza de las matemáticas	Una enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprensión de lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender, y por tanto les desafían y apoyan para aprenderlas bien (Godino, Batanero , & Font, 2003)
Sistema	Educación tradicional	Se enseña a los estudiantes datos particulares, responde al modelo industrial en el que el profesor enseña datos y la tarea primordial del estudiante es aprenderlos. (definicionabc.com, 2017)

Fuente: varios de internet

Vale indicar, también que en el contexto actual, el área de Matemáticas, se precisa armonizar la formación socio-pedagógica y la formación disciplinar ya que la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por medio de la actividad lúdica aclarara las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de la operaciones básicas y los sistemas tradicionales de enseñanza del área de matemática en el grado quinto de la Institución Educativa San Rafael del Distrito de Buenaventura– Valle, lo cual permitirá intercambiar experiencias, información y vivencias con otros; aporta posibles soluciones ante las dificultades que presentan los estudiantes objeto de estudio en su aprendizaje, e indagar sobre el porqué de los fracasos en el proceso (ver circuito relacional 1 en la figura 1).

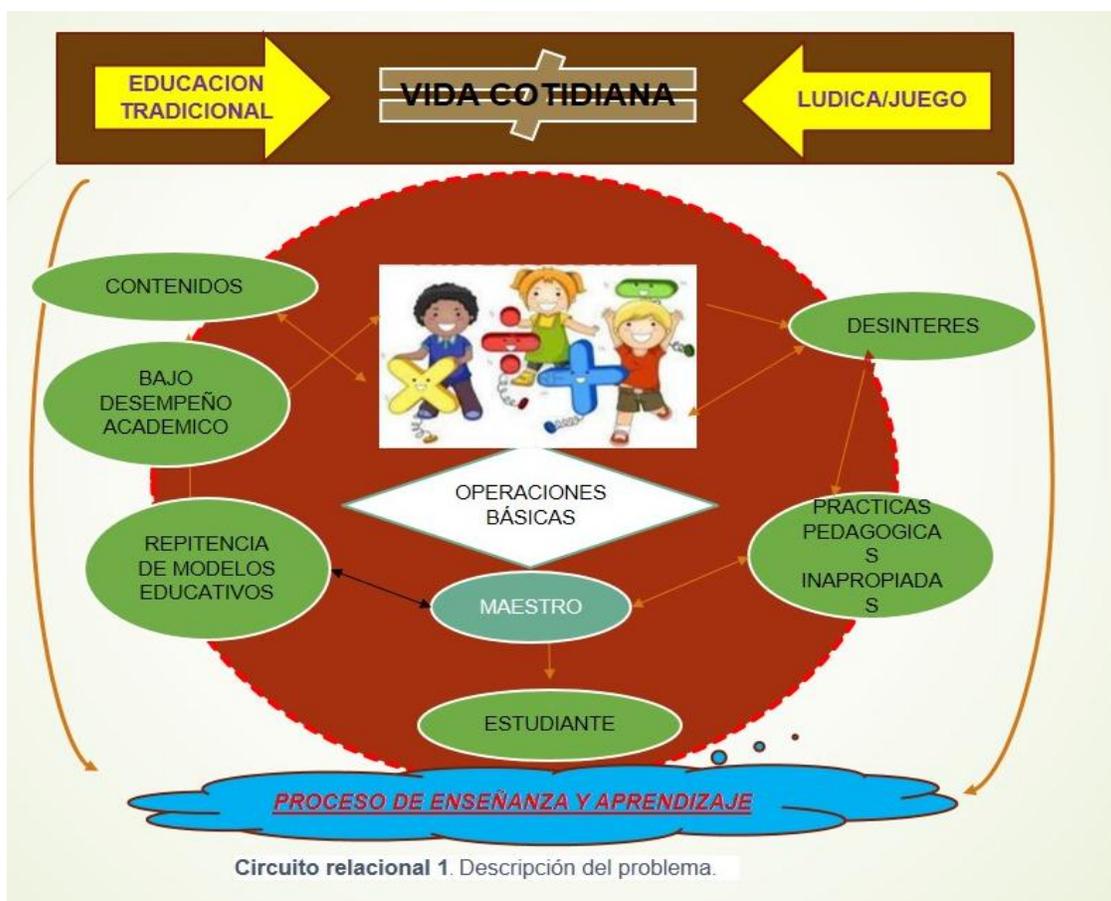


Figura 1. Circuito relacional 1

Fuente: (Obando, 2017)

Ante el anterior circuito relacional, que deja ver claramente como el proceso de enseñanza – aprendizaje se encuentra inmerso en la vida cotidiana de las personas, en

donde se evidencia una educación tradicional y unas estrategias lúdicas, pero que en las matemáticas se presentan grandes problemas que tienen que ver con la solución de operaciones básicas, donde intervienen docentes con sus prácticas pedagógicas, acompañadas de cierto desinterés. Lo anterior trae como consecuencias contenidos obsoletos, repitencia y bajo desempeño académico.

Bajo esta perspectiva, surge el interrogante:

¿Cuáles son las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de las operaciones básicas a partir de la lúdica o el juego y los sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática en el grado quinto de la Institución Educativa San Rafael del Distrito de Buenaventura– Valle?

Interrogantes de apoyo:

¿Qué ventajas tendrán cada uno de los estudiantes objeto de estudio acerca del uso de las operaciones básicas en la vida cotidiana?

¿Cuál será la disposición frente a la implementación de la lúdica y el juego en la enseñanza del área de las matemáticas adentro y fuera del aula?

¿Qué creencias tienen acerca de las matemáticas?

¿Cómo ha influido las creencias acerca de las matemáticas específicamente el uso de las operaciones básicas en todo el proceso educativo en la utilización del método tradicional de enseñanza y aprendizaje?

¿Cuáles son los estilos de aprendizaje predominantes en los alumnos del grado quinto de la institución educativa san Rafael del distrito de Buenaventura?

¿Cuáles son las estrategias de enseñanza de los maestros de grado quinto de la institución educativa san Rafael del distrito de Buenaventura?

4. CONTANDO ANDO: TRAYECTO HOLOGRAMÁTICO

Se propone una visión investigativa de tipo social, cognitiva y liberadora con un paradigma funcionalista hacia el hombre, la ciencia y los contenidos de la enseñanza - aprendizaje en la relación amena entre docente y estudiante, además de implicar series de actividades lúdicas con el fin de encaminar estrategias metodológicas apropiadas para el desarrollo integral y un buen desenvolvimiento en la vida cotidiana y establecer los diferencia y relaciones de la educación tradicional y la educación moderna respecto al área de las matemáticas.

Del mismo modo, proponer, gestionar y planear situaciones en un espacio educativo y significativo donde los niños puedan interactuar con los compañeros, profesores y materiales para desarrollar actividades que permitan reconstruir el saber matemático que se ha perdido y poder avanzar y profundizar en la comprensión de la problemática a abordar a partir de unos antecedentes que dan cuenta del interés que trae consigo el tema

4.1 Límites espaciales y temporales del contexto sociodemográfico de la investigación

El desarrollo del presente proyecto de investigación se delimita en la Institución Educativa San Rafael y todas las instancias (sala de sistemas, canchas, tienda escolar, plancha, entre otras) ubicada en el Distrito de Buenaventura, Valle del Cauca. Durante dos años (2015 – 2016), específicamente los grados quinto de dicha Institución.

4.2 Antecedentes

Es importante en este aparte, resaltar algunas investigaciones relacionadas con la temática problematizadora, y a partir de ellas tener unos buenos referentes

Por lo anterior se ha considerado algunos temas de investigación impresos en trabajos de grados, como referencias indicando a nivel nacional, el trabajo de graduación para optar al título de Licenciado de Pedagogía con Mención en Educación Primaria en

la Universidad Nacional Autónoma (Colombia), el cual trata las estrategias metodológicas para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas en el área de matemática, cuarto grado “b” vespertino de la escuela Lila Incer Teustepe, Boaco, con la intención de desarrollar, analizar y evaluar las estrategias metodológicas para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas en el área de matemáticas. (Acosta Bermúdez & Chévez Méndez, 2008)

Así mismo, a nivel internacional se puede resaltar, el trabajo final de grado sobre los juegos y materiales para construir las matemáticas en educación primaria, de Alonso Muñoz (2013) de la universidad de Valladolid, España; destacando la importancia de trabajar con materiales didácticos en Educación Primaria, para facilitar el proceso de enseñanza- aprendizaje.

También, la tesis sobre las estrategias de aprendizaje de matemáticas en estudiantes de tercer semestre de preparatoria por Cáceres Cárdenas (2009) en la Facultad de Educación de la Universidad Autónoma de Yucatán en la que afirma que el estudio del aprendizaje significativo, se centra en identificar los procesos que están teniendo lugar en el alumno.

Y por último las estadísticas de las pruebas ICFES del área de español y matemática de los años 2003 al 2006.

Otro aspecto a resaltar es un eje epistemológico, como de las teorías de Piaget, Vigotsky, María Montessori, Yves Chevallard, Jorge Castaño y Johan Huizinga; acerca de la importancia de la lúdica para la enseñanza de las matemáticas; con el objeto de lograr recorrer caminos teóricos de conocimiento y manejo de la lúdica que sea agradable para los sujetos educables y así aprender y practicar en la solución de sus problemas cotidianos.

Por consiguiente se permite señalar a esta investigación sobre la enseñanza de las matemáticas y siguiendo la coherencia con la problemática y las categorías iniciales expuesta anteriormente (tabla 1) en términos conceptuales y teóricos de apoyo; se soportan en antecedentes bibliográficos y antecedentes empíricos sobre la problemática a abordar relacionados con la educación que en su mayoría son para obtener el grado o

título para aquellos egresados el por experiencia laboral en las universidades, tan solo existen experiencias de oportunidad para obtener que no obtuvieron su grado o título profesional. Sin embargo se pueden tener en cuenta algunas investigaciones que sustentan este estudio, como por ejemplo, a nivel nacional, el trabajo de Acosta Bermúdez & Chévez Méndez (2008), manejando las categorías de estrategias metodológicas, enseñanza, aprendizaje, operaciones básicas y matemáticas con el propósito de desarrollar, analizar y evaluar las estrategias metodológicas para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas en el área de matemáticas, mediante el trabajo de campo con el fin de recolectar datos e información cuantitativa y cualitativamente, implicando un tipo de estudio descriptivo. Lo cual es idóneo tomarlo como un primer ejemplo porque este documento incita a ver lo urgente que es fortalecer la actividad matemática como una habilidad necesaria donde el educando sea el protagonista de su aprendizaje y el docente el facilitador y estrategia hacia el camino de una relación perfecta de las matemáticas con naturalidad.

También, cabe resaltar a nivel internacional, el trabajo final de grado de Alonso Muñoz (2013) en la universidad de Valladolid, España; tocando las categorías de matemáticas, juegos, materiales didácticos, didáctica de las matemáticas, y primaria destacando la importancia de trabajar con materiales didácticos en Educación Primaria, para facilitar el proceso de enseñanza- aprendizaje. En particular, se destaca el uso del juego como herramienta didáctica, imprescindible para llevar a cabo una metodología con tendencia constructivista con la idea de que sean los alumnos los que “hagan matemáticas”. En lo personal este documento es acertado, ya que a lo largo de la investigación se plantarán múltiples juegos, organizados de forma estructurada para probar que por medio de juego si se aprende.

Siguiendo la misma ruta, se encuentra, la tesis de Cáceres Cárdenas (2009) en la que afirma que el estudio del aprendizaje significativo, se centra en identificar los procesos que están teniendo lugar en el alumno. Las estrategias de aprendizaje se sirven de diferentes técnicas, para formar estos procesos. La intencionalidad de las estrategias, les otorga características propias que las hace observables, medibles, capaces de ser entrenadas e incluso promover su inclusión en la educación formal.

Según la UNESCO en la IV Conferencia internacional sobre educación de adultos, en París, señala que “La educación no puede circunscribirse a sectores privilegiados... ni limitarse a determinados grupos de edad, ni debía seguirse impartiendo en forma tradicional y segmentada sino que por el contrario debía ser impartida en forma permanente, que permita al individuo manifestar su creatividad, auto gestionar su aprendizaje y desarrollar sus potencialidades” (p.51), se concuerda con lo anterior ya que en la práctica educativa los docentes se alejan de alimentar la relación maestro-estudiante con nuevas metodologías ya sean lúdicas o pedagógicas para potenciar las habilidades demandadas por el contexto como las habilidades matemáticas, las habilidades estéticas, las habilidades lingüísticas, las habilidades musicales, entre otras.

De igual modo, también es importante señalar el artículo de la Revista Psicopedagogía escrito por Orrantia (2006) cuando se refiere a que “las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva” el cual expresa que el planteamiento de un marco teórico de carácter evolutivo permite analizar y comprender las dificultades que surgen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Además desarrolla el pensamiento matemático de los niños, ya que se asume que las dificultades en el aprendizaje surgen del proceso evolutivo.

En ese sentido, se tuvo en cuenta los aportes teóricos como los de: Polya (1965) con su temática estrategias para resolver un problema en el cual expone sus ideas sobre con ayudar a los estudiantes a pensar por sí mismos , resolver un problema y desapestar un pensamiento lógico (Polya, 1965) y así poder darle un nuevo sentido a la educación matemática estratega; Jean Piaget con su teoría cognitiva sobre el juego y la temática estadios del desarrollo cognitivo y social donde opina que Jugar se convierte, por tanto, en un medio para comprender el funcionamiento de las cosa (Rodríguez, Monroy , & Sáez, 2011). Una función similar a la que defiende Bruner, para quien el juego es una especie de guía del desarrollo y finalmente Vygotsky con su pensamiento “el juego de es de carácter central del niño”, permitiendo que este descubra su propia personalidad y lo más importante aprenda a relacionarse con la sociedad de manera experimental.

El artículo titulado “La historia del docente que enseña matemáticas a través de un huerto” de autoría de Cabrerías (2013), señala que los alumnos aprendieron conceptos como área y perímetro a través de la plantación de verduras. La escuela especial Tomás Vargas y Alcaya de Maipú recibió un premio a la innovación. El proyecto beneficia a más de 700 alumnos de kínder a octavo básico del establecimiento, que atiende a escolares con necesidades educativas especiales, tales como problemas visuales, auditivos e intelectuales y quienes, en su mayoría (87%), proviene de hogares vulnerables. El propósito de esto es reflexionar sobre los diferentes contextos en los que las matemáticas están presentes y todo lo que se puede enseñar con esta innovadora idea del huerto como, por ejemplo, crecimiento de las flores (ciencias) o en tecnología aprenden técnicas de riego, como el riego por aspersión, modalidad de riego mediante la cual el agua llega a las plantas en forma de lluvia. Además con el huerto se logró que los niños aprendan de una manera mucho más entretenida y efectiva, además los aprendizajes son transversales con las otras ciencias de conocimiento.

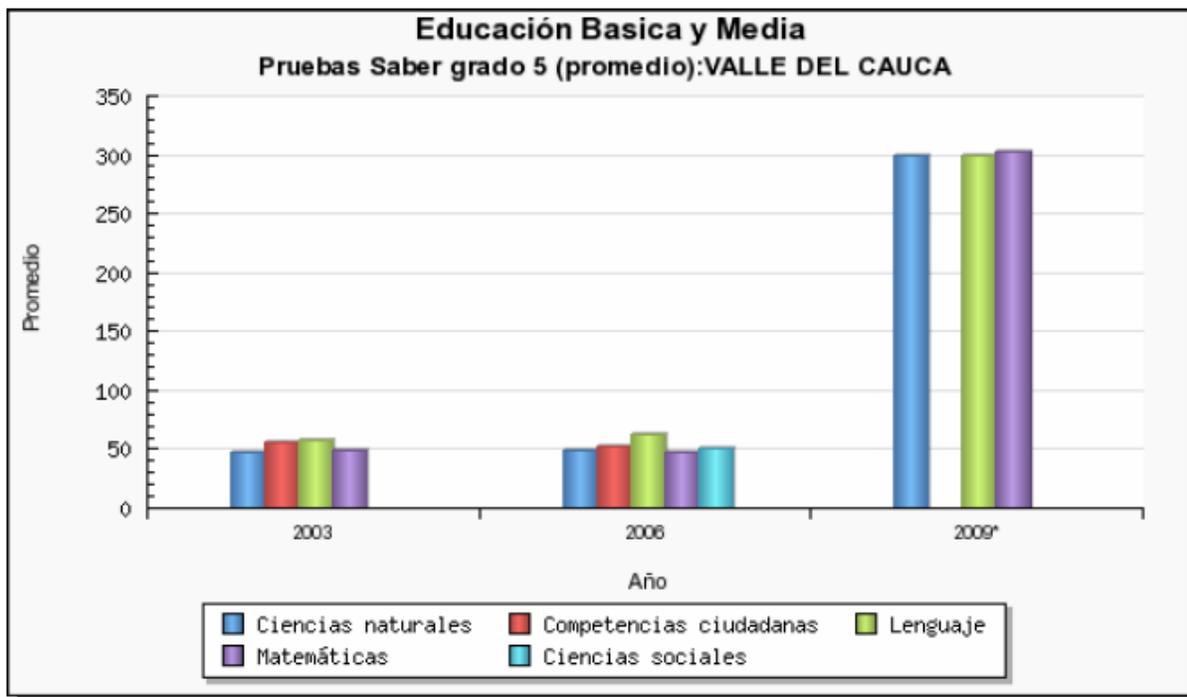
Del mismo modo, se tuvieron en cuenta otras publicaciones realizadas en el marco del Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología y Fondos FEDER, relacionados con el tema del área de las matemáticas, entre ellos el de Godino, Batanero & Font (2003), quienes referencian la didáctica de las matemáticas para maestros y los fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemática para maestros en la cual se comparte una visión general de la educación matemática. Tratamos de crear un espacio de reflexión y estudio sobre las matemáticas, en cuanto objeto de enseñanza y aprendizaje, y sobre los instrumentos conceptuales y metodológicos de índole general que la didáctica de las matemáticas está generando como campo de investigación con el fin que los maestros ofrezcan una mirada diferente al objeto de estudio.

El artículo sobre los estudios históricos en educación matemática desde la perspectiva de la práctica docente de Arboleda (2010), licenciado en matemática y física en la Universidad del Valle (1968) y de licenciado en licenciatura en matemática en la Universidad Santiago de Cali (1970) especialista, magister, y doctor en historia de las culturas, los saberes, epistemología de la ciencia, la lógica y la educación (1976 y 1980);

hace referencia de algunas consideraciones teórico-metodológicas sobre el por qué y el cómo la historia de las matemáticas y la educación matemática contribuyen a desarrollar la capacidad del docente de saber-analizar su propia práctica. Se sustenta la idea de que, para realizar este propósito, la historia debe estar situada pedagógicamente, y se presenta el caso de apropiación del conocimiento histórico sobre el formalismo matemático. Finalmente, se muestra la importancia de los estudios históricos comparativos sobre la domesticación pedagógica de los formalismos en distintos contextos socio-culturales.

Rodríguez Fuentes (2009), en su tesis doctoral “El Aprendizaje de las matemáticas en el nivel Superior”, afirma que los profesores son capaces de adaptar sus actividades académicas a las necesidades de los contenidos de las materias a dictar, y a los múltiples itinerarios motivacionales de los alumnos, es una de las claves para garantizar eficientes resultados en los rendimientos de las materias. Además afirma que se debe considerar la perspectiva de las múltiples metas, siempre y cuando, ninguna de esta interfiera con las otras, para así lograr el objetivo académico.

Cabe mencionar también las pruebas saber especialmente en matemáticas pero a nivel del Valle del Cauca el consolidado del promedio del 2003, 2006 y 2009 (ver figura 2 y tabla 2) y el consolidado de promedio del 2012, 2013 y 2014 (ver figura 3 y tabla 3) de las pruebas saber quinto del área de matemática, como el consolidado de promedio del Distrito de Buenaventura que muestra una insuficiencia del 60 por ciento, un claro problema que lleva a analizar y a preguntarme ¿qué está pasando con la educación matemática en las escuelas? ¿Qué está pasando con los educadores de matemática que permiten que exista tanto fracaso en los estudiantes?



Fuente: MEN

Figura 2. Promedio 2003-2006-2009

Fuente: (Comisión Vallecaucana por la Educación, 2012)

Tabla 2. Promedio Pruebas Saber grado quinto (Valle del Cauca)

Año	Matemáticas
2003	50
2006	47
2009	30,2

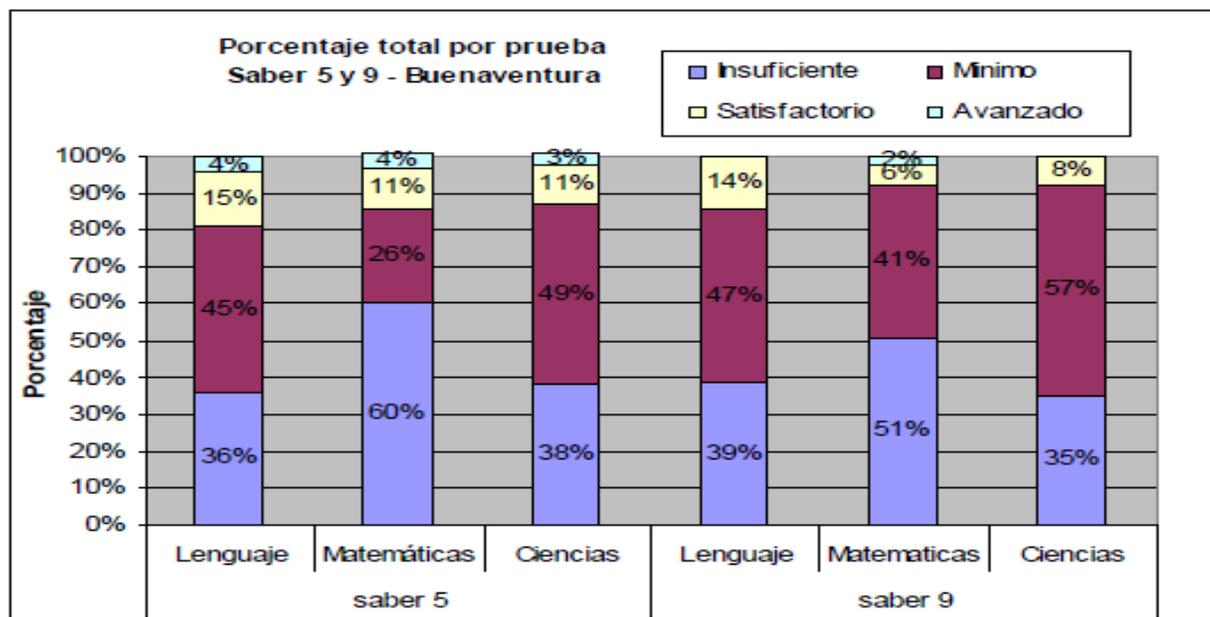
Fuente: (Comisión Vallecaucana por la Educación, 2012)

Lo anterior muestra que en matemáticas de quinto grado el promedio bajó de 50 estudiantes con nivel bajo en el 2003 a 47 para en el 2006 pero en el 2009 hay una gran variación en el promedio. En este año (2009) inicia la presentación obligatoria de todos los estudiantes registrados en SIMAT, al contrario de los años anteriores que las instituciones educativas podían seleccionar a los mejores para presentar dicha prueba.

El porcentaje de estudiantes de quinto grado por categoría de desempeño en Pruebas Saber en el área de matemática se concentra en insuficiente con un 60% y un 26% en mínimo. Ellos son capaces de utilizar operaciones básicas para solucionar problemas, identificar información relacionada con la medición, hacer recubrimientos y descomposiciones de figuras planas, además de organizar y clasificar información estadística (Comisión Vallecaucana por la Educación, 2012).

El 11% de los estudiantes demuestra las competencias establecidas en el nivel satisfactorio, es decir, además de hacer lo definido para el nivel mínimo, estos alumnos saben, entre otros aspectos, describir algunas transformaciones en el plano cartesiano, reconocer diferentes maneras de representar una fracción propia en relaciones parte-todo, resolver problemas relacionados con la estructura aditiva y multiplicativa de los números naturales y estimar la probabilidad de un evento para resolver situaciones en contextos de juegos o en acontecimientos cotidianos (Comisión Vallecaucana por la Educación, 2012).

El 4% de los estudiantes se encuentra en avanzado.



Fuente: Icfes

Figura 3. Promedio de estudiante de Buenaventura por categoría de desempeño

Fuente: (Comisión Vallecaucana por la Educación, 2012)

Tabla 3. Porcentaje de estudiantes ubicados por niveles de competencias Pruebas Saber

<i>Indicador/Año. Porcentaje de estudiantes que se ubica en cada uno de los distintos niveles de competencias en las pruebas SABER, Grado</i>												
GRADO 5° AREAS VS NIVELES	2012				2013				2014			
	D	C	B	A	D	C	B	A	D	C	B	A
LENGUAJE	17%	43%	30%	10%	16%	43%	30%	11%	18%	42%	28%	12%
MATEMATICAS	40%	32%	19%	9%	37%	32%	21%	10%	41%	29%	18%	12%
CIENCIAS	17%	50%	10%	22%	N/A	N/A	N/A	N/A	ND	ND	ND	ND
PENSAMIENTO	11%	31%	34%	25%	27%	33%	31%	10%	ND	ND	ND	ND
NIVELES DE COMPETENCIAS: A = AVANZADO, B = SATISFACTORIO, C = MINIMO, D = INSUFICIENTE												
Fuente: http://www.icfes.gov.co/resultados/pruebas-saber-resultados . Corte al 20 de marzo de 2015												

Fuente: (Comisión Vallecaucana por la Educación, 2012)

Y por último están los antecedentes empíricos que se dieron gracias a múltiples observaciones naturales, la disposición y la interacción de los estudiantes con los maestros en las jornadas del conocimiento ya establecidas por la institución, lo cual me permite asaltarme unos límites y/o interrogantes que conllevaran a definir la pregunta definitiva del problema que se abordará en esta investigación gracias a los antecedentes anteriores.

4.3 Metodología

La presente obra de conocimiento es un estudio tipo investigativo – cuantitativo; de corte correlacional con una fase exploratoria para responder la pregunta de investigación. ¿Cuáles son las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de las operaciones básicas a partir de la lúdica y los sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática en el grado quinto de la institución educativa San Rafael del Distrito de Buenaventura– Valle. Es correlacional ya que este va establecer unas variables y se va a buscar entre ellas los elementos cuantitativos los elementos que se relacionan y se diferencian, de esta manera hay unas connotaciones que se espera

que esa variable que emergen en la correlación sirvan como guías en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La población objeto de estudio son las docentes del curso (2) y cuarenta y cinco (45) estudiantes del grado 5º de la Institución Educativa San Rafael en el Distrito de Buenaventura – Valle. Cada uno de estos docentes y estudiantes, constituye una unidad de análisis. La muestra seleccionada fue intencional. Sin embargo esta muestra se seleccionó ya que son estudiantes que llevan más de cuatro años en la institución y tienen unos conocimientos básicos que son necesarios para el ejercitamiento de los juegos, además son estudiantes de 9 y 10 años, los cuales son más objetivos en asumir las pruebas que se le ponen en el razonamiento matemático.

Se seleccionaron las dos docentes a cargo de este grado. Los 45 estudiantes, dieron respuesta a una primera encuesta y test exploratorio combinados en un formato digital imprimible y creación propia de acuerdo a la realidad que se vive y se siente; en esta actividad, innovadora para ellos, se sintieron muy a gusto y se evidenció un alto interés en su desarrollo ya que se empezó a abrir la puerta para descubrir en que se diferencia y se relaciona. Para el procesamiento y análisis de los datos se utilizó el programa de Windows Excel de las herramientas de office.

La puerta que se abre en dicha labor pretende orientar, estimular y generar la satisfacción al ejercitar los procesos matemáticos en todos los momentos de la vida cotidiana, con el objetivo de crear nuevos conocimientos a partir de lúdica. Un estilo que está fuera de lo establecido por el sistema educativo tradicional que aleja la oportunidad de conseguir un aprendizaje significativo, la habilidad de enfrentar los retos de la realidad habitual, de tal forma que los compromisos de mejorar los procesos y rendimiento académico de los estudiantes se verá truncado y sólo se obtendrán sujetos formados verticalmente estructurados educados con contenidos repetidos por generaciones.

Al contrario de lo anterior, permitir implementar los maravillosos poderes de la creatividad, la imaginación, la opinión, la valentía, el amor y la curiosidad para dominar las múltiples operaciones, específicamente en el área de las matemáticas y el uso de la

operaciones básicas en la vida cotidiana, las cuales se abordan desde la lúdica dentro de los procesos de educabilidad y aprendizaje haciendo diferencia, relaciones, recuperación y descubrimientos de algo nuevo, útil y valioso que se ha dejado al rincón olvidado y sin importancia en la actualidad por la humanidad como es todo ese bagaje del mundo matemático sin menospreciar las demás áreas del conocimiento, ya que de una u otra manera tienen su estrecha relación de funcionalidad ya sea gracias a un sistema tradicional o a un sistema innovador que cambia la forma de ver el mundo.

Por otro lado, es relevante referenciar lo necesario que fue tener dominio durante todo el trayecto de la investigación con base en la técnica, manejo de materiales y la experiencia. Es decir, que enseñar matemática y más aún las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y divisiones) es todo un arte que invita al dominio, las técnicas de enseñanza y aprendizaje y el manejo de los materiales favorables para el desarrollo de esta obra de conocimiento tipo investigativo. Para decidir cómo se va a ejecutar este proyecto investigativo basados en el área de las matemáticas y las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) a los estudiantes del grado quinto, dependerá de algunas metas propuestas de acuerdo a la pregunta de investigación en el quehacer educativo:

- Hacer relevancia en las diferencias y relaciones entre el aprendizaje y la enseñanza de la educación matemática básica específicamente en el grado quinto de la Institución Educativa San Rafael Del Distrito De Buenaventura– Valle.

- Hacer el análisis de las herramientas, observaciones y técnicas que se realizaron para recoger los datos que avalen las hipótesis o variables del problema de investigación. Las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de las operaciones básicas a partir de la lúdica y los sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática en el grado quinto de la Institución educativa San Rafael del Distrito de Buenaventura–Valle en las cuales se demostró un primer intento del porqué del interés de este proyecto investigativo, por ejemplo, gracias a la encuesta sociodemográfica como prueba piloto con dos entrevistas y se ajustaron los instrumentos. Se indagó

acerca de gusto por las matemáticas y el resultado representado en la figura 4 corresponde al 67% que respondió positivamente y 33% respondió que no les gusta.



Figura 4. Gusto por las matemáticas

Algunas de estas herramientas basadas en el juego, donde los niños intervinieron de un modo flexible, activo y dinámico entre estudiantes, docentes y padres de familia permitirán lo siguiente:

- Transformar la práctica pedagógica.
- Recuperar el interés por el maravilloso mundo de los números, del contar, repartir, calcular, quitar, analizar, jugar, entre otros aspectos que integran las matemáticas.
- Retroalimentar los conceptos o procesos matemáticos, tales como obtener la suma de dos cantidades, saber cuál es mayor o menor.
- La habilidad en el cálculo numérico, en la resolución de problemas y la lógica matemática.
- La aplicación de dichos conceptos y procesos en la solución de situaciones problemáticas cotidianas en la realidad.
- La formación de cualidades mentales como actitudes, imaginación o un espíritu creador.

- Desarrollo de hábitos de estudio personales basados en la curiosidad, la confianza e intereses vocacionales.
- La agilidad mental en cuanto a rapidez.
- La interactividad con los medios tecnológicos y juegos tradicionales (parques, ajedrez, damas, escaleras, domino, sopa de letras, entre otras.).
- Potenciar el desarrollo del pensamiento numérico y espacial.

En síntesis estas actividades fueron muy apropiada para ya que sirvieron para renacer nuevas actitudes positivas hacia las matemáticas al practicar las habilidades, destrezas y desarrollo que un estudiante de quinto grado debe o debería de tener gracias del paso a paso de los años de estudio y sus relaciones de ideas al tratar de resolver los problemas de la vida cotidiana donde la población objeto de estudio se planteen la reflexión, participación del trabajo rápido y efectivo de una competencia que necesite actividades del aprendizaje de las matemáticas y el uso de las operaciones básicas.

4.3.1 Técnicas de investigación

Para lograr cumplir los objetivos que en la obra de conocimiento se han propuesto, se apeló a la utilización de la observación directa y a pruebas diagnósticas con los que se comprobó que en el grado quinto de la Institución Educativa San Rafael tiene bajo rendimiento y apatía hacia las matemáticas por la falta de metodologías descubridoras por parte de los docentes relacionadas con la lúdica, pues les faltaba un camino de luz para recuperar ese interés por enseñar las matemáticas especialmente en el tema del uso de las operaciones básicas en la vida cotidiana de los estudiantes.

4.3.2 Técnicas de recolección de información

Se establecieron seis puntos de contacto, donde se logró aplicar el juego y lúdica para transformar lo que se conoce como matemáticas, redescubrir el gusto por

la ejercitación de ésta, despertar de las dimensiones sociopolíticas, ético, cognitivo, comunicativo, estético, afectivo, espiritual, corporal en las actividades y juegos implementados, como por ejemplo:

Una presentación del proyecto: esta consiste en la representación de los datos generales del presente estudio investigativo, luego, se realizó la lectura sobre la historia de las matemáticas seguido de un video educativo titulado el mundo mágico de las matemáticas. En la figura 5 se aprecia una imagen de un cortometraje de Disney dirigida por Hamilton Luske, Wolfgang Reitherman, Les Clark y Joshua Meador en 1959, para luego conversar sobre ello. Ver anexo A.



Figura 5. Imágenes de video titulado “el mundo mágico de las matemáticas”

Fuente: (Hamilton Luske, Reitherman, Les, & Meador, 1959)

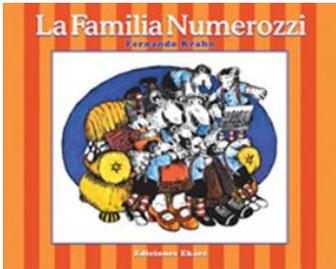
Los conversatorios con los estudiantes sobre el tema “la operaciones básicas y su historia” de lo cual se prestó para incentivar un poco el ser investigativo de cada sujeto objeto de estudio. Se realizó el compromiso de que por grupos o individual investigar sobre:

- El origen de los símbolos matemáticos (suma, resta, multiplicación y división).
- El origen del cero

- Historia de los números
- Los sistemas numéricos de la antigüedad, los cuales son:
 - Sistema de numeración mediterráneo
 - Sistema de numeración oriental
 - Sistema de numeración americano
 - Sistema de numeración decimal. Ver anexo B.
 - Orden de los números naturales.
 - Adición y sustracción de números naturales.
 - Multiplicación de números naturales.
 - División de números naturales.

La lectura del cuento “la familia numerozzi” y creación de un cuento relacionado con los temas mencionados anteriormente. Ver anexo C.

Tabla 4. Datos del cuento “la familia numerozzi”

Título:	La familia numerozzi
Autor:	Fernando Krahn
El libro trata de: vida cotidiana, familia, inventos, relaciones familiares	
Ciudad: Editorial	España: Ekaré
Año:	2000
Edad recomendada:	De 6 a 12 años

Fuente: (Obando, 2016)

Esta propuesta editorial de Fernando Krahn ha recibido los premios de literatura Apel les Mestres en 1982 y el Austral de Literatura Infantil en 1986. ya que es un texto llamativo, sencillo, ágil y divertido con unas ilustraciones llenas de fantasía,

guiños humorísticos, colorido y expresividad. Todos los lectores lo disfrutaran mucho porque este libro posee muchas situaciones de la vida real que tiene relación con las matemáticas (uso de las operaciones básicas), la ética y valores (el amor por la familia), la ciencia y la creatividad. En conclusión “la familia numerozzi” está lleno de un lenguaje muy apropiado para esta investigación, además que permite la interdisciplinariedad con las demás áreas del proceso educativo sin dejar de lado lo creativo.

4. La aplicación de juegos mentales (pasatiempos) como las sopas de letras, laberintos, cruza palabras, cruza numéricas, sopas de letras numéricas, juegos que tienen que ver con los procesos de encontrar la diferencia, de seguir secuencias, con la automatización del cálculo y la lógica simple a base de imágenes o palabras con cuales se logró comprobar los números beneficios para nuestro cerebro y el gran interés de los estudiantes las matemáticas (uso de las operaciones básicas) además de la disposición que le darán a las demás áreas del saber. (Ver anexo D)

5. La interacción con los juegos mesas (parques, ajedrez, escaleras, cartas, domino) y juegos aplicativos para tables para fomentar el desarrollo tecnológico y divertido con el fin de reeducar lo que esta educado. (Ver anexo E)

6. La unión del arte (el dibujo) y las matemáticas para rescatar en el niño la capacidad de recrear visualmente lo que se ve o se oye del exterior. Mediante los dibujos se despliegan la inteligencia espacial, lógica, incluso emocional del estudiante, por ejemplo, los estudiantes desarrollaron actividades estimulantes para permitir el refuerzo de la habilidad de seguir secuencia, y resolver problemas dibujando.

4.3.3 Instrumentos de recolección de información

Los instrumentos que se utilizaron para la recolección de información fueron: diario de campo, encuesta semiestructurada dirigida a los estudiantes, pruebas diagnóstica y juegos.

Diario de campo: Registro de observación de clase: formas de enseñanza, evaluación, recursos utilizados, organización, características del aula, plan de estudio.

Encuesta semiestructurada como prueba piloto dirigida a los estudiantes: Para determinar los problemas que presentan los niños y las niñas con el aprendizaje de los números, formas y símbolos y del mismo modo captar información personal.

Control y seguimiento.

Socializaciones.

Conversatorios.

Pruebas diagnósticas (talleres de ejercitación y auditivas) Con el fin de determinar el grado de aprendizaje de los niños y niñas referente a los números naturales, símbolos matemáticos y formas.

Los juegos tecnológicos (App) y tradicionales de mesa, para verificar si el juego y la lúdica hace más factible la enseñanza y aprendizaje de los educandos objeto de estudio.

4.3.4 Población

La Institución Educativa San Rafael es una entidad de carácter oficial, esta comunidad educativa está ubicada en la comuna 1; conformada por 5 barrios y 20 calles, incluido el centro y la zona portuaria la población estudiantil corresponde a esta comuna, además llegan de la comuna 2, 3, 4 y 5 sobretodo en la básica primaria. Está compuesta por una sede San Rafael y una subsede Federico Baiter que atiende a los niños especiales con discapacidades fono-auditiva (Institución Educativa San Rafael, 2016).

El padre de familia de la Institución Educativa San Rafael es la persona responsable de la educación de sus hijos, debe brindar en su hogar un ambiente que favorezca el desarrollo emocional y cognitivo del menor y tener un alto compromiso con la Institución de manera directa a la Educación de sus hijos. La familia de la Institución Educativa San Rafael, se caracterizan por: la mayoría de las familias se encuentran ubicadas en las comunas 1, 2, 3, 4 y (90%) como se aprecia en la figura 5, pero también hay familias ubicadas en todas las comunas de Buenaventura. En cuanto al estrato socioeconómico

al cual pertenecen nuestras familias el 70% pertenece al estrato 1, el 25% pertenece al estrato 2 y el 5% pertenece al estrato 3. Ver figura 6.

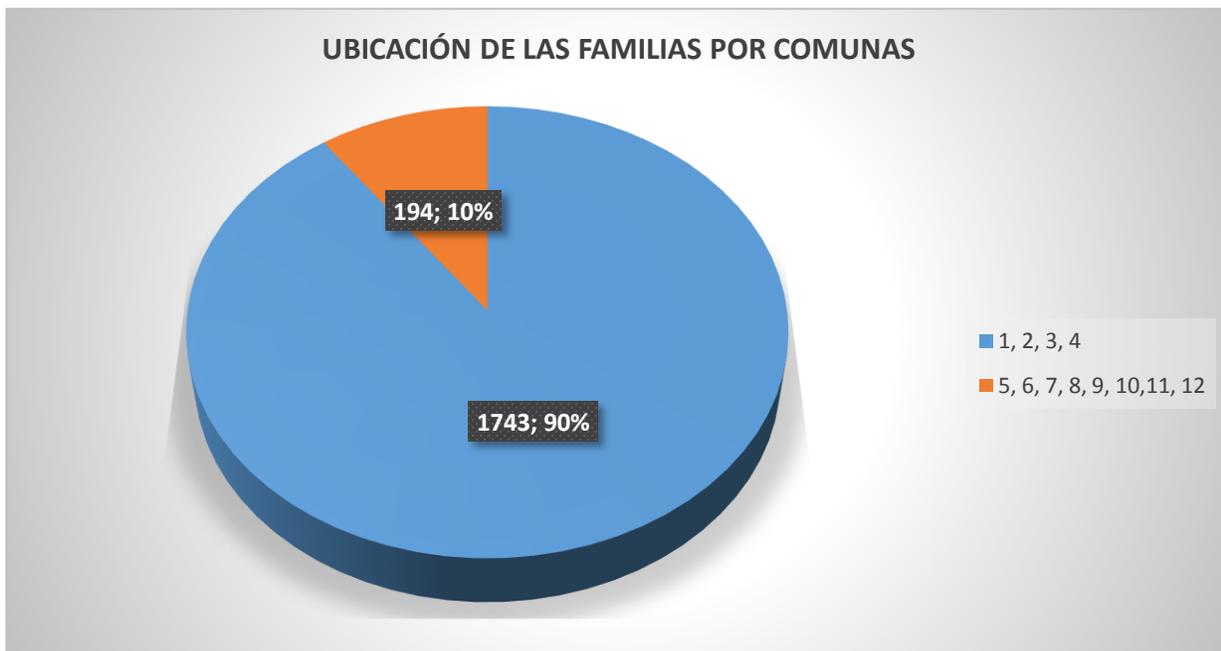


Figura 6. Ubicación de las familias por comunas

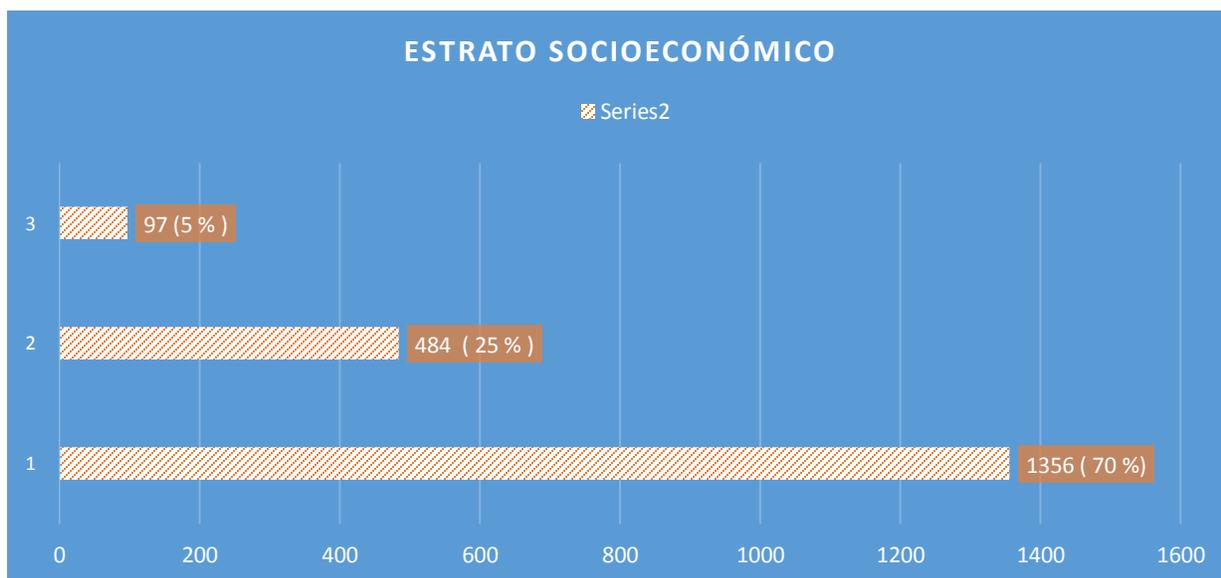


Figura 7. Estrato socioeconómico

También se tienen familias empleadas y de sustento diario en el sector comercial, en las galerías y pesqueras. En los diferentes barrios y comunas se encuentra que la gran mayoría cuenta con iglesias, puesto de salud, tiendas, caseta comunal y asentamiento delincencial. En cuanto a la relación con sus vecinos el 30% de las familias confesaron tener una relación regular con sus vecinos y un 5% le es indiferente.

Las vías de acceso a los diferentes barrios solo el 30% están pavimentadas. Los medios de comunicación más utilizados por la familia en su orden son la televisión, la radio, el teléfono, la persona y las cartas. Es importante anotar que a pesar del bajo nivel adquisitivo de las familias como medio de transporte prefieren el taxi y el colectivo.

Las enfermedades más constantes son: respiratorias en un 40%, estomacales 30%, desnutrición 10%, fisiológicas 10% y producidas por accidentes otro 10%. Ver figura 8. El estudiante de la Institución Educativa San Rafael es una persona entre 4 y 20 años de edad, oyentes y sordos; que se caracterizan por ser: respetuoso, puntual, ordenado, colaborador, sensible, torrente y con deseos de superación constante.

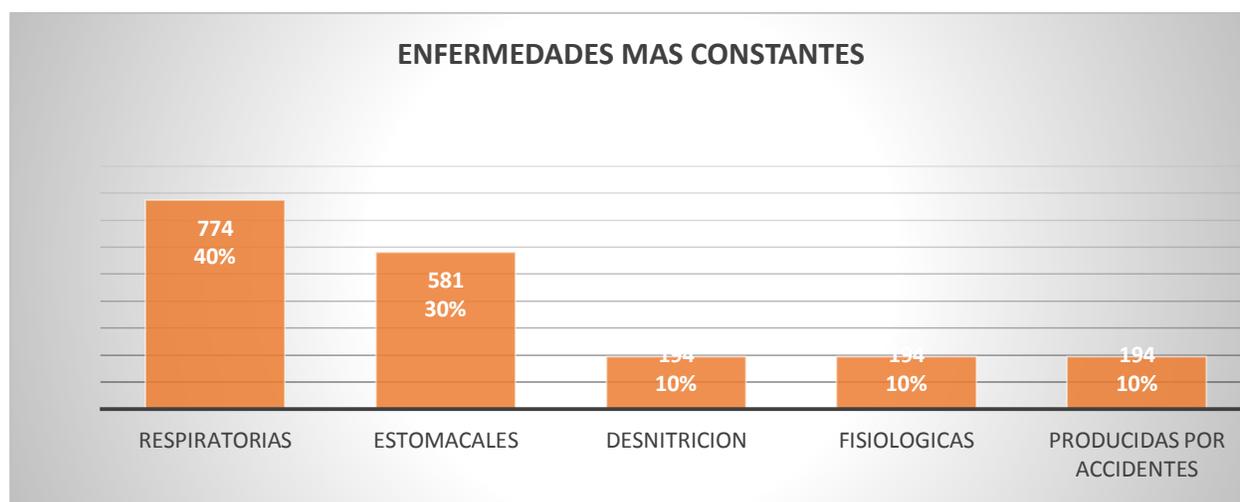


Figura 8. Enfermedades más constantes

La sede San Rafael es una de las Institución más viejas con 107 años de existencia, ubicada en el Distrito de Buenaventura, Valle (Colombia) aprobada por la Secretaria de Educación Municipal mediante la Resolución Oficial No. 1118 de diciembre 02 de 2015 y los códigos de identificación Nit. 835 000 703 – 9 y DANE 176109000176. Se encuentra

en la zona urbana comercial y muy transitable dirigido por la Licenciada y Rectora Martha Zoraida Caicedo Vallecilla. Con dirección Cra 6-45 764501, número de contacto 24 34722- 3168206967 y la red social de e-mail sanrafael100@hotmail.com. Institución Educativa San Rafael ofrece los niveles formativos de Preescolar, Media, Básica Secundaria, Básica Primaria (0, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11). Ver figura 9 y tabla 5.



Figura 9. Escudo y estructura física de la Institución Educativa San Rafael

Fuente: (Institución Educativa San Rafael, 2014)

Se trabaja los programas para jóvenes en extraedad y adultos, educación tradicional, grupos juveniles creativos, modalidad virtual asistida UCN (21, 22,23, 24, 25, 6) con un total de 1937 estudiantes según la información suministrada de la plataforma SIMAT distribuidos en los tres niveles de preescolar, básica y media. De estos 53 estudiantes de básica primaria son sordos atendidos en la sede Federico Baiter y 21 estudiantes sordos atendidos en la sede San Rafael, distribuidos en los grupos 6, 7, 8 y 9. Y 40 sordos en programa de alfabetización nocturna. En la Institución funciona un grupo de aceleración de aprendizaje (estudiantes extra edad) con 16 estudiantes.

Atiende además a 45 estudiantes adultos en la jornada nocturna en el ciclo básica primaria. Ver figura 10.

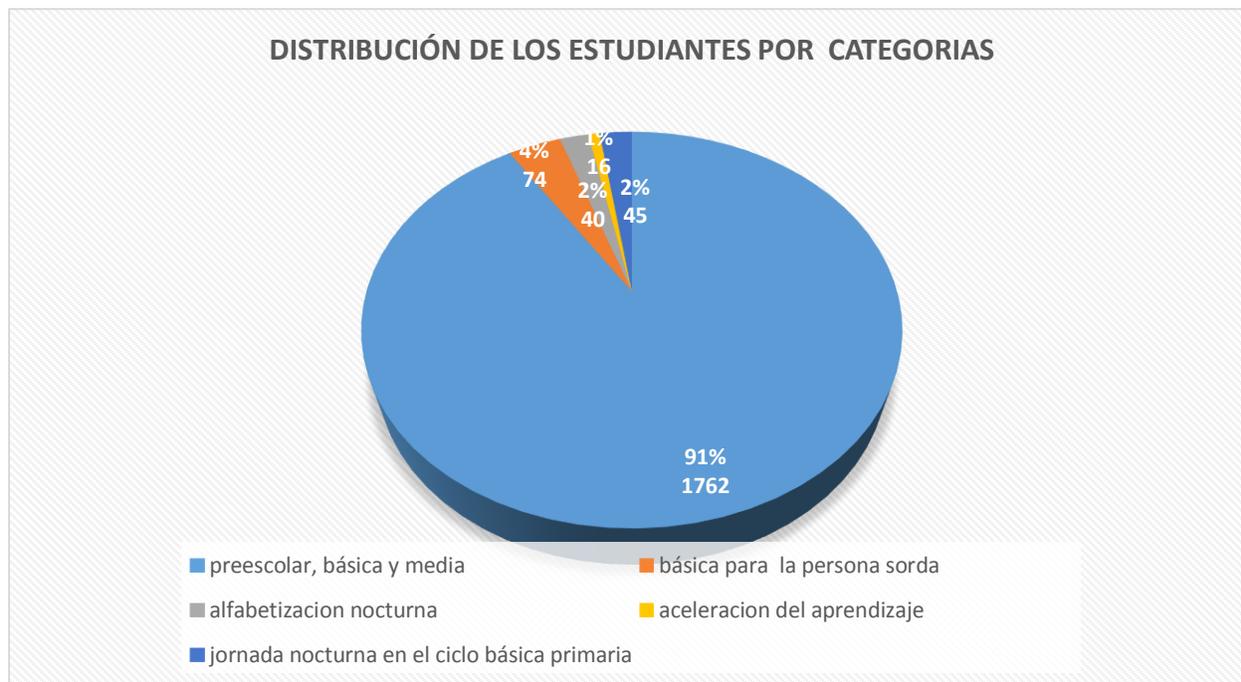


Figura 10. Distribución de los estudiantes por categorías

El 85% de los estudiantes son afrodescendientes, un 30% son mestizos, resultantes de proceso de inmigración y un 15% indígenas de familias asentadas en la ciudad. Ver figura 11. Se caracterizan por ser alegres, juguetones, peleoneros, de atención dispersa. Las principales dificultades que presentan son: indisciplina en un 30%, falta de atención e interés por el estudio en un 60%, dificultades en comprensión de lectura en un 80%, su aprendizaje es inmediateista. Ver figura 12.

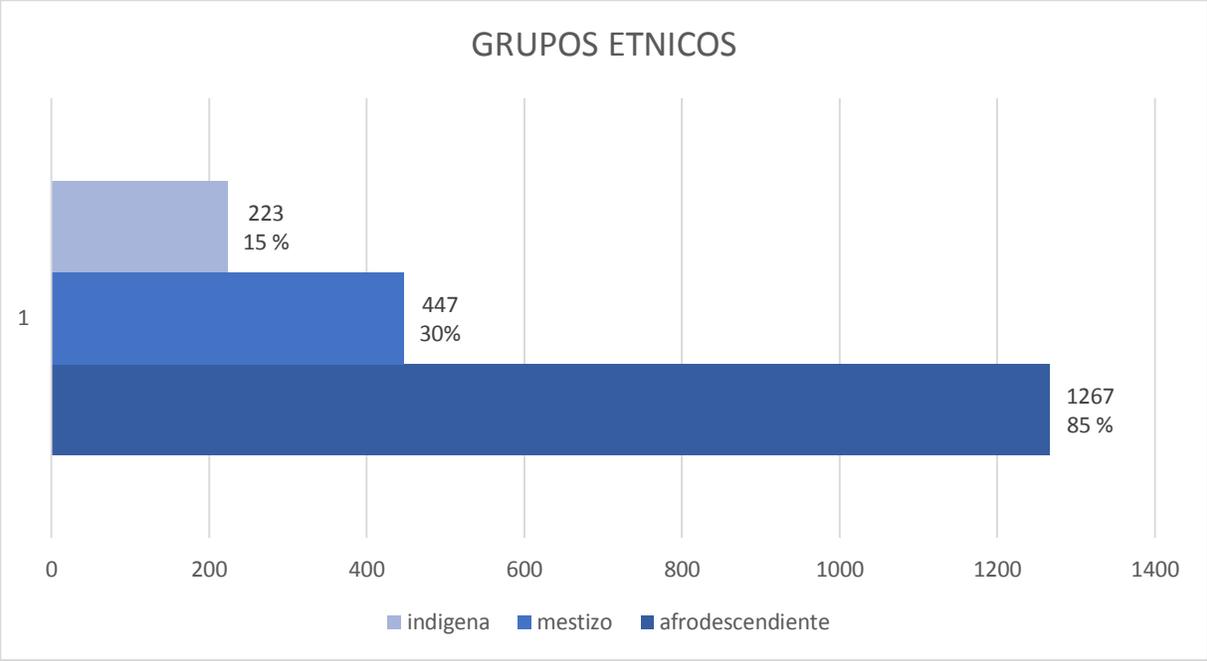


Figura 11. Grupos étnicos

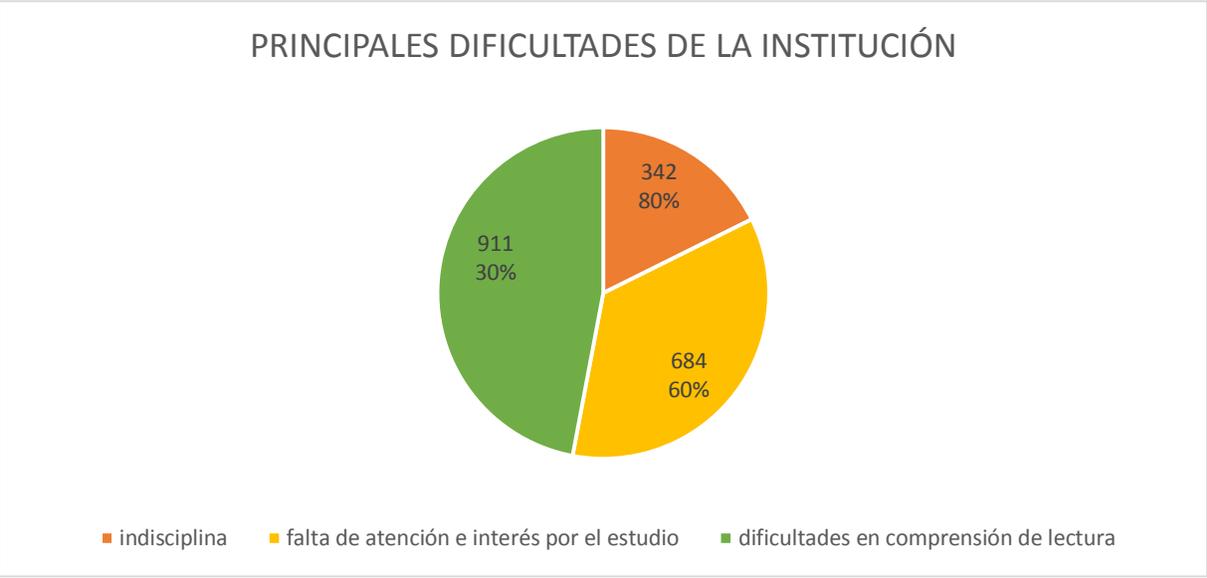


Figura 12. Principales dificultades de la institución

El docente de la Institución Educativa San Rafael es la persona entre 30 a 60 años de edad, orientador y formador de hombres útiles a la sociedad, comprometido con su país, abierto al cambio, a las innovaciones y a los avances tecnológicos, capaz de

promover en los alumnos el deseo de investigación. Requiere además de un proceso de formación continuo sobre las particularidades pedagógicas de la Educación bilingüe, tecnología y lengua de señas.

Institución cuenta en la actualidad con 4 directivos docentes, 7 administrativos, una Psico-orientadora, un intérprete de lengua de señas y 55 docentes distribuidos en los tres niveles así: en el nivel de preescolar 5 docentes, en básica primaria 30 docentes y en el ciclo de básica secundaria y nivel de media 27 docentes los cuales laboran en la jornada diurna, nocturna, y fines de semana (sábados). Además de esto posee dos buses para transportar a los estudiantes, refrigerios, dos zonas deportivas, tres salas de sistemas, una biblioteca, 49 salones amplios con iluminación, una papelería, cinco tiendas escolares, 10 oficinas, dos laboratorios, una sala de profesores, 42 servicios sanitarios y dos cafeterías con el propósito de hacer muy cómodo el ambiente escolar.

Tabla 5. Identificación de la Institución Educativa San Rafael

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: SAN RAFAEL	SEDE PRINCIPAL: calle 6 N° 6-45
SEDE: FEDERICO BAITER	MUNICIPIO: Buenaventura
DEPARTAMENTO Valle del Cauca	NIVELES: preescolar, primaria, secundaria y media.
CARÁCTER: oficial mixto	CALENDARIO: A
JORNADAS mañana, tarde, noche y sabatino	RECTORA: Lic. Martha Soraida Caicedo Vallecilla
MODALIDAD: Académico	DANE: 176109000176
NIT: 835000703 -9	RESOLUCIÓN 1118 de Diciembre 02 de 2015

Fuente: (Institución Educativa San Rafael, 2016)

Para finalizar, vale resaltar que esta Institución Educativa tiene el rango de Institución Oficial y ser lugar de votación cuando hay elecciones; además celebra la pasión por el santo San Rafael patrón de los ciegos, de los encuentros fortuitos, de las enfermeras, de los médicos y de los viajeros. Mantiene sanos salvos a los seres amados (ver anexo F).

4.3.5 Muestra

La Institución Educativa San Rafael tiene 45 estudiantes (25 en el grado quinto uno y 19 en el grado quinto 2). Se escogieron a 19 de ellos para la ejecución de esta propuesta, es decir, la muestra definitiva la constituyen 19 estudiantes, a los cuales se les aplicó la observación y la encuesta semiestructurada para hacer la correlación entre las diferencias y relaciones de la operaciones básicas a partir de la lúdica o el juego y los sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática en el grado quinto con la meta de reinventar la formación matemática que se imparte y a su vez tomar conciencia sobre la clase de estudiante y maestro que se quiere dar a la sociedad, es decir, esta obra de conocimiento busca despertar el pensamiento crítico creativo, el conocimiento científico, tecnológico, artístico y sus relaciones con la vida social. Ver tabla 6.

Tabla 6. Muestra de estudiantes encuestados

Descripción	Encuestados	Encuestados seleccionado	Grado
Estudiante totales	45	19	QUINTO

5. REFERENCIA TEÓRICA

5.1 Marco teórico

Dentro del proyecto investigativo se tuvieron en cuenta una serie de referentes que permitieron esclarecer tanto conceptual como metodológicamente aspectos particulares de la competencia matemática especialmente en la operacionalidad de esta mediante símbolos a través del uso de la lúdica en concepción del juego. También se abordaron estudios investigativos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de las habilidades y desarrollo del pensamiento matemático lógico, espacial o numérico con la vida cotidiana.

Con base en lo anterior se procedió a discriminar de manera amplia algunos conceptos afines con el respectivo tema del proyecto. Ver tabla 1.

5.1.1 Historia de las matemáticas

Es importante reseñar que la historia de las matemáticas y la lógica, como habilidad empezó como cualquier otra ciencia. “Empezó en el año 600 a.C. hasta 300 a.C. época en que se desarrolla en Grecia los principios formales de las matemáticas. Este periodo clásico lo protagonizan Platón, Aristóteles y Euclides. Platón propone ideas o abstracciones. Aristóteles resuelve el razonamiento deductivo y sistematizado. Euclides es el autor que establece el método axiomático” (Euclides, 1997). Ahora bien, la educación siempre ha propuesto que las instituciones realicen pruebas que permitan comprobar si el conocimiento fue adquirido satisfactoriamente o con un grado de dificultad que requiera que los estudiantes pongan en práctica su inteligencia, el razonamiento y orden y uso del pensamiento lógico sobre las habilidades de cálculo y sea capaz de hacer relación con su vida cotidiana.

El área de las matemáticas es vista como una ciencia que tuvo sus inicios en tiempos muy remotos, más específicamente desde la era prehistórica donde se comunicaban por medio de gráficas y señas en las paredes de las cavernas las cuales

permitían comunicar una historia, un mensaje, una repartición de bienes o un conteo de días, ganado, entre otras actividades. Hoy por hoy las matemáticas ha tenido su evolución gracias a un sin número de ilustres personas que le dedicaron su vida y empeño a esta área describiendo ampliamente estudios relacionados de cantidades, magnitudes y propiedades, aplicación de las operaciones lógicas, operaciones básicas utilizadas para deducir cantidades, magnitudes y propiedades desconocidas.

“Las primeras referencias a las matemáticas avanzadas y organizadas datan del tercer milenio a.C., en Babilonia y Egipto. Estas matemáticas estaban dominadas por la aritmética, con cierto interés en medidas y cálculos geométricos y sin mención de conceptos matemáticos como los axiomas o las demostraciones” (Castillo, 2014). Tales nominaciones descritas anteriormente datan de Mesopotamia en los años 1800 a.C. – 500 a.C., lo que ahora es Irak, los cuales “muestran un sistema de numeración decimal con distintos símbolos para las sucesivas potencias de 10 (1, 10, 100...), similar al sistema utilizado por los romanos. Los números se representaban escribiendo el símbolo del 1 tantas veces como unidades tenía el número dado, el símbolo del 10 tantas veces como decenas había en el número, y así sucesivamente. Para sumar números, se sumaban por separado las unidades, las decenas, las centenas... de cada número. La multiplicación estaba basada en duplicaciones sucesivas y la división era el proceso inverso” (Oto). Tiempo después esta matemática babilónica y egipcia heredada por los griegos como Zenón (495-435 A.C.), Eudoxio (408-355A.C.) y Arquímedes (287-212 A.C.), dieron a conocer la invención de las matemáticas abstractas basadas en una estructura lógica de definiciones, axiomas y demostraciones alrededor del año 450 a.C. Poco después estos avances fueron ampliamente evolucionada por el periodo de las matemáticas helenística cambiando el lenguaje escrito de los egipcios por el griego dando fundamento a nuevos estudios dentro del campo matemático.

Hasta ahora el antiguo oriente de 1.800 a.C. conformado por Mesopotamia y Egipto influyó en Arabia desarrollando el cambio del lenguaje de los escritos egipcios tales como el papiro de Moscú en el año 2000 – 1800 a. C., el papiro de Berlín hacia 1300 a.C. y el papiro Rhind hacia 1650 a.C. señalando problemas con palabras o problemas con

historia con el fin de hipotéticamente entretener, resolver una ecuación cuadrática e “instrucciones de aritmética y geometría” (Bogomolny, 2012).

Por el contrario de las matemáticas islámicas en el año 800 – 1500 que datan en el Oriente medio, Asia Central, África de norte y Iberia y parte de la India se evidencia contribuciones muy importantes en el siglo XIII y IX, en los que el lenguaje escrito árabe era usado por los intelectuales no que no pertenecían a Arabia, además se escribieron varios libros muy significativos figurando estudios sobre los números arábigos y los métodos de resolución de ecuaciones escrito por Al-juarismo hacia el año 825.

Cabe mencionar también el trabajo de Al-Kindi que fue objeto de estudio para dar a conocer las matemáticas árabes y los números arábigos en Occidente, además de relucir ante el mundo la palabra algoritmación y la palabra algebra convirtiéndose en unos de los primeros en formar estudiantes en algebra elemental fundando el método fundamental de "reducción" y "balance", refiriéndose, a la cancelación de términos iguales que se encuentran en lados opuestos de una ecuación describiendo una serie de dificultades sin responder y en la exposición de múltiples soluciones según es lo que pensaba Al-Jarismi.

Mientras tanto en la India “Hacia el año 900, el período de incorporación se había completado y los estudiosos musulmanes comenzaron a construir sobre los conocimientos adquiridos. Entre otros avances, los matemáticos árabes ampliaron el sistema indio de posiciones decimales en aritmética de números enteros, extendiéndolo a las fracciones decimales. En el siglo XII, el matemático persa Omar Jayyam generalizó los métodos indios de extracción de raíces cuadradas y cúbicas para calcular raíces cuartas, quintas y de grado superior (Castillo, 2014). Ya el siglo V a. C el matemático Panini formuló las transformaciones lineales y recursiones al igual que Píngala (aproximadamente de los siglo III al I a.C.) en su tratado de prosodia, el cual aplica un sistema binario de numeración.

Llega el renacimiento y finaliza el período medieval el cual fue testigo de importantes estudios matemáticos sobre problemas del infinito por autores como Nicole Oresme, y no fue hasta principios del siglo XVI cuando se hizo un descubrimiento matemático de trascendencia en Occidente. Era una fórmula algebraica para la

resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, y fue publicado en 1545 por el matemático italiano Gerolamo Cardano. Este hallazgo llevó a los matemáticos a interesarse por los números complejos y estimuló la búsqueda de soluciones similares para ecuaciones de quinto grado y superior. Fue esta búsqueda la que a su vez generó los primeros trabajos sobre la teoría de grupos a finales del siglo XVIII y la teoría de ecuaciones del matemático francés Évariste Galois a principios del XIX” (Castillo, 2014).

Ahora en el siglo XXI se muestra con frecuencia un sin número de sucesos matemáticos del siglo pasado que hicieron grandes aportes en el desarrollo de las matemáticas de hoy. A su vez cabe decir que la “producción matemática del siglo XX se ha superado (en cuanto a extensión y posiblemente en cuanto a calidad) a la producción en toda la historia anterior” (Venturini, 2009). Un ejemplo de ello son los avances y técnicas que surgieron de fundamento para las matemáticas moderna, en primera instancia se puede mencionar la teoría de relatividad de Einstein que proyectaba la discrepancia existente entre la mecánica newtoniana y el electromagnetismo.

En segunda instancia esta “el manejo del azar, la probabilidad y el análisis estocástico son otra de las grandes creaciones del siglo pasado” (Mendoza, 2015) aunque ya existían múltiples investigaciones sobre la probabilidad de Pierre de Fermat y Blaise pascal basada en determinar cuantitativamente la posibilidad de que ocurra algún suceso, y en tercer instancia está el “estudio de los sistemas dinámicos y en particular de los fenómenos no lineales” (Mendoza, 2015) un claro ejemplo se observa en las diferentes ecuaciones propuestas por el matemático Navier-Stokes el cual sistematizan la dinámica de fluidos planteando comportamientos caóticos a la estabilidad de las soluciones de un sistema dinámico, y por última instancia los investigaciones sobre la resolución de problemas matemáticos, la lógica, la computabilidad, la trigonometría, el cálculo y la complejidad impulsados por nombres como Turing, Godel, Von Neumann, Euclides, Descartes, entre otros innovando como tal la habilidad de aprender a conocer, aprender a ser y aprender a hacer.

Para concluir una vez que se conozca la importancia de la historia de las matemática y su evolución a través del tiempo, se puede erradicar el sentimiento de apatía que el ser humano desde sus inicios le tiene al conocimiento de las matemáticas,

ya que en la vida cotidiana el ser humano por instinto coloca en práctica y maneja ante diversas situaciones de nuestra sociedad.

5.1.2 Conceptualización de las habilidades matemáticas

El estudio abordado se refiere a la habilidad innata que posee el ser humano en sus diferentes etapas de formación que se va fortaleciendo por medio de los conocimientos adquiridos con el transcurso del tiempo, se puede definir este concepto como “la capacidad para coordinar determinados movimientos, realizar ciertas tareas o resolver algún tipo de problemas” (Encarta Microsoft ®, 2009).

Dichas habilidades pueden ser aplicadas en el área de las matemáticas como una actividad que requiere la capacidad del individuo para plantear, interpretar y resolver diferentes situaciones en cuanto a las matemáticas se refiere, distinto a lo expuesto anteriormente se exhibe casos donde algunos educadores no le proporciona al educando la metodología y pedagogía adecuada sobre esta área fundamental, creando así cierta apatía o rechazo sobre los conocimientos matemáticos que son importantes para formación integral, que es lo que se conoce actualmente como “matefobia”.

Sumándole al punto anterior se reafirma que actualmente muchos niños que durante su etapa de formación de conocimientos educativos desarrollaron algún tipo de fobia hacia esta área, reflejan desasosiego y rechazo a grandes oportunidades de estudio o laborales por no involucrarse íntimamente con las matemáticas desaprovechando así oportunidades para el futuro, “la habilidad matemática es la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos” (Bello, 2012). La temática a tratar define que las habilidades matemáticas se identifican en el educando cuando integra y ejecuta a acciones del quehacer educativo en cuanto a esta ciencia se refiere.

Desarrollar matemática significa ejecutar actividad de esta ciencia, en el “sentido de ejercitar procesos de creación, discusión, proposición de algoritmos, manejo de teorías, formulación de conjeturas, formulación y demostración de teoremas, expresión y comunicación de ideas matemáticas” (Bello, 2012) sin discriminar el uso de las operaciones básicas en el diario vivir en el cual el estudiante y el docente desempeñan espontáneamente la aplicación de las habilidades matemáticas siguiendo un proceso consecuente de lo aprendido en su formación educativa.

“Algunos de estos procesos generales a expandir en la actividad matemática en los diferentes contextos son:

- Interpretar
- Identificar
- Recodificar
- Calcular
- Algoritmizar
- Graficar
- Definir
- Demostrar
- Modelar
- Comparar
- Resolver
- Optimizar
- Aproximar: (habilidades conceptuales, habilidades traductoras, habilidades operativas y habilidades heurísticas o metacognitivas).”

Para concluir, se vale decir que las habilidades matemáticas en los estudiantes necesitan específicamente poder pensar con creatividad, aprender a razonar, manipular

cantidades para poder comunicarse con claridad, tomar decisiones y tener la capacidad de plantear y resolver problemas de la vida cotidiana.

5.1.3 Origen de los signos en las operaciones básicas

Los orígenes de la aritmética y su operacionalidad se puede rastrear hasta los comienzos de la misma matemática y de todo lo científico que se descubrió gracias a las curiosidades de muchas personas por saber el porqué de las cosas. Los registros más antiguos datan de la edad de piedra donde con palos, huesos, escárbalas con muescas, piedras talladas hacían las actividades matemáticas de conteo, representaciones numéricas y calendarios.

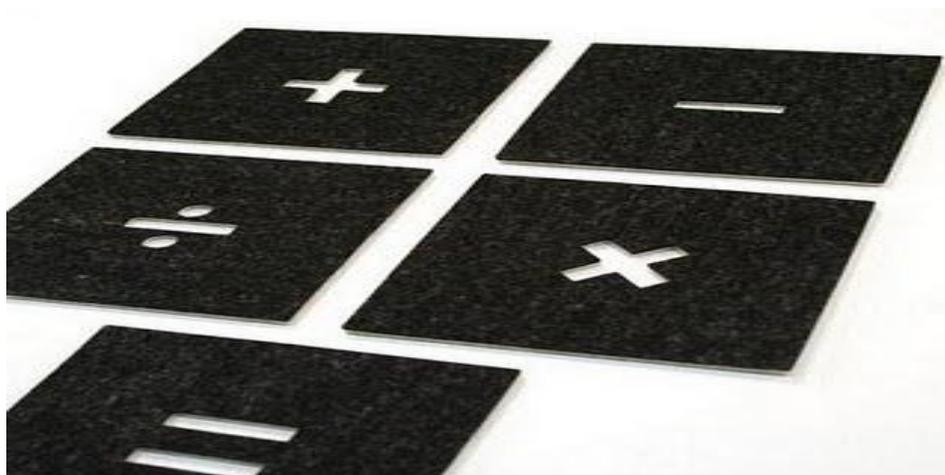


Figura 13. Símbolos matemáticos

Fuente: (Garay, 2016)

Estos signos conllevan a generar un lenguaje matemático compuesto por letras y números que forman parte de un lenguaje normal, el que se utiliza para la comunicación entre las personas y ramas del saber. La finalidad de los signos matemáticos es bautizar el lenguaje matemático a un lenguaje universal, en el que todos tengamos acceso gratis para nuestro diario vivir sin importar el país en que este viviendo.

Ahora bien, Los signos matemáticos, como otros, tienen su propia historia, que de hecho es la de la humanidad. De acuerdo al artículo del Cuaderno de Cultura Científica

se presenta el origen de algunos signos matemáticos básicos, que forman parte del lenguaje normal, los signos para las cuatro operaciones aritméticas elementales, suma, resta, multiplicación y división, y el signo del igual.

Los signos + (suma) y – (resta). La primera vez que aparecen los signos + (más) y – (menos) en un libro impreso, que se sepa hoy en día, es en la obra *Mercantile Arithmetic, o Behende und hubsche Rechenung au allen Kau manscha*, del matemático alemán Johannes Widman (1462 – 1498), publicado en Leipzig en 1489. Sin embargo, Widman no utiliza los signos + y – como símbolos de las operaciones aritméticas suma y resta, sino, dentro de las prácticas comerciales analizadas en el texto, para expresar exceso y defecto de las mercancías, por ejemplo, en el peso de los barriles. En la siguiente imagen vemos “4 + 5” que quiere decir “4 centner + 5 pfund” o “5 – 17” expresando “5 centner – 17 pfund”, donde el “centner” y el “pfund” son unidades de peso alemanes, que 1 “centner” son 100 “pfund”, y un “centner” equivale a 50 kilogramos (Ibáñez, 2016).

Se suele citar el libro de aritmética del matemático holandés Van der Hoeke (siglo XVI) como la primera publicación impresa en la que aparecen los signos + y – como operaciones algebraicas, ya que se suele fechar su publicación en 1514, sin embargo, esta es de 1937 (la fecha de 1514 es un error relacionado con la edición de 1944). Como menciona Florian Cajori, la primera publicación impresa con el significado algebraico de estos signos es el libro de álgebra y aritmética *Ayn new Kunstlich Beuch* (1518), del matemático alemán Henricus Grammateus (aprox. 1492-1525). (Cajori, 1993).

72

4	+	5	17
4	-	1	7
3	+	30	19
4	-	1	9
3	+	44	22
3	+	22	11
3	-	1	1
3	+	50	16
4	-	1	6
3	+	44	29
3	+	29	9
3	-	1	2
3	+	9	25

Zentner

Wilt du das wissen oder dergleichen/ So sumier die zentner vnd lb vnd was auß ist/ das ist minus dz sez besonder vnd werden 4539 lb (So du die zentner zu lb gemacht hast vnd das darzu addierest) vnd 25 minus. Nun solt du für Holz abschlahen allweeg für ain legel 24 lb. Vnd das ist 13 mal 24. vnd macht 312 lb darzu addier das — das ist 25 lb vnd werden 387. Dye subtrahier von 4539. Vnd bleyben 4152 lb. Nun sprich 100 lb das ist ein zentner pro 4 fl $\frac{1}{8}$ wie kummen 4152 lb vnd kumme 171 fl 5 β 4 heller $\frac{2}{3}$ Vn ist reche gemacht

Pfeffer

28

Figura 14. Primer uso de los signos + y - impresos en el libro “Mercantile Arithmetic” (1489), de Johannes Widman

Fuente: (Ibáñez, 2016)

Sin embargo, esta no es la primera aparición de los signos + y -, ya que se pueden encontrar en algunos manuscritos de Alemania, escritos en latín y en alemán, de los últimos veinte años del siglo XV. En la Biblioteca de Dresde existe un volumen de manuscritos (el MS C80) en los que aparecen, quizás por primera vez, los signos + y -. Manuscritos a los que tuvieron acceso tanto Widman, como Grammateus.

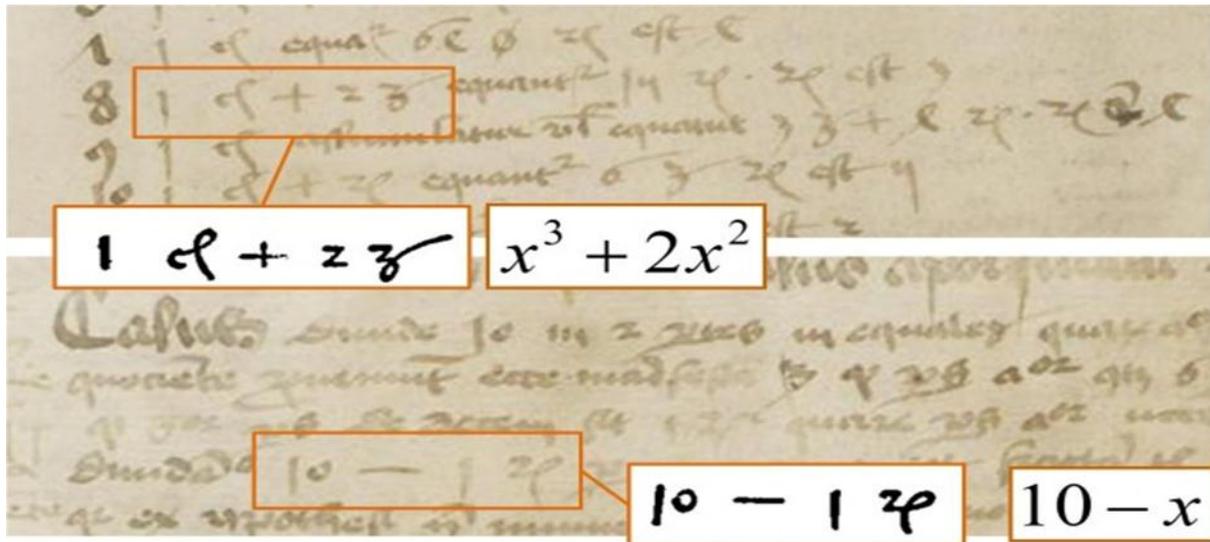


Figura 15. Signos más y menos, que aparecen en dos expresiones algebraicas, en dos hojas de los manuscritos latinos MS C80, páginas 350 y 352, de la Biblioteca de Dresde, del año 1486

Fuente: (Ibáñez, 2016)

La forma del signo más como una cruz + se debe a que originalmente en los manuscritos latinos se utilizaba la conjunción latina “et”, es decir, la conjunción “y”, para expresar la adición, de la misma forma que se sigue diciendo hoy en día “2 y 2 son 4”. El signo + es una abreviatura de “et”, de hecho, algunos estudiosos han enumerado más de cien abreviaturas distintas de la palabra “et” en textos latinos, y una de ellas sería la cruz + (pensar en la escritura de la t). En uno de esos primeros manuscritos, de 1417, aparece una cruz +, pero con el segmento vertical inclinado hacia atrás.

La primera vez que aparece el signo + en un manuscrito podría ser la obra *Algorismus proportionum* del matemático Nicolás de Oresme (1323-1382), escrito entre los años 1356 y 1361. Sin embargo, es posible también que este signo + haya sido escrito por un copista posterior y no estuviese en la obra original (Meavilla, 2012).

El origen del signo – es más incierto, y existen diferentes teorías que tratan de explicarlo. Una de ellas es que podría venir de la utilización de la barra horizontal que los mercaderes utilizaban para indicar la separación de la tara, llamada durante mucho

tiempo “minus”, del peso total de una mercancía, es decir, el peso del recipiente del producto. También, podría ser una contracción de la abreviación \overline{m} de la palabra “minus”. Según otra teoría, podría derivar del signo utilizado por el matemático griego Diofanto de Alejandría (siglo III) para el menos, que originalmente era una psi Ψ invertida con la parte de arriba recortada, algo así como una cuña como esta \wedge , pero con una línea vertical en medio de las dos laterales, que habría derivado a una especie de t mayúscula \overline{T} , que al perder el pie se quedó en el signo $-$. También podría venir de un símbolo hierático egipcio. Antes del siglo XV se utilizaron en Italia, como en otros sitios, las palabras más y menos en el idioma de escritura (en latín, “plus” para más y “minus” para menos), de ahí derivaron, por abreviatura las letras “p” y “m” (o estas con una tilde \tilde{p} , \tilde{m} o un segmento encima \overline{p} , \overline{m}) para designar la suma y la resta. Estas abreviaturas, \tilde{p} , \tilde{m} , aparecen por primera vez en la obra “Summa de arithmetica, geometría, proportione et proportionalita” (1494), del matemático italiano Luca Pacioli (1447-1517), y se siguieron utilizando en los siglos XV y XVI. Los signos alemanes + y - empezaron a utilizarse en Italia ya en el siglo XVII. (Saxon State and University Library Dresden -SLUB, 2016)

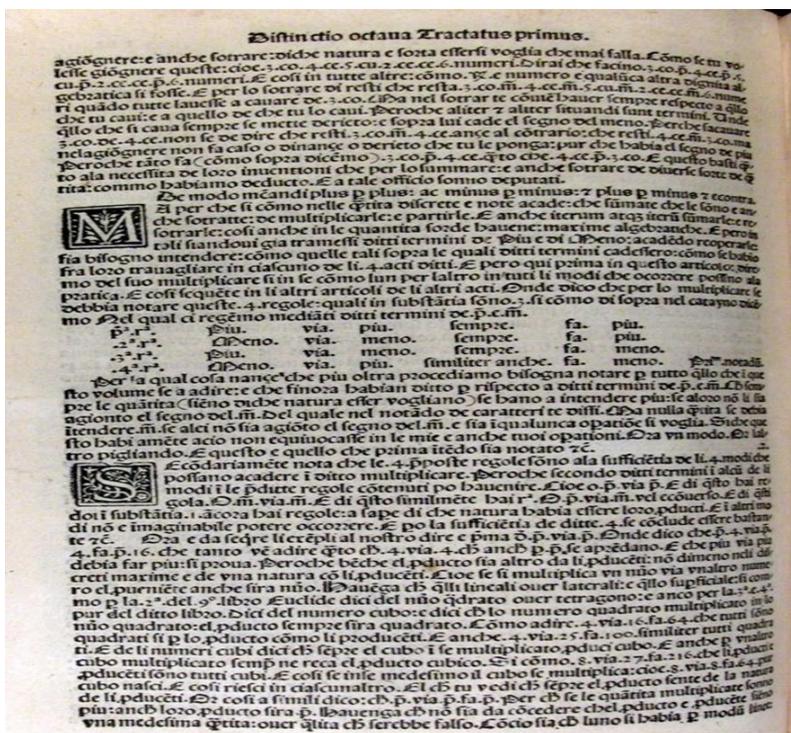


Figura 16. Página de la obra Summa de arithmetica (1494), de Luca Pacioli, en la que aparecen por primera vez los signos \tilde{p} , \tilde{m} , para representar suma y resta

Fuente: (Ibáñez, 2016)

El primer uso de los signos + y – en Gran Bretaña fue en 1557 en el libro *The Whetstone of Witte*, en el que apareció por primera vez el símbolo = para la igualdad. En España y Francia se utilizaban tanto los símbolos alemanes + y –, como los símbolos italianos “p” y “m”.

La cruz + para el símbolo de la suma tuvo también diferentes formas. Por supuesto, la forma principal ha sido la cruz griega, que es la que se sigue utilizando hoy en día. También se utilizó la cruz latina, aunque más frecuentemente utilizada en horizontal (con la parte alargada a la derecha o a la izquierda). Aunque menos, también se utilizaron la cruz que en Escandinavia se llama de San Jorge o la variación de esta que es la cruz de Malta.

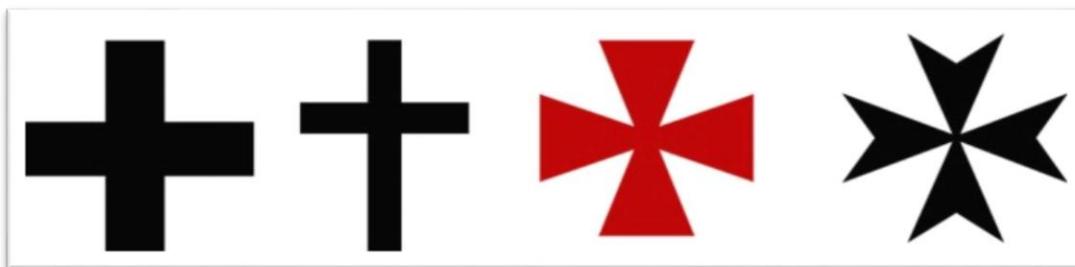


Figura 17. Diferentes tipos de cruces que se utilizaron para el signo de la adición. La cruz griega, la cruz latina, la cruz de San Jorge y la cruz de Malta

Fuente: (Ibáñez, 2016)

A pesar de la sencillez del signo – para la resta, cierto grupo de matemáticos lo sustituyó por el signo más complejo ÷, que fue utilizado durante unos cuatrocientos años, incluso con algunas variaciones, como tener solo el punto de arriba. También se utilizó como signo menos, dos barras seguidas “--” o tres barras “---”.

Por supuesto, antes de estos signos se utilizaron otros para expresar la suma y la resta. Por ejemplo, los babilonios tenían un ideograma en la escritura cuneiforme para la adición (“tab”, que era una cuña-triángulo isósceles- con la punta hacia abajo) y otro para la sustracción (“lal”, una cuña con la punta hacia la derecha). O en el papiro egipcio de

Ahmes se utilizan dos piernas caminando hacia delante para el más, y caminando hacia atrás para el menos.

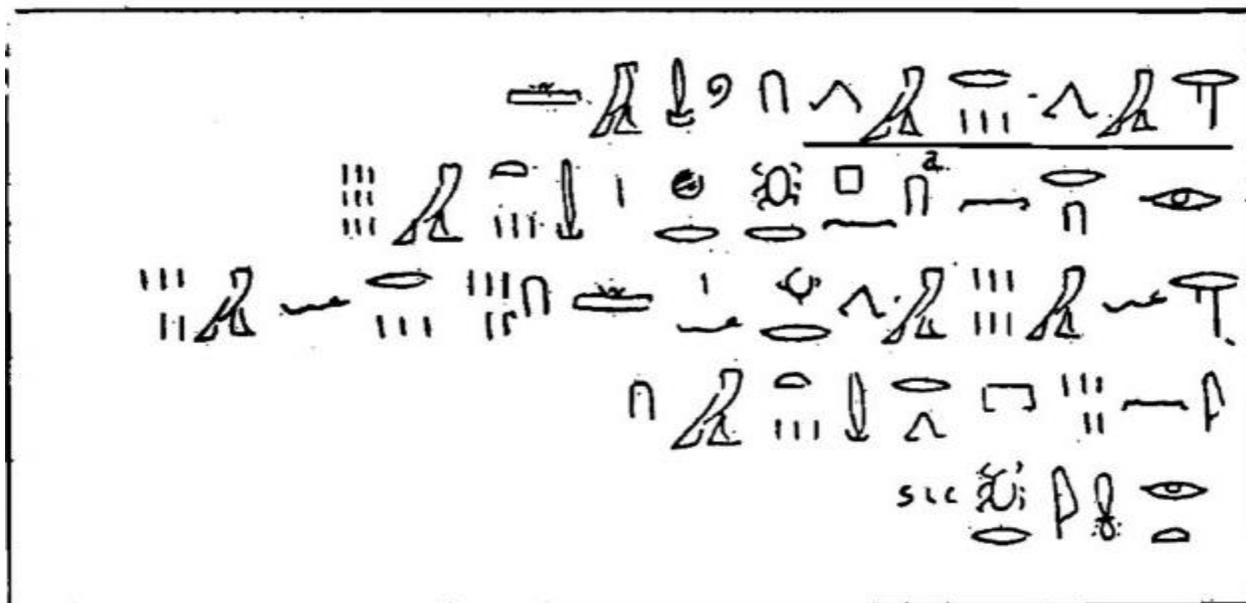


Figura 18. Problema 28 del Papiro de Ahmes –o Papiro matemático Rhind- en el que aparece el signo de la suma como dos piernas caminando hacia delante, y el signo de la resta como dos piernas caminando hacia atrás

Fuente: (Ibáñez, 2016)

Los signos \times y \cdot (multiplicación). Algunos antecedentes de estos símbolos para la multiplicación, como comenta Cajori (1993) son los siguientes. Los babilonios utilizaban de nuevo un ideograma, llamado “a-du”, para expresar la multiplicación. Diofanto no utilizaba ningún signo. En el Bakhshiili manuscript, el manuscrito más antiguo de las matemáticas de la India, simplemente se pone un factor al lado del otro. El matemático indio Bhaskara Acharia (1114-1185) utilizaba la palabra “bhavita” (o su abreviación “bha”) después de los factores (Miller, 2009)

Algunos matemáticos, como el matemático alemán Michael Stiefel (1487-1567) en su *Deutsche Arithmetica* (1545), el matemático flamenco Simón Steven (1548-1620) o el filósofo y matemático René Descartes (1596-1650) en su *Géométrie* (1637), utilizan la letra M para la multiplicación y la letra D para la división. Por ejemplo, Stevin o Stiefel escriben la expresión $3\textcircled{1}M\text{sec}\textcircled{1}M\text{ter}\textcircled{2}$, donde sec expresa que es la segunda

variable, la incógnita o cantidad desconocida, que aparece y ter la tercera, el círculo con el número expresa la potencia de esa variable, y las letras M y D son la multiplicación y la división, para lo que nosotros denotamos como $3x$ y z^2 . O escriben $5 \textcircled{2} \text{Dsec} \textcircled{1} \text{Mter} \textcircled{2}$ para nuestra $5x^2z^2/y$.

Por otra parte, el matemático francés Francois Vieta (1540-1603) para expresar el producto de a y b escribía la expresión “ a en b ”. La cruz de San Andrés \times se utiliza por primera vez como símbolo para la multiplicación en la obra *Clavis Mathematicae* (1631), del matemático inglés William Oughtred (1574-1660). Aunque se utiliza también en un apéndice anónimo de la traducción de Edward Wright, de 1618, de la obra *Descriptio* (1614) del matemático escocés John Napier (1550-1617), aunque en este caso en forma de letra x , pero además, este apéndice parece ser que lo escribió el propio Oughtred.

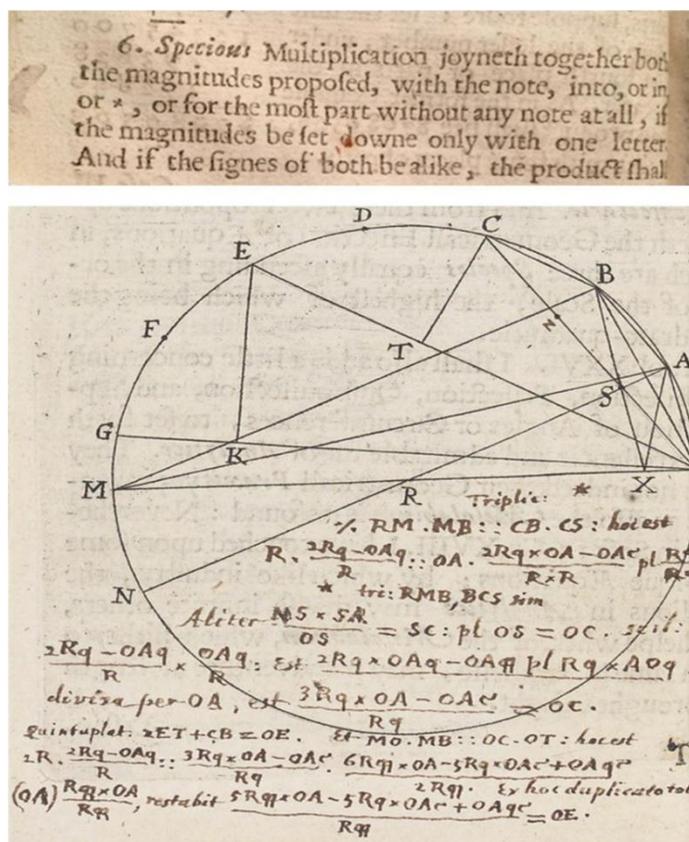


Figura 19. Dos trozos del libro “Clavis Mathematicae” (1631), en el que William Oughtred introduce el signo \times para la multiplicación (Ibáñez, 2016)

Fuente: (Ibáñez, 2016)

Mientras que Oughtred utilizaba una cruz pequeña, una cruz de San Andrés, el matemático francés Adrien-Marie Legendre (1752-1833), en su *Elements de Géométrie* (1794), utilizaba una cruz grande. El signo \times , para la multiplicación, se sigue utilizando, no obstante, existe otro signo que también es utilizado, el punto, fundamentalmente en las matemáticas.

Mientras que en Gran Bretaña tuvo una gran aceptación el signo \times , otros matemáticos, como el matemático alemán Gottfried W. Leibniz (1646-1716), creador junto con el matemático inglés Isaac Newton (1643-1727) del cálculo, no se sentían a gusto con este símbolo. En una de sus cartas al también matemático Johann Bernoulli (1667-1748), de Basilea (Suiza), escribe “No me gusta el símbolo \times como un símbolo para la multiplicación, ya que se puede confundir con x ;... a menudo yo simplemente relaciono dos cantidades con un punto e indico la multiplicación con RS-PQ”. (Wolfram, 2013).

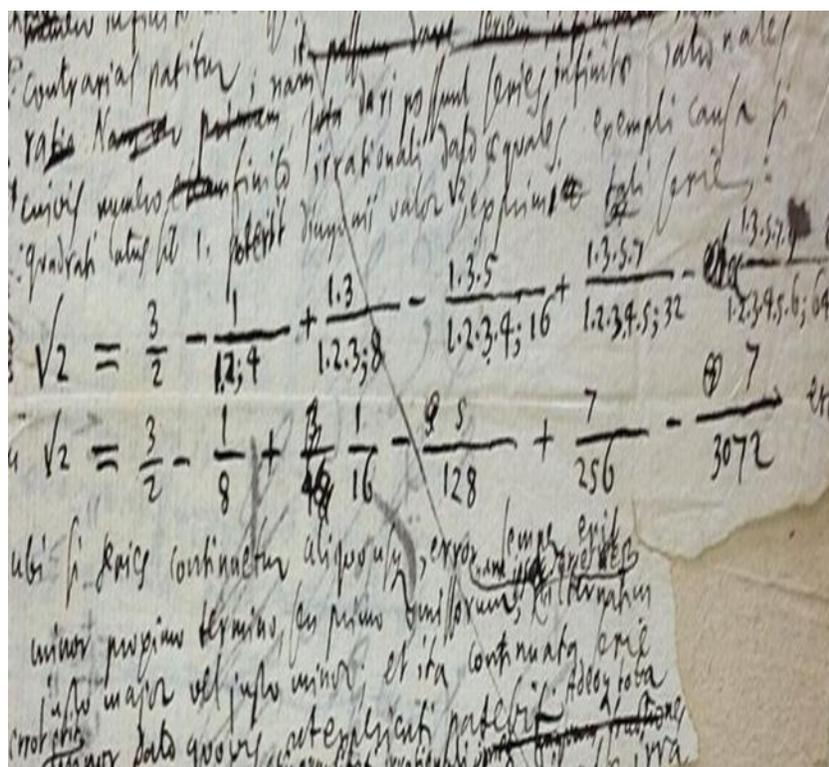


Figura 20. Página manuscrita de Leibniz que contiene desarrollos en serie de la raíz de dos.

Fuente: (Ibáñez, 2016)

Aunque se puede decir que fue Leibniz quien introdujo el punto para la multiplicación, ya había aparecido antes. Por ejemplo, Thomas Harriot en su *Artis analyticae praxis* (1631) usa el punto en la expresión “ $aaa - 3 \cdot bba = +2 \cdot ccc$ ”. El punto se adoptaría finalmente como símbolo de la multiplicación en matemáticas a lo largo del siglo XVIII.

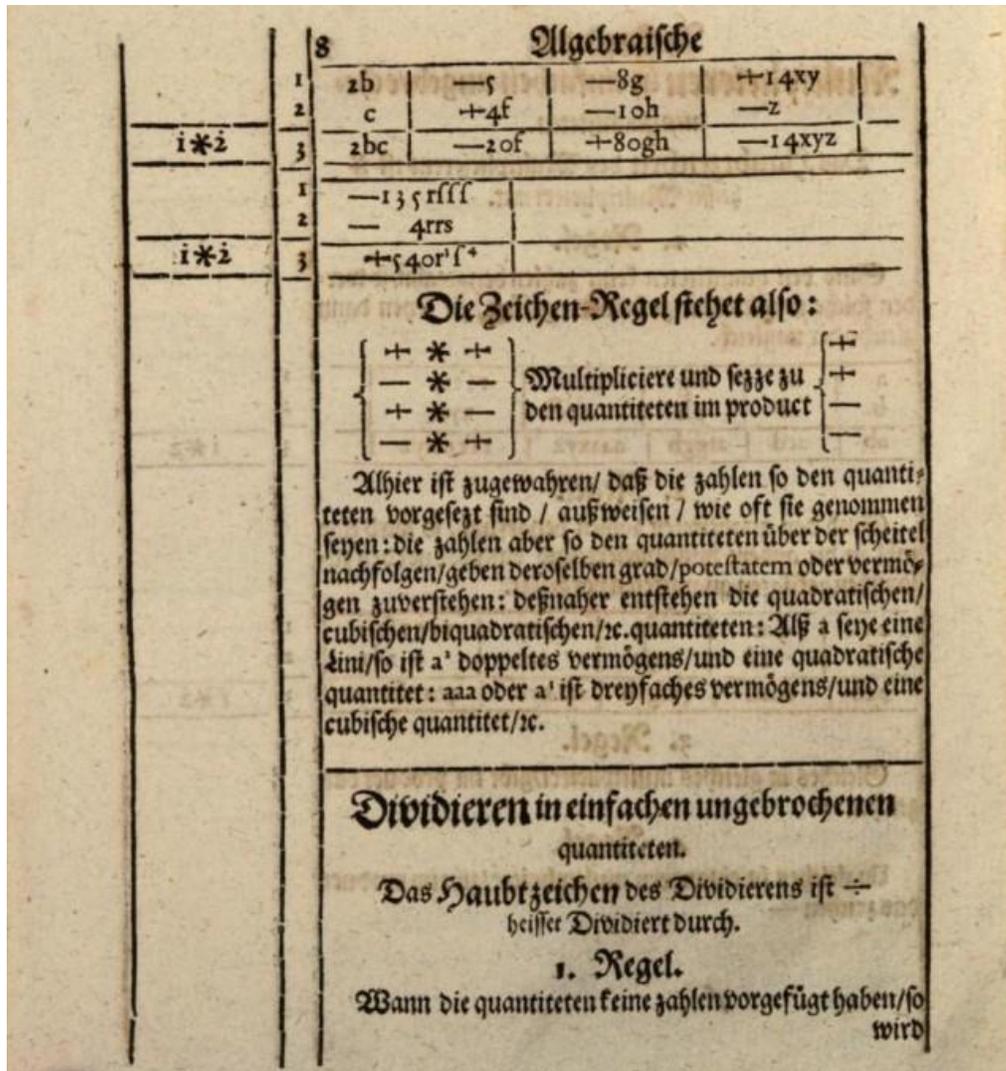


Figura 21. Página del libro “Teutsche Algebra” (1659), de John Rahn, que contiene la regla del signo en la multiplicación

Fuente: (Ibáñez, 2016)

Los signos: y / (división). Al igual que con los anteriores signos, existieron diferentes formas de denotar la división por parte de los babilonios, griegos o los matemáticos de la India, que en muchos casos era la misma que para las fracciones, pero este estudio se centra en los símbolos más modernos que fueron utilizándose para la operación de la división.

Uno de esos signos modernos para la división fue un “signo lunar”, o paréntesis, colocado entre los números. Así, para denotar 24 dividido entre 8 se escribía “8)24”. Este signo se encuentra en la obra *Arithmetica integra* (1544) del matemático alemán Michael Stiefel o en el primer diccionario inglés de términos matemáticos del hidrógrafo Joseph Moxon (1627-1691), que escribe “(D) A+B–C” para expresar nuestro $(A + B - C) : D$. (Swetz, 1684).

EXAMPLE I.

By one Figure.

Divide 12096
By 7

Having placed the Numbers as in the Work you see, make a Point under the 2d Figure of your Dividend, and ask how oft 7 in 12; Ans. once; then placing 1 in your Quotient, say once 7 is 7, which placed under 12, and Subtracted from it, rest 5, to which point, and bring down the next Figure 0; then how oft 7 in 50, Ans. 7 times; place 7 in your Quotient, saying 7 times 7 is 49, which Subtracted from 50, rest 1, to which point, and bring down the next Figure, 9; then how oft 7 in 19, Ans. 2 times, say 2 in your Quotient, saying 2 times 7 is 14, which Subtract from 19, rest 5, to which point, and bring down the last Figure of your Dividend 6, asking how often 7 in 56, Ans. 8 times; place 8 in your Quotient, saying 8 times 7 is 56, which Subtract from 56, rest 0, and your Work is finished, and your Quotient is 1728, as in the Work.

7)	12096	(1728
	
	7	
	—	
	50	
	49	
	—	
	19	
	14	
	—	
	56	
	56	
	—	
	0	

Figura 22. Explicación del algoritmo de la división en el libro “Arithmetick both in the theory and the practice” (1716) de John Hill, el dividendo es 12096, el divisor es 7 y el resultado, el cociente, es 1728.

Fuente: (Ibáñez, 2016)

Aunque también se utilizan dos “signos lunares”, o paréntesis, así 24 dividido entre 8 se podía encontrar escrito “8)24(“. Esta notación se siguió utilizando, colocando incluso el resultado de la división a la derecha, al otro lado del paréntesis, así 24 dividido 8 es igual a 3 se expresaba “8)24(3”. Como se ha comentado antes, el propio Michael Stiefel empezaría a utilizar las letras mayúsculas M y D para denotar la multiplicación y la división en su obra *Deutsche Arithmetica* (1545). Otros autores utilizaron también una D, incluso algunos de ellos una D invertida, como el francés J. E. Gallimard (1685-1771), y otros una d tumbada, como el portugués J. A. da Cunha (1744-1787). Uno de los signos de la división que ha llegado hasta esta época es una barra con un punto arriba y otro abajo ÷. Este símbolo fue introducido por el matemático John Rahn en su obra *Teutsche Algebra* (1659).

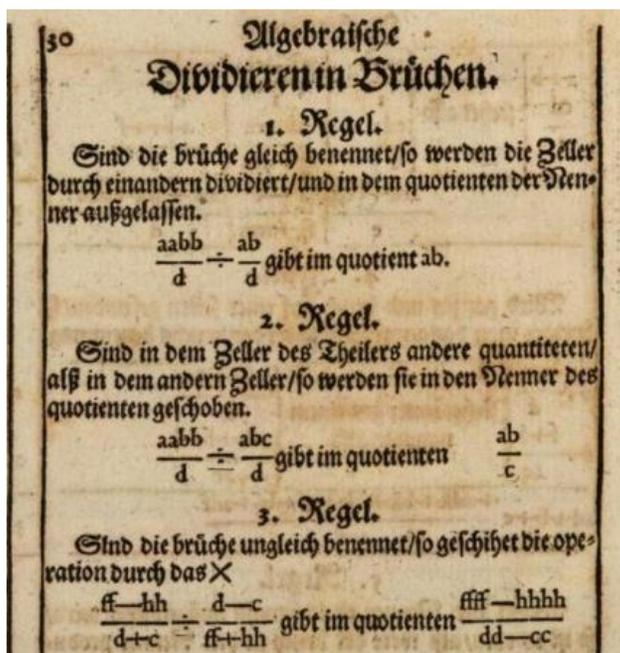


Figura 23. Página del libro “*Teutsche Algebra*” (1659), de John Rahn, en el que se introdujo el signo ÷ para la división

Fuente: (Ibáñez, 2016)

Este símbolo fue muy utilizado en el mundo anglosajón (Gran Bretaña y EEUU), pero no en el continente europeo, y ha acabado cayendo en desuso, aunque sigue siendo conocido. En particular, sigue siendo el símbolo que se utiliza en las calculadoras para la división.

El matemático alemán Gottfried W. Leibniz en su *Dissertatio* de arte combinatoria (1666) utilizaba una C tumbada, con la parte abierta hacia arriba para denotar la división. Notación que abandonaría para introducir los dos puntos: en su artículo de 1684 en *Acta eruditorum, Nova Methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, et singulare pro illis calculi genus*, el primer trabajo en el que se introduce el cálculo infinitesimal. Leibniz explica que para la división va a utilizar la expresión “x: y”, que significa “x dividido por y”. Según Leibniz, una de las ventajas del uso de los dos puntos en un texto es que puede mantenerse la división en la misma línea y no hay que introducir espacio extra en la dirección vertical, como ocurre en la notación con la barra horizontal, lo que además hace que se tengan que separar más las líneas.

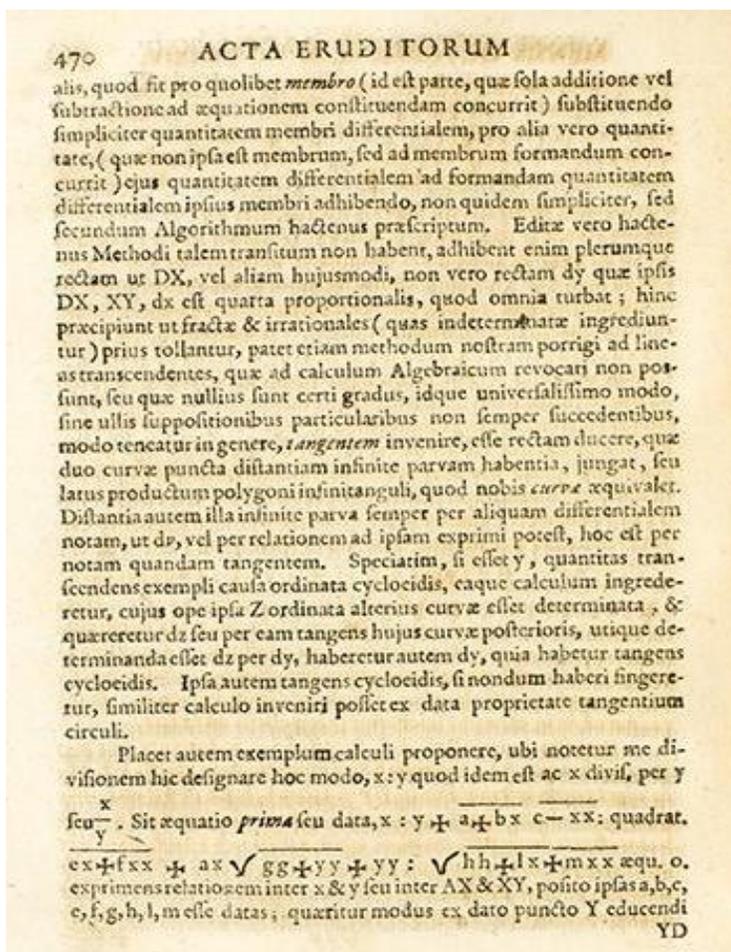


Figura 24. Página del artículo “Nova Methodus pro maximis et minimis...” (1684) en el que Leibniz introduce la notación: para la división

Fuente: (Ibáñez, 2016)

La anterior cita de la carta de Leibniz a Johann Bernoulli sobre la multiplicación continuaba de esta forma “Para designar la razón no uso un punto sino dos, que también utilizo para la división; así en lugar de tu $dy \cdot x :: dt \cdot a$ escribo $dy : x = dt : a$, dado que dy es a x como dt es a a es realmente lo mismo que dy dividido por x es igual a dt dividido por a ”.

La notación de Leibniz para la multiplicación, el punto \cdot , y para la división, los dos puntos: fue rápidamente adoptada en todo el continente europeo.

Pero Leibniz hace mención, para explicar los dos puntos, a la notación de la división mediante la utilización de la barra horizontal, con dividendo y divisor, arriba y debajo de la barra horizontal. Esta notación que hoy día sigue siendo muy utilizada en el mundo matemático y el no matemático, por su versatilidad para expresar complicadas expresiones, tiene su origen en la antigüedad. Se sabe que la barra horizontal fue introducida por los árabes, aunque se desconoce cómo se introdujo exactamente, o por quién. En Europa fue el matemático Fibonacci, Leonardo de Pisa (1180-1250), quien utilizó por primera vez la barra horizontal (recordemos que fue Fibonacci quien, tras aprenderlos de los árabes, trae a Europa los números indo-arábigos que utilizamos hoy en día).

Por otra parte, la barra diagonal “/”, tan utilizada hoy en día para expresar una división, no fue más que un recurso tipográfico en los libros impresos en el siglo XVIII para expresar la división mediante la barra horizontal.

El signo = (igual). El signo = fue introducido por el matemático Robert Recorde en su libro de álgebra *The Whetstone of Witte* (1557). Recorde decía que no había dos cosas más iguales que dos líneas paralelas, por ese motivo introdujo el signo = para denotar la igualdad entre dos cosas. Sin embargo, el signo = tardaría bastante tiempo en ser utilizado. No volvió a aparecer en un libro impreso hasta 1618, 61 años después. Y se empezaría a utilizar en Inglaterra a partir del año 1631 en el que se publicaron tres obras muy influyentes que lo contenían, *Artis Analyticae Praxis* de Thomas Harriot (1560-1621), *Clavis Mathematicae* de William Oughtred, y *Trigonometrie, or the Doctrine of Triangles* de Richard Norwood (1590-1675).

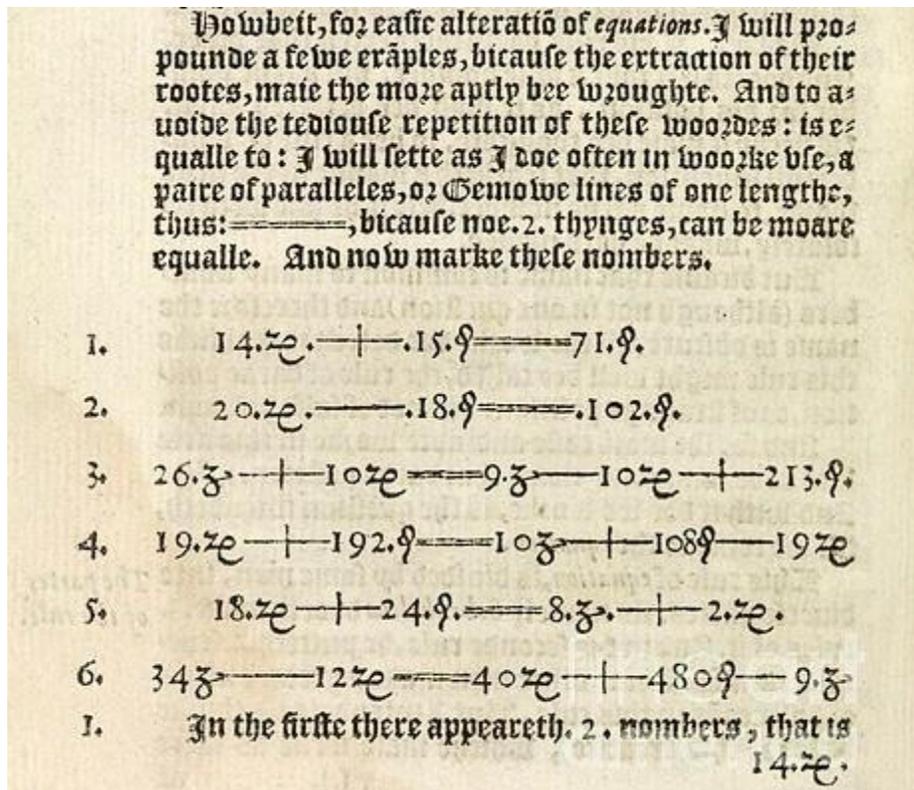


Figura 25. Página del libro “The Whetstone of Witte” (1557), de Robert Recorde, en el que aparece por primera vez el signo = para la igualdad

Fuente: (Ibáñez, 2016)

En los libros impresos anteriores a la introducción del símbolo = de Recorde, e incluso más de un siglo después, se utilizaban palabras como “aequales”, “aequantur”, “esgale”, “faciunt”, y otras, para expresar cuando dos cosas eran iguales, incluso la abreviatura “aeq.”. Es decir, algunos autores, como el matemático Vieta escribían “a equale b”, o “a aeq. b”. Y no utilizaban ningún símbolo para la igualdad. Así se encuentra en obras de matemáticos como Kepler, Galileo, Torricelli, Cavalieri, Pascal, Napier, Briggs, Gregory St. Vincent, o Fermat.

El signo introducido por Recorde no solo tardaría en ser asumido por la comunidad científica, en particular las matemáticas, sino que además se utilizaría el signo “=” con otros significados. Por ejemplo, Vieta lo utilizaría para expresar diferencia, resta de cantidades, así escribiría “9 = 6 aequale 3”. Descartes lo utilizó en 1638 para expresar lo que hoy es el signo ± (es decir, $x = \pm 1$, quiere decir que x es igual a 1 o a -1). E incluso

habría otros signos que intentarían introducirse para designar la igualdad de cosas, y no sería hasta el siglo XVIII que el signo de Recorde acabaría imponiéndose en las publicaciones matemáticas, y científicas.

Por otra parte, existían otros signos que competían con las dos líneas horizontales = para expresar la igualdad matemática. Algunos de estos signos fueron el corchete derecho], dos líneas verticales paralelas ||, una línea vertical |, entre muchos otros.



Figura 26. Páginas 190 y 191 del libro “Logística” (1559), de Joannes Buteo

Fuente: (Ibáñez, 2016)

En la anterior imagen se pueden observar dos páginas del libro de *Logística quae & Arithmetica vulgò dicitur in libros quinque digesta ... eiusdem ad locum Vitruuij corruptum restitutio, qui est de proportione lapidum mittendorum ad balistae foramen*, libro décimo (1559), del matemático francés Joannes Buteo (1492-1572), en la que aparecen por ejemplo las expresiones “1 A, 1/3 B, 1/3 C [14” y “3 A. 3B. 15C [120”, que

según Florian Cajori en la notación moderna se escribirían como $x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}z = 14$ y $3x + 3y + 15z = 14$ (y otras notaciones para la adición, la coma y el punto). (Descartes, 1905)

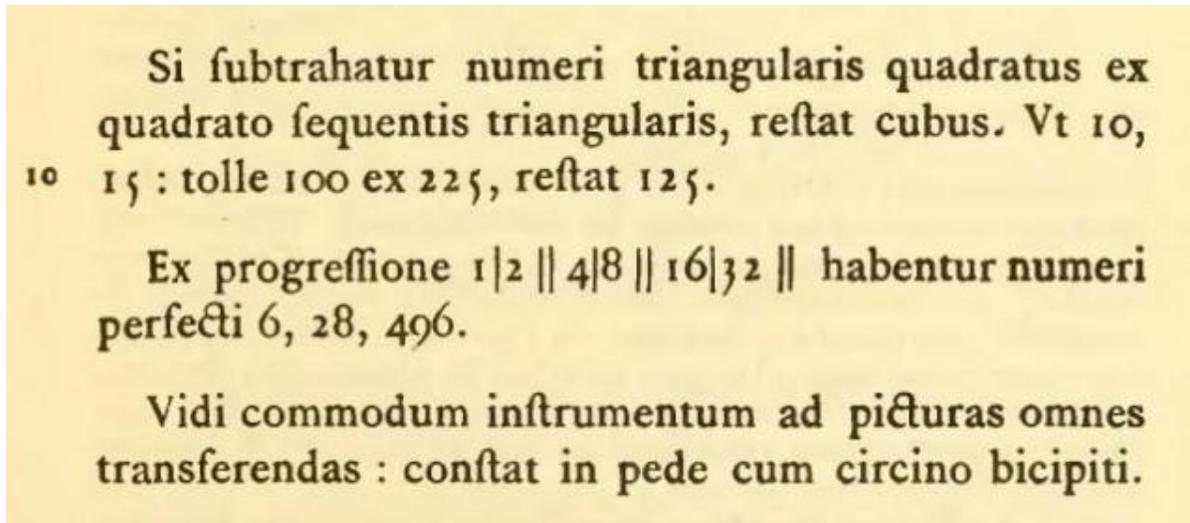


Figura 27. Página de “*Opuscules*” de 1619-1621 de René Descartes, en la que aparecen las dos líneas verticales para expresar la igualdad

Fuente: (Ibáñez, 2016)

5.1.4 Concepto de números naturales

Desde tiempos remotos, la humanidad se ha encontrado en situaciones que han puesto a prueba la habilidad para representar con signos los elementos que le rodean, hasta lograrlo satisfactoriamente con la creación de los números (N). Los números se emplean para contar los elementos de un conjunto de números naturales que se representan de la siguiente forma:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

Los números naturales son usados para dos intenciones principalmente: primero, para describir la posición de un elemento en una secuencia ordenada, como se generaliza con el concepto de número ordinal, y para especificar el tamaño de un conjunto finito, que a su vez se generaliza en el concepto de números cardinales.

Los números cardinales son números que expresan cuántos hay de algo o contamos los elementos de un conjunto, como uno, dos, tres, cuatro, cinco.

Los Números ordinales expresan la posición u orden de algo que ocupa un elemento en un conjunto como una lista, por ejemplo: primero, segundo, tercero, cuarto, quinto etc.)

Los números naturales están ordenados, lo que nos permite comparar dos números naturales:

$5 > 3$; 5 es mayor que 3.

$3 < 5$; 3 es menor que 5.

Los números naturales son ilimitados, si a un número natural le sumamos 1, obtenemos otro número natural.

5.1.5 Las operaciones fundamentales con los números naturales y su dificultad en el aprendizaje

Las operaciones fundamentales con los números naturales son la adición, la sustracción, la multiplicación y la división las cuales se definen a continuación (pps.k12.or, 2016).

Adición o suma. Es una operación binaria en la que, dados dos números llamados sumandos, se reúnen en uno solo llamado suma. Los términos de la suma, a y b, se llaman sumandos y el resultado, c, suma.

$$\begin{array}{ccccccc} a & + & b & = & c & & \\ \underbrace{\quad\quad} & & & & | & & \\ & & & & \text{suma} & & \\ \text{sumandos} & & & & & & \end{array}$$

- Propiedades.

Módulativa: El módulo de la suma es cero: todo número natural sumado con cero da el mismo número natural. $a + 0 = a$, para todo $a \in \mathbb{N}$.

Asociativa: Al sumar más de dos números naturales, se puede asociar de varias formas y el resultado no cambia. $(a + b) + c = a + (b + c) = (a + c) + b$. $a, b, c \in \mathbb{N}$.

$$(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$$

$$5 + 5 = 2 + 8$$

$$10 = 10$$

Conmutativa: Si a, b son números naturales cualesquiera se cumple que:

$a + b = b + a$. En particular, para los números 7 y 4, se verifica que:

$$7 + 4 = 4 + 7$$

$$+ 5 = 5 + 2$$

$$= 7$$

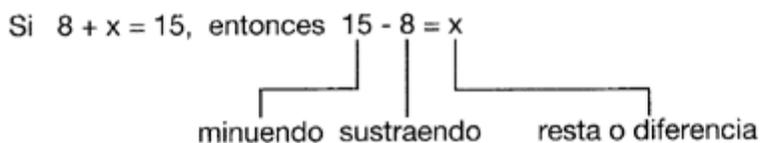
Elemento neutro: El 0 es el elemento neutro de la suma de enteros porque, cualquiera que sea $a + 0 = a$

$$+ 0 = 3$$

Sustracción. Es la operación en la que se busca un sumando desconocido, conociendo otro sumando y la suma. Restar o sustraer puede considerarse como la operación por medio de la cual se establece en cuántas unidades es mayor un número que otro. La sustracción es la operación inversa a la adición.

Los términos que intervienen en una restan se llaman: a , minuendo y B sustraendo. Al resultado, c , se le llama diferencia.

$$a - b = c$$



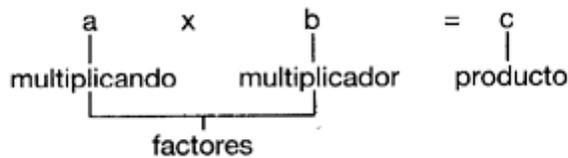
Propiedades

Módulativa. El módulo de la resta es cero: todo número natural restado con cero da el mismo número natural. $a - 0 = a$, para todo $a \in \mathbb{N}$.

No es Conmutativa. Si a, b son números naturales cualesquiera se cumple que: $a - b \neq b - a$.

$$- 2 \neq 2 - 5$$

Multiplicación. Se define como una suma abreviada de sumandos iguales. El símbolo de operación es (X). El sumando que se repite es llamado multiplicando, el número que indica las veces que se toma dicho sumando es llamado multiplicador. Ambos, el multiplicando y el multiplicador son llamados factores El resultado se llama producto. $a \cdot b = c$



Propiedades.

Clausurativa: cuando un número natural multiplicado por otro natural da como resultado otro número natural.

$$a \times b = c, \text{ donde } a, b, c \in \mathbb{N}.$$

Asociativa: Cuando se multiplican tres o más números naturales se pueden asociar de diferente forma y esto no varía el resultado: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

$$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5)$$

$$6 \cdot 5 = 2 \cdot 15$$

$$= 30$$

Conmutativa: Cuando se multiplican números naturales el orden de los factores no influye en el resultado. $a \times b = b \times a$ donde $a, b \in \mathbb{N}$

$$2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$$

$$10 = 10$$

Elemento neutro o módulo: El módulo de la multiplicación es el uno; por eso todo número natural multiplicado por uno da como resultado el mismo número natural:

$$a \times 1 = a.$$

$$3 \cdot 1 = 3$$

Distributiva: Consiste en distribuir el factor entre expresiones numéricas de una suma o resta asociada. Al final se suman o sustraen los productos resultantes:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 2 \cdot (3 + 5)$$

$$2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$$

$$2 \cdot 8 = 6 + 10$$

$$16 = 16$$

Sacar factor común: Cuando se multiplican números naturales donde

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

$$6 + 10 = 2 \cdot 8$$

$$=16$$

División. Es la operación inversa de la multiplicación que consiste en calcular el valor de un factor en una multiplicación donde se conoce un factor y el producto. La operación de dividir dos números consiste en determinar el número de veces que un número está comprendido en otro. Al primero se le denomina dividendo, al segundo divisor y al resultado cociente. El número de unidades sobrante, cuando el divisor no está comprendido un número exacto de veces en el dividendo, se denomina residuo. $D: d = c.$

Dividendo (D): es la cantidad que se va a repartir en partes iguales.

Divisor (d): indica en cuántas partes iguales se va a repartir el dividendo.

Cociente (c): es el número de partes en que queda dividido el dividendo.

Residuo (r): es lo que sobra y debe ser menor que el cociente.

$$4 \times a = 20 \implies \begin{array}{c} 20 \\ | \\ \text{dividendo} \end{array} + \begin{array}{c} 4 \\ | \\ \text{divisor} \end{array} = \begin{array}{c} a \\ | \\ \text{cociente} \end{array}$$

- Propiedades.

División exacta.

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 5} \\ \underline{0} \\ 0 \end{array} \quad 3 \quad 15 = 5 \cdot 3$$

División entera.

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 5} \\ \underline{2} \\ 2 \end{array} \quad 3 \quad 17 = 5 \cdot 3 + 2$$

No es una operación interna

$$2: 6 \in \mathbb{N}$$

No es Conmutativo.

$$6: 2 \neq 2 : 6$$

Cero dividido entre cualquier número da cero.

$$0 : 5 = 0$$

No se puede dividir por 0.

5.1.6 Dificultades más frecuentes en el aprendizaje de las operaciones aritméticas fundamentales (Aranda, Pérez, & Sánchez, 2016, pp. 5-25)

Las dificultades de los estudiantes de la educación básica en el área de matemática, específicamente las operaciones básicas son más frecuentes de los que se cree, ya que estas hacen presencia cada vez que el estudiantado realiza una suma o una resta, una multiplicación o una división. Estas son: primero, la adquisición del vocabulario matemático, pues, las diferencias del lenguaje son unas causas del fracaso en matemática.

Segundo, los problemas del lenguaje en aquellos trastornos de integración y simbolización, tercero, el aprendizaje del cálculo que implica una asimilación de símbolos. Cuarto, el paso de lo concreto a lo abstracto (un número ya es una abstracción).en las operaciones aritméticas básicas.

En la suma les cuesta mecanizar este proceso y aunque logran aprender de memoria la tabla, no acceden a un cálculo menor, ya que necesitan apoyo de material (dedos, rayitas) para efectuarla. Conforme a esto, no llegan a comprender “llevar” y se les olvida al leerlo con frecuencia.

En la resta: se acentúan los problemas anteriores al exigir a esta noción de reversibilidad, además de la conservación y tener menos posibilidades de automatización de los estudiantes no toman en cuenta la posición arriba, abajo y van restando cifra por cifra el menor de la mayor, incluso no saben si lo que llevan deben añadirlo al minuendo. En las dos operaciones (suma y resta) confunden los signos y por lo tanto, empiezan las operaciones por la izquierda y no saben colocar correctamente las cantidades para efectúalas.

En la multiplicación: al ser una operación directa, generalmente se aprende la técnica con relativa facilidad, pero los niños tropiezan con la memorización de la tabla, que es uno de los grandes obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas.

La división: es una operación en la que se combinan las anteriores, porque los errores ya citados, se le añaden el de su complejidad. El estudiante debe 46 dominar las

otras tres de antemano para comprender su sentido y su técnica. General mente, no sabe por cual cifra o cifras debe comenzar si debe o no hacerlo por la derecha o izquierda, no entiende por qué tiene que separar una cifra y trabajar solo con otras ni con cuales debe hacerlo. Tiene que retener y manejar tantos datos que se le suele olvidar alguno.

5.1.7 Dificultades más frecuentes en el aprendizaje “bajo rendimiento”

Para analizar las causas de esta situación, se apoya en la psicóloga Rosalba Urrutia la cual expone en un artículo del periódico el tiempo las causas del bajo rendimiento (Urrutia, 1995):

Desorganización en el hogar. El padre es un gran ausente en la vida escolar de su hijo, no le hace seguimiento a su rendimiento académico y cuando recibe el boletín de las malas notas, es cuando quiere hacer valer su condición de padre. Esto no quiere decir que los padres les deban hacer las tareas, ni estar encima de sus hijos todo el tiempo, pero si estar pendientes de cómo les va en la escuela para tomar los correctivos necesarios a tiempo.

Falta de reconocimiento a los esfuerzos del estudiante. Muchas veces, los niños y adolescentes hacen grandes esfuerzos por superarse, que no son tenidos en cuenta. Es importante darle valor a su autoestima, y motivarlos. Es clave evitar el desarrollo de ideas de que no vale la pena esforzarse en la vida.

Colocarles otras tareas en la hora de su estudio. El espacio que le dedica el menor a hacer los trabajos académicos es utilizado en otros menesteres como quehaceres domésticos por imposición de sus padres. Barre el portón, saca la basura, ve a la tienda a comprar lo de la comida son frases que se escuchan a menudo de labios de las madres cuando los niños están haciendo las tareas escolares.

El perfeccionismo. ¿A qué padre no le enorgullece tener un hijo modelo, excelente alumno, digno de mostrar a sus amigos? Es lindo, pero eso crea una competencia en el niño y un estrés por alcanzar el promedio exigido por los adultos, incluyendo a los profesores, que también quieren un estudiante modelo. Al final, el niño no soporta más y tira la toalla.

La negociación. Condicionar el estudio al premio y al castigo es un gran error que cometen los padres. Si te va bien en el colegio te doy el Nintendo que quieres, pero si repruebas no tienes regalos de Navidad es la negociación que hacen los padres, pero que al final lleva al niño a una inercia mental, a realizar las cosas mecánicamente por buscar sólo la recompensa. Esta inercia también se produce porque los padres les hacen las tareas y el niño al final se siente incapaz”

En síntesis, con base en la información anterior sobre el bajo rendimiento por Urrutia (1995), se puede decir que si se le presta la atención adecuada y se toma tiempo para averiguar cómo van los niños en el colegio, se les reconoce sus habilidades y logros, no asignarles tareas en horarios académicos, no exigirles la perfección en todo y por

último no negociar bajo ninguna condición se puede conseguir un buen rendimiento académico en los estudiantes.

5.1.8 Resolución de problemas matemáticos

El área de las matemáticas ha sido un campo que ha tenido muchos estudios en los cuales se han demostrado que tiene mucha relación con espacios educativos o carreras como la medicina, la abogacía, la ingeniería, la arquitectura, la contaduría, la administración, entre otras que de una u otra manera se ve, vive y se siente, las matemáticas empleando la resolución de problemas desde la enseñanza de la lógica aplicando las operaciones básicas teniendo como base de impulso el contexto que lo rodea.

La resolución de problemas se podría considerar como una estrategia metodológica para la enseñanza de las matemáticas dentro del sistema educativo la cual conlleva un proceso donde el educando participe gustosamente en la actividad mental matemática que le proponga el docente al plantearles problemas pertinentes a sus conocimientos.

Esto permite que tanto el docente como el estudiante manipulen estrategias para resolver un “desafío”, no dejar que haya bloqueadores de entrada para quien lo ha de resolver, estimular el interés por sí mismo, incitar en quien lo resuelve el deseo de proponerlo a otras personas, proporcionar al resolverlo un determinado placer difícil de explicar pero agradable para quien le guste, del mismo modo que al que es apático ante estas situaciones problemas mas no “ejercicios” como algunos maestros y estudiante tratan de tomarlo. Es decir que la resolución de problemas no puede ser vista como una simple actividad, si no como una situación nueva, para cuya resolución el sujeto debe realizar determinadas acciones y no otras. "Problema" no es sinónimo de "ejercicio".

“Para resolver una situación nueva, el sujeto necesita poder utilizar de manera estratégica los conocimientos de los que dispone y, además, saber apropiarse de otros nuevos para lograr su objetivo” (Mancini & Martínez , 2001) a pesar de las diferencias conceptuales, de "problema" de "ejercicio", dicho en otras palabras los estudiantes cuando realizan “ejercicios” se dedican a reproducir acciones probadas y conocidas. En

cambio, frente a los “problemas” se ponen en juego diferentes tipos de saberes relacionados con los conceptos, los procedimientos y/o las actitudes.

De este mismo modo también se puede destacar las estrategias para enfrentar y resolver problemas con procedimientos cognitivos y meta cognitivos que se usan de manera intencional para realizar tareas que de ninguna manera podrían reducirse a secuencias automatizadas. Estos procedimientos requieren capacidades para la planificación y el control de las acciones, al mismo tiempo que capacidad de reflexionar sobre lo hecho y como logro fundamental de toda la educación básica y polimodal.

Por otro lado, estudios aseguran que las estrategias de solución de problemas con base a “la estructuración en la solución de problemas es una preocupación cada vez más grande en diversas áreas referentes a la educación. En lo que respecta a la cátedra de desarrollo del pensamiento lógico existen varias propuestas que por la cantidad de docentes en los cuales inciden adquieren una gran importancia” (Secretaría de Educación, Subsecretaría de Equidad y Calidad. Dirección Nacional de Gestión Curricular y Formación Docente, 2002).

EL Dr. Robert J. Beichner de la Universidad de North Carolina State propone una metodología de estructuración de la solución de un problema a la que él llama GOAL (gather, organize, analyze, learn). Él considera como uno de los aspectos importantes a tratar en los cursos introductorios lo referente a las estrategias de solución de problemas. Su metodología se encuentra basada en la manera en que los estudiantes resuelven problemas. Se resalta la metodología empleada por Polya (1981) en donde se comenta la estructuración de la metodología de solución de problemas en cuatro etapas:

- Comprenda el problema.
- Divise un plan.
- Ejecute el Plan.
- Revise sus resultados.

Cualquiera que sea la técnica para manipular un problema es de suma importancia el pre conocimiento y el lenguaje (matemático, geográfico o cotidiano) que haya

absorbido durante toda su vida como prerrequisito fundamental para la exitosa resolución de un problema.

El Dr. Beichner, menciona que el propósito primordial de su metodología es apoyar a los estudiantes que aún no han desarrollado sus habilidades referentes a la solución de problemas hasta que ellos logren desarrollar una situación ya conocida, rutinaria y desprovista de sorpresa en la que se enfrente a una dificultad pero para su resolución conoce de antemano el procedimiento.

También está Bransford y Stein (1986) proponen otra estrategia llamada IDEAL; dentro de las fases de esta estrategia se descomponen las propuestas por Polya en otras más simples y de mayor aplicabilidad en la práctica:

I Identificación del problema.

D Definición y presentación del problema.

E Elaboración de posibles estrategias.

A Actuación fundada en esa estrategia.

L Logros, observación, evaluación de los efectos de la actividad (BRANSFORD y STEIN, 1986, pág. 252).

En síntesis la resolución de problemas en los diversos trabajos sobre el tema de estudio abordado se podría reflexionar que la solución de problemas “es el proceso de ataque de ese problema: aceptar el desafío, formular preguntas, clarificar el objetivo, definir y ejecutar el plan de acción y evaluar la solución” (Pérez, 2007, pág. 1) llevando consigo el uso de la heurística, pero no de una manera predecible, porque si la heurística pudiera ser prescrita de antemano, entonces ella se convertiría en algoritmo y el problema en ejercicio.

Además se concluiría que la resolución de problemas podría ser vista desde dos paradigmas. Una es la de resolución de problemas como una estrategia didáctica para el abordaje de los contenidos y otra es la capacidad de resolución de problemas que permite el desarrollo de ciertas estrategias cognitivas y meta cognitivas en todo el proceso matemático que lleve darle solución al tema de estudio.

5.1.9 Enseñanza y didáctica de las matemáticas

Para hablar de enseñanza y didáctica de las matemáticas, primero hay que saber y comprender el concepto de cada palabra. El término “enseñanza” puede ser entendida como un “sistema y método de dar instrucción. Ejemplo, acción o suceso que sirve de experiencia, enseñando o advirtiendo cómo se debe obrar en casos análogos. Conjunto de conocimientos, principios, ideas, etc., que se enseñan a alguien” (Encarta Microsoft ®, 2009) o cotidianamente hablando, enseñanza significa mostrar algo a alguien. En términos de política pública es todo aquello que solapadamente deja de hacerse para evitar que los alumnos de sectores medios y bajos de la sociedad aprendan algo, llegando a la desfachatez de constituir materia de investigación, de planificación y de seguimiento permanentes; y “didáctica” del griego *didactike*, enseñar. En sentido hermenéutico-crítico y nostálgico, se refiere al esfuerzo meta cognitivo, emancipador y profesional que hace un pedagogo por desarrollar procesos eficientes de enseñanza y aprendizaje desde una mirada democratizadora del mundo. Desde un punto de vista de la actual política pública en educación lo didáctico se refiere a explicar en fácil algo complejo, usando medios audiovisuales de última generación, constituyendo una práctica educativa que sólo podría hacer un ingeniero, un bioquímico o un abogado, que le guste hacer clases por hobby o por solidaridad con los pobres. Dicho esto, se puede decir que enseñanza y didáctica van juntas de la mano, no hay enseñanza si no hay didáctica y viceversa, una depende de la otra para constituir un eficaz desarrollo de las competencias educativas en especial del área de las matemáticas.

De acuerdo a lo anterior, la enseñanza y didáctica de las matemáticas se pueden tomar en cuenta algunos aportes o recomendaciones de autores aptos para esta investigación la cual estoy abordando con algunos de los desarrollos teóricos de la enseñanza y didáctica de las matemáticas, particularmente de las grandes corrientes o líneas de investigación actuales; relativamente reciente de esta área de conocimiento en el que se identifican un cúmulo de teorías. Dichas teorías hacen referencia a los trabajos con propuestas de organización de las producciones de los distintos programas de investigación en didáctica de las matemáticas, y en ellos podemos conocer el número y calidad creciente de las investigaciones en el área, lo que nos permitiría decir que la

didáctica de las matemáticas se está consolidando como disciplina y como campo autónomo de conocimiento.

Johsua y Duplin (1993), en el libro *Introducción a la didáctica de las ciencias y las matemáticas*, afirman:

La didáctica de las matemáticas, en primer lugar y la didáctica de las otras ciencias, posteriormente, nacieron históricamente de la decisión de no aceptar ser dejados de lado en el tema. Se basaron en una alternativa radical que debía distinguirlas progresivamente de los otros enfoques referidos a la enseñanza científica: la voluntad y la afirmación de la posibilidad de un abordaje razonado, sistemático, científico y específico de los fenómenos de enseñanza de esos campos, con el objetivo de delimitar teórica y prácticamente los ámbitos de lo posible de aquellos de lo inaccesible (Joshua & Dupin , 1993, p. 10).

Según el autor, la ciencia de las matemáticas debe ser considerada como una de las múltiples existentes en el abordaje del conocimiento, y por lo tanto debe aplicársele un trato que permita, como cualquier otra, abrir espacios de indagación y construcción permanente.

En ese orden de ideas cabe mencionar también algunas diferenciaciones dentro de los términos que se utilizan para denominar a este nuevo campo del saber; al respecto, Brousseau en uno de sus trabajos, hace una diferenciación entre enseñanza de las matemáticas y didáctica de las matemáticas enunciando al respecto: “El término “Educación Matemática” sustituyó al de “Instrucción en Matemáticas” e incluso al de “Enseñanza de las Matemática” a lo largo de los años 60. Se trata de una ampliación progresiva de la ambición que se asume. “Instrucción” consiste en estructurar e informar: estructurar al alumno a través de los conocimientos, a los conocimientos a través del saber; el acento se pone en la cultura que se transmite” (Brousseau, 1999)

Aclarando la idea de en otras palabras se puede decir que para llegar a la idea de las matemáticas como la conocemos hoy en día, se necesitó de un proceso mental muy complejo que demandó mucha perseverancia, dedicación y muchas horas de trabajo e investigaciones sobre la enseñanza y didáctica de las matemáticas por parte de personajes como Euclides, entre otros.

Con esto se pretende aclarar que la enseñanza en las matemáticas en la educación contiene factores indispensable para la construcción del saber matemático absoluto en

cada una de las mentes de los escolares y tomar los “errores” descubiertos en el proceso y tomarlos como algo en lo que se puede aprender y mejorarlos analizándolos, intentando comprenderlos cómo y por qué se producen y diseñando actividades de distinto tipo que permitan revisar o ampliar el conocimiento ya conocido por el estudiante.

Además esto conlleva a reflexionar y preguntar:

¿Qué es lo que de verdad queremos entregar a los estudiantes?,

¿Qué factores pueden incidir en la dificultad o facilidad con que nuestros alumnos resuelven las tareas matemáticas?

Y aun así poder aplicar una costumbre propia del docente en las Matemáticas, cruzando horizontalmente todas las asignaturas anticipando los errores de nuestros alumnos con la intención de acortar el proceso de enseñanza-aprendizaje contextualizarse totalmente de la forma en que se hizo la clase.

En síntesis, en la práctica de la enseñanza y didáctica de las Matemáticas se analizan algunas de las dificultades que muestran los estudiantes al responder las preguntas del estudio, con el fin de entregar a los docentes algunas propuestas para interpretar los resultados de las pruebas y las producciones de los alumnos, así como algunas sugerencias para trabajar en clase teniendo en cuenta los preconocimientos.

Por ejemplo en una práctica pedagógica del área de las matemáticas, ya sea la resolución de problemas se supone que el docente que alienta la reflexión sobre lo realizado, incentiva al niño para que comunique sus ideas y fundamente sus elecciones.

Todo ello sin olvidar que la escuela debe proporcionar previamente las herramientas para formar ciudadanos plenos, críticos y responsables que puedan participar activamente en la construcción de una sociedad mejor.

5.1.10 Enseñanza de las matemáticas en escolares

La enseñanza de las matemáticas en escolares se debe fundamentar importancia vital en el estudio como tal de esta ciencia en la que se enfocaría en primera instancia ¿Qué es estudiar matemática?, pues estudiar matemática es hacer matemática en su

sentido más amplio, porque requiere involucrarse en la resolución de un problema, indagar las condiciones particulares y generales que involucra, generar conjeturas, identificar modelos con los que abordar el problema y reconocer el campo de validez de un cierto procedimiento o de una afirmación producida en el marco de proceso matemático.

Un fuerte énfasis en la idea central de esta investigación es la evaluación como un proceso que permite recoger información sobre el estado de los saberes de los alumnos, y que orienta la toma de decisiones de enseñanza. Otro fuerte énfasis es el tiempo y las herramientas que se le dedica a la tarea de la enseñanza, ya que pienso que es muy importante conocer las diferentes maneras en que podemos transmitir los conocimientos y habilidades, además de hacer especial énfasis en algunas estrategias para formar el matemático del futuro.

Ahora bien, en ese orden de ideas se vale resaltar en primer lugar la enseñanza relacionada con la educación de manera directa, es decir que la enseñanza en la educación suele suceder cuando se toma enseñar como una sola actividad pedagógica donde se enseña desde que se entra al salón de clases, como caminar, hablar, comportarse dentro del salón, desde el saludar a la llegada al mismo, hasta como crear un ambiente donde el alumno aprenda de igual modo entender el docente como es la enseñanza en las matemática, por lo cual esté debe dar lo necesario para que se identifique correctamente y de manera muy clara lo que ésta significa, y sobretodo qué facultades del hombre son el objeto formal de nuestro cometido; para que ésta se pueda llevar a cabo de una manera correcta debe haber alguien que quiera aprender y que tenga la intención de hacerlo, además que entre el maestro y el alumno haya una relación especial donde haya atención, respeto, responsabilidad, reconocimiento, intención, compromiso y agrado de recibir la educación y de dar la enseñanza.

En segundo lugar está el entrenamiento semejante a la enseñanza, a la educación. Preparar e instruir, enseñar y aprender, son palabras que se utilizan en otros términos de la educación, por ejemplo cuando se va a capacitar para alguna competencia, un nuevo empleo, una actividad en especial, diferente a las comunes que se realizan, un nuevo rango dentro de su mismo empleo, para aprender; un director de escuela, debe

estar entrenado y capacitado para atender a los padres de familia, alumnos y maestros, y saber cómo resolver los diversos problemas que se presenten, algo que en muchas escuelas no se da. No cabe la menor duda que entrenar es para la adquisición de habilidades. En tercer lugar está el "descubrimiento" del conocimiento la cual se puede apoyar en la teoría mecanicista que dice que la relación de maestro-alumno en la educación se presenta como una transacción, en ésta, el alumno tiene carencias y el maestro, ventajas. El maestro es el que sabe, la autoridad, el experto, el guía, el instructor, el animador en un salón de clases, el transmisor que busca los medios adecuados para poder proporcionar los conocimientos, la comprensión total y las habilidades necesarias para hacer posible la enseñanza creando un ambiente de igualdad y respeto mutuo, estimulación y disciplina que el alumno debe recibir y aprovechar todos los conocimientos del maestro por medio de diferentes actividades específicas como tareas, juegos, ejercicios, lecturas, evaluaciones, etc., él no tiene nada que aportar en este momento y mucho que recibir y la teoría organicista en la que se disminuye el concepto de transacción y se aumenta el concepto de descubrimiento.

En tercer lugar está la autoridad y participación acompañada de la disciplina donde siempre se busca darle una educación y enseñanza al alumno, que mejore en todos los aspectos que lo rodean y esto va a depender de la participación y disciplina que tenga en su propia educación, es decir que si el educador toma la teoría mecanicista fungirá de manera autoritaria, impartiendo sus conocimientos y habilidades, proporcionando al alumno experiencias que lo conduzcan hacia la producción de ideas que lo lleven al fin que persigue; moldeará el comportamiento del alumno sin darle oportunidad de discusión o diálogo.

En cambio si toma la teoría organicista se centra en el alumno, tiende a aumentar la relación entre el maestro y el alumno, considerando la participación del mismo, aconsejándolo y supervisándolo, arregla su entorno y le permite crecer y desarrollarse como persona, lo atiende sin inmiscuirse con él, lo ayuda a aprender y no le impone sus ideas. El maestro debe observar y conocer cómo se estructura la mente del alumno y además estar al pendiente de que sepa utilizar lo aprendido e intervenir en su desarrollo; la disciplina porque en el conocimiento y las habilidades que se transmiten en la

enseñanza se deben realizar en toda la capacidad que tenga para controlar, manejar y hacerse cargo de un grupo, siendo este un aspecto muy importante ya que el trabajo del maestro se complica cuando no puede lograr autoridad para mantener la disciplina dentro de un salón de clases. En cambio el maestro que tenga el don de controlar el orden y la disciplina dentro un aula de clase es un educador competente porque utiliza estrategias metodológicas para crear un ambiente armónico, pero manteniendo orden y ciertas restricciones; para mantener la conducta que se necesita para que se transmita un proceso de enseñanza y aprendizaje de calidad en el área de las matemáticas propiciando actividades matemáticas adecuadas para el nivel educativo en que se encuentre el estudiante.

Es por ello que a lo largo del tiempo la educación en las matemáticas se han construido como herramientas para resolver cierto tipo de problemas del mundo físico, social y también del propio campo de las matemáticas los cuales han pasado por un proceso de descontextualización; se han separado de los problemas que las originaron para integrar cuerpos estructurados de conocimiento; por ejemplo, los sistemas de numeración, los números racionales, la proporcionalidad, etcétera. Pero desde el punto de vista del aprendizaje, se sabe que los niños no son simplemente receptores que acumulan la información que les dan los adultos, sino que aprenden modificando ideas anteriores al interactuar con situaciones problemáticas nuevas. Los niños aprenden matemáticas de una manera parecida a como éstas se crearon a lo largo de la historia: construyéndolas como herramientas frente a la necesidad de resolver cierto tipo de problemas; es decir, los niños necesitan enfrentar numerosas situaciones que les presenten un reto y generar sus propios recursos para resolverlas a partir de lo que ya saben.

Para concluir este orden de ideas se puede decir que la enseñanza de las matemáticas en los escolares necesita de entendimiento y voluntad por parte del estudiante para aprender los conocimientos y habilidades que el docente le proporciona utilizando métodos que hacen más fácil el aprendizaje del área de las matemáticas y así llevarse de manera exitosa la enseñanza de las matemáticas.

5.1.11 Estudios sobre la enseñanza de las matemáticas en escolares

La enseñanza de las matemáticas se podría tomar desde la resolución de problemas como un método de estrategia, para que aprendan y desarrollen habilidades matemáticas aunque tradicionalmente existían concepciones erróneas sobre lo que significa resolver un problema. Ahora resolver un problema implica otro tipo de actividad mental de mayor exigencia, tanto así que él sea capaz de plantear y resolver un problema matemático con facilidad se puede decir que posee un conocimiento metacognitivo teniendo como referencia a Schoenfeld (1985) el cual define la resolución de problemas como: “el uso de problemas o proyectos difíciles por medio de los cuales los alumnos aprenden a pensar matemáticamente” (p. 298). Según Santos (2007) la resolución de problemas, se debe considerar como una forma de pensar, donde el estudiante continuamente tiene que desarrollar diversas habilidades y utilizar diferentes estrategias en su aprendizaje de las Matemáticas. Al respecto indica: “El término problema se vincula no solamente a situaciones específicas rutinarias o no rutinarias, donde el estudiante intenta encontrar la solución, sino también incluye tener que aprender algún concepto matemático” (p.11).

Respecto al concepto de problema matemático, Polya (1984) considera que es una situación a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución pero que el medio para hallarla no es obvio “un problema es una situación que el profesor propone al alumno para hacerle adquirir un conocimiento nuevo” (p.30). Para Mancera (2000), “un problema es conceptualizado como una situación que nos hace pensar, así de simple” (p.16).

En el trabajo de Polya (1981) respecto al papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas propone cuatro pasos necesarios para resolver un problema: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan, examinar la solución obtenida en donde radica la capacidad creadora del estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. El trabajo de Schoenfeld (1985) discute que las ideas de Polya sobre la resolución de problemas y considera que son muy interesantes y de gran provecho para la implementación de esta estrategia como medio

de crear conocimiento matemático y sus posibilidades en el aprendizaje de esta disciplina, su trabajo fue una síntesis de ideas que él tenía, pensamientos que sistematizó, pero no realizó investigación de campo con estudiantes propiamente en cambio critica el trabajo de Polya(1981) diciendo que sus reglas son muy generales por lo que tiene definiciones amplias para ser implementadas en cambio en dichos estudios (Schoenfeld, 1985) propone un marco con cuatro componentes que sirva para el análisis de la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas citados a continuación. (Polya, 1965).

Tabla 7. Componentes para el análisis de la complejidad del comportamiento en la resolución de problemas

a. Recursos	b. Heurísticas	c. Control	d. Sistema de creencias
Schoenfeld (1985), se refiere a los recursos como los conocimientos previos que posee el individuo: conceptos, fórmulas, algoritmos, intuiciones, en general, todas las nociones que considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema.	Las heurísticas para Schoenfeld (1985) son las estrategias y técnicas que permiten progresar en la solución de un problema no familiar (no estándar), reglas de manejo para resolver problemas de forma efectiva: dibujo de figuras, introducción de notación apropiada, exploración de problemas relacionados, reformulación de problemas, trabajo hacia atrás, examen y verificación de procedimientos.	El control según Schoenfeld (1985), son decisiones que permiten un uso eficiente de los recursos y estrategias disponibles, es decir, cuales son pertinentes en la solución del problema tratado.	El sistema de creencias según Schoenfeld (1985) es nuestra perspectiva con respecto a la naturaleza de las Matemáticas y como trabajar en ella. Las creencias sobre las Matemáticas inciden notablemente en la forma en que los estudiantes y profesores abordan la resolución de problemas

Fuente: (Obando, 2016)

El trabajo de Santos (2007) en resolución de problemas, hace un aporte para la implementación de la resolución de problemas en la enseñanza de las Matemáticas por medio de su libro *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*, en el cual indica que “la actividad matemática se debe conceptualizar desde una perspectiva

dinámica, que permita desarrollar y promover una disposición matemática en los estudiantes” (p.11). Este autor mencionó que aprender Matemáticas no se reduce a un conjunto de reglas que pueden aplicarse en la resolución de problemas para el aprendizaje y enseñanza permitiendo desarrollar conjuntos de ideas en el aula de clase.

Finalmente a manera de conclusión, se puede decir que hay estudios, teorías e investigaciones sobre la enseñanza de las matemáticas en los escolares pero se seleccionaron algunos teóricos como Polya, Santos, Alan Schoenfeld y demás autores mencionados anteriormente, además de dar a conocer algunos conceptos teóricos los cuales se consideraron importantes para este proyecto en el cual se destacan estrategias vinculadas al proceso de resolución de problemas como herramienta indispensable en el proceso de enseñanza- aprendizaje del área de las matemáticas en el que la independencia de estudio y el juicio crítico aplicado no tienen sustento si el estudiante no modifica estas formas, esta búsqueda de repeticiones, de salir bien a costa del aprendizaje. Es el docente el que debe propiciar, dar herramientas y elementos para que el alumno desarrolle sus propias estrategias de aprendizaje, y elementos meta cognitivos que le ayuden a aprender y aprender a hacer.

5.1.12 Características generales del área de las matemáticas

Según Londoño (2010), las características generales del área de las matemáticas está dividida en dos dimensiones una es por procesos y la otra es por acciones.

5.1.12.1 Procesos

Las matemáticas para la educación básica está orientada en un aprendizaje que permite desarrollar sus capacidades de síntesis, análisis y abstracción, potencializando las competencias comunicativas interpretativas, argumentativas y propositivas y operacionales de tal forma que esté en la capacidad de resolver los problemas de la vida cotidiana (Londoño, 1996).

Cognitiva. El área se apropia de esta dimensión a través del manejo de conceptos y la relación entre ellos, la cual permite la posibilidad al ser humano de potencializar el

desarrollo del pensamiento lógico-matemático, mediante la identificación y solución de problemas en la interacción consigo mismo, con los demás y entorno, haciéndolos más competitivo para interpretar, apropiarse y transformar la realidad,

El área se apropia de esta dimensión a través del manejo de conceptos y la relación entre ellos, la cual permite la constatación y solución de problemas al igual que la argumentación de resultados.

Comunicativa. En el aprendizaje de las matemáticas la comunicación juega un papel fundamental porque ayuda a construir vínculos entre sus nociones informales e intuitivas, el lenguaje abstracto y simbólico, permitiendo hacer conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, graficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas en su entorno.

La comunicación en el área pretende el diálogo libre y racional que nos lleve a la interpretación de signos, símbolos y códigos dados en diferentes situaciones contextualizadas y a la producción de argumentos razonables y asertivos que conduzcan a una significación y re-significación de las experiencias vividas.

Corporal. El desarrollo de esta dimensión fortalece la aprehensión de conocimientos matemáticos mediante el fomento de la educación psicomotriz y la propia imagen corporal de manera que el alumno/a adquiera un dominio suficiente del cuerpo, del espacio y tiempo, condiciones indispensables para el desarrollo personal e intelectual; a su vez se potencian actividades formativas del tiempo libre y de ocio.

5.1.12.2 Acciones metodológicas por dimensiones

Cognitiva

- Buscar que el alumno relacione pre-conceptos con la temática o tratar proponiendo ejercicios de correlación en las guías y talleres.

- Plantear situaciones problemáticas de su contexto para que el alumno(a) entienda, deduzca, comprenda y aplique el conocimiento.

- Desarrollo de los talleres donde el estudiante realice transferencias del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático.

- Plantear situaciones donde el alumno formule diferentes alternativas de solución a una problemática dada.

- Propiciar espacios en donde se construyan conceptos, formulen definiciones, principios y leyes a partir del análisis de un tema de estudio. Que facilite la propuesta y contrapropuesta.}

- Plantear al educando situaciones problemáticas que genere en él razonamientos que lo lleve apropiarse del conocimiento. (Londoño, 1996)

Comunicativa

- Proponer la presentación de tareas, consultas, temas asignados y la solución de diferentes situaciones a través de exposiciones claras, coherentes y completas que lleven a sus compañeros(as) a un mayor enriquecimiento personal y una mayor apropiación de lo visto.

- Proponer dramatización de problema o estudio de casos.

- Trabajo en equipo para compartir experiencias y apropiarse de lo visto.

- Promover la participación en la puesta en común.

- Elaboración y/o la explicación del material, juegos y software creados.

- Apropiación de lenguaje matemático usado en la solución de situaciones problemáticas propuestas. (Londoño, 1996).

Afectiva

- Motivar las diferentes actividades de clase a través de juegos, laboratorios, videos, etc.

- Dirigir trabajos en equipo promoviendo la no discriminación y la capacidad para vivir en comunidad.

- Colocar en cada guía una reflexión o pensamiento que lo sensibilice y lo lleve a tomar conciencia de su entorno.

- Crear un ambiente agradable en el aula. (Decoración, limpieza, orden).

- Reconocer en público las potencialidades de cada uno(a) de los alumnos(as)

- Percibir situaciones personales de los(as) estudiantes para orientarlos(as).

- Promover en cada una de las actividades el respeto a sí mismo y hacia los demás.

- Propiciar espacios para el verdadero dialogo (Londoño, 1996)

Sociopolítica

- Promover en los trabajos en equipo, la libre expresión de ideas, el respeto a la palabra y el reconocimiento de la diferencia.

- Presentar problemas en ejercicios de clase y/o talleres desde el contexto social, histórico y político.

- Propiciar actividades lúdicas que favorezcan la convivencia.

- Desarrollar la expresión a través de razones y juicios personales.

- Desarrollar el sentido de pertenencia a un grupo o comunidad encaminando las acciones hacia el bien común. (Londoño, 1996).

Corporal

- Orientar dinámicas como medio de descanso y de desarrollo motriz armónico

- Proponer representaciones corporales con algunos temas.

- Propiciar la creación y/o implementación de juegos.

- Permitir la manipulación de material concreto.

- Favorecer la participación en dinámicas organizadas durante la clase.

- Fomentar la participación en eventos culturales, concursos y olimpiadas.

5.1.12.3 Objetivo general del área de matemáticas

El pensamiento matemático centrado en los procesos de conceptualización desde situaciones problemáticas que lleven a la construcción de un pensamiento ágil, flexible, con sentido y significado para su vida cotidiana; brindándole autonomía intelectual y formación ciudadana que le permita mejorar su calidad de vida y obtener un excelente desempeño profesional y empresarial (Carvajal, 2016).

Se trata de tener en cuenta aspectos importantes como:

- Que el educando manipule los objetos o conceptos matemáticos.
- Que active su propia capacidad mental.
- Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente.
- Que de ser posible haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
- Que adquiera confianza en sí mismo.
- Que se divierta con su propia actividad mental.
- Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y la ciencia.

Teniendo en cuenta lo anterior, se puede continuar afirmando que el desarrollo del pensamiento matemático a través de situaciones de la vida cotidiana es con el objetivo de potenciar en el estudiante el análisis, interpretación, argumentación en sus diversas formas de expresión: numérica, gráfica, simbólica, lógica, probabilística y estadística, articulando el proceso de enseñanza-aprendizaje con la diversas ciencias del saber. (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Para esto se tiene en cuenta ciertos componentes importantes, como lo son:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos. Comprensión general que se tiene sobre los números, las operaciones y su uso, para plantear estrategias en contextos significativos.

Pensamiento espacial y sistemas geométricos. Conjunto de procesos cognitivos en los que se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos en el espacio, relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales, análisis de las propiedades de los espacios en dos y tres dimensiones, las formas y figuras que contienen.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas. Hace referencia a la comprensión de características mesurables de objetos tangibles e intangibles, la construcción del concepto de cada magnitud, procesos de conservación de magnitudes, la estimación y la selección de unidades de medidas entre otros.

Pensamiento variaciones y sistemas algebraicos y analíticos. Estructura que permite analizar, organizar y modelar matemáticamente las situaciones problemas (conceptos, procedimientos, métodos).

Pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Hace referencia a la teoría de la probabilidad y su aplicación en fenómenos aleatorios a fin de manejar de forma acertada la incertidumbre generando un espíritu de exploración y de investigación.

5.1.12.4 Subprocesos del área de matemáticas

Resolución y planteamiento de problemas. Pretende desarrollar el pensamiento analítico para fortalecer procesos matemáticos mediante:

- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva.

Razonamiento matemático: Es el ordenamiento de ideas en la mente que faciliten la generación de conclusiones.

¿Cómo y por qué de los procesos? Para cumplir lo anterior se tienen en cuenta los siguientes pasos:

- Justificación de los procedimientos.
- Formulación de hipótesis.
- Hallar patrones.
- Ambiente crítico.

Comunicación matemática: Es la habilidad para expresar conceptos, explicar procedimientos y emitir opiniones, para ello son importantes las siguientes fases:

- Expresar ideas.
- Comprender e interpretar ideas.
- Relacionar e interpretación de ideas.
- Producir y presentar argumentos.

Modelación. Es la forma de describir la interrelación entre el mundo real y el mundo matemático a través de:

- Esquematizar diferentes formas de ver.
- Relacionar aspectos con problemas diferentes.
- Transferir realidad a matemática.

5.1.12.5 Competencias básicas, laborales y de emprendimiento de matemáticas

Interpretativa:

Tabla 8. Competencias interpretativas básicas

Identificar lo matematizable	Encontrar sentido a teorías y propuestas	Comprender problemas	Situaciones	Gráficas	Esquemas
ACCIONES INTERPRETATIVAS					
Asociar	Comparar	Inducir	Simbolizar	Señalar	
Relacionar	Reconocer	Deducir	Interiorizar	Entender	

Fuente: (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Argumentativa:

Tabla 9. Competencias argumentativas básicas

Dar razón a una afirmación	El porqué de una preposición	Demostraciones matemáticas			
Redactar	Negar	Probar	Concluir	Afirmar	
Contrasta	Juzgar	Aclarar	Evaluar	Demostrar	
ACCIONES INTERPRETATIVAS					

Fuente: (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Propositiva:

Tabla 10. Competencias propositivas básicas

Generalizaciones	Plantear hipótesis	Resolución de problemas	Alternativas de solución	Explicación de eventos	
ACCIONES INTERPRETATIVAS					
Solucionar	Elaborar	Plantear	Suponer	Proponer	
Producir	Difundir	Sugerir	Crear	Inventar	

Fuente: (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Laborales intelectuales. Comprenden aquellos procesos de pensamiento que el estudiante debe usar con un fin determinado, como toma de decisiones, creatividad, solución de problemas, atención, memoria y concentración (Ministerio de Educación Nacional, 1998).

Personales. Se refieren a los comportamientos y actitudes esperados en los ambientes productivos, como la orientación ética, dominio personal, inteligencia emocional y adaptación al cambio.

Intrapersonales. Son necesarias para adaptarse a los ambientes laborales y para saber interactuar coordinadamente con otros, como la comunicación, trabajo en equipo, liderazgo, manejo de conflictos, capacidad de adaptación y proactividad.

Organizacionales. Se refieren a la habilidad para aprender de las experiencias de los otros y para aplicar el pensamiento estratégico en diferentes situaciones de la empresa, como la gestión de la información, orientación al servicio, referenciación competitiva, gestión y manejo de recursos y responsabilidad ambiental.

Tecnológicas. Permiten a los jóvenes identificar, transformar e innovar procedimientos, métodos y artefactos, y usar herramientas informáticas al alcance. También hacen posible el manejo de tecnologías y la elaboración de modelos tecnológicos.

5.1.12.6 Empresariales y para el emprendimiento

Son las habilidades necesarias para que los jóvenes puedan crear, liderar y sostener unidades de negocio por cuenta propia. Por ejemplo, la identificación de oportunidades para crear empresas o unidades de negocio, elaboración de planes para crear empresas o unidades de negocio, consecución de recursos, capacidad para asumir el riesgo y mercadeo y ventas.

Ciudadanas. El desarrollo de esta competencia en el área de matemáticas se centra en la formación de ciudadanos responsables capaces de relacionarse con los otros de una manera positiva y constructiva.

Específicamente en el área de matemáticas en la Institución Educativa San Rafael esta competencia se va a desarrollar mediante un aprendizaje cooperativo a través de actividades y proyectos de aula que fomenten la valoración por las diferencias y la participación democrática.

5.1.13 La lúdica y los juegos en las matemáticas como estrategias para el aprendizaje y la enseñanza

El juego es una actividad que está presente en cada uno de los seres humanos que forma parte de una sociedad, esta no depende de la fuerza o movimientos suaves, es algo que se hace desde que se nace con o sin reglas. El juego enriquece todo tipo de desarrollo intelectual, afectuoso, sociabilidad, motricidad, la inteligencia y la creatividad. Tales características son muy semejantes a las que presenta el desarrollo matemático para su total comprensión.

Para Huizinga (1972), “el juego es más viejo que la cultura y presupone siempre una sociedad humana. Es un fenómeno cultural natural. No es posible negar el juego en ningún espacio y es considerado más que algo meramente fisiológico o una reacción psíquica condicionada de modo puramente fisiológico” (p. 7).

Así mismo, en su misma obra, específicamente en el capítulo 6: El juego y el saber, Huizinga señala “al comienzo de todas las competiciones se halla el juego, esto es un convenio para, dentro de ciertos límites espaciales y temporales, realizar algo en determinada forma y bajo reglas determinadas, que da como resultado la resolución de una tensión y se desarrolla fuera del curso habitual de la vida” (p.137).

Partiendo de los postulados de este autor, el juego, inmerso en la lúdica, es esa oportunidad de propiciar espacios de aprendizaje de las matemáticas y abre las puertas a nuevas tendencias de aprendizaje, ya que culturalmente en todas las sociedades a través de él hay un goce, un disfrute que logra aprendizajes más rápidos y duraderos.

La investigación realizada por Marín y Mejía sobre “Estrategias lúdicas para la enseñanza de las matemáticas en el grado quinto de la Institución Educativa La Piedad” también resalta el juego como eje fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, y manifiestan:

El juego, como elemento primordial en las estrategias para facilitar el aprendizaje, se considera como un conjunto de actividades agradables, cortas, divertidas, con reglas que permiten el fortalecimiento de los valores: respeto, tolerancia grupal e intergrupal, responsabilidad, solidaridad, confianza en sí mismo, seguridad, amor al prójimo, fomenta el compañerismo para compartir ideas, conocimientos, inquietudes, todos ellos – los valores- facilitan el esfuerzo para internalizar los

conocimientos de manera significativa (p.66).

Además concluyen diciendo que el uso de la lúdica en la enseñanza de las matemáticas, cambió el concepto que se tiene en el imaginario colectivo de que es un área difícil, aburrida y monótona. “Esta metodología aumenta el interés y gustos de los alumnos por la materia, ven su uso y utilidad en la vida cotidiana, despierta la curiosidad, estimula la creatividad y desarrolla el pensamiento lógico” (Marín & Mejía, 2015, p. 29).

De acuerdo a las autoras, el juego en las matemáticas es concebido como una actividad que estimula la parte intelectual porque cada juego se presta para aprender las reglas, estudiar las jugadas fundamentales, experimentar pérdidas, planear jugadas o movimientos, finalmente trata de vincular a todos por medio de la participación conllevando así a crear alguna herramienta nueva que conduzca a la solución del problema cotidianos. Aquí se está rescatando la actividad lúdica para algo más grande; transformar la forma como se aprende y se enseña matemática en la actualidad en algunas instituciones y así dar lugar a nuevos espacios y formas de pensar en lo que hoy consideramos importante enseñar y aprender el área en mención.

La lúdica por otro lado conduce a reflexionar en varios escenarios, de acuerdo con la época y los autores que han hecho aportes al concepto, su influencia y su relación con el ser humano; estas concepciones parten tanto de las posturas asumidas por los autores en sus producciones literarias como de las investigaciones que se han desarrollado en el país y por fuera de él, al igual que de los criterios que se han asumido en artículos de revistas, páginas virtuales, seminarios y simposios que se han movido sobre este tema de interés. Ahora bien si se habla de la lúdica como instrumento para la enseñanza, Zúñiga (1998) en su ponencia se centra en la marcada diferencia entre la escuela de hoy y la que se debería tener, se pregunta qué tanto la escuela de hoy refuerza a los niños y niñas de forma integral, se pregunta qué tanto les permitirá alejarse del mundo cuadrículado que les ofrece la sociedad llena de normas que los aconductan, y que los moldean tanto como las comunidades lo desean.

De acuerdo con lo anterior, Zúñiga (1998), propone repensar la pedagogía actual y descubrir así lo que la lúdica puede aportar para encontrar mejores respuestas de un mundo moderno que exige cambios veloces. Es entonces repensar lo que hoy se hace

en la pedagogía para descubrir los aportes con que la lúdica puede contribuir para conseguir la aplicación de unos criterios más acordes con los tiempos actuales en que la velocidad de los acontecimientos y las transformaciones exigen unos niveles de respuesta casi que inmediatos para estar al ritmo actual del mundo moderno, con una rapidez no imaginada desde la óptica del contexto tradicional con que todavía analizamos el presente.

Por otro lado en La Fundación Universitaria Juan de Castellanos, el PH.D P. Oswaldo Martínez Mendoza, a través del programa de lúdica educativa se propone interiorizar la lúdica para potenciar el desarrollo del sujeto a través del juego y otras actividades lúdicas, todo dentro del proceso docente educativo y para lograr la adquisición de conocimientos, hábitos y habilidades, sin contemplar, muchas veces la lúdica o las actividades lúdicas dentro de los principios establecidos.

Se puede considerar también la lúdica como algo fundamental en el proceso de enseñanza porque se fomenta la participación, la colectividad, creatividad y otros principios fundamentales en el ser humano.

Todo juego o actividad lúdica sana es instructiva, todo juego sano enriquece, el estudiante mediante la lúdica comienza a pensar y actuar en medio de una situación que varía. El valor para la enseñanza que tiene la lúdica es precisamente el hecho de que se combinan diferentes aspectos óptimos de la organización de la enseñanza: participación, colectividad, entretenimiento, creatividad, competición y obtención de resultados en situaciones difíciles.

En síntesis pensar en lúdica es considerarla como un fin que debe incorporarse a lo recreativo de forma natural para el desarrollo humano en toda su dimensión sociocultural y psico-social ya que esto abre el camino del gozo, el placer, la creatividad y el conocimiento. Como afirma George Bernard sobre los entornos lúdicos en el programa de lúdica educativa refiriéndose a que estos potencian el aprendizaje, al considerar que: Aprendemos el 20% de lo que escuchamos, el 50% de lo que vemos y el 80% de lo que hacemos. A través de entornos lúdicos en base a la metodología experiencial potenciamos al 80% la capacidad de aprendizaje inclusive en la edad adulta.

5.1.14 La educación tradicional vs la educación moderna en el aprendizaje y enseñanza de la educación de las matemáticas

Al referirse a la transición de estas dos concepciones de la educación se señalan las características o notas que definen mejor la educación tradicional y educación moderna:

1° estas dos concepciones son diferentes pero no son contradictorias en el sentido lógico del término. Se oponen pero no son antagónicas.

2° los esquemas de cada una tienen la virtud didáctica de presentar en forma clara lo que se pretende pero al mismo tiempo tienen inherente a su naturaleza de esquema, la característica de ser deformadores de la realidad.

3° al dirigirnos a la realidad es probable que encontremos que notas de uno y otro sector se están dando simultáneamente.

4° la relación de ambas características origina conflictos. (Temoche, 2013)

Ahora se intenta precisar un poco más sobre los términos: “educación tradicional y educación moderna” en el siguiente cuadro comparativo de diferencias relaciones.

Tabla 11. Cuadro comparativo entre la educación tradicional y la educación moderna

Educación tradicional	Educación moderna
Tiene vigencia pedagógica hasta fines del siglo pasado en nuestro mundo accidental.	Es renovada, a través de diferentes escuelas, tendencias y orientaciones, que cobra cuerpo y vigencia a partir de este siglo y fines del anterior.
Comenio y Raticius fueron los fundadores de la pedagogía tradicional. Este tipo de escuela del siglo XVII significa “Método y Orden”.	Surge en el siglo XIX, aunque desde el siglo XVI podemos encontrar algunos de los elementos que caracterizan este movimiento. Algunos promotores de este tipo de escuela son Rousseau, Pestalozzi o Dewey, entre otros muchos.
El concepto tradicional de hombre está considerado como animal racional.	La educación se adapta a las capacidades de cada niño.
Magistrocentrismo. El maestro es el modelo y guía al que se debe obedecer e imitar, organiza el conocimiento,	Relaciones cordiales y de afecto

Educación tradicional	Educación moderna
<p>elabora la materia que ha de ser aprendida y guía a sus alumnos en la educación. Es el pilar fundamental para que se dé el éxito en la educación y el desarrollo de las virtudes humanas por medio de la disciplina, el castigo y ejercicios escolares se consideran fundamentales:</p>	
<p>Verbalismo y Pasividad. •Se enseña a los alumnos con el mismo método de enseñanza en todas las ocasiones. •El repaso, entendido como la repetición de lo que el maestro explica, es la base en este método.</p>	<p>Actividades libres</p> <p>Activa</p>
<p>Enciclopedismo. •La clase y la vida colectiva son organizadas, ordenadas y programadas; esto se lleva a cabo dentro del manual escolar. •Todo lo que el alumno ha de aprender y el método que se debe utilizar está recogido en el mismo; salirse de él puede suponer un retraso en el aprendizaje debido a las distracciones que esto causa.</p>	<p>Experiencia de la vida cotidiana</p>
Superficialidad	Carácter y cualidades creadoras
Intelectualismo	Interés del niño
El hombre es esencialmente inteligente	enfoca al hombre como organismo inteligente que actúa en un medio social
Es memorística	Es practico
Lo importante es desarrollar las habilidades en el profesor y lo que tenga que dar	Lo importante es innovar para crear nuevo conocimiento
Lo que está en los libros es mucho más importante que lo que el alumno pueda descubrir o aportar	Lo más importante es lo que hace el alumno desarrollando sus habilidades.
El tipo y cualidad de la actividad escolar es ENSEÑANZA	El tipo y cualidad de la actividad escolar es APRENDIZAJE
MATEMATICAS	
DIFERENCIAS	
EDUCACIÓN TRADICIONAL	EDUCACION MODERNA
Tiene vigencia pedagógica hasta fines del siglo pasado en nuestro mundo accidental.	Es renovada, a través de diferentes escuelas, tendencias y orientaciones, que cobra cuerpo y vigencia a partir de este siglo y fines del anterior.

Educación tradicional	Educación moderna
Comenio y Ratichius fueron los fundadores de la pedagogía tradicional. Este tipo de escuela del siglo XVII significa "Método y Orden".	Surge en el siglo XIX, aunque desde el siglo XVI podemos encontrar algunos de los elementos que caracterizan este movimiento. Algunos promotores de este tipo de escuela son Rousseau, Pestalozzi o Dewey, entre otros muchos.
El concepto tradicional de hombre está considerado como animal racional.	La educación se adapta a las capacidades de cada niño.
Magistrocentrismo. El maestro es el modelo y guía al que se debe obedecer e imitar, organiza el conocimiento, elabora la materia que ha de ser aprendida y guía a sus alumnos en la educación. Es el pilar fundamental para que se dé el éxito en la educación y el desarrollo de las virtudes humanas por medio de la disciplina, el castigo y ejercicios escolares se consideran fundamentales	Relaciones cordiales y de afecto
Verbalismo y Pasividad. •Se enseña a los alumnos con el mismo método de enseñanza en todas las ocasiones. •El repaso, entendido como la repetición de lo que el maestro explica, es la base en este método.	Actividades libres Activa
Enciclopedismo. •La clase y la vida colectiva son organizadas, ordenadas y programadas; esto se lleva a cabo dentro del manual escolar. •Todo lo que el alumno ha de aprender y el método que se debe utilizar está recogido en el mismo; salirse de él puede suponer un retraso en el aprendizaje debido a las distracciones que esto causa.	Experiencia de la vida cotidiana
Superficialidad	Carácter y cualidades creadoras
Intelectualismo	Interés del niño
El hombre es esencialmente inteligente	enfoca al hombre como organismo inteligente que actúa en un medio social
Es memorística	Es práctico
Lo importante es desarrollar las habilidades en el profesor y lo que tenga que dar	Lo importante es innovar para crear nuevo conocimiento

Educación tradicional	Educación moderna
Lo que está en los libros es mucho más importante que lo que el alumno pueda descubrir o aportar	Lo más importante es lo que hace el alumno desarrollando sus habilidades.
El tipo y cualidad de la actividad escolar es ENSEÑANZA	El tipo y cualidad de la actividad escolar es APRENDIZAJE

Fuente: Varios autores

Siguiendo este orden de ideas se vale profundizar sobre el método, el material o contenido y el tipo de lección como dato importante para indagar cual es el mejor método en la enseñanza y aprendizaje de la educación especialmente en el área de las matemáticas o descubrir que se puede rescatar de cada una para hacer un éxito este proceso tan difícil que es el apropiarnos del gusto por aprender matemática con toda la disposición amena.

En el caso de la metodología, la didáctica tradicional usaba algunos métodos didácticos en cualquier actividad diaria, permanente, en nuestra vida cotidiana como el analítico, sintético, inductivo y deductivo que son los métodos generales lógicos, es decir los métodos propios de todo pensar, y no del enseñar en particular Porque el hombre pensaba como “logos”, como inteligencia, razón y pensamiento.

En la concepción moderna, los momentos del “pensar” es “pensar para actuar”, pensar con fin. Los métodos didácticos deberán asentarse sobre una nueva lógica, la que explica la estructura del método científico: delimitar o definir el problema, buscar los datos necesarios, formular hipótesis o alternativas de solución, búsqueda de nuevos datos para cada una de las hipótesis, previsión de las consecuencias en caso de elegir una determinada alternativa, prueba o comprobación de las alternativas.

En una clase tradicional, nos encontramos con una persona que habla mientras que las demás escuchan. Lo importante es la transmisión de conocimientos. La que podemos llamarla autocrática. El profesor está separado físicamente de los alumnos con un lugar reservado para su actuación que es la que más importa. En esta educación el que más aprende, el que más crece es el educador, ya que él hace lo que los alumnos debieran hacer. En la concepción moderna es todo lo contrario por haber trasladado el eje de la

actividad escolar a los educandos, por hacerlos conocedores de los fines y por darles responsabilidades en la ejecución de los mismos.

En la educación tradicional, el fin era solo conocido por el educador. El alumno no tenía idea de hacia donde se dirigía, ni de lo que le iría a enseñar mañana ni para que le enseñan lo que le están enseñando hoy. El fin era externo a la actividad escolar. La concepción moderna, el fin es interno, inmanente a la actividad escolar. El alumno debe comprender el sentido y la finalidad de lo que hace, ello significa saber el fin de su actividad. Aquí no existe escisión entre fin y medio.

Ahora bien en términos de la lección impartida en clase es que la en la concepción tradicional, se reducía a ser una repetición. No solamente el alumno debería repetir lo que estaba en los libros, el profesor también. La duración de la lección estaba regulada a cuarenta y cinco minutos o a una hora por el criterio de la resistencia de la inteligencia y memoria en la captación de datos.

En la concepción moderna, la lección horaria, es reemplazada por sesiones de trabajo que se rigen por el criterio temporal múltiple, variable según sea la naturaleza, de la actividad en que se está empeñado, y lo que la experiencia recomienda como más adecuado.

En cuanto al material o contenido en la concepción tradicional, se presenta en materias aisladas o independientes y son racionalista, académicas, apegadas a la ciencia y se presenta metafísicamente. Se trata de una división lógica de las materias reflejando así las divisiones por sectores de la realidad al estilo de los tratados, en cierto sentido considerado como asignaturas o material didáctico, es decir, se les creaba separaciones mentales entre las materias resultando difícil imaginar que lo que aprendían en una asignatura podría tener alguna relación con la otra, ya que se le entregaba la realidad por fragmentos o partes diferentes.

El tiempo se dividía en horas y a tal hora tal materia teniendo en cuenta que no se colocaran juntas materias muy fuertes por el cansancio de la inteligencia o la fatiga de la memoria. Hay que considerar que una persona mientras no sepa lo que está haciendo, es simplemente una máquina que efectúa correctamente la operación que se le asigna.

Con esto se puede decir que el alumno aprende a distinguir dos esferas que no se compaginan, la escuela y la vida. Aquí se puede hacer colocación la nota de alejandrismo aplica por Klipatrick a la educación tradicional, específicamente por la famosa biblioteca de Alejandría: “la biblioteca era un depósito de todo el saber”, lo tradicional se asemeja, el sacar de los libros y pasarlos a las cabezas.

Haciendo un paralelo entre el aprender y resolver problemas se puede expresar que esto provoca afectaciones vitales en lo que uno se juega de algún modo mientras que en la educación tradicional es repetir lo que poseen los libros, he ahí la gran diferencia. La capacidad de repetir algo no es ninguna garantía para que se aprenda para la vida, la concepción moderna por su parte, busca sistematizar para comprobar si las experiencias obtenidas han quedado como aptitud, como capacidad para actuar como posibilidad para resolver nuevos problemas. Cabe resaltar que el producto de la educación tradicional desde el punto de vista de nuestras necesidades actuales es un amputado, pues tal educación si no anula el desarrollo de ciertas capacidades al menos las impide.

Una clase tradicional indica que una buena clase es aquella donde todos están callados. Si hubiera mucho ruido y conversación, evidentemente algo andaría mal ¿Por qué? Los alumnos deben guardar silencio para que pueda actuar la persona eje de la actividad escolar, en cambio en una clase moderna encontraremos bullicio muchos que hablan al mismo tiempo, movimiento y hasta otra distribución de asientos. El que estaría callado sería el profesor porque los alumnos estarán realmente trabajando son los grupos que están haciendo su propia investigación, su aprendizaje, su actividad, así como todos tienen la posibilidad de participar de intentar su propia solución, de equivocarse. De todo esto se concluye que es importante que un individuo sea capaz de llegar a una calle de una ciudad dada que conocer de memoria los nombres de todas. La experiencia demuestra que es más difícil ubicarse en una concepción moderna porque es más desafiante y compleja. Más fácil resulta para un educador recurrir al libro que ya posee lo que se debe enseñar y trasmitírselo al alumno.

En cambio no es tan fácil organizar el medio ambiente o el conjunto de experiencias o situaciones de actividades que posibilitan crecer y alcanzar futuras disposiciones de conducta.

Desde la perspectiva de una educación tradicional y una educación moderna considera que se debe ser una disquisición de las mismas para optar por una o ser una mixtura de ambas con el propósito pedagógico de mejorar la calidad de los aprendizajes; no es fácil desarraigar una concepción tradicional puesto que los parámetros de ciertos docentes están establecidos de esa manera. Tampoco se puede ser mezquina con esto debido a que también ha tenido resultados favorables. El problema podemos decir que se agudizado en esta concepción cuando se ha hecho una hipérbole de memorismo soslayando ciertas habilidades como el análisis y la síntesis que han podido ser desarrolladas con ciertas estrategias metodológicas que proponen y propugna la nueva concepción de la educación. Me parece que esta nueva forma de enseñar complementa de algún modo a la que tratamos de desterrar dado a que se tenía el concepto del aprendizaje se reflejaba a través de la conducta y se tenía en consideración lo observado, en cambio hoy en día con el aporte de Vigosky, Piaget, Brunner, Ausubel, Montessori, entre otros, el aprendizaje del niño se mide y se considera como proceso mentales, cognitivos que se puede evidenciar a través de las conductas observables. Se le estudia en su interior desde el punto de vista psicológico y antropológico.

La escuela nueva tiene como antecedentemente cuatro educadores considerados como precursores del movimiento de Escuela Nueva: Jean-Jacques Rousseau, Pestalozzi, Froebel y Herbart. Estos pedagogos pusieron las bases teóricas de la educación contemporánea que, en buena parte, sigue vigente en la actualidad. Sus herederos, y muy especialmente el movimiento de Escuela Nueva, reconocerán en todo momento la autoridad de dichas figuras pedagógicas como el sustento de su teoría y praxis educativas.

El gran hallazgo de Rousseau (1712-1778) fue entender al niño como sustancialmente distinto del adulto y sujeto a sus propias leyes de evolución, plantea una nueva pedagogía y una nueva filosofía de la educación basadas en los intereses y necesidades del niño y en el desarrollo natural en libertad. Pestalozzi (1746-1827)

concibe la educación del pueblo como un mecanismo para transformar sus condiciones de vida; se convierte así en un adelantado en la concepción de la educación al servicio de la transformación social. Para él, la educación elemental está basada en el desarrollo armónico de las capacidades intelectuales, afectivas y artísticas. El fundamento absoluto del conocimiento es la intuición.

Froebel (1782-1849) se apoya en las teorías naturalistas de Rousseau y en la experiencia práctica de Pestalozzi para diseñar un acabado plan de formación aplicado a la educación parvulista (preescolar). Froebel se muestra contrario a la división artificial por materias y diseña un método integral de enseñanza-aprendizaje más relacionado con la realidad de las cosas. Concibe que la educación debe respetar el libre desarrollo de las capacidades de cada educando, como si se tratara de las plantas de un jardín, de ahí el nombre genérico de sus instituciones Kindergarten o jardín de niños. El maestro debe tener esencialmente una función orientadora y estimuladora apoyándose en el juego. Además de los juegos, Froebel propone la música, el dibujo, la conversación, el modelado y el uso de materiales específicos creados para la educación de las manos, los dones, que son objetos destinados a enseñar al alumno en la primera infancia la forma, el color, el movimiento y la materia.

Johan Friedrich Herbart (1782-1852) ha pasado a la historia de la Pedagogía por ser el primero que elabora una pedagogía científica, apoyándose en la filosofía y la psicología. En su planteamiento pedagógico, considera que el fin último es la moralidad y toda la educación debe apuntar en ese sentido. En el ámbito didáctico desarrolla la teoría de los pasos formales, utilizada posteriormente por las corrientes educativas más avanzadas.

Con los cambios vertiginosos en los diferentes campos del saber toca al maestro ser susceptible a los cambios que le depara la pedagogía moderna dado a que la globalización, la cibernética, la robótica, y la informática lo exige. El buen maestro pues es aquel que se ajusta a las transformaciones, a las modificaciones del mundo moderno porque se correría el riesgo de desarrollar una educación primitiva obsoleta con fines incompetentes de sus productos quedarían rezagados en el subdesarrollo y en la incapacidad de poder forjar posibilidades de descogolló en el devenir de la vida.

En conclusión puedo decir que la educación tradicional es un cambio cuantitativo de conocimientos modernamente este es un cambio cualitativo en la conducta.

5.1.15 Las estrategias metodológicas para el aprendizaje y enseñanza de las operaciones matemáticas

Primero que todo para definir o esclarecer las estrategias metodológicas me parece importante tener claro que significa cada uno de estas palabras “estrategias metodológicas”. Se conoce como estrategia, todo mecanismo o procedimiento racional, deductiva, inductiva y analógica o comparativa para el logro y organización de una meta o para el proceso de enseñanza – aprendizaje con el fin de adquirir los conocimientos precisos para el a través de una serie de elementos que condicionan dicho proceso como primero que todo tener la lógica interna de la materia, segundo, que el nivel de madurez de los sujetos de estudio sea acorde para aprender las habilidades y perseguir las respuestas usando la imaginación y la creatividad.

Por otro lado, la metodología equivale a la intervención que necesita planificación de estrategias que aproximen a obtener un buen resultado a las finalidades previstas en la investigación a través de en los espacios y tiempos adecuados para que cada estrategia de intervención facilite la enseñanza.

De acuerdo con lo anterior se puede afirmar que la “estrategia metodológica” se refiere a una planificación intencional de una intervención racional, deductiva, inductiva y analógica o comparativa de un determinado espacio y tiempo en el que obtiene aprendizaje de habilidades, desarrollo de actividades concretas, activas y graduales y entendimiento de conocimiento. Por otro lado, también se puede definir como, "Las estrategias metodológicas o técnicas de aprendizaje andragógico y recursos varían de acuerdo con los objetivos y contenidos del estudio y aprendizaje de la formación previa de los participantes, posibilidades, capacidades y limitaciones personales de cada quien" (Brandt, 1998, p. 16).

En síntesis estas estrategias permiten potenciar y estimular a los estudiantes en la observación, en el análisis, en el poder de opinar, formular hipótesis, buscar soluciones y en el descubrimiento del conocimiento por sí mismos.

Esta actividad es imprescindible contar con secuencias de Por lo tanto, para conseguir la habilidad en el momento de llevar a término una actividad es imprescindible contar con la disposición del estudiante para desarrollar la y garantizar el éxito final.

La estrategia metodológica son secuencias integradas de procedimientos y recursos utilizados por el maestro con el propósito de desarrollar en los estudiantes capacidades para la adquisición, interpretación y procesamiento de la información; y la utilización de estas en la generación de nuevos conocimientos, su aplicación en las diversas áreas en las que se desempeñan la vida diaria para, de este modo, promover aprendizajes significativos.

5.1.15.1 Estrategias de aprendizaje

Entre las numerosas definiciones que hay sobre las estrategias del aprendizaje, Einstein y Mayer citados en CENAMEC (1998) las define como, conductas y pensamientos que un aprendiz emplea durante el aprendizaje y que intenta influir en el proceso de codificación de este. Así, las metas de cualquier estrategia de aprendizaje particular pueden afectar los estados motivacionales y afectivos del aprendiz, o la forma en que este selecciona, adquiere, organiza, o integra el nuevo conocimiento.

Es decir, que la estrategia de aprendizaje son estrategias físicas o mentales cuyo propósito es optimizar los aprendizajes. Un estudiante que emplea una estrategia cuando es capaz de ajustar su comportamiento en lo que piensa y hace a la exigencia de una actividad lúdica o tareas requeridas por el maestro y a las circunstancias que se produce.

La estrategia de aprendizaje. De acuerdo con lo anterior se puede mencionar los tipos de estrategias en el aprendizaje, primero están las estrategias cognitivas definidas como aquellas actividades mentales que permiten al estudiante procesar la información significativa mente y transformarla en conocimiento, ente ellas se describen las siguientes. Segundo la clarificación o verificación, aquí el estudiante lo usa para

confirmar su comprensión. Tercero, la redificación o inferencia inductiva que se utiliza a partir de la actualización de conocimientos previos. Cuarto, la ejercitación como la contribución para el almacenamiento y la retención de la información. Se emplea la repetición, el ensayo y error, la experimentación, la imitación. Quinto, Contextualización, esta asocia a encuadrar el material de aprendizaje dentro de un contexto de significaciones. Sexto, razonamiento deductivo: posibilita la resolución de problemas en el estudiante busca y usa reglas generales, patrones de organización cognitivas. Analogías y procesos de síntesis. Séptimo, la toma de notas, consiste en la escritura de ideas principales, punto central, esquemas o resúmenes de la información que se presentó oral mente o por escrito. Octavo, la memorización para posibilitar el almacenamiento y la retención de la información. Y por último, el agrupamiento para preparar, clasificar u ordenar material donde se aprenderá los distintos tipos de relaciones (semejanzas, y diferencias, causas y efectos, reciprocidades, etc.).

5.1.15.2 Aprendizaje significativo

Básicamente está referido a utilizar los conocimientos previos del alumno para construir un nuevo aprendizaje. El maestro se convierte sólo en el mediador entre los conocimientos y los alumnos, ya no es él el que simplemente los imparte, sino que los alumnos participan en lo que aprenden, pero para lograr la participación del alumno se deben crear estrategias que permitan que el alumno se halle dispuesto y motivado para aprender. Gracias a la motivación que pueda alcanzar el maestro el alumno almacenará el conocimiento impartido y lo hallará significativo, o sea importante, y relevante en su vida diaria.

Relacionado con la presencia de símbolos que identifican objetos o situaciones reales de esta naturaleza intrínseca son derivables categorías y principios para la interpretación de sus contenidos y la afirmación de lo lúdico como juego simbólico de la imaginación. Esta es considerada como fantasía, como la expresión de la facultad creadora del pensamiento, lo importante es comprender que la situación imaginaria son representaciones constructoras de la realidad con las cuales el sujeto orientó su

sentido de vida y construye sueños y muchos posibles validos como utopía de nuevas realidades. Con ella el sujeto se apropia de la realidad.

El juego originalmente creador es el resultado de una inteligencia creativa, deviene en reproducción y posiblemente se agota en sus posibilidades lúdicas. El conocimiento que desde la pedagogía se puede obtener de la estructura básica del pensamiento lúdico es importante para orientar procesos hacia el desarrollo de la inteligencias.

Lo lúdico es una expresión de libertad del ser humano contra puesto de las determinaciones de lo necesario de la razón de aquello que obliga.

Dentro de cualquier estudio sobre el tema de la lúdica, es conveniente tener como referente sus categorías y principios, los cuales se pueden resumir de la siguiente manera:

La función lúdica presenta una estructura determinada por cuatro variables, así:

- **Función Simbólica:** entendida como la capacidad de crear metáforas y analogías, lo cual se manifiesta en los niños y niñas, cuando a través de sus juegos logran representar roles, tal como sucede cuando se juega a la mamá y entonces, emerge la importancia que dentro del marco cultural de la familia y de la misma sociedad tiene la mujer, por ejemplo, en los oficios domésticos o del hombre en los oficios fuera del hogar.
- **Movimiento:** el cual se entiende como el resultado de la emocionalidad del hombre, la acción. Se manifiesta como la necesidad que tienen las personas de realizar acciones en torno a un objetivo propuesto, es decir, en forma consciente, de tal modo que dichas acciones llegan a trascender en actividades que son las que le vienen a dar sentido al movimiento.
- **Reglas de Juego:** en donde existe la capacidad de reglamentar las cosas como producto de la necesidad de aceptar a otras personas que conviven dentro de un grupo, las cuales también tienen necesidades y expectativas que conllevan al respeto entre unos y otros.
- **Ritual:** que es toda acción a través de la cual se evoca un símbolo, tal como sucede, por ejemplo, cuando se juega a hacer la comida y dentro de dicho juego se ponen en práctica hábitos de higiene.

Ahora, los principios son:

- **Ficción o fantasía:** entendida como fuente para la actividad creadora, que luego se somete a la transformación de los datos extraídos de la realidad externa. La ficción o fantasía se hace manifiesta a través a de aquellos juegos como los viajes imaginarios o la simulación de la conducción de un carro o un avión, trasladan a la persona a otro contexto, estimulando la creación de situaciones incluso desconocidas para quien las ejecuta.

- Alteridad: asumida en términos de la relación de la subjetividad con el mundo exterior y los contextos socio-culturales. En la práctica se hace presente cuando las personas admiten que lo que sucede al exterior de su cuerpo, en su alrededor, en otras personas, también es asunto suyo, por eso se hace consciente de que ello le puede afectar también a ellas.
- Placer: abordado como acto de sublimación con el cual el sujeto satisface los deseos y emociones que son propios de su naturaleza humana y que en situaciones rutinarias de la vida cotidiana se hacen difíciles de satisfacer. Es en el juego donde a través de las relaciones socio afectivas, el placer se hace presente para contribuir a mejorar ese estado emocional que regula la vida en general.
- Identidad: implica el reconocimiento de sí mismo, del Yo frente al otro en la experiencia del sujeto.³ Se conoce también como el reconocimiento que cada persona hace de su individualidad dentro de un grupo de personas y que en muchas ocasiones se asocia con la personalidad de cada quién, que es lo que loase diferente a los demás.

6. PRESENTACIÓN DE HALLAZGOS DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presentan los hallazgos encontrados en esta investigación sobre las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de las operaciones básicas a partir de la lúdica o el juego y los sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática en el grado quinto de la institución educativa San Rafael del distrito de Buenaventura – Valle, por ejemplo en un primer indicio se puede anunciar de forma generalizada algunas comprensiones que fueron obtenidas del trabajo práctico diario, entre estas se destacan las falencias de los maestros del área de las matemáticas en cuanto a las competencias requeridas para transmitir en las clases de matemáticas ya que en la mayoría de los casos se presenta el inconveniente que son especialistas de otras áreas, llegando así al punto de no intervenir con la actitud apropiada en esta área de estudio.

Otra comprensión que se puede anunciar en este tercer capítulo es la situación sociodemográfica del estudiantado ya que esta afecta en cierto grado el proceso de enseñanza y aprendizaje reflejado en el problema más común en las instituciones educativas como es el bajo rendimiento académico por causa de variables externas e internas propias del ser humano.

Siguiendo este orden de ideas sobre las comprensiones de los hallazgos de los diferentes momentos en esta investigación es la falta de aplicación de estrategias que permitan el mejoramiento del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas tomando como base el uso de las operaciones básicas en la vida cotidiana ya que esto puede influir en el aprovechamiento de la adquisición de saberes.

6.1 Aplicación de instrumentos y análisis de información

Para lograr una mejor validez en los resultados, se valoró el programa de Windows Excel de las herramientas de office como instrumento de análisis. En relación a los resultados obtenidos tanto para el pre-test, como para el post-test, en la encuesta semiestructurada dirigida a los estudiantes para determinar los problemas que

presentan los niños y las niñas con el aprendizaje de los números, formas y símbolos, las Pruebas diagnósticas (talleres de ejercitación y auditivas) y los juegos tecnológicos (App) y tradicionales de mesa, para verificar si el juego y la lúdica hace más factible la enseñanza y aprendizaje de los educandos objeto de estudio. Los resultados obtenidos resultaron significativos se obtuvo un valor que se encuentra dentro del margen de aceptabilidad y fiabilidad.

6.1.1 Demográficos procedimentales y evaluativos aplicados a la población beneficiaria

Encuesta semiestructurada dirigida a los estudiantes para determinar los problemas que presentan los niños y las niñas con el aprendizaje de los números, formas y símbolos matemáticos, el conocimiento y la metodología apropiada para la enseñanza de las matemáticas en el grado quinto.

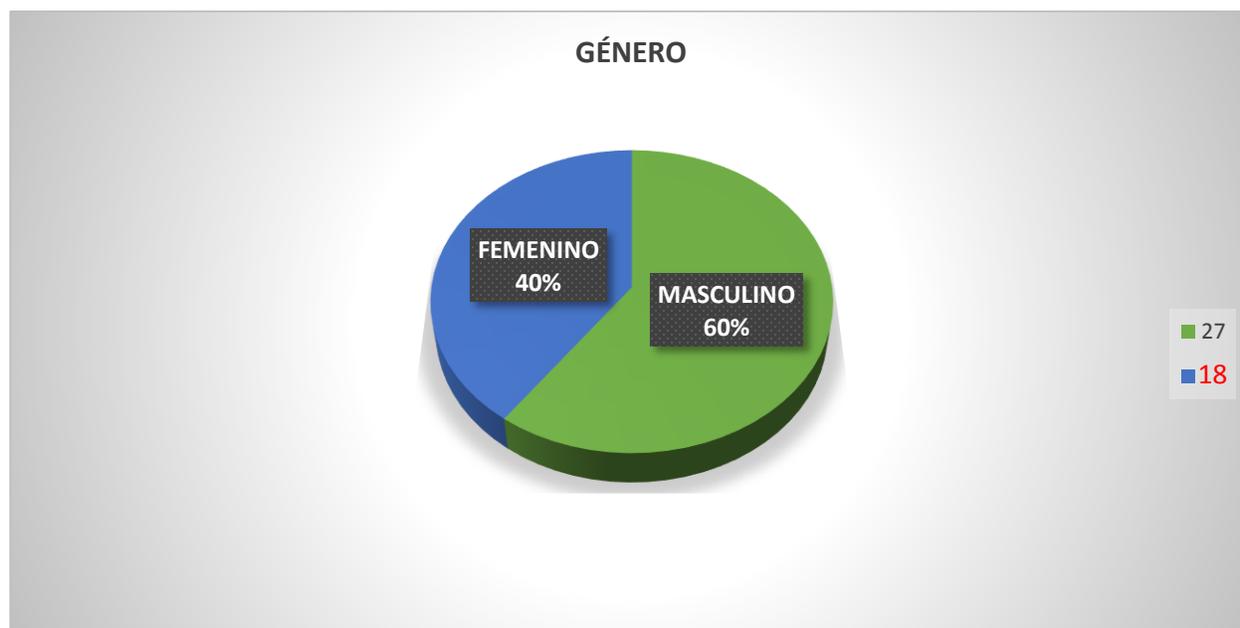


Figura 28. Distribución porcentual según el género de la población intervenida

La gráfica 28, muestra la conformación porcentual de la población intervenida en ese sentido 40% (18) pertenecen al género femenino, y el 60% (27) al género masculino.

Con los resultados se puede determinar que dentro de la población objeto de estudio existe un mayor número de niños

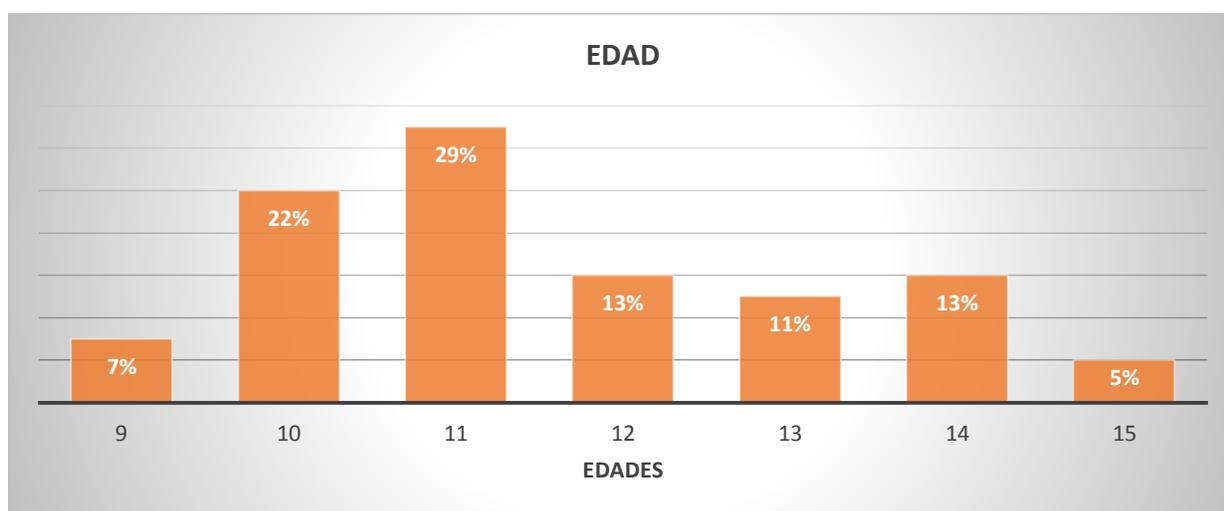


Figura 29. Distribución porcentual según las edades de la población intervenida.

En la figura 29 se observa el rango de edad de la población objeto de estudio, la cual está comprendida de la siguiente manera: el 7 % (3) tienen un promedio de edad de 9 años, el 22 % (10) cuenta con un promedio de 10 años, el 29 % (13) cuenta con un promedio de 11 años, el 13 % (6) cuenta con un promedio de 12 años, el 11 % (5) cuenta con un promedio de 13 años, el 13% (6) cuenta con un promedio de 14 años y el 5 % (2) tiene un promedio de 15 años. De acuerdo con lo anterior se puede decir que la población objeto de estudio de mayor promedio de edad son los niños y niñas entre los 13 años de edad.

En la gráfica 30, se puede observar la ciudad de nacimiento al que pertenece el grupo intervenido, lo cual está comprendido de la siguiente manera: el 87% (39) pertenecen Buenaventura, el 5% (2) pertenecen a Manizales, el 2% (1) pertenecen a Bajo calima, el 2% (1) pertenecen a Pereira, el 2% (1) pertenecen a Medellín el 2% (1) pertenecen a Bahía Málaga. De lo siguiente se puede decir que el mayor número de estudiantes pertenece a la ciudad de Buenaventura.

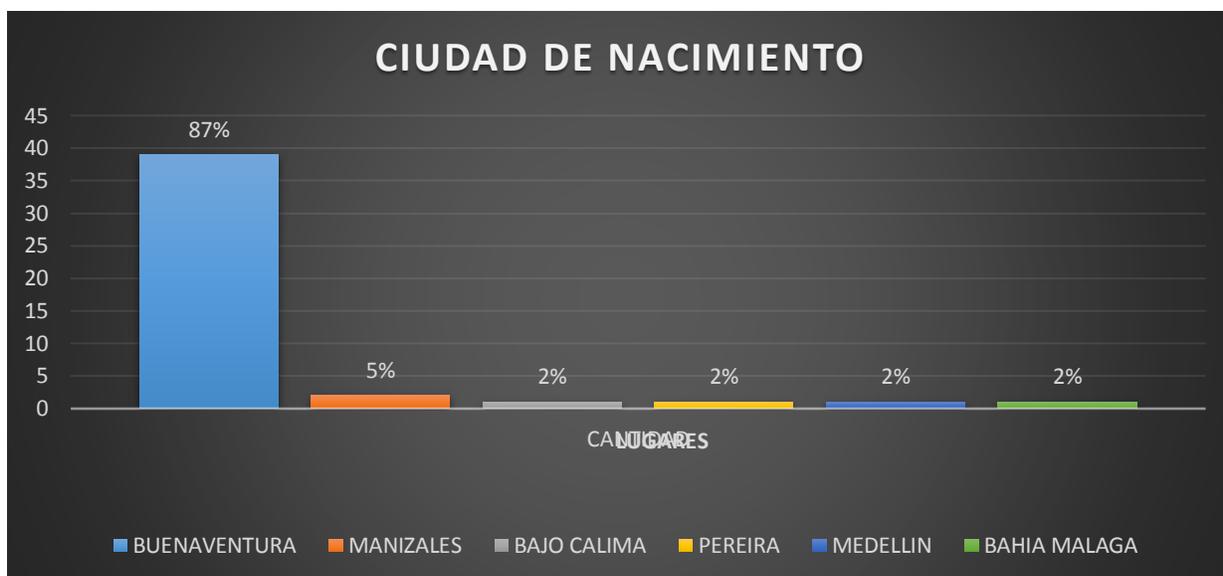


Figura 30. Distribución porcentual según la ciudad de nacimiento de la población intervenida

De lo siguiente se puede decir que el mayor número de estudiantes pertenece al tipo de familia nuclear.

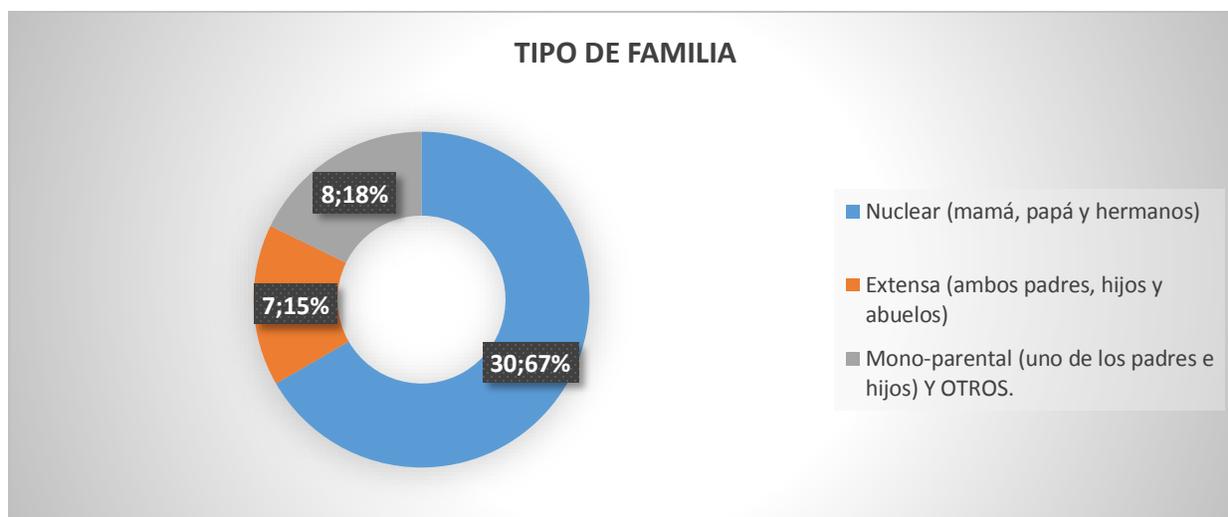


Figura 31. Distribución porcentual según el tipo de familia de la población intervenida

En la figura 31 la distribución porcentual de acuerdo al tipo de familia, lo cual está dividido de la siguiente manera: el 67% (30) pertenecen al tipo de familia nuclear, el 18% (8) pertenecen al tipo de familia extensa y el 15% (7) pertenecen al tipo mono-parental.

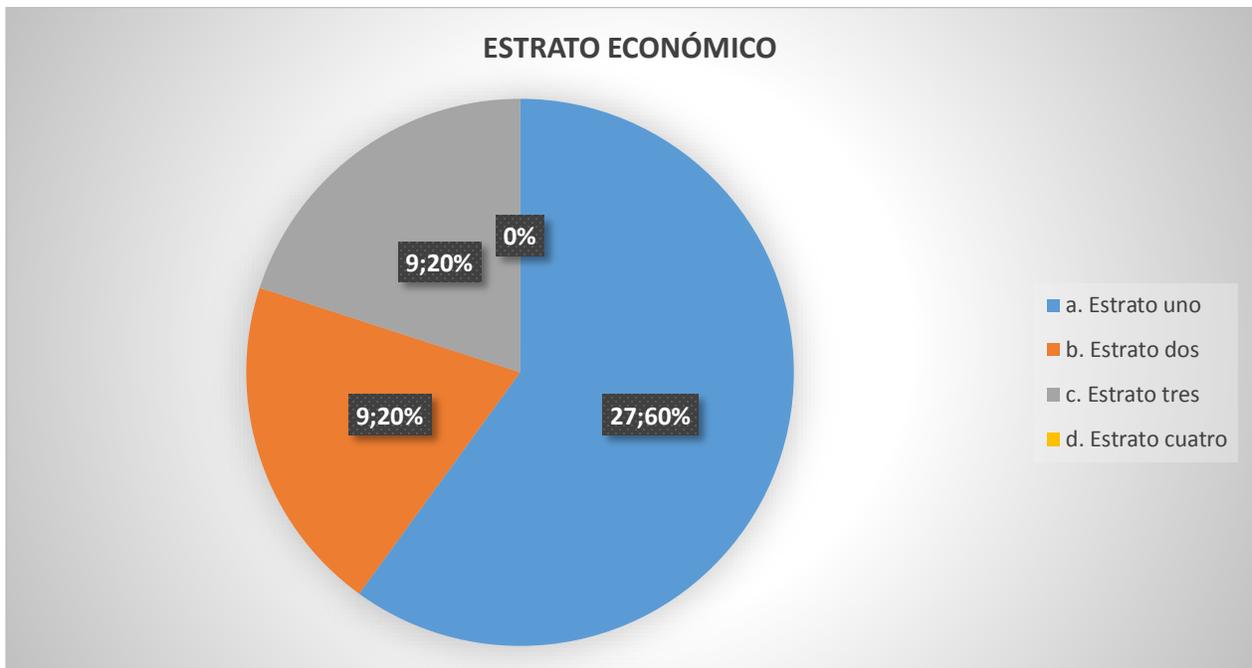


Figura 32. Distribución porcentual según el estrato socioeconómico de la población intervenida.

En la figura 32, se puede observar el estrato al que pertenece el grupo intervenido, lo cual está distribuido de la siguiente manera: el 60% (27) pertenecen al estrato uno, el 20% (9) pertenecen al estrato dos, el 20% (9) pertenecen al estrato tres y el 0% (0) pertenecen al estrato cuatro. De lo anterior se concluye que el mayor número de estudiantes pertenece al estrato uno.

La figura 33 muestra porcentualmente el interés que tiene la población intervenida en las actividades que realizan en su tiempo libre según el interés de cada niño y niña. El 15% (7) muestran un bajo índice de interés por la lectura, el 31% (14) muestran interés por practicar deportes, el 18% (8) muestran interés por escuchar música, el 18% (8) muestran interés por ver tv, el 11% (5) muestran interés por escribir y el 7% (3) muestran interés por hacer otras actividades diferentes a las propuestas.

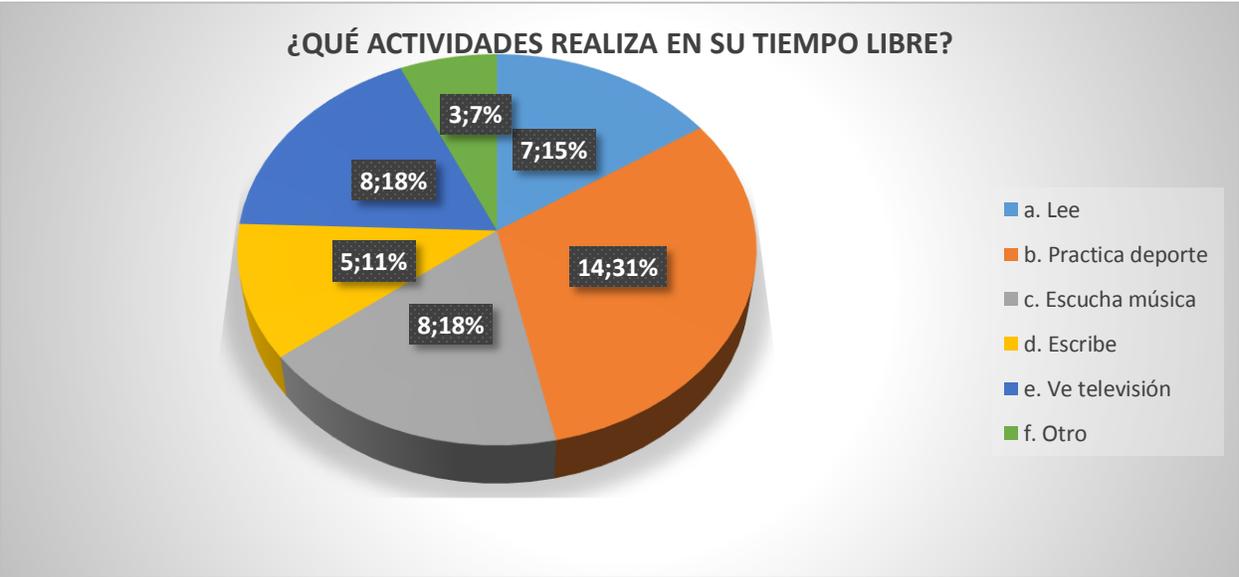


Figura 33. Distribución porcentual según las actividades que realizan en su tiempo libre según el interés de cada niño y niña

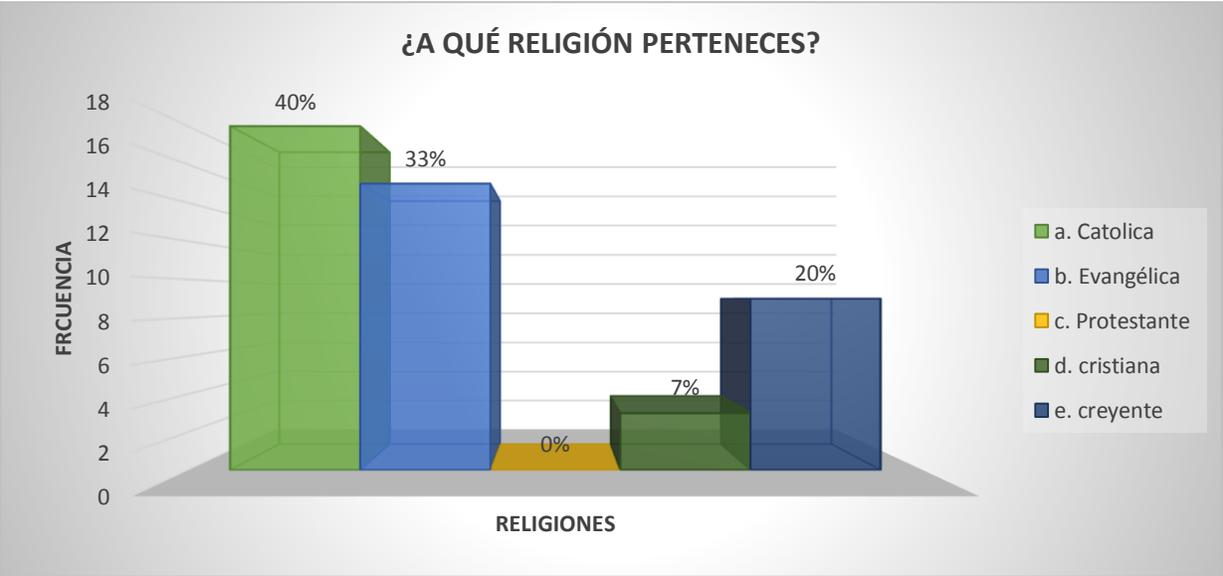


Figura 34. Distribución porcentual según la religión según de cada niño y niña

La figura 34 muestra porcentualmente el interés que tiene la población intervenida en las actividades que realizan en su tiempo libre según el interés de cada niño y niña.

En este sentido el 40% (18) muestran que son católicas, el 33% (15) muestran son evangélicas, el 0% (0) son protestantes, el 7% (3) muestran son cristianas y el 20% (9) muestran son creyentes.

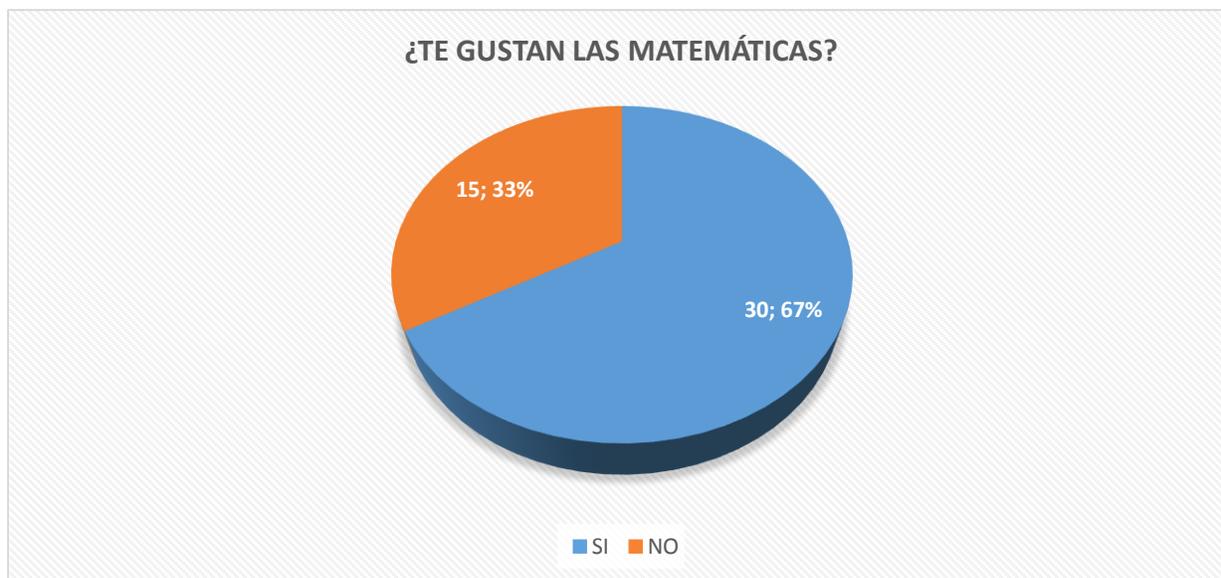


Figura 35. Distribución porcentual según el interés por el área de las matemáticas.

La figura 35 muestra interés por el área de las matemáticas, con base en los resultados obtenidos se puede concluir que: el 67% (30) tiene disposición por aprender matemática porque les gusta, y el 33% (15) tienen poca disposición o interés por esta área. Se concluye que al mayor índice de estudiantes intervenidos le gustan las matemáticas.

La figura 36 muestra porcentualmente del porque les gusta las matemáticas a cada niño y niña. En este sentido el 18% (8) opinan que le interesante, el 7% (3) opinan que les facilita las operaciones, el 2% (1) opinan que de esta aprenden a comprender mejor las cosas, el 11% (5) opinan que aprenden muchas cosas, el 9% (4) opinan que les gusta porque son fáciles para ellos, el 4% (2) opinan que es una ciencia que enseña los números, el 9% (4) opinan que la entienden, el 2% (1) opinan que es la mejor materia, el 7% (3) opinan que les ayuda a la concentración, el 7% (3) opinan que es un tema muy importante, y el 24% (11) opinan que son muy difícil.

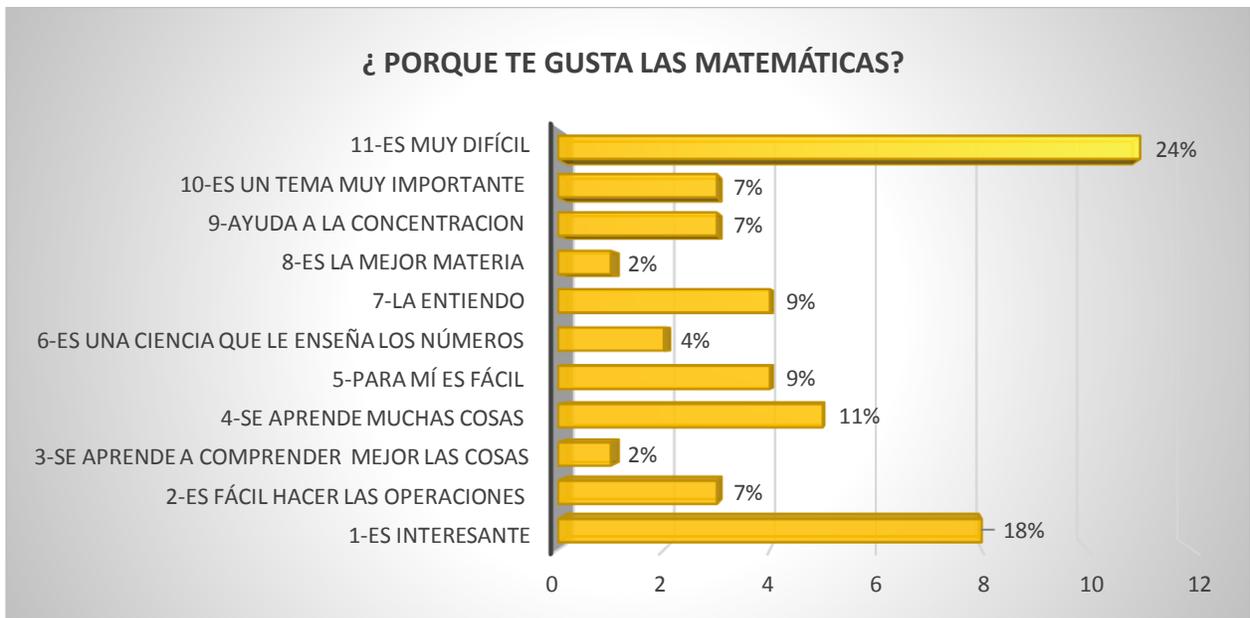


Figura 36. Distribución porcentual según los conceptos de porque les gustan las matemáticas

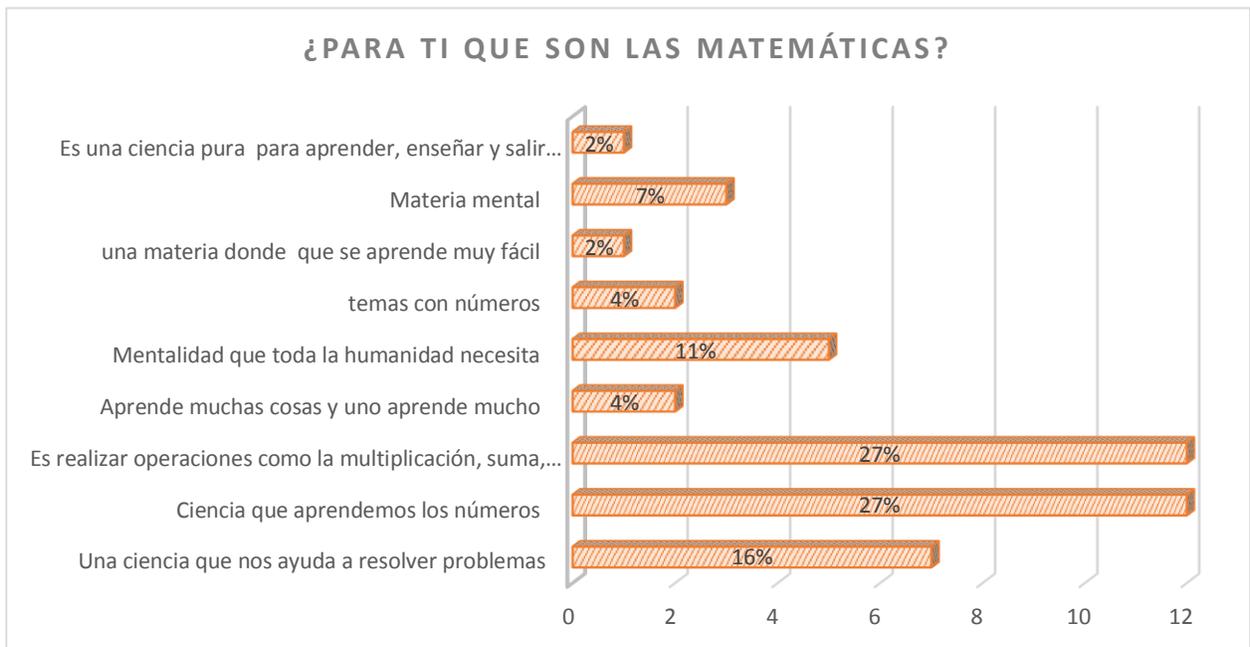


Figura 37. Distribución porcentual según los conceptos de que son las matemáticas

La figura 37 muestra porcentualmente el concepto de que son las matemáticas para cada niño y niña. El 16% (7) opinan que es una ciencia que ayuda a resolver problemas,

el 27% (12) opinan que es una ciencia que permite aprender los números, el 27% (12) opinan que es realizar operaciones como la multiplicación o la suma, el 4% (2) opinan que es una ciencia que permite aprender muchas cosas, el 11% (5) opinan que es una mentalidad que toda la humanidad necesita, el 4% (2) opinan que son temas con números, el 2% (1) opinan que es una materia que se aprende muy fácil, el 7% (3) opinan que es una materia mental y el 2% (1) opinan que es una ciencia pura.

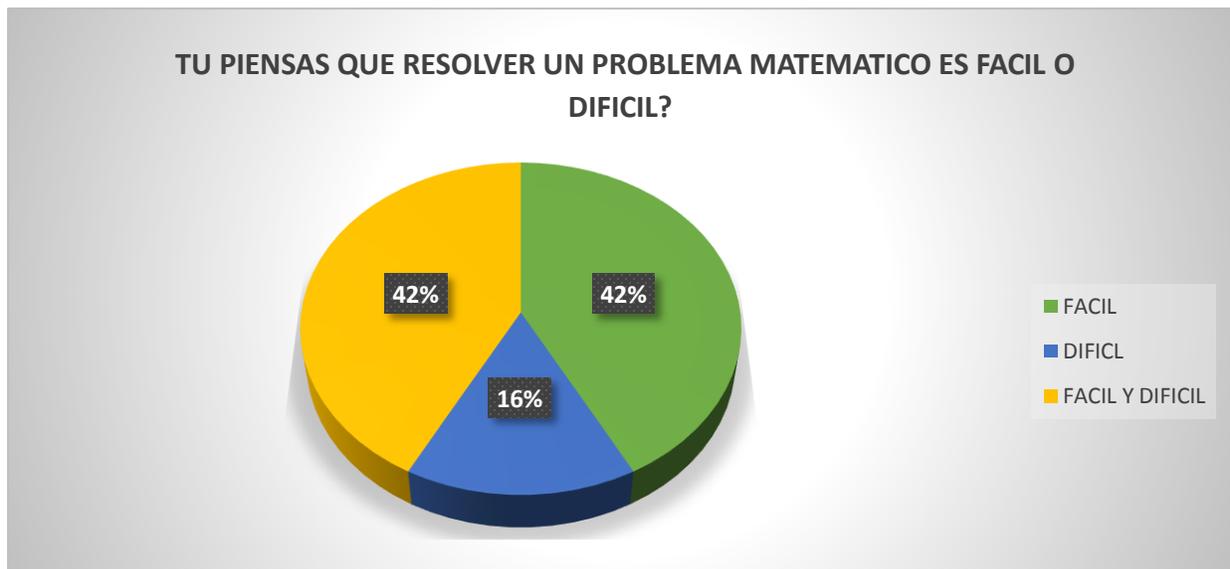


Figura 38. Distribución porcentual de la pregunta de los piensan de resolver un problema.

La figura 38 muestra porcentualmente de la pregunta de los piensan de resolver un problema matemático. El 42% (19) opinan que es fácil, el 16% (7) opinan que es difícil, el 42% (19) opinan que es fácil y difícil.



Figura 39. Distribución porcentual de la pregunta del porque resolver un problema es fácil o difícil

La figura 39 muestra porcentualmente de la pregunta del porque resolver un problemas fácil o difícil para cada niño y niña. El 13% (6) opinan que es fácil porque ya se multiplicar, sumar, restar y dividir, el 4% (2) opinan que es fácil porque uno aprende, el 7% (3) opinan que es fácil porque les gusta hacerlo, el 4% (2) opinan que es fácil porque cuando uno se concentra, el 4% (2) opinan que es fácil porque se aprende a pensar, analizar y resolver, el 11% (5) opinan que es difícil porque no se estudia, el 7%

(3) opinan que es difícil porque no les gusta hacerlo, el 11% (5) opinan que es difícil porque en cada grado son diferentes, el 16% (7) opinan que es difícil porque no se presta atención, el 9% (4) opinan que es fácil y difícil porque a veces queda bien y otras mal, el 9% (4) opinan que es fácil porque cuando el estudiante presta atención y el 4% (2) opinan que es fácil porque se aprende las tablas de multiplicar.

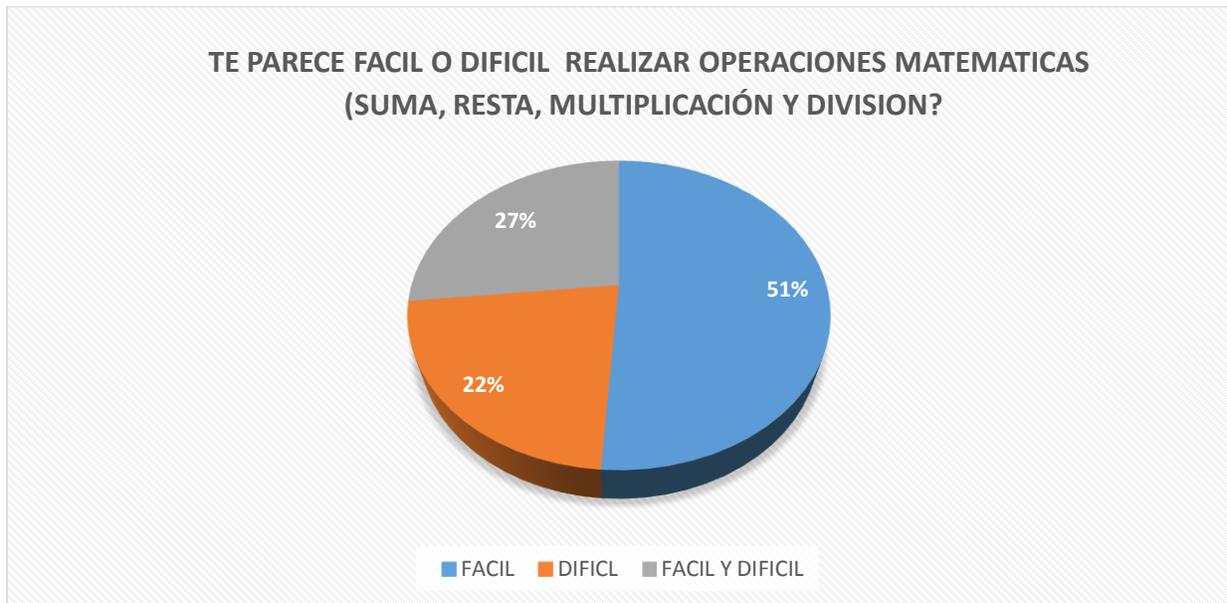


Figura 40. Distribución porcentual de la pregunta de lo que piensan de realizar operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación y división)

La figura 40 muestra porcentualmente los resultados de la pregunta de lo que piensan acerca de realizar operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación y división). En este sentido el 51% (23) opinan que es fácil, el 22% (10) opinan que es difícil, el 27% (12) opinan que es fácil y difícil.

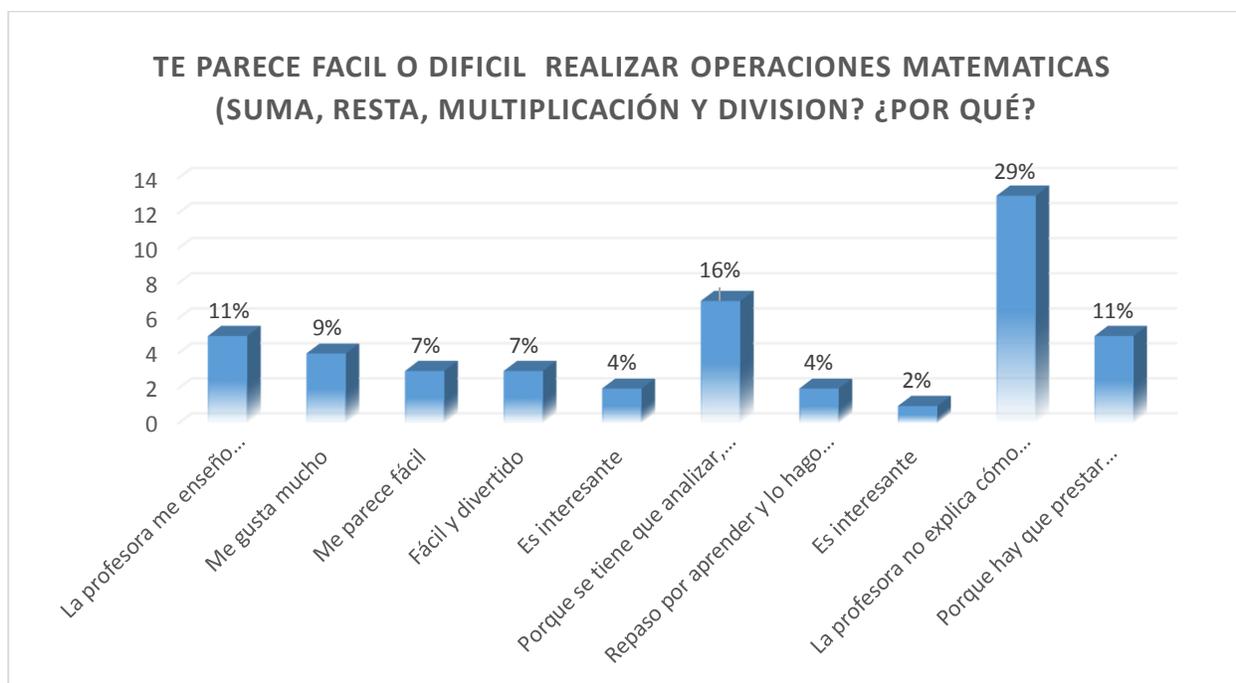


Figura 41. Distribución porcentual de la pregunta del porque es fácil o difícil realizar operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación y división)

La figura 41 muestra porcentualmente los resultados de la pregunta de lo que piensan acerca de realizar operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación y división). El 11% (5) opinan que es fácil porque la profesora me enseñó a realizar las operaciones básicas, el 9% (4) opinan que es fácil porque me gusta mucho, el 7% (3) opinan que es fácil porque me parece fácil, el 7% (3) opinan que es fácil porque es divertido y fácil, el 8% (4) opinan que es fácil porque son interesantes, el 16% (7) opinan que es difícil porque se tiene a pensar, analizar y resolver, el 4% (2) opinan que es fácil porque repaso para aprender, el 29% (13) opinan que es difícil porque la profesora no me explica cómo hacerlo bien, el 11% (5) opinan que es difícil porque hay que prestar atención y leer bien.

La figura 42 muestra porcentualmente las respuestas de la pregunta ¿te gusta realizar juego didáctico (sopa de letras, juegos de mesa, adivinanzas, entre otras)? El 93% (42) opinan que si les gusta realizar juego didáctico, el 7% (3) opinan que es difícil, el 27% (12) opinan que no les gusta realizar juego didácticos



Figura 42. Distribución porcentual de la pregunta ¿te gusta realizar juego didáctico (sopa de letras, juegos de mesa, adivinanzas, entre otras)?

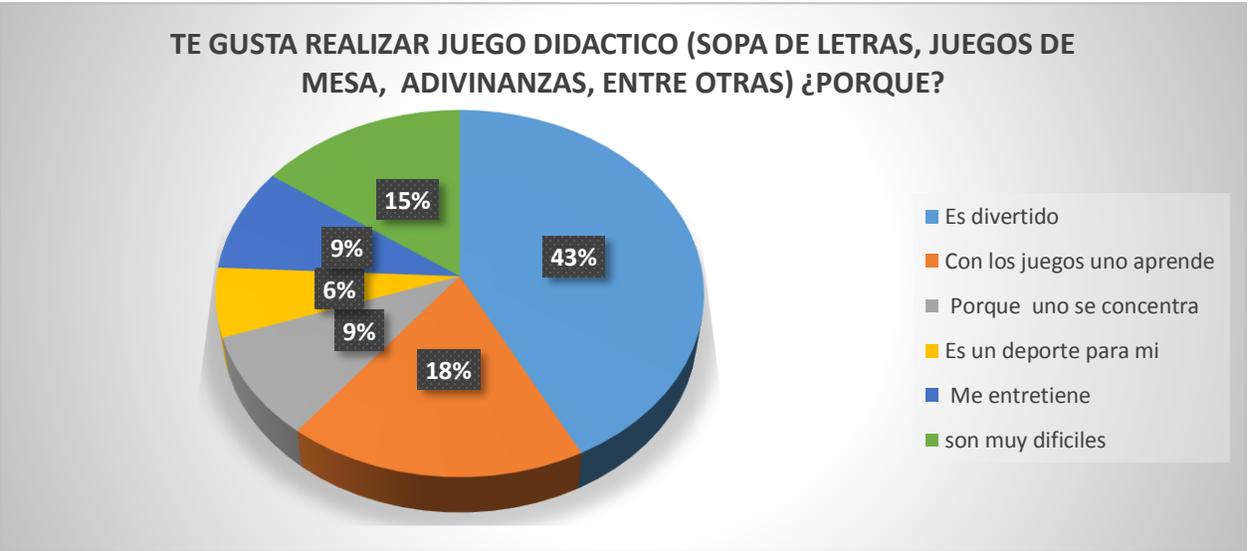


Figura 43. Distribución porcentual de la pregunta ¿Por qué te gusta realizar juego didáctico (sopa de letras, juegos de mesa, adivinanzas, entre otras)?

La figura 43 muestra porcentualmente de la pregunta ¿Por qué te gusta realizar juego didáctico (sopa de letras, juegos de mesa, adivinanzas, entre otras)? El 42% (14) opinan que divertido, el 18% (6) opinan que es fácil porque me gusta mucho, el 9 % (3) opinan que les gusta porque ayuda a concentrarse, el 6% (2) opinan que les gusta

porque es un deporte para mí, el 9% (3) opinan que no les gusta porque son muy difíciles.



Figura 44. Distribución porcentual de la pregunta ¿Cómo consideras que lees?

La figura 44 muestra porcentualmente los resultados de la pregunta ¿Cómo consideras que lees? En este sentido el 40% (18) leen regular, el 9% (3) leen mal, el 51% (23) leen bien.

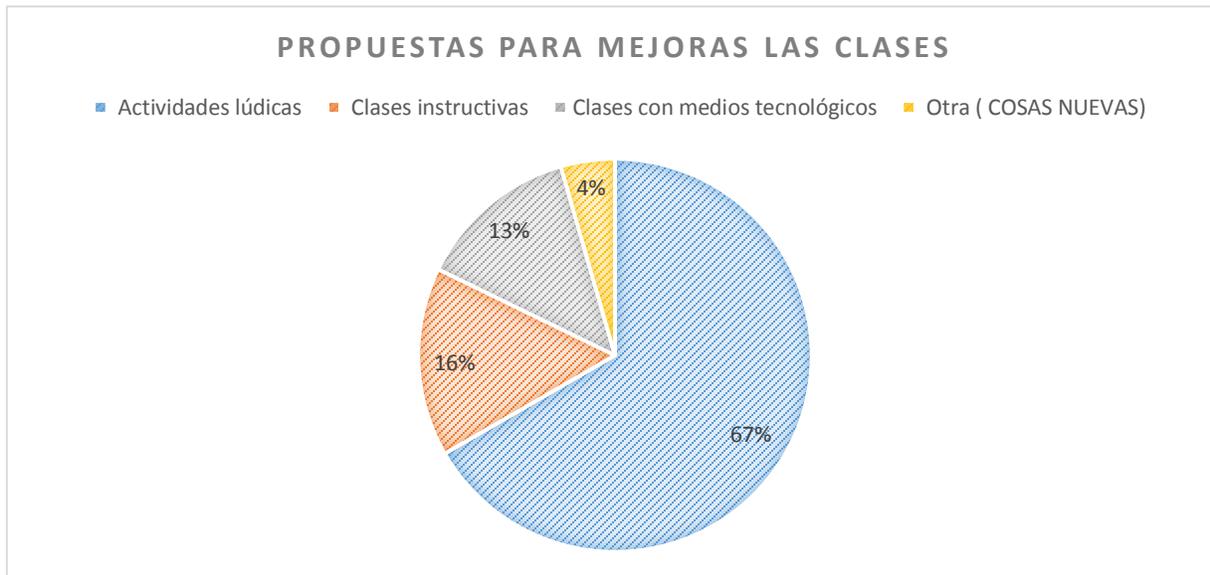


Figura 45. Distribución porcentual de las propuestas para mejorar las clases de matemáticas

La figura 45 muestra porcentualmente de las propuestas para mejorar las clases de matemáticas. El 67% (30) prefieren las actividades lúdicas, el 16% (7) prefieren las clases instructivas, el 13% (6) prefieren las clases con medios tecnológicos, el 67% (30) prefieren las actividades lúdicas y el 4% (2) prefieren las cosas nuevas.

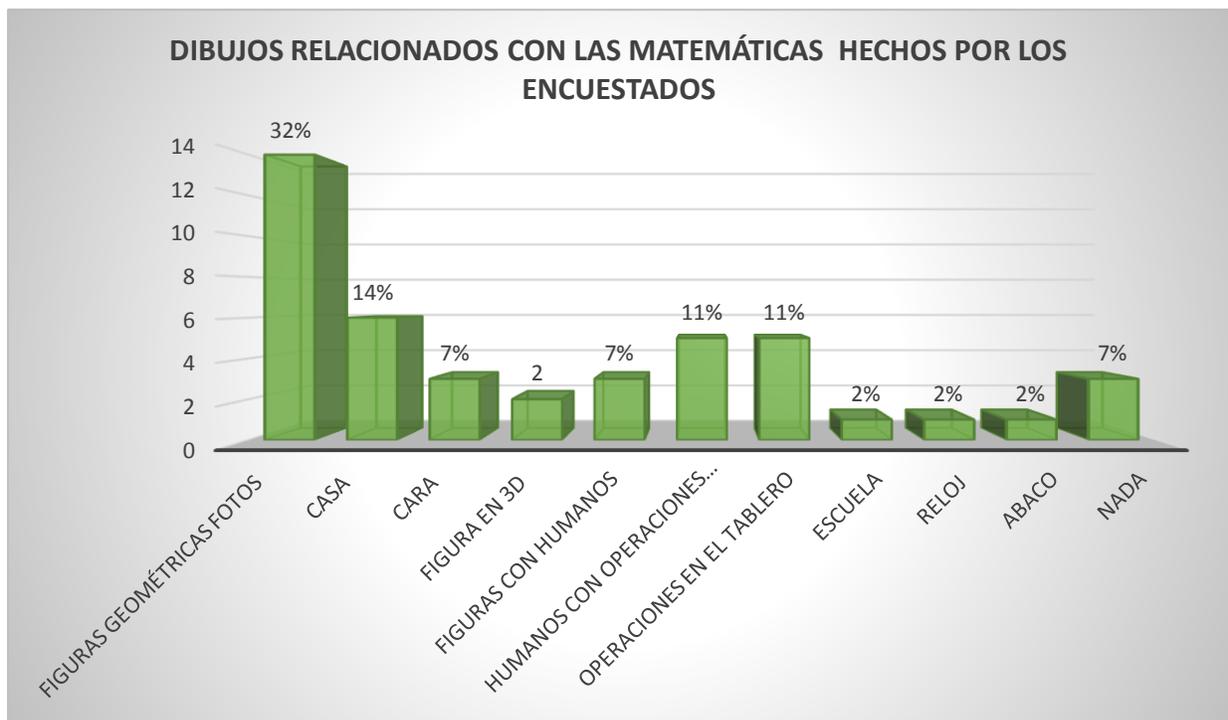


Figura 46. Distribución porcentual de los dibujos relacionados con las matemáticas

La figura 46 muestra porcentualmente los dibujos relacionados con las matemáticas. El 32% (14) dibujaron figuras geométricas, el 14% (6) dibujaron una casa, el 7% (3) dibujaron una cara, el 2% (1) dibujaron figuras geométricas en 3D, el 7% (14) dibujaron figuras con humanos el 11% (5) dibujaron humanos realizando operaciones, el 11% (5) dibujaron operaciones en un tablero, el 2% (1) dibujaron una escuela, el 2% (1) dibujaron un reloj, el 2% (1) dibujaron un ábaco y el 7% (3) no dibujó nada.



Figura 47. Distribución porcentual sobre como realizaron las actividades de la encuesta

La figura 47 muestra porcentualmente sobre como realizaron las actividades de la encuesta. En este sentido el 76% (34) lo hicieron con facilidad, el 24% (11) lo hicieron con dificultad.

6.1.2 Pruebas diagnósticas (talleres de ejercitación de ejercitación operativa, auditiva y mental como sopa de letras, crucigramas, laberintos, juegos de orientación y razonamiento espacial).

Se describen los resultados de las pruebas diagnósticas como talleres de ejercitación operativa - mental como sopa de letras, crucigramas, laberintos, juegos de orientación y razonamiento espacial para condensar todo lo que se sabe y lo que se aprende en el camino.

6.1.2.1 Aplicación del pre- test

Al iniciar la aplicación de este proyecto sobre sobre las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de la operaciones básicas a partir de la lúdica o el juego y los

sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática en el grado quinto de la institución educativa San Rafael del distrito de Buenaventura – Valle.

Mediante varias pruebas se observaron falencias, como la desmotivación de los niños y niñas a la hora de realizar operaciones matemáticas, resolución de problemas. Algunos de estos niños muestran desánimo para comprender e interpretar un problema con coherencia y habilidades para encontrar la posible solución.

Se presenta deficiencia del manejo y utilización de las operaciones matemáticas básicas, la cual ha de coincidir en todas las actividades matemáticas ya que ésta se desarrolla desde la ejercitación operativa y la comprensión de los enunciados verbales con que se debe explicar cada proceso. En segunda instancia se evidenció el poco conocimiento en el manejo y aplicación por parte de los estudiantes de las operaciones matemáticas básicas (suma, resta, multiplicación y división) al iniciar la educación básica secundaria y en tercer lugar la dificultad que presentan los estudiantes para realizar cálculos mentales que involucren operaciones matemáticas de suma, resta, multiplicación y división. En cuarto lugar, la incapacidad que presentan los estudiantes para resolver un problema de aplicación que involucre el uso de las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división, en el sentido de no saber determinar la operación a utilizar para la solución del problema.

Esta situación muestra que el deber de desarrollar las habilidades matemáticas en la formulación y planteamiento de este estudio ayuda a encontrar soluciones que lleven a mejorar las falencias encontradas en éste grado, como la incorrecta comprensión e interpretación de la noción lógica – matemática, del manejo, utilización de las operaciones matemáticas básicas y el poco conocimiento en el manejo y aplicación de las operaciones matemáticas básicas (suma, resta, multiplicación y división) al iniciar la educación básica secundaria, entre otras; dejando paso a desarrollar desde la ejercitación operativa y la comprensión de los enunciados verbales posibilitando el aprendizaje de las matemáticas a los estudiantes para manipulación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde deben tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer opiniones y ser receptivos de acuerdo al contexto.

Se desaniman con frecuencia porque existe la posibilidad de que hayan tenido un “profesor “s no un docente que se preocupe para por su proceso de enseñanza – aprendizaje, en especial en el desarrollo de las habilidades matemáticas competentes según el grado.

6.1.2.2 Aplicación del post-test

Después de la aplicación de varias actividades al grado quinto de la institución educativa San Rafael del distrito de Buenaventura – Valle, sobre las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de la operaciones básicas a partir de la lúdica o el juego y los sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática en el grado quinto.

Al proponer problemas y representarlos por medio de gráficas, la gran mayoría presentó interés en participar y poner en práctica el conocimiento adquirido.

Por medio de la resolución de problemas su forma de analizar se evolucionó, su vocabulario matemático se ha ido enriqueciendo y algunos de los niños y niñas han mostrado más interés por el área de las matemáticas, cuando se le realizan preguntas acerca de algún problema durante las diferentes actividades que se han realizado dan respuestas coherentes y gráficas.

A desarrollar las competencias matemáticas dentro del aula de clase:

En cuanto a los padres de familia, en su mayoría e muestran motivación y participación en la aplicación del proyecto y de sus actividades escolares y en las que se deben realizar en casa.

Se determinó el grado de aprendizaje de los niños y niñas referente a los temas de los números naturales, símbolos matemáticos y formas.

Se logró superar los obstáculos presentados en un principio como es la deficiencia del manejo y utilización de las operaciones matemáticas básicas y la resolución de un problema potenciando así la habilidad para resolver con rapidez los cálculos mentales.

Se eliminó la desmotivación de los niños y niñas a la hora de realizar operaciones matemáticas. De acuerdo a lo anterior se puede afirmar que lo anterior abrió la puerta donde se invitó a romper barreras desde la ampliación de ejercicios operativos y la comprensión e interpretación de las matemáticas como algo fácil de entender que está en todo lo que nos rodea.

A través de la lectura y aplicación de las operaciones matemáticas desde la aplicación de la resolución de problemas por parte de los estudiantes, se puede lograr mejorar en ellos lo que es la comprensión, interpretación y argumentación, además de habilidades matemáticas como graficar, analizar, seleccionar, entre otras a nivel personal, social y educacional.

Se observó el factor tiempo como una dificultad con mucha presencia en la potenciación de las habilidades matemático ya que para algunos estudiantes les resulto muy fácil realizar las actividades mencionadas anteriormente mientras que para otros fue muy difícil de comprender y se demoraron mucho en terminar las actividades Uno de Además, Ver anexo D.

6.1.2.3 Aplicación de Los juegos tecnológicos (app), medios auditivos y juegos tradicionales de mesa

Gracias a los medios audiovisuales como videos o películas, los juegos tecnológicos (App) y juegos tradicionales de mesa como parqués, dominó, escaleras, cartas, ajedrez, rompecabezas, juegos de competencias; se hallaron varios aspectos como un buen compañerismo, comunicación, destrezas en la ejercitación mental, diversión, valores como el respeto por los demás, la responsabilidad del cuidado de los elementos de trabajo lúdico, el trabajo en equipo y no más y menos importante la motivación de querer aprender matemática desde otro punto de vista. Dicho en otras palabras este factor facilita la adquisición de conceptos, fomenta el trabajo en grupo, entretiene en cualquier espacio y tiempo, se aprende a perder y ganar y ejercitar el cerebro. Ver anexo E

Otro hallazgo que se presenta en esta investigación es que la totalidad de los estudiantes respondieron positivamente en cuanto a los temas que se impartieron de forma divertida, además se demostró que estas aplicaciones fueron benéficas porque fortalecieron los procesos de aprendizaje en el área de matemática en cuanto las habilidades intelectuales y físicas aunque se recomienda que abusar de estas sino aprovecharlas para nuestro propio beneficio.

6.2 Categorías y subcategorías exploratorias

Este cuadro de categorías propone una conceptualización de las nociones que se exploraron y se desglosaron de la realización de las actividades lúdicas con ayuda de la tecnología y los juegos tradicionales en esta investigación sobre las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de las operaciones básicas a partir de la lúdica o el juego y los sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática en el grado quinto de la institución educativa San Rafael del distrito de Buenaventura – Valle.

Se puede decir que este trabajo aquí en este punto presenta la exposición de algunas categorías con el objetivo de centrar y delimitar las cuestiones que se le deben dar importancia en una de las ciencias más importantes de la educación “las matemáticas”. Dentro de las categorías que se pueden explorar es gracias a los resultados de los instrumentos de recolección de datos basadas en unas primeras categorías y sus subcategorías, como: aprendizaje (aprendizaje matemático, aprendizaje significativo), lúdica (juegos mentales para desarrollar el razonamiento lógico), matemática (números naturales, suma, resta, multiplicación y división (operaciones básicas)), enseñanza (enseñanza de las matemáticas) y sistema (educación tradicional). Ver tabla 12

Tabla 12. Categorías y subcategorías

Categorías	Subcategorías	Definición
Creatividad	Talentos	La creatividad es el proceso de presentar un problema a la mente con claridad (ya sea imaginándolo, visualizándolo, suponiéndolo, meditando, contemplando, etc.) y luego originar o inventar una idea, concepto, noción o esquema según líneas nuevas o no convencionales. Supone estudio y reflexión más que acción (Tchan, 2000).
Agilidad	Mental	La agilidad, etimológicamente proveniente del latín “agilitatis”, es la aptitud que tiene alguien de ejecutar rápida, pronta, ligera y eficazmente tarea de índole física o intelectual. Capacidad de modificar su organización perceptual, el curso de su pensamiento o su comportamiento para adaptarse a las necesidades de cambio del medio ambiente en todos los tiempos (Google sites, 2016)
Interactividad	Tecnológica	Es el término que describe la relación de comunicación entre un usuario actor un sistema informativo (informativo, video u otro) (Danver, 1994)
Habilidades	Matemática	La habilidad matemática es la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos (Hernández, García , & Pérez, 2017).
Juegos	Tradicionales de mesa	Los juegos tradicionales son aquellos juegos típicos de una región o país, que se realizan sin la ayuda o intervención de juguetes tecnológicamente complicados, solo es necesario el empleo de su propio cuerpo o de recursos que se pueden obtener fácilmente de la naturaleza (piedras, ramas, tierra, flores, etc.), u objetos domésticos como botones, hilos, cuerdas, tablas, etc. (definicionabc.com, 2017).
Rendimiento	Académico	Rendimiento académico hace referencia a la evaluación del conocimiento adquirido en el ámbito escolar, terciario o universitario. Un estudiante con buen rendimiento académico es aquél que obtiene calificaciones positivas en los exámenes que debe rendir a lo largo de una cursada. (definicionabc.com, 2015).

Categorías	Subcategorías	Definición
Pensamiento	Matemático	El Pensamiento Matemático es aquel pensamiento que implica la sistematización y la contextualización del conocimiento de las matemáticas. El mismo podrá desarrollarse a partir de precisamente el conocimiento del origen y la evolución de cada uno de los conceptos y herramientas que forman parte del campo de las matemáticas. (definicionabc.com, s.f.)
Valores	Compañerismo Responsabilidad Unión Respeto	Un valor es una cualidad de un sujeto u objeto. Los valores son agregados a las características físicas o psicológicas, tangibles del objeto; es decir, son atribuidos al objeto por un individuo o un grupo social, modificando -a partir de esa atribución- su comportamiento y actitudes hacia el objeto en cuestión. El valor es una cualidad que confiere a las cosas, hechos o personas una estimación, ya sea negativa o positiva (Gutiérrez, 2002)-
Medios	audiovisuales	Los medios audiovisuales son aquellos medios de comunicación masiva que apelan a la utilización de los sentidos de la vista y el oído para transmitir sus mensajes. Es decir, los medios audiovisuales combinan imágenes y sonido, y por caso, el receptor puede ver y escuchar el mensaje en cuestión. (definicionabc.com, 2017).

En síntesis este punto deja claro lo que se debe mejorar para que los estudiantes aprendan a tomar sus propias decisiones y se adapten a situaciones nuevas exponiendo sus opiniones claras y concisas en cada momento de la vida cotidiana.

7. DISCUSIÓN

“La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura...”; (Asamblea Nacional Constituyente, 2017), con ella se busca el acceso al conocimiento como estrategia para fortalecer las dimensiones humanas (artículo 67).

Lo anterior lo afirma la constitución política del 1991 desde un punto de vista unilateral donde dice prácticamente que la “educación es para todos por igual” pero la realidad es otra la educación la verdadera educación solo es para unos cuantos, lo que queda de esa supuesta educación es impartida de una forma muy mediocre y con deficiencia en el uso de los materiales, en el espacio y todo lo relacionado con la tecnología, los deportes, entre otros campos.

Esta es la triste realidad que se acoge hoy en día, por eso La estrategia pedagógica y didáctica de este proyecto investigativo pretende hacer cumplir de cierta manera lo que la ley expresa sobre el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la ley 115 de 1994 en el artículo 21, literal e, que expresa los objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de primaria “El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos” (Presidencia de la República, 1994).

Siguiendo este orden de ideas también están “los lineamientos curriculares y los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas. (Ministerio de Educación Nacional, 2016). Ver tablas 13 y 14.

Tabla 13. Los lineamientos curriculares

Los lineamientos curriculares	
Contribuir a que haya una conciencia generalizada acerca de la urgente necesidad de que el sistema educativo sea competente y por consiguiente eficiente.	Facilitar una mayor comprensión de los cambios pedagógicos en que está comprometido el sistema educativo colombiano.
Impulsar y alimentar un debate que conduzca a una concepción pedagógica de los indicadores de logros curriculares y de su utilidad.	Señalar aspectos y comprensiones sobre desarrollo integral humano cuyo conocimiento hace más competentes a los educadores y a las instituciones para proponer, detectar e interpretar indicadores de logros relacionados con la educación.
Brindar elementos de conceptualización educativa y de fundamentación pedagógica para aprehender y comprender la dinámica que desde la implementación de la Ley General de Educación y su reglamentación se viene propiciando al interior del Sistema Educativo Colombiano.	Incrementar la capacidad de argumentación, comprensión y apropiación de las exigencias educativas y pedagógicas, de manera que sea posible la generación de comunidades académicas en las instituciones educativas. “

Fuente: (Ministerio de Educación Nacional, 1998)

Respecto a los estándares, se dice que es un área fundamental porque esta

“organización responde exclusivamente a una necesidad analítica, pues en la práctica del diseño de situaciones de aprendizaje es conveniente que se integren estándares de varios tipos de pensamiento matemático y de una o más áreas diferentes. En una misma situación problema del área de matemáticas y más todavía en proyectos integrados de dos o más de ellas usualmente se involucran conceptos, proposiciones, teorías y procedimientos de diferentes áreas, distintos tipos de pensamiento matemático y todos los procesos generales, y en el aprendizaje de un determinado concepto es necesario ubicarlo y utilizarlo en los distintos contextos.” (Ministerio de Educación Nacional, 2016).

Los estándares han sido definidos por ciclos de grados y se han organizado a partir de cinco aspectos: Pensamiento numérico y sistema numérico, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos y pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Sus sistemas están asociados según el desarrollo psicológico, social y cognitivo de cada educando. Ver tabla 14.

Tabla 14. Estándares de matemáticas

ESTANDARES DE MATEMÁTICAS. (4 A 5)				
Pensamiento numérico y sistema numéricos.	pensamiento espacial y sistemas geométricos	Pensamiento métrico y sistemas de medidas.	Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.	pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos
<p>Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.</p> <p>• Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.</p> <p>• Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes.</p> <p>• Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.</p> <p>• Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera</p>	<p>• Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.</p> <p>• Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.</p> <p>• Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.</p> <p>• Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.</p> <p>• Comparo y clasifico objetos tridimensionales</p>	<p>Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).</p> <p>• Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.</p> <p>• Utilizo y justifico el uso de la estimación</p>	<p>• Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).</p> <p>• Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.</p> <p>• Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (Pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).</p> <p>• Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la</p>	<p>Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.</p> <p>• Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.</p> <p>• Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.</p> <p>• Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.</p>

ESTANDARES DE MATEMÁTICAS. (4 A 5)				
Pensamiento numérico y sistema numéricos.	pensamiento espacial y sistemas geométricos	Pensamiento métrico y. sistemas de medidas.	Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.	pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos
<p>de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación. • Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas. • Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos. • Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa. • Uso diversas estrategias de cálculo y de 	<p>de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características. • Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas. • Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales. • Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras. 	<p>para resolver problemas relativos a la vida social, económica y de las ciencias, utilizando rangos de variación.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos. • Justifico relaciones de dependencia del área y volumen, respecto a las dimensiones de figuras y sólidos. • Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y 	<p>posibilidad de ocurrencia de eventos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos. • Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican. • Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

ESTANDARES DE MATEMÁTICAS. (4 A 5)				
Pensamiento numérico y sistemas numéricos.	pensamiento espacial y sistemas geométricos	Pensamiento métrico y sistemas de medidas.	Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.	pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos
<p>estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>• Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.</p> <p>• Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.</p>	<p>• Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.</p> <p>• Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.</p> <p>• Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura</p>	<p>de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>• Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.</p>		

Fuente: (Ministerio de Educación Nacional, 2016)

De aquí en adelante y gracias a los aportes anteriores se describen las observaciones más relevantes que fueron identificadas durante la aplicación de cada uno de los juegos didácticos tecnológicos, talleres, videos, conversaciones, investigaciones y lecturas de cuentos de manera general. Cabe anotar que tal mediación se llevó a cabo luego de aplicar una prueba diagnóstica “una encuesta” con el permiso y autorización

de la rectora y maestros a cargo del grado quinto y por supuesto de los estudiantes. Tal descripción tiene los siguientes elementos:

En primer lugar, se encuentra la aplicación de la encuesta como mecanismo para tratar los aspectos preliminares de la investigación y analizar explorar, describir, predecir y/o explicar los aspectos referentes al trabajo de campo y análisis estadístico de los datos sociodemográficos de los encuestados. Tales como:

Se determina que el 60% de los encuestados son del género masculino, las edades de los estudiantes oscilan entre los 9 y 15 años de edad, el tipo de familia de la población intervenida es extensa (padres, abuelos, tíos, entre otros) y monoparental (solo uno de los padres) con una situación económica estrato uno.

Se comprende el gusto por las matemáticas solo en un 30% porque les parece interesante, ayuda a la concentración y comprensión de la resolución de problemas cotidianos y las operaciones básicas.

Y por último les gusta realizar juegos didácticos en un 93% porque es divertido, fácil y ayuda a potenciar la concentración, creatividad e imaginación, como también las preferencias por las actividades lúdicas y tecnológicas para mejorar la forma de enseñar el área de las matemáticas por parte de los maestros.

En segundo lugar, se apela a observaciones y a la aplicación del pre-test al iniciar de este proyecto sobre las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de las operaciones básicas a partir de la lúdica o el juego y los sistemas tradicionales de enseñanza y aprendizaje del área de matemática en el grado quinto de la institución educativa San Rafael del distrito de Buenaventura – Valle, en el cual arroja ciertos variables como la deficiencia del manejo y utilización de las operaciones matemáticas básicas y la resolución de un problema, la rapidez para los cálculos mentales y la desmotivación de los niños y niñas a la hora de realizar operaciones matemáticas. De acuerdo a lo anterior se puede afirmar que lo anterior abrió la puerta donde se invitó a romper barreras desde la ampliación de ejercicios operativos y la comprensión e interpretación de las matemáticas como algo fácil de entender que está en todo lo que

nos rodea. En síntesis este punto deja claro lo que se debe mejorar para que los estudiantes aprendan a tomar sus propias decisiones y se adapten a situaciones nuevas exponiendo sus opiniones claras y concisas.

En tercer lugar se describen los resultados de las pruebas diagnósticas como talleres de ejercitación operativa - mental como sopa de letras, crucigramas, laberintos, juegos de orientación y razonamiento espacial para condensar todo lo que se sabe y lo que se aprende en el camino. Una de las acciones que se observó en primera instancia es el tiempo, para algunos estudiantes les resulto muy fácil realizar las actividades mencionadas anteriormente mientras que para otros fue muy difícil de comprender y se demoraron mucho en terminar. Uno de Además, potenciar las habilidades matemáticas según el grado. Ver anexo D.

En cuarto lugar, están los medios audiovisuales como videos o películas, los juegos tecnológicos (App) y tradicionales de mesa como parques, domino, escaleras, cartas, ajedrez, rompecabezas, juegos de competencias, en los cuales se obtuvo como resultado buen compañerismo, alegrías, comunicación, destrezas ejercitación mental, diversión, valores como el respeto por los demás, la responsabilidad del cuidado de los elementos, el trabajo en equipo y no más y menos importante la motivación de querer aprender matemática con otro punto de vista. Dicho en otras palabras este factor facilita la adquisición de conceptos, fomenta el trabajo en grupo, entretiene en cualquier espacio y tiempo, se aprende a perder y ganar y ejercitar el cerebro. Ver anexo E

En quinto lugar, está la lectura de cuentos como el titulado la familia numerozzi de Fernando Krahn que trata de situaciones de la vida cotidiana, la familia, inventos y relaciones familiares. Este libro es perfecto ya que tiene una excelente relación con aplicación de las operaciones matemáticas, la resolución de problemas, además ayudo a mejorar la comprensión, interpretación y argumentación y no menos importante las habilidades matemáticas como graficar, analizar, seleccionar, interpretar, identificar, decodificar, calcular, algoritmizar, definir, demostrar, modelar, comparar, resolver, optimizar y aproximar en el transcurso de esta investigación.

Y en sexto lugar, se encuentra aplicación del post-test en el cual se observó que algunos niños, niñas y padres de familia mostraban más interés por el área de matemática. Se evidencio más participación con respuestas coherentes, la representación de gráficas, la capacidad de análisis en los estuantes y en cuanto a los padres de familia, en su mayoría se encontró que estos se vieron obligados a inducir a sus hijos en la realización de pasatiempos, a que usen la Tablet como medio para aprender, a convivir más con la familia jugando juegos de mesa. En conclusión se mostró motivación y participación en la aplicación del proyecto y de sus actividades escolares y en las que se deben realizar en casa.

En términos generales, durante la trayectoria de esta investigación se pudo observar un gran interés, una gran alegría y buena motivación por parte de los estudiantes, también se observó muy buen comportamiento disciplinario durante el transcurso de nueve meses. Al final de todo y para cerrar con broche de oro se les preguntó a los estudiantes de manera oral y las respuestas de cada uno de los niños se escribieron en una hoja. Las preguntas son:

¿Cómo les parecieron las clases?

¿Qué fue lo que disfrutaron? Y ¿Por qué?

¿Qué aprendieron?

¿Cuál fue la actividad que más les gusto?

¿Cómo se sintieron al participar en estas actividades?

¿Si tienes en cuenta todo lo que aprendiste hasta hoy sobre las matemáticas y las operaciones básicas, podrías decirme si te gusta más o te gusta menos el maravilloso mundo de las matemáticas?

La totalidad de los estudiantes respondieron positivamente en cuanto al gusto y juegos proporcionados que eran “muy buenos, entretenidos,” son muy divertidos y nos enseñan a estar concentrados”. Además manifestaron que habían aprendido mucho acerca del tema de las operaciones básicas, nuevos trucos, que les gustaría que todas

las clases fueran lúdicas y se utilizaran las tables y para finalizar terminaron afirmando la gran mayoría que ahora le gusta las matemáticas.

8. RECOMENDACIONES

Con base en el estudio y los resultados obtenidos mediante la aplicación de los test, es necesario proponer algunas recomendaciones que desde luego son pertinentes, dentro del campo de la enseñanza de las competencias matemáticas. En ese sentido se mencionan las siguientes:

Este proyecto permite identificar las dificultades que los niños presentan en sus competencias matemáticas gracias a las diferentes actividades realizadas con los escolares se puede dar soluciones oportunas a esta problemática.

Otra de las recomendaciones importantes es resaltar las diferentes estrategias didácticas innovadoras que se deben de aplicar en todos los procesos matemáticos importante en el acompañamiento escolar, social y personal en los niños.

Es oportuno recordar a los padres de familia que acompañen y motiven a sus hijos en el proceso de enseñanza aprendizaje de las competencias matemáticas, ya que es de mucha importancia la relación interpersonal ya que le ayuda al niño a mejorar las habilidades matemáticas dentro y fuera del aula de clases.

Sensibilizar a los docentes y padres de familia que el aprendizaje de las matemáticas en los niños requiere de mucho acompañamiento, metodologías didácticas para que este no sea monótono; además hay que tener en cuenta los posibles problemas especiales que se puedan presentar en algunos niños buscando las causas y proponer soluciones.

Se propone aplicar la transversalidad del área y trabajar con los docentes otras área como la de artística, informática y educación física en la elaboración de materiales para dar lugar a la creatividad de los estudiantes y el uso del material elaborado en los tiempos destinados a juegos estacionarios

Se recomienda experimentar esta propuesta investigativa en otras instituciones educativas con grupos más numerosos o en un caso especial implementarlo en todo la primaria con ayuda de medios tecnológicos y otros docentes del área.

Y finalmente, se propone tener presente la lúdica a la hora de enseñar las Matemáticas, para que los estudiantes pierdan los temores y gane verdaderos aprendizajes significativos.

Interrogantes que se abren al respecto

Ante la culminación del estudio de la presente investigación relacionada con el área de las matemáticas en la vida diaria se considera que es un tema de carácter primordial para todo participante, pues indiscutiblemente las Matemáticas son parte primordial en todos los aspectos, de la humanidad. Sin embargo se quedan ciertas dudas que dejaron pensando a los participantes, como:

¿Qué beneficio gana cada uno de los estudiantes objeto de estudio acerca del uso de las operaciones básicas en la vida cotidiana?

¿Qué creencias se tienen ahora acerca de las matemáticas?

¿Cómo influirán las creencias acerca de las matemáticas específicamente el uso de las operaciones básicas en todo el proceso educativo en la utilización del método tradicional de enseñanza y aprendizaje?

¿Eres competitivo?

¿Tienes paciencia?

¿Cómo es la comunicación cuando se juega con otra u otras personas?

9. CONCLUSIONES

En el diagnóstico inicial realizado a los estudiantes del quinto grado de la institución educativa San Rafael del distrito de Buenaventura – Valle, se observaron muchas dificultades en las competencias matemáticas tanto a nivel escolar como a nivel familiar, personal y social, encontrándolos muy desmotivados a la hora de poner en práctica los pensamientos matemáticos (numérico y sistema numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos).

Se fomentó el desarrollo de las habilidades matemáticas por medio de la resolución de problemas a través de la revisión y evaluación permanente de estrategias que ayudaran a las modificaciones de los conocimientos adquiridos.

Se obtuvieron resultados satisfactorios en el trabajo realizado, se logró mejorar la comunicación entre docente y estudiante, al igual que con los padres de familia y docentes, lo que facilitó la aplicación de las estrategias metodológicas utilizadas para desarrollar los contenidos propuestos como cuadros, gráficos, esquemas, tablas, informes escritos u orales, etcétera.

Se logró motivar a los estudiantes para que desarrollaran sus competencias matemáticas, utilizando las diferentes estrategias aportadas por cada una de las docentes implicadas en este proyecto.

Se propició y se dieron herramientas y elementos para que el alumno desarrollara sus propias estrategias de aprendizaje y elementos meta cognitivos que le ayuden a aprender por medio de una experiencia significativa.

Por último se concluye que gracias a todo el trabajo que se hizo se logró renovar el sistema de aprendizaje y enseñanza en el área de las matemáticas, los educandos se enamoraron de la forma como se les enseñó las operaciones básicas, se permitió a los docentes de la Institución y escolares acceder de las técnicas e instrumentos

avanzados para el aprendizaje, se abrió la capacidad de reflexión y se flexibilizo los cambios que se produjeron al participar en esta investigación.

BIBLIOGRAFÍA

Acosta Bermúdez, R., & Chévez Méndez, M. (2008). Estrategias metodologicas para la enseñanza - aprendizaje de las operaciones básicas en el área de matemática. Cuarto grado B vespertino de la escuela INCER. TEUSTEPE, BOACO. Trabajo de grado, Universidad Nacional Autónoma, Pedagogía con mención en Educación primaria, Colombia.

akifrases.com. (s.f.). Galileo Galilei. Recuperado el 12 de Agosto de 2016, de <http://akifrases.com>

Alonso Muñoz, P. (2013). Juegos y materiales para construir las matemáticas en educación primaria. Trabajo de grado, Universidad de Valladolid, España.

Aranda, M., Pérez, I., & Sánchez, B. (2016). Bases Psicológicas de la educación especial. Dificultades en el aprendizaje Matemático. Obtenido de https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/resteban/Archivo/TrabajosDeClase/DificultadesMatematicasLenguaje1.pdf

Arboleda, L. C. (2010). Los estudios históricos en educación matemática desde la perspectiva de la práctica docente. Recuperado el 27 de Octubre de 2016, de https://www.academia.edu/7324966/Los_estudios_hist%C3%B3ricos_en_educaci%C3%B3n_matem%C3%A1tica_desde_la_perspectiva_de_la_pr%C3%A1ctica_docente

Asamblea Nacional Constituyente. (2017). Constitución Política de Colombia 1991. Santa fe de Bogotá. Colombia.

Bello, B. (2012). El proceso de formación de habilidades matemáticas. Obtenido de <http://www.monografias.com/trabajos81/proceso-formacion-habilidades-matematicas/proceso-formacion-habilidades-matematicas.shtml>

Bogomolny, A. (21 de Septiembre de 2012). Historia de las Matemáticas. Obtenido de <http://www.cut-the-knot.org/arimetic/RhindPapyrus.shtml>.

- Brandt, M. (1998). Estrategias de evaluación. Barcelona. España.
- BRANSFORD y STEIN, J. y. (1986). Solución IDEAL de problemas. barcelona: Labor.
Obtenido de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/20%20Sigarreta.pdf>
- Brousseau, G. (1999). Educación y Didáctica de las matemáticas. (D. Block, & P. Martínez Falcón, Trads.) Aguascalientes.
- Cabreras, E. (1 de Diciembre de 2012). La historia del docente que enseña matemáticas a través de un huerto. La Tercera. Obtenido de <http://www.latercera.com/noticia/la-historia-del-docente-que-ensena-matematicas-a-traves-de-un-huerto/>
- Cáceres Cárdenas, G. A. (2009). Estrategias de aprendizaje de matemáticas en estudiantes de tercer semestre de preparatoria en las facultades de Educación de la Universidad Autónoma de Yucatán. Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Yucatán, Yucatán.
- Cajori, F. (1993). A history of mathematical notations (Vols. I, II). Dover: The Open Court Company.
- Carvajal, J. (2016). Matemáticas : Estrategias en Matemáticas 5. Bogotá, Colombia: Libros y Libros S.A.
- Castillo, A. (15 de Julio de 2014). Evolución histórica de las Matemáticas. Influencia en las demás ciencias. Obtenido de <http://www.monografias.com/trabajos102/evolucion-historica-ciencias-matematicas/evolucion-historica-ciencias-matematicas2.shtml>
- CENAMEC. (1998). Carpeta de matemáticas para docentes de educación básica.
- Comisión Vallecaucana por la Educación. (2012). Compilación evolución de resultados. Pruebas Saber 5, 9 y 11 Valle del Cauca y santiago de Cali. Colombia: C.V.E Educación. Obtenido de <http://es.slideshare.net/CVEducacion/pruebas-saber-5-9-11-en-cali-y-valle-del-cauca>

Danver, F. (1994). 700 Mots-clefs pour l'éducation. Universitaire de Lalle. Paris.

definicionabc. (s.f.). Recuperado el 23 de febrero de 2017, de <http://www.definicionabc.com/ciencia/pensamiento-matematico.php>

definicionabc. (28 de Mayo de 2015). Lúdica. Obtenido de <http://www.definicionabc.com/derecho/razonamiento-logico.php>

definicionabc.com. (2017). Números naturales. Recuperado el 28 de MAYO de 2015, de <http://www.definicionabc.com/general/matematicas.php>

Descartes, R. (1905). Obras de René Descartes. Charles Adam y Paul Tannery.

Durón, T. L. (1999). Actividades de estudio: análisis predictivo a partir de la interacción familiar y escolar de estudiantes de nivel superior. Documento de trabajo, Facultad de Psicología, Universidad Nacional Autónoma de México. México.

Encarta Microsoft ®. (2009). Habilidades Matemáticas.

Escueladigital.com. (2017). Operaciones básicas. Recuperado el 28 de MAYO de 2015, de <http://www.escueladigital.com.uy/aritmetica/operaciones.htm>.

Euclides. (junio de 1997). Elementos de Euclides. Obtenido de [euclides.org: www.euclides.org.com](http://www.euclides.org.com)

Garay, J. (2016). Operaciones básicas. Recuperado el 23 de JUNIO de 2016, de <http://operacionesbasicasjazmin.blogspot.com.co/>

Gobernación del Valle del Cauca, S. d.-C. (23 de noviembre de 2016). Obtenido de <http://www.valledelcauca.gov.co/publicaciones.php?id=32>

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). Matemáticas y su didáctica para maestros. Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Granada: Edición. Obtenido de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf

- Google sites. (2016). Agilidad mental. Recuperado el 24 de enero de 2016, de <https://sites.google.com/site/agilidadmentalinace6czulitzel/home/tipos-de-pensamiento/-que-es-la-agilidad-mental>
- Gutiérrez, R. (2002). Introducción a la Ética. México: Editorial Esfinge.
- Hamilton Luske, Reitherman, W., Les, C., & Meador, J. (Dirección). (1959). El mundo mágico de las matemáticas [Película]. México .
- Hernández, T., García , B., & Pérez, M. (2017). El proceso de formación de habilidades matemáticas". Recuperado el 25 de ENERO de 2017, de <http://www.monografias.com/trabajos81/proceso-formacion-habilidades-matematicas/proceso-formacion-habilidades-matematicas2.shtml#ixzz4cUygXO10>
- Huizinga, J. (1972). Homo Ludens. Madrid: Alianza/Emecé.
- Ibáñez, R. (27 de Enero de 2016). El origen de los signos matemáticos. Recuperado el 5 de MAYO de 2016, de <https://culturacientifica.com/2016/01/27/el-origen-de-los-signos-matematicos/>
- Institución Educativa San Rafael. (2014). Manual de Convivencia. Buenaventura.
- Institución Educativa San Rafael. (2016). PEI. Buenaventura.
- Institución Educativa San Rafael, M. d. (2016). Manual de convivencia. Buenaventura-Valle.
- Joshua, S., & Dupin , J. (1993). Introducción a la didáctica de la ciencia de las matemáticas. Paris, Francia: PUF.
- Londoño, N. (1996). Dimensión matemática. Colombia: Editorial Norma.
- López, R. D. (2014). Análisis y uso de los resultados de las evaluaciones de estudiantes Saber 3°, 5°, 9° y 11° Año 2014. Cali: Departamento del Valle del Cauca.

- Mancera, E. (2000). Saber Matemáticas es saber resolver problemas. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Mancini, L., & Martínez, F. (2001). Curso de Educación a distancia: "Nuevos enfoques sobre la enseñanza - estrategias para una práctica pedagógica eficaz". Módulo 3. Buenos Aires: Santillana Docentes.
- Marín, A., & Mejía, S. (4 de Septiembre de 2015). Estrategias lúdicas para la enseñanza de las matemáticas en el grado 5. Obtenido de <http://repository.libertadores.edu.co/bitstream/handle/11371/456/MarinBustamanteAdrianaMaria..pdf?sequence=2>
- Meavilla, V. (2012). Eso no estaba en mi libro de Matemáticas. Almuzara.
- Mendoza, J. (2015). Historia de las Matemáticas. Obtenido de [historiamatematicablog: http://historiamatematicablog.blogspot.com.co/](http://historiamatematicablog.blogspot.com.co/)
- Miller, J. (2009). Earliest uses of various Mathematical symbols. USA.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares del MEN. MATEMÁTICAS. Santa fe de Bogotá, D.C., Colombia: Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). Estándares básicos de competencia. Magisterio.
- Molero Aparicio, M. y. (2 de febrero de 2007). los medios tecnológicos en la enseñanza. España.
- Orrantía, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. Revista Psicopedagogía, 23(71), 1. Obtenido de http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862006000200010

- Pérez, R. V. (9 de octubre de 2007). Estrategias en la resolución de problemas. Obtenido de I.E.S. "Conde de Aranda" ALAGON: <https://www.unizar.es/ttm/2007-08/ESTRATEGIASI.pdf>
- Polya, G. (1965). ¿Cómo plantear y resolver un problema? Mexico: Trillas.
- Polya, G. (1981). ¿Cómo plantear y resolver problemas? México: Trillas.
- pps.k12.or. (15 de Agosto de 2016). Los números naturales. Obtenido de http://www.pps.k12.or.us/district/depts/edmedia/vidioteca/prope/htmlb/SEC_25.HTM
- Presidencia de la República. (1994). Ley general de la Educación. Bogotá.
- Psicopedagogía.com. (2017). Aprendizaje significativo. Recuperado el 28 de mayo de 2015, de <http://www.psicopedagogia.com/definicion/aprendizaje%20significativo>
- Psicopedagogía.com. (2017). Aprendizaje. Recuperado el mayo de 25 de 2015, de <http://www.psicopedagogia.com/definicion/aprendizaje>
- Rodríguez Fuentes, G. (2009). El aprendizaje de la matemáticas en el nivel superior. Tesis doctoral, Universidad de Madrid, Madrid.
- Rodríguez, A. M.-G. (Febrero de 2011). Teorías sobre el origen del juego. Revista Digital efdeportes, Vol 15(no. 153), 7. Obtenido de <http://www.efdeportes.com/efd153/teorias-sobre-el-origen-del-juego.htm>
- Rodríguez, A., Monroy, A., & Sáez, G. (Febrero de 2011). Teorías sobre el origen del juego. EFDeportes.com. Revista Digital, 15(153), 5. Obtenido de <http://www.efdeportes.com/efd153/teorias-sobre-el-origen-del-juego.htm>
- Santos, L. (2007). La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos. México: Trillas.
- Saxon State and University Library Dresden -SLUB. (2016). Origen del símbolo menos.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematics Problem Solving*. (NCTM). Orlando.Estados Unidos:
The National Council of Teachers of Mathematics.

Secretaría de Educación, Subsecretaría de Equidad y Calidad. Dirección Nacional de Gestión Curricular y Formación Docente. (2002). *El desarrollo de estrategias cognitivas. El desarrollo de capacidades para enfrentar y resolver problemas* .-. Colombia: Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología.

Swetz, F. (1684). *Mathematical Treasure: Leibniz's Papers on Calculus*. Mathematical Association of America.

Tchan, B. (2000). *El ojo mágico " aprender a ser creativo"*. México: Lectorum.

Temoche, C. (2013). *La educación tradicional vs la educación moderna desde el punto de vista de la filosofía de la educación* . Recuperado el 4 de enero de 2016, de <http://www.monografias.com/trabajos16/educacion-tradicional/educacion-tradicional.shtml>

Tinto, V. (1989). *Definir la deserción: Una cuestión de perspectiva*. 3(71), 33-51.

Urrutia, R. (20 de Noviembre de 1995). *Causas de bajo rendimiento académico*. El Tiempo.

Venturini, A. (4 de Junio de 2009). *Matemática en el siglo XX. Hasta donde ha llegado esta ciencia?cuales son sus desafíos pendientes?* Obtenido de [matematicaclasica.blogspot](http://matematicaclasica.blogspot.com):
<http://matematicaclasica.blogspot.com.co/2009/06/por-la-abolicion-de-las-matematicas-de.html>

Wolfram, S. (2013). *Dropping In on Gottfried Leibniz*.

Zúñiga Benavides, G. (3 al 8 de Noviembre de 1998). *La pedagogía lúdica: una opción para comprender* . FUNLIBRE - Seccional Nariño, V Congreso Nacional de Recreación, Coldeportes Caldas, Universidad de Caldas. Manizales, Caldas, Colombia.

ANEXOS

Anexo A. Taller de la película “el pato Donald en el país de las matemáticas”

Institución Educativa San Rafael



“EL PATO DONALD EN EL PAÍS DE LAS MATEMÁTICAS”
ACTIVIDADES

ACTIVIDADES

1.- Sobre la película

- 1.- ¿Qué te ha parecido la película?
- 2.- ¿Qué aspectos relacionados con las matemáticas has encontrado?
- 3.- ¿Qué te ha llamado más la atención? ¿Cambiarías algo? ¿Por qué?
- 4.- En este fantástico viaje al País de las Matemáticas, ¿qué aspectos de las matemáticas aparecen?. Coméntalo brevemente

5. A lo largo de la película se hacen diferentes referencias a personas, acontecimientos o lugares reales. Trata de recopilar alguna información adicional acerca de los siguientes aspectos:

- Pitágoras, los pitagóricos y la música
- El Número de Oro
- El rectángulo áureo en la Naturaleza
- Las Matemáticas en los juegos
- La idea del infinito en la mente

6. ACERCA DEL NÚMERO DE ORO.

- ¿Qué es el número de oro?
- ¿Qué aplicaciones tiene en la vida diaria?
- Menciona algunos ejemplos donde aparece el número de oro.

7. LAS MATEMÁTICAS EN LOS JUEGOS

- ¿Cuáles son las medidas de un campo de fútbol? ¿qué figuras geométricas aparecen?
- ¿Cuáles son las medidas de un campo de baloncesto? ¿qué figuras geométricas aparecen?
- ¿Cuáles son las medidas de un campo de rugby? ¿qué figuras geométricas aparecen?
- ¿Cómo se juega al billar a tres bandas? ¿Cuáles son los cálculos que hay que hacer para dirigir la bola hacia donde creamos necesario?

8. LA IDEA DEL INFINITO.

1. ¿Qué ideas tienes acerca de lo infinito?
2. Menciona algunos ejemplos de conjuntos numéricos que sean infinito?

9. CONCLUSIONES

- ¿Qué conclusiones obtienes acerca de la película?
- Haz un resumen de la película.

AYUDA PARA LAS ACTIVIDADES

RESUMEN.

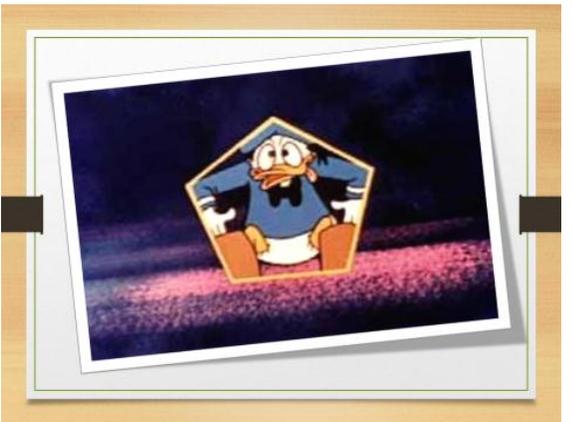
Donald se introduce como un intrépido explorador en el país de las Matemáticas, en el que contempla sorprendido árboles con las raíces cuadradas, un río de números, un extraño animal con cuerpo de lápiz que lo reta a una partida de tres en raya, tres figuras geométricas (círculo, rectángulo y triángulo) que se juntan para formar un rostro, y ese rostro empieza a recitar los dígitos del número pi...



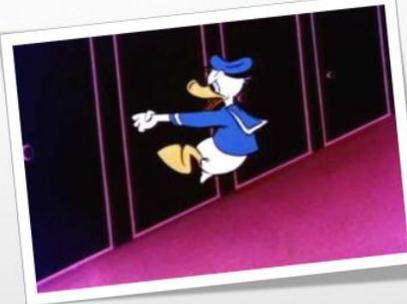
Después, guiado por el narrador, el pato Donald viaja a la antigua Grecia para conocer a los Pitagóricos, creadores de la escala musical, y aprende las proporciones que se encuentran en la estrella de cinco puntas, proporciones que conducen al número áureo y al rectángulo perfecto. Después se nos muestra cómo tanto el pentagrama o estrella de cinco puntas como la proporción áurea se encuentra en muchos lugares de la naturaleza y ha sido empleado por los artistas, arquitectos, escultores, pintores, en sus obras más famosas.



El pato Donald también descubre el empleo de la lógica matemática en el ajedrez, y la presencia de las matemáticas y de la geometría en los juegos y deportes. Así descubre el billar, en su modalidad de carambola a tres bandas, y el narrador le enseña cómo calcular el modo de obtener carambolas sencillas usando las marcas que aparecen en los bordes de la mesa de billar y sumando y restando números y fracciones simples.



Por último el corto nos enseña a utilizar la imaginación, ese poder de nuestra mente mediante el cual podemos ver las figuras geométricas, la esfera, el cono, el paraboloide, el cilindro... que luego tendrán aplicación en la óptica, ingeniería, mecánica, astronomía... Esa misma imaginación nos ayudará a ir abriendo las infinitas puertas del conocimiento que todavía nos quedan por abrir.



EL PATO DONALD Y EL JUEGO DEL AJEDREZ



**ESCENARIO
DONDE
PROYECTO
VIDEO** **SE
EL**



**LOS ESTUDIANTES INTERACTUANDO
CON LA TECNOLOGIA**



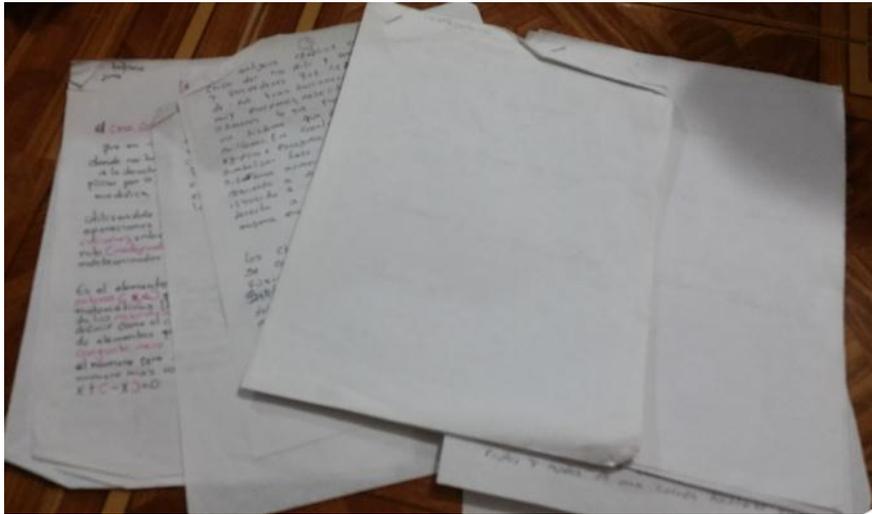
**COLABORACION DE LA DOCENTE A
CARGO DEL GRADO QUINTO.**

Anexo B. Trabajos e investigaciones en la biblioteca de la institución



ESCENARIO DONDE SE CONSULTARON LOS TEMA RELACIONADOS CON LA INVESTIGACION.

TRABAJOS INVESTIGATIVOS



La historia del cero
El origen del cero

El cero (0) es un signo numérico de valor nulo, que en notación posicional ocupa los lugares donde no hay una cifra significativa. Si está situado a la derecha de un número entero, decuplicada (multiplicar por 10) su valor; si colocado a la izquierda, no lo modifica.

Utilizándolo como número, se pueden realizar con él operaciones algebraicas como: sumas, restas, multiplicaciones, entre otras. Pero, por ser la expresión del valor nulo (nadie, nadie, ninguna...), puede dar a expresiones indeterminadas o que carecen de sentido.

Es el elemento del conjunto ordenado de los números enteros (\mathbb{Z}) que sigue al -1 y precede al 1. Algunos matemáticos lo consideran pertenecientes al conjunto de los naturales (\mathbb{N}) ya que estos también se pueden definir como el conjunto que nos permite contar el de elementos que contiene los demás conjuntos. El conjunto vacío tiene ningún elemento. El número 0 se puede representar como el número más su opuesto (0), equivalentemente, $X + (-X) = 0$.

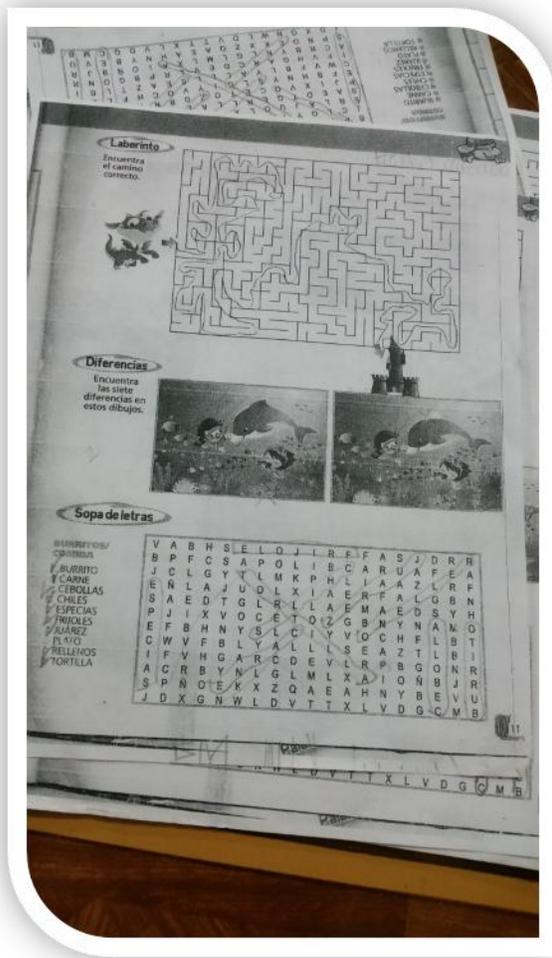
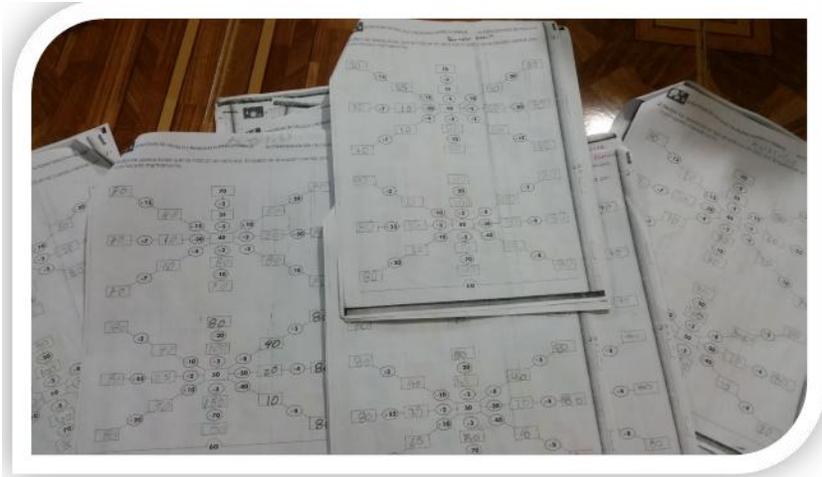
Anexo C. Creaciones narrativas



CREANDO CUENTOS EN GRUPO

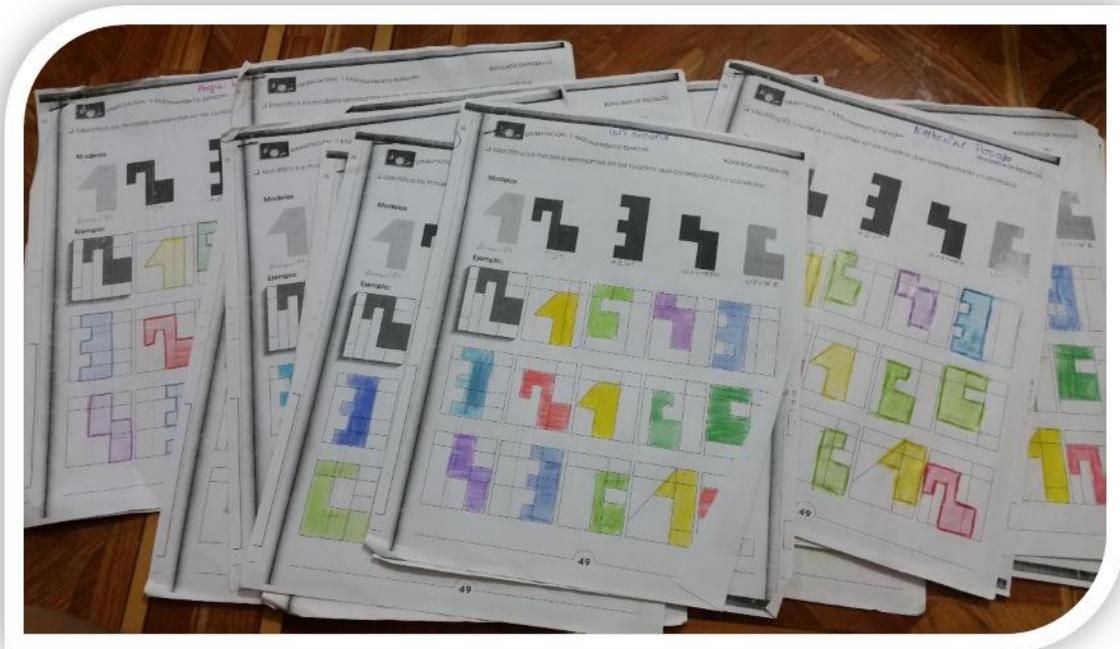


Anexo D. Sopas de letras, laberintos, cruza palabras, cruza numéricas, sopas de letras numéricas, a pensar.

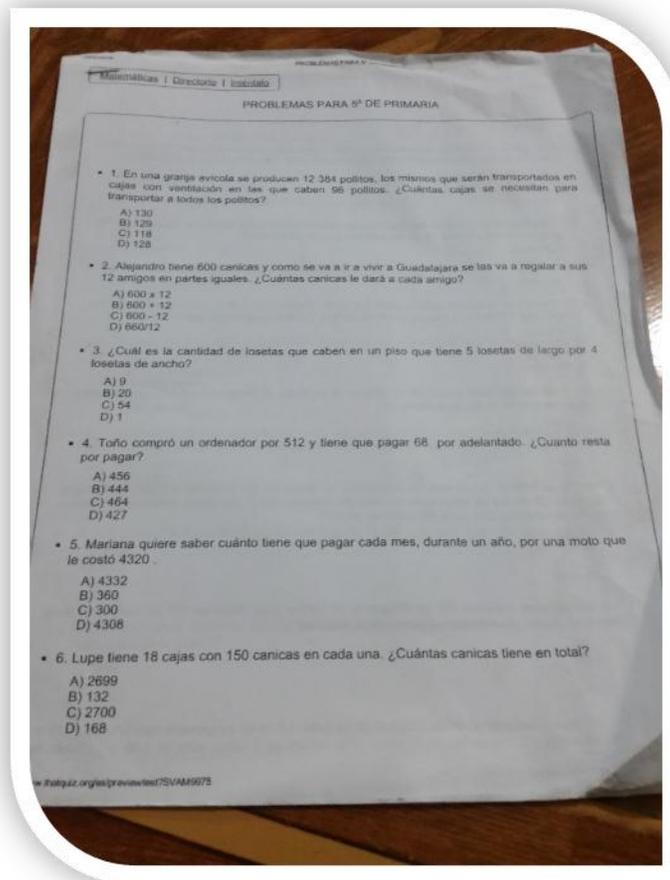
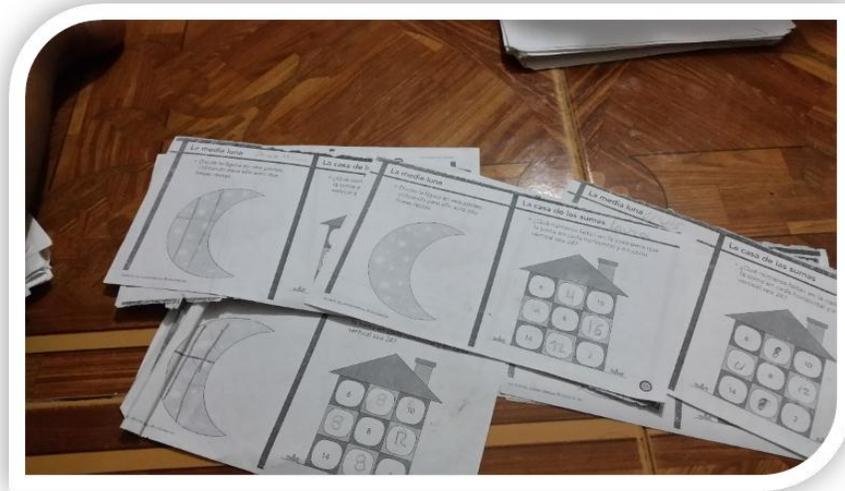


Actividad cruzada numérica a la derecha y percepción visual a la izquierda









Marta Martínez y Gudi, Ciudad Real Ejercicios para mejorar la orientación

LABERINTO CON OPERACIONES

Encuentra la meta siguiendo los resultados correctos a cada una de las operaciones matemáticas reales.

<http://orientacionandujar.wordpress.com/>

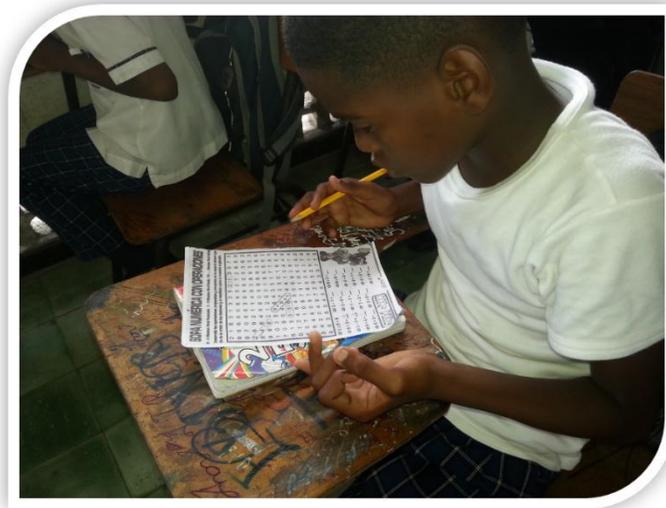
La media luna

• Divide la figura en seis partes, utilizando para ello solo dos líneas rectas.

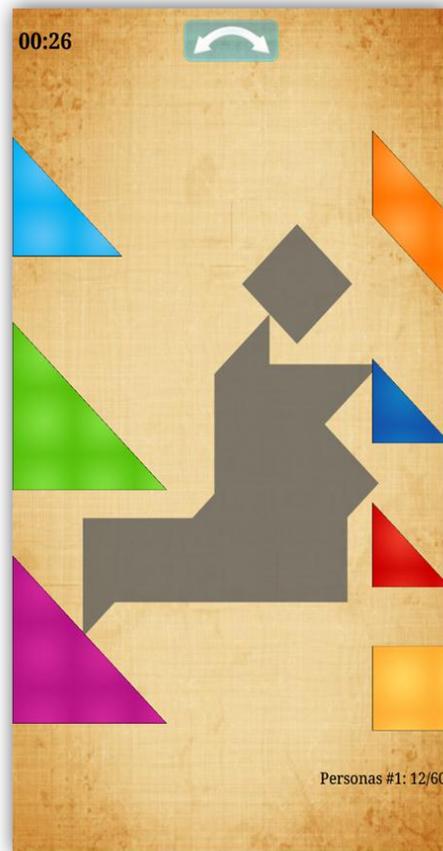
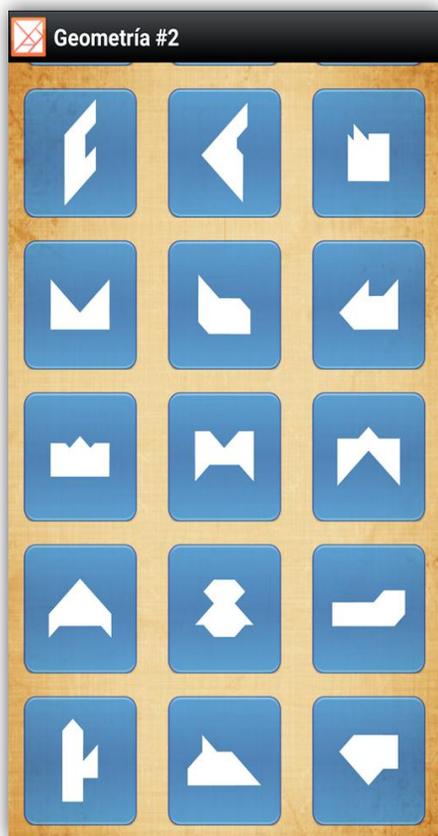
La casa de las sumas

• ¿Qué números faltan en la casa para que la suma en cada horizontal y en cada vertical sea 24?





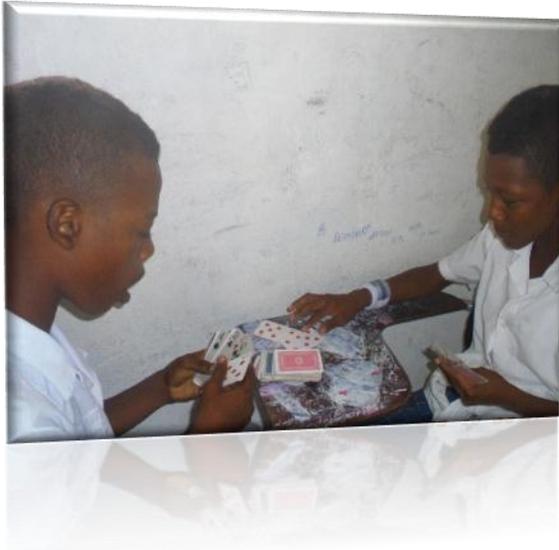
Juego tangram



Anexo E. Interacción con los juegos mesas (parqués, ajedrez, escaleras, cartas, domino) y juegos aplicativos en tables para fomentar el desarrollo tecnológicos

Juegos mesas (parqués, ajedrez, escaleras, cartas, domino)







**JUEGO
ADIVINA
CUANTAS
HAY?**





Uso de material tecnológico



Recreación matemática

Anexo F. Componentes conceptuales de la institución educativa San Rafael (tomado del manual de convivencia de la institución)

1. BREVE RESEÑA HISTORIA DE LA INSTITUCION EDUCATIVA

Consta en las crónicas del pasado siglo, que en el año 1908 de esta era terrestre llego una comisión proveniente de un país situado en un lejano continente. Se dice que estas ilustres visitantes tenían las características exactas de la comunidad de San Vicente de Paúl y esta similitud les hizo llegar y quedar precisamente aquí, donde podían acercarse a los habitantes sin problemas, hablar sus idiomas, reconocer sus signos, probar sus alimentos, tomar su agua de lluvia que según la historia bebió una de las religiosas quien estuvo a punto de morir y se encomendó al Arcángel San Rafael "MEDICINA DE DIOS" y después de una penosa postración y feliz recuperación ofreció al altísimo fundar una escuela bajo el amparo del ARCÁNGEL RAFAEL.

Su nombre SOR VICENTE MAYERS. En efecto cuando se le preguntaba a ella y a otras dos religiosas. ¿QUÉ HABÍAN VENIDO A BUSCAR? Siempre respondían que habían venido a servir al prójimo en lo más que pudieran. Así fueron llegando: Sor Luisa Pérez, Sor María Lugo, Sor Elena María Tobón, Sor María Luisa Duque, Sor José Fina López, Sor Celina Mora, Sor María Tamayo, de grata recordación para nuestros antepasados y luchadoras inalcanzable por EL ANCIANATO SAN JOSÉ. Fueron descubriendo muchísimas cosas que interesaron tanto a las hermanas, que aquí se quedaron en la CALLE 6° " LA LOMA" entre la Sor Vázquez, calle Cundinamarca, en un caserón de madera por donde se entraba después de traspasar un portón alto y de madera se visitaba un hermosa capilla donde adorábamos a Dios y luego recorríamos sus amplios salones y tratábamos de espiar como era la vida conventual pues las religiosas vivían también en este lugar.

De este modo, se volvieron incansables caminantes que iban y venían por la isla, recorrían las calles más lejanas como Mayolo, Sacapeña. Coleccionaban objetos, palabras, historias y recuerdos para sus conversaciones; a veces se lanzaban por calles empedradas y empinadas como el embudo, los tubos, o el jabón, en busca de enfermos

a quienes soliviar, otras veces se metían en el microcosmo de las familias que así les permitían. En eso consistía la vida de la comunidad, en esa vieja casona con cisterna y árbol de naranjo agrio, custodiado por el Arcángel Rafael y nuestra señora de la medalla milagrosa.

Sus estudiantes todos de sexo femenino estudiábamos en doble jornada aprendimos las asignaturas del pensum oficial además de las manualidades costuras o canto. El domingo no faltaba la santa misa, En la comunidad y con uniforme de gala azul, camisa manga larga blanca, un zuavo y boina de un mismo tono, zapatos negros y negras tobilleras blancas. Ese era su principal trabajo además de catequizar a las alumnas.

Un buen día, nuestra pregunta es ¿cuáles son los símbolos de nuestra institución? Gracias a las maestras Carmen Cecilia Guerrero de Ortiz y Amalia Rosa Angulo Delgado escriben la letra de nuestro himno con acordes musicales del señor Gerardo Dorrnsoro. La bandera y el Escudo son orgullo y emblemas de las gentes de nuestra región, nos invitan a seguir siendo justos y responsables, es creación de un grupo de docentes: Luz Colombia Hurtado de Vivas, Betty Cortés Prettel, Dora Dally Garcés Valencia y Ana Dolores Peña Estupiñán.

Al iniciar el nuevo milenio gracias al empuje de la señora Rectora de la época Beatriz Pachano Mena quién creyó y apoyó incondicionalmente a sus docentes, San Rafael cuenta hoy gracias a Dios, a la organización Peopleon Line, al doctor López Trujillo, doctora Yolanda Llanos y a la fundación Fabio Grisales Bejarano con una moderna Salas de Sistemas e Internet para utilidad de los estudiantes y comunidad en general, siendo pionera de las famosas Info aulas Pacíficas la docente Ana Dolores Peña Estupiñán quién les habla.

Gracias también a UNIVALLE, GRUPO CINARA, a las docentes Mercy Ascensión Santana y Ana Dolores Peña Estupiñán, por haber logrado la dotación, adecuación de modernas baterías sanitarias, la buena gestión es la que hace más fáciles las cosas. Es así que un siglo que va llegando al ocaso dejándonos a cada uno recuerdos imborrables, así como unas ventanas abiertas para las nuevas esperanzas de la vida escolar que les espera.

Son tantas esas ventanas que he querido tomar algunas de ellas, para introducir en sus corazones mensajes de amor, respeto y gratitud. A través de una de ellas quiero decirles que todos sus anhelos aún por realizar sean orgullosas acciones en esa vida que hoy continúa, así mismo que aquellos dolores y desilusiones desbordados en lágrimas y tristezas sean llevados a los linderos del olvido. Por otra parte, tengo un presente muy especial que quiero darles con mucho cariño, sabiendo de antemano será para ustedes motivo de reflexión y cambio para un mejor porvenir. Es precisamente esta Institución Educativa San Rafael donde se refleja el papel del verdadero maestro, aquel que comparte con amor y devoción sus conocimientos como una luz que llega a iluminar mentes que desean ver con claridad los senderos por recorrer.

¿Quiénes conforman la tripulación? En el año 2002 el programa se inició con la integración de doce (12) jóvenes discapacitados auditivos al grado 6° con un intérprete, posteriormente se hizo el nombramiento de los intérpretes para los discapacitados auditivos y una docente con la misma discapacidad, la modalidad del servicio es estimado, la institución atiende una población de niños y jóvenes con licitaciones auditivas, nivel socio económico, médico bajo en retraso escolar por problemas de comunicación oral discriminados socialmente, a causa de su limitación, con convivir afectivos y convertirse con alta dependencia familiar, baja autoestima y conductas de agresividad. Hoy existen 27 estudiantes en la básica primaria y 36 educandos en la básica media con discapacidad auditiva, en el bachillerato docentes de todas las asignaturas son intérpretes, uno por nivel, dos docentes de apoyo y cuatro modelos lingüísticos sordos adultos.

Apoyado por el INSOR-FENASCOL, I.C.B.F, un fonoaudiólogo, un psicólogo, un entrenador de danzas, un profesor de Educación Física y Padres de familia de los estudiantes discapacitados.

EVALUACIÓN: Ha sido un proceso lento con dificultades como, extra edad de algunos educandos con limitaciones auditivas, reconocimiento del L.S.C, la poca aceptación hacia el aprendizaje del español escrito dependiendo más de las actividades que se realizan al L.S.C, carencia de material didáctico adecuado debido a que el mayor estímulo para el discapacitado auditivo es el lenguaje visual, el no nombramiento y pago

oportuno de intérpretes y falta de asesoría por la Secretaria de Educación Municipal. No todo es color gris, se observa gran interés en los grados 4° y 5° por aprender el español escrito, algunos se esfuerzan a tal grado de escribir y leer por iniciativa propia. Las dos promociones anteriores de bachilleres han graduado estudiantes sordos con énfasis en ensamble y mantenimiento de computadores quienes demuestran gran habilidad en esta área. Es claro comentar: en la propuesta bilingüe los estudiantes con discapacidad auditiva no manejan lengua extranjera sin embargo continuamos con el proceso.

Tal vez por razones históricas y culturales se valora y se te hace apología a la idea que hay que luchar, sufrir y esforzarse, aunque sea ficticiamente, para valorar las cosas donde hay que prestar favores para obtener algo a lo que se tiene derecho, nos hemos acostumbrado a que se nos maltrate ante situaciones algo problemáticas, por alguien que empecinadamente dice: “Es que las cosas son así” “Yo qué culpa tengo, no puedo hacer nada” y por nuestra parte también a ponerle trabillas a los que puede fluir fácilmente.

El 4 de septiembre del 2002 los jóvenes en situación de discapacidad auditiva de la sede Federico Bayter se fusionaron con la Institución Educativa San Rafael por el decreto 1305 de 2002. Siendo la rectora la licenciada Beatriz Panchano quien asume la representación legal de la institución y como coordinadora del Bayter la licenciada Ismenia Paredes desde este momento que se realiza la fusión se inicia el programa de integración de los niños no oyentes al aula regular de clase en el nivel de bachillerato luchando, contra viento y marea para que estos logran el proceso de adaptación es así como hemos logrado navegar con ellos hasta la fecha.

SAN RAFAEL CIENTO CINCO (107) AÑOS SEMBRANDO SEMILLAS DEL SABER

Escrita por: Licenciada ANA DOLORES PEÑA ESTUPIÑAN

2. VISIÓN

Brindar para el año 2019 a Buenaventura, el Valle del Cauca, Colombia, personas altamente competitivas y exitosas, con un elevado nivel de autoestima, desarrollo humano e identificado con su cultura. Teniendo como base una educación con énfasis social e informático y ensamble en computación, que potencie los saberes tecnológicos que les permita desempeñarse y competir con excelencia en los diferentes campos laborales que ofrece nuestra ciudad puerto.

3. MISIÓN

Forma integralmente estudiantes con énfasis social e informática y ensamble de computación, promoviendo la identidad cultural, sentido de pertenencia, fomentando una conciencia de trabajo creador. Teniendo como prioridad la actualización en toda la comunidad educativa para que sea posible el cambio actitudinal y curricular.

4. FILOSOFIA INSTITUCIONAL

La filosofía de la Institución Educativa SAN RAFAEL, por su relevancia en el sector educativo de Buenaventura, por más de 101 años, está basada en valores intelectuales, religiosos, evolutivos y sociales, encaminada a el desarrollo armónico de una juventud que en un futuro pueda desenvolverse en las actividades económicas y sociales de la ciudad para construir una sociedad más justa y llena de amor que le permita convivir con sus semejantes en completa armonía y paz con la comunidad de Buenaventura, la región, Colombia, y el mundo. Respetuoso - a del hombre y la mujer, del amor de Dios y de su identidad cultural; tipificada en sus tendencias e idiosincrasia ancestrales como punto de partida claro.

La Institución Educativa SAN RAFAEL en su preocupación por lograr un adecuado nivel de sana convivencia, propende por la formación de un estudiante activo y libertario, pero consciente, serio y respetuoso de las normas y con la suficiente flexibilidad para poder ubicarse en el lugar del otro, y disentir sin violentarse y aprovechar su capacidad de crítica, argumentación, análisis, interpretación, y síntesis, para armonizar los procesos de convivencia. La filosofía institucional pretende hacer énfasis en:

La búsqueda del desarrollo del ser humano

La libertad, con apertura hacia la democracia

La comprensión que la sociedad, la familia y la escuela son agentes de la educación

5. OBJETIVOS

5.1 OBJETIVOS DE LA INSTITUCION EDUCATIVA

- Mejorar las prácticas de convivencia y fortalecer al educando en la construcción de un individuo social competente y productivo.

- Contribuir a mejorar un poco la crisis social de nuestra comunidad, tratando de proporcionar una educación hacia la comunidad, pero a la vez integral, donde el alumno, conozca, evidencie, fortalezca y ponga en práctica todos y cada uno de los conocimientos adquiridos.

- Crear conciencia de la necesidad en nuestros futuros jóvenes de generar perpetuar la semilla de la transformación de un nuevo ser social, bajo la herramienta de una educación más evidencia, de calidad y en pro del servicio a la comunidad.

6. CREENCIAS.

Los miembros de la institución Educativa creen en el arcángel San Rafael.

ORACIÓN AL ARCANGEL SAN RAFAEL

Glorioso Arcángel San Rafael, medicina de Dios, que guiaste a Tobías en su viaje para cobrar la deuda de Gabelo, le preparaste un feliz matrimonio y devolviste la vista a su anciano padre Tobit, guíanos en el camino de la salvación, ayúdanos en las necesidades, haz felices nuestros hogares y danos la visión de Dios en el cielo. Señor, que diste a tu hijo Tobías como compañero de viaje al Arcángel Rafael, concédenos la gracia de estar siempre protegidos por su custodia y asistidos por sus auxilios. Por Jesucristo Nuestro Señor, que vive y reina por siempre. Amén.”



Anexo G. Formato de encuesta



INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN RAFAEL
Resolución oficial No. 1607 de agosto 09 e 2011
NIT. 835 000 703 - 9
DANE 176109000176

ENCUESTA SEMIESTRUTURADA PARA EL ESTUDIANTE

OBJETIVO: Determinar cuáles son los conocimientos y las nociones básicas que utilizan en el descubrimiento de soluciones a Interrogantes matemáticos desde la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones básicas.

Identificar las diferencias y relaciones entre el aprendizaje de las operaciones básicas a partir de la lógica o el juego y los sistemas tradicionales de enseñanza del área de matemática en el grado quinto de la institución educativa San Rafael del distrito de Buenaventura - valle

ESTUDIANTE ENCUESTADO:

Las repuestas consignadas por usted en cada uno de los ítems son muy importantes para la sistematización de la información en el presente estudio investigativo. Muchas gracias por su tiempo.

♦ DATOS DE IDENTIFICACION

INSTITUCION EDUCATIVA SAN RAFAEL

♦ MARQUE CON UNA

♦ DATOS DEMOCRAFICOS, SOCIO-ECONOMICOS Y CULTUALES

NOMBRE: _____

GRADO: _____

1. GENERO: M F

2. EDAD:

3. CIUDAD DE NACIMIENTO:

4. CIUDAD EN LA QUE VIVE ACTUALMENTE:

5. TIPO DE FAMILIA A LA CUAL PERTENECE:

- a. Nuclear (mamá, papá y hermanos)
b. Extensa (ambos padres, hijos y abuelos)
c. Mono-parental (uno de los padres e hijos)



INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN RAFAEL
Resolución oficial No. 1607 de agosto 09 e 2011
NIT. 835 000 703 - 9
DANE 176109000176

d. Otros

6. ¿A QUE ESTRATO SOCIO-ECONOMICO PERTENECE?

- a. Estrato uno
b. Estrato dos
c. Estrato tres
i. Estrato cuatro

7. ¿QUE ACTIVIDADES REALIZA EN SU TIEMPO LIBRE?

- a. Lee
b. Practica deporte
c. Escucha música
d. Escribe
e. Ve televisión
f. Otro

8. ¿A QUE RELIGION PERTENECE?

- a. Católica
b. Evangélica
c. Protestante
d. Otra cual

9. ¿TE GUSTA LAS MATEMATICAS?

SI ___ NO ___ ¿Por Qué? _____

10. ¿PARA TI QUE SON LAS MATEMATICAS?

11. TU PIENSAS QUE RESOLVER UN PROBLEMA MATEMATICO ES FACIL O DIFICIL? ¿POR QUE?

12. TE PARECE FACIL O DIFICIL REALIZAR OPERACIONES MATEMATICAS (SUMA, RESTA, MULTIPLICACION Y DIVISION)? ¿Por qué?

13. TE GUSTA REALIZAR JUEGO DIDACTICO (SOPA DE LETRAS, JUEGOS DE MESA, ADIVINANZAS, ENTRE OTRAS)

SI ___ NO ___ ¿Por Qué? _____

14. ¿COMO CONSIDERAS QUE LEES?

- a. Bien
- b. Mal
- c. Regular

15. Qué le propondrías a tu maestro de matemática para hacer mas interesante la clase y entender mejor las clases? (marca una o varias

- a. Actividades lúdicas
- b. Clases instructivas
- c. Clases con medios tecnológicos
- d. Otra? _____

MULTIPLICACIONES POR 2-3-4-5

Ayuda al joven Tarzán a llegar con su madre. Cada ● es una puerta, se abren solamente aquellas cuyo número coincida con alguno de los resultados de las siguientes multiplicaciones.

$2 \times 4 =$	$3 \times 8 =$	$4 \times 4 =$	$5 \times 5 =$
$2 \times 6 =$	$3 \times 3 =$	$4 \times 8 =$	$5 \times 7 =$
$2 \times 7 =$	$3 \times 5 =$	$4 \times 7 =$	$5 \times 6 =$
$2 \times 3 =$	$3 \times 6 =$	$4 \times 5 =$	$5 \times 8 =$





MUNICIPIO DE BUENAVENTURA
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL
INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN RAFAEL
Resolución oficial No. 1607 de agosto 09 e 2011
NIT. 835 000 703 – 9
DANE 176109000176

Dibuja algo relacionado con el area de las matemáticas