

Estrategias didácticas para potenciar el sistema geométrico en el desarrollo de competencias matemáticas a estudiantes de grado sexto



Diana Clemencia Álzate Mejía

Asesora:

Paula Andrea Osorio Gutiérrez

Universidad Católica de Manizales

Facultad de educación

Licenciatura en Matemáticas y Física

Noviembre 2019

Copyright © 2019 por Diana Clemencia Álzate Mejía. Todos los derechos reservados.

Este proyecto se lo dedico antes que nada a Dios, ha puesto en mi camino la oportunidad de estudiar y de ser una mejor profesional en lo que amo hacer. De una manera muy especial a mi familia que han sido mi pilar y principal fuente de apoyo en estos años donde el sacrificio no ha sido únicamente mío, sino de todos por igual, a mi esposo, mis hijos y mi sobrino que con paciencia me ayudaron a aclarar mis dudas, a mis padres y mi hermano que siempre me han querido verme triunfar y salir adelante, también a mis compañeros de trabajo que han sido de gran apoyo con su compañía y palabras de aliento con palabras de motivación.

Agradezco a Dios por la oportunidad que me ha brindado de ingresar y formarme en la UCM y la carrera, por brindarme la sabiduría y la perseverancia que hace que alcance tan grande importante logro en mi vida.

A mi familia que ha sido mi pilar, mi apoyo incondicional y quienes han sido mi motivación para alcanzar esta gran meta y brindarles una mejor calidad de vida.

A mis padres que me han dado las bases y me han formado correctamente para afrontar cada situación de mi vida, superar cada obstáculo y la enseñanza de lograr todo reto que me proponga.

A mi hermano quien ha sido un ejemplo para mí, y me inspira para ser cada día mejor como persona, como profesional siempre actuando con ética en cualquier situación y acción.

A mi asesora de proyecto la señora Paula Andrea Osorio Gutiérrez, que me ha inspirado, me colaboró, me instruyó y guío con su gran experiencia y sabiduría para terminar con tan importante proyecto, y celebrar un peldaño más alcanzado en mi vida, gracias por su apoyo.

La idea principal del proyecto es dejar como recurso de trabajo para estudiantes y docentes una estrategia didáctica para desarrollar el sistema geométrico donde se encuentren diferentes ejercicios prácticos, aplicativos, lúdicos que permitan afianzar el conocimiento en conceptos básicos de la geometría, la medición y la construcción de figuras haciendo uso de los diferentes instrumentos geométricos (regla, compas, transportador, escuadra), en el grado sexto donde se experimente y fortalezca las habilidades y destrezas.

Se busca rescatar la enseñanza y el aprendizaje de esta asignatura, ya que se ha visto perdida en los últimos años en la mayoría de las instituciones viéndose perdida de la intensidad. También se busca ejercitar el sistema geométrico con ejercicios didácticos usando una metodología que al usarse pretende a corto, mediano y largo plazo evaluar los resultados obtenidos y el gran impacto que tienen en los estudiantes las actividades presentadas como herramientas didácticas motivar a estudiantes y docentes a utilizar metodologías, material, ideas y actividades innovadoras en sus clases.

La propuesta pretende mejorar el sistema geométrico de los estudiantes del grado sexto a través de la resolución de problemas en la aplicación de instrumentos geométricos y potenciar la comprensión y análisis de situaciones de su diario vivir al igual que ejercitar la rapidez y agilidad en la resolución de problemas por medio de actividades didácticas presentadas en el manual que buscan motivar a los docentes en dedicar más tiempo en la asignatura para mejorar las competencias de sus estudiantes y a los estudiantes aprovechar la nueva metodología que se presenta por su innovación y que por sí mismos creen sus propios conceptos y problemas y así obtengan la competencia en obtener la solución.

Abstract

The main idea of the project is to leave as a work resource for students and teachers a didactic strategy to develop the geometric system where there are different practical, application, playful exercises that require strengthening knowledge in basic concepts of geometry, measurement and construction of figures making use of the different geometric instruments (ruler, compass, transporter, square), in the sixth grade where you experience and strengthen the skills and abilities.

It seeks to rescue the teaching and learning of this subject, since it has been lost in recent years in most institutions seeing itself lost in intensity. It also seeks to exercise the geometric system with didactic exercises using a methodology that when trying to claim a short, medium and long term evaluate the results and the great impact that students have on the activities that are carried out as didactic tools to motivate students and Teachers use innovative methodologies, material, ideas and activities in their classes.

The proposal aims to improve the geometric system of sixth grade students through the resolution of problems in the application of geometric instruments and enhance the understanding and analysis of situations in their daily lives as well as exercise speed and agility in solving problems through didactic activities presented in the manual that seek to motivate teachers to devote more time in the subject to improve the skills of their students and students have the new methodology presented by their innovation and that by themselves create their own concepts and problems and thus obtain the competence in obtaining the solution.

Keywords: Geometry, measurement, problem solving, geometric instruments

Tabla de Contenidos

vii

	Pág.
Pág.....	vii
Lista de tablas	x
Lista de figuras.....	xi
Lista de apéndice.....	xii
Introducción	xiii
1. Planteamiento del problema.....	1
1.1 Descripción del problema	3
1.2 Justificación	7
1.3 Objetivo General.....	9
1.3.1 Objetivos específicos.	9
1.4 Contextualización	10
1.5 Formulación del problema.	13
1.5.1 Pregunta problema	13
2. Marco referencial	14
2.1 Antecedentes	15
2.2. Marco Legal	20
2.3 Marco pedagógico.....	23

2.3.1. Estadios Del desarrollo humano de Piaget.....	vii
2.3.2. La teoría del aprendizaje significativo	25
2.3.3. Pedagogía y didáctica debate contemporáneo de la educación.	30
2.4. Marco Disciplinar	30
2.4.1. Euclides el gran padre de la geometría	31
2.4.2. Niveles del razonamiento del modelo Vann Hiele	34
2.5. Marco Didáctico.....	39
2.5.1. La teoría de las situaciones didácticas por Guy Brousseau	39
2.5.2. Teoría didáctica de las matemáticas por Juan Díaz Godino	41
2.5.3. La modelación matemática de Raymond Duval como estrategia E- A	42
3. Diseño Metodológico.....	44
3.1 Enfoque de la investigación	45
3.2 Tipo de investigación	45
3.3 Sujetos que intervienen	46
3.4 Técnica de recolección de datos	46
3.5 Diseño de la investigación	47
4. Análisis de resultados	49
4.1 Análisis de presaberes.....	49
4.1.1 Abordaje de elementos básicos	52

4.1.2 Manejo de instrumentos geométricos	52
4.1.3 Solución de problemas en el sistema geométrico	53
4.2 Análisis Estrategia Didáctica (Manual: <i>Ingenio Geométrico</i>)	53
4.3 Triangulación de conceptos en el análisis de la estrategia didáctica	65
4.4. Análisis del cuestionario sobre la percepción e incidencia del manual	66
5. Conclusiones y recomendaciones	70
5.1 Respuesta a la pregunta central.....	70
5.1.1 Respuesta a las preguntas auxiliares	71
5.2 Recomendaciones	73
Referencia Bibliográfica	76
Apéndice	81

Lista de tablas

x

Tabla 1. Niveles de Razonamiento de Van Hiele 36

Tabla 2. Triangulación de conceptos en el análisis de la estrategia implementada 65

¡Error! Marcador no definido.

Figura 1. Valores institucionales y mapa de procesos	7
Figura 2. Resultados presaberes.....	51
Figura 3. Resultados elementos de la geometría.....	55
Figura 4. Resultados clases de rectas	56
Figura 5. Resultados ángulos	57
Figura 6. Resultados ángulos en posición.....	58
Figura 7. Resultados polígonos.....	59
Figura 8. Resultados triángulos.....	60
Figura 9. Resultados cuadriláteros	62
Figura 10. Resultados construcción de polígonos con instrumentos geométricos.....	62
Figura 11. Resultados círculo y circunferencia	63
Figura 12. Resultados resolución de problemas	64
Figura 13. Cuestionario percepción e incidencia	67

¡Error! Marcador no definido.

Lista de apéndice

xii

Apéndice A. Guía de saberes previos	81
Apéndice B. Manual: ingenio geométrico	84
Apéndice C. Cuestionario, percepción e incidencia. Términos de facilidad y dificultad.	93
Apéndice D. Consentimiento informado	96
Apéndice E. Registros fotográficos	97

Introducción

La inteligencia matemática ha sido construida hace millones de años, y le agradecemos a quienes no tenían las herramientas y la tecnología necesaria y llevaron a cabo infinidad de tropiezos, momentos de angustia, también de alegrías y momentos de silencios en la interpretación de la falta de producción conceptual de sus enigmas matemáticos; pero aun así abonaron el terreno para generaciones futuras.

Antes se pensaba en la realización de ejercicios por parte del estudiante de manera mecánica y que con eficacia la resolviera los conceptos aprendidos. Pero la educación de la matemática avanzó y se ha civilizado, donde se pretende que el estudiante se haga participe de manera vivencial en la construcción de sus propios conceptos en las asignaturas que hacen parte de la matemática, donde el sujeto pone en confrontación el objeto y aprende con su propia percepción.

El mundo matemático tiene bastante relación con el mundo físico y el entorno al que pertenecemos, también incluimos la geometría en este campo del saber por medio de las experiencias en el mundo cotidiano, la labor docente actual estudia la manera de implementar nuevas estrategias para abordar viejos conceptos de una manera nueva, diferente, motivante y estimulante sin dejar a un lado las dificultades que presenta el estudiante de manera individual y observar detenidamente como cada uno de sus estudiantes hace uso de los instrumentos geométricos en la medición y la construcción de figuras.

El focus group se llevará a cabo con un grupo de estudiantes, se tendrá en cuenta el apoyo al sistema geométrico y pensamiento matemático, la manipulación de diferentes instrumentos

geométricos como la regla, el transportador, el compás, el manejo de imágenes, vocabulario específico de la geometría en cuanto a este tema, símbolos entre otras. xiv

El propósito de esta propuesta es de carácter colaborativo puesto que se pretende un aporte para el aprendizaje de los estudiantes y la práctica de la enseñanza del docente en la asignatura de geometría por medio de una estrategia didáctica para el manejo de instrumentos.

Otro aspecto importante de la enseñanza de la geometría es que desarrolla la inteligencia teniendo en cuenta los pre-saberes antes de iniciar el proceso investigativo.

Lo que se espera con la investigación es realizar un aporte significativo al proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría por medio de instrumentos geométricos y la construcción de figuras aportando a la comunidad educativa una estrategia didáctica que será herramienta de estudiantes y docentes.

1. Planteamiento del problema

Introducción

La inteligencia matemática ha sido construida hace millones de años, y agradecemos a quienes no tenían las herramientas y la tecnología necesarias, la infinidad de tropiezos que pasaron, momentos de angustia y días sin dormir, también de alegrías y momentos de silencios en la interpretación de la falta de producción conceptual de sus enigmas matemáticos; pero aun así abonaron el terreno para generaciones futuras y esclarecen una cantidad de enigmas que dejan por medio de las teorías, conceptos, teoremas, ecuaciones, modelos...

La educación de antes se realizaba por medio de ejercicios que el estudiante de manera mecánica resolvía y así debía aprender sin importar ni un poco su participación y emisión de opiniones o si quiera preguntas. Pero la educación de la matemática afortunadamente a avanzado y se ha civilizado, donde se pretende que el estudiante se haga participe de manera vivencial en la construcción de sus propios conceptos en las diferentes asignaturas que hacen parte de la matemática, donde el sujeto pone en confrontación el objeto (concepto) y aprende con su propia percepción y saca así su propio conocimiento.

El mundo matemático tiene bastante relación con el mundo físico y el entorno al que pertenecemos, también incluimos la geometría en este campo del saber por medio de las experiencias en el mundo cotidiano, todo lo que nos rodea está lleno de formas, magnitudes, direcciones y en la labor docente actual se estudia la manera de implementar nuevas estrategias para abordar viejos conceptos de una manera innovadora, diferente,

motivante y estimulante sin dejar a un lado las dificultades que presenta el estudiante de manera individual y observar detenidamente como cada uno de sus estudiantes hace uso de los instrumentos geométricos en la medición y la construcción de figuras, aprendiendo por sí mismo.

El focus group se llevará a cabo con un grupo de estudiantes, se tendrá en cuenta el apoyo al sistema geométrico y pensamiento matemático, al igual que el desarrollo de habilidades y destrezas en la manipulación de diferentes instrumentos geométricos como la regla, el transportador, el compás, el manejo de imágenes, vocabulario específico de la geometría y símbolos entre otras.

El propósito de esta propuesta es de carácter colaborativo puesto que se pretende un aporte para el aprendizaje de los estudiantes y la práctica de la enseñanza del docente en la asignatura de geometría por medio de una estrategia didáctica para el manejo de instrumentos geométricos por medio de un manual.

Otro aspecto importante de la enseñanza de la geometría es que desarrolla la inteligencia teniendo en cuenta los pre-saberes antes de iniciar el proceso investigativo.

Lo que se espera con la investigación es realizar un aporte significativo al proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría por medio de instrumentos geométricos y la construcción de figuras aportando a la comunidad educativa una estrategia didáctica que será herramienta de estudiantes y docentes.

1.1 Descripción del problema

En el contexto escolar es necesaria la enseñanza de la geometría, así como los estudiantes forman parte fundamental del aula y sus experiencias de vida cotidiana desarrollan su percepción en el conocimiento métrico espacial básico, al interactuar con el medio aprenden a desenvolverse en la realización de ejercicios prácticos y afianzar los conceptos básicos sobre formas, medición y construcción de figuras usando los instrumentos.

Para los estudiantes se convierte en un reto el manejo de los instrumentos geométricos, como trazar, construir, medir figuras y encontrar diferentes valores en las se pueden realizar. Según el autor Hollowey clasifica la evolución del sistema geométrico en los niños y los clasifica en tres estadios: espacio vivido, espacio percibido, espacio concebido.

Geomáticas. La geometría en la naturaleza: Desarrollo del sistema geométrico en los niños). Espacio vivido: a partir del espacio geográfico. La noción del espacio. (2007).

Es importante que los niños encuentren en su escenario el espacio geométrico que desarrolla sus competencias como ser social que se sitúa en un determinado tiempo y lugar.

Espacio percibido: Reconocer un objeto mejor, identificando lateralidad, paisajes, fotografías y realidad, precisar la posición de un objeto, va más allá del descubrimiento del espacio.

Experiencias que le permitan ir más allá del descubrimiento del espacio geométrico del panorama que lo rodea.

Es importante que los niños encuentren en su entorno cotidiano las figuras geométricas que lo rodea, reconocer la geometría en toda la naturaleza y encontrar la variedad de formas en los conceptos que va adquiriendo y los relaciona con su contexto.

Espacio concebido: Es el espacio que los niños van construyendo y está formado por todas las concepciones, imágenes, conceptos geométricos que les permite no solo tener que tocar el espacio, no tener que verlo, sino simplemente imaginarlo.

La enseñanza de la geometría ha tenido tradicionalmente un carácter deductivo, en la básica secundaria, aunque no se tiene un conocimiento algebraico formal, se ha fomentado el aprendizaje memorístico de conceptos, teoremas y fórmulas hacen que los estudiantes

Las posibles causas de la desmotivación que presentan las estudiantes frente a la geometría, es que el profesor no presenta actividades que despierten interés en ellos; actividades que dejen volar su imaginación combinándola con su razonamiento que permita deducir, medir, visualizar, calcular y construir modelos para explicar fenómenos y resolver problemas teóricos y prácticos.

Lo que busca este proyecto es la resolución de problemas en el diario vivir de cada estudiante que se sienta capaz y sin temor alguno se solucionar problemas, la estrategia didáctica lo que busca es resolver problemas sea sinónimo de un resultado de aprendizajes significativos y de entender más fácilmente un ejercicio tanto geométrico, de

la vida diaria u otra asignatura cualquiera haciendo uso de la geometría. Por otro lado, al mejorar el conocimiento por medio de un análisis y comprensión de problemas geométricos también se mejore y se fortalezca el resultado de pruebas externas. Esto hace que el estudiante se sienta seguro y mejore su confianza en sí mismo y se siente optimo en su preparación.

La presente investigación se realiza en el colegio Eugenia Ravasco ubicado en la calle 54 # 23 – 25 Manizales (Caldas), teléfono: 8851978. Su fundadora: Madre Eugenia Ravasco (italiana).

Pequeña historia del colegio Eugenia Ravasco

El 15 de mayo de 1956 la Madre General de la congregación Sor María Ginebra Varallo, con Sor Graciela de Amicis y Sor Antonieta Spadavechia realiza el primer viaje exploratorio a Bogotá (Colombia), país del cual tenía buena referencia en cuanto a su religiosidad, e inician su obra en esta nación dejando detrás de las estatuas medallas de Madre Eugenia, fundadora de la congregación. En 1957 se dirigen a la ciudad de Manizales a una entrevista con el arzobispo Monseñor Luis Concha Córdoba, quien les concede el permiso para fundar en toda Colombia e iniciar la obra de residencia para universitarias. En 1958 funda en Manizales e inicia la gran obra dedicada al carisma de Eugenia Ravasco a “Hacer el Bien por Amor al Sagrado Corazón de Jesús”.

Llegan dos ángeles a apoyar la obra de las hermanas: Solita Ramírez, Inés Restrepo Mejía, en este tiempo llegan las primeras universitarias y las numerosas vocaciones a comenzar su periodo de formación; done actualmente funciona la casa de formación y pensionado para la tercera edad y Colegio. En 1959 llega Sor Dominica Fontana como

maestra de las novicias e inicia el preescolar para los niños más pobres de la ciudad. En 1960 Sor Juana Betancur, Sor Mila Negri y Sor Anunciación Santos fundó el colegio bachillerato gratuito y mayoría internas. En Colombia se encuentran en: Manizales, La Ineña (Manizales), Bogotá, Medellín, Ibagué, dándole servicio a la juventud y por amor al Sagrado Corazón de Jesús.

Misión y Visión del Colegio Eugenia Ravasco

Misión: el empeño misional educativo se centra en la formación humano – cristiano, el respeto por la diversidad, proyección académica y laboral formadora de mujeres competentes en los niveles de preescolar, básica y media académica con énfasis en inglés inspiradas en la fundadora Madre Eugenia.

Visión: La familia Ravasco continuará siendo un modelo de fortalezas humanas, religiosas, morales, éticas, inclusivas y académicas para el desarrollo de procesos educativos con calidad.

Perfil del estudiante: estudiante que vivencia y proyecta una formación integral con sentido crítico, analítico, investigativo, alegre, sincero, honesto dando testimonio de amor, fe, solidaridad y responsabilidad preocupada por alcanzar niveles académicos que la faculten para ingresar a la educación superior o al medio ambiente.

En la figura 1, se puede analizar los valores institucionales y los mapas de procesos que se tienen estipulados en la institución en el PEI.

VALORES INSTITUCIONALES

- Amor
- Solidaridad
- Responsabilidad
- Equidad

MAPA DE PROCESOS



Figura 1. Valores institucionales y mapa de procesos

Fuente: PEI (2018)

1.2 Justificación

Fomentar el pensamiento matemático: ¡Un reto escolar!

Los estándares básicos de competencia constituyen en todo niño, niña y joven lo que debe saber y hacer para lograr el nivel de calidad esperado. El plan de mejoramiento establece nuevas metas del como acercarse más a las metas y superar la construcción de conceptos. En el conocimiento matemático y geométrico se han distinguido dos tipos básicos: el conocimiento conceptual (Saber) y el conocimiento procedimental (Saber hacer).

Según el MEN se debe tener en cuenta los 5 procesos generales de la actividad matemática que se contemplan en los lineamientos curriculares de matemáticas: formular

y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar, comparar y ejercitar procedimientos en los algoritmos.

Este trabajo va enfocado al cumplimiento de unos estándares básicos de competencias de matemáticas del grado sexto para el desarrollo del sistema geométrico, que son:

- Identifica relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de distinta magnitud, en el caso de la manipulación de instrumentos geométricos manejando el centímetro y el grado.
- Predice y compara los resultados de aplicar el manejo de instrumentos geométricos en la medición y construcción e figuras geométricas, aprende la manera correcta de manipular cada instrumento y corrige de ser necesario.
- Justifica la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas que tienen que ver con la geometría euclidiana sacando provecho de las diferentes actividades con material concreto y el manejo de herramientas digitales.
- Utiliza técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas haciendo uso de los instrumentos geométricos que le permiten percibir las relaciones y dar explicaciones coherentes de su interpretación.

Es importante expresar las matemáticas a través de diferentes lenguajes (leer, escribir, hablar, escuchar y representar, ya sea bajo un patrón dado o por creación propia. La geometría no es solo una expresión de conjeturas mentales sino también sino también una expresión por medio de representaciones semióticas como se evidencia en el proyecto

donde lo que se busca es el aprendizaje significativo y comprender los contenidos con mayor facilidad.

1.3 Objetivo General.

Potenciar el sistema geométrico a través de una estrategia que permita el desarrollo de competencias matemáticas en la medición y construcción de figuras geométricas a estudiantes del grado sexto del Colegio Eugenia Ravasco.

1.3.1 Objetivos específicos.

- Diagnosticar los saberes previos que tienen los estudiantes en el manejo de los instrumentos geométricos en la medición y construcción de figuras planas.
- Diseñar una estrategia didáctica para el uso adecuado de instrumentos geométricos en la elaboración, medición y construcción de figuras planas.
- Implementar ejercicios de aplicación para desarrollar el sistema geométrico en la medición y construcción de figuras usando instrumentos geométricos.
- Describir la incidencia de la estrategia para el análisis del aprendizaje activo de la geometría en estudiantes del grado sexto.

1.4 Contextualización

El grupo donde se pretende realizar la investigación se caracteriza por tener las estudiantes entre los 11 y 13 años de edad, lo cual hace que el grupo sea homogéneo, actitudinal, cultural y comportamental. La mayoría de las estudiantes han tenido una trayectoria de varios años en el colegio. Su actitud comportamental es la adecuada demostrando compromiso, atención, dedicación e indagación de dudas. Se acogen a las reglas y normas de la clase atendiendo con buena actitud las sugerencias de la clase. Se esfuerzan y tienen un buen trabajo en equipo donde aportan buenos elementos e ideas y conocimientos en el grupo.

Es un grupo que se interesa por las estrategias y metodologías innovadoras planteando sus propios conceptos y captando el aprendizaje con rapidez. Generan espacios donde potencializan el pensamiento crítico, son creativas y poseen un buen ritmo de trabajo.

En algunas se evidencia falta de interés por la materia, puntualidad en la entrega de trabajos y actividades durante y extra clase. Es necesario que las estudiantes tengan un acompañamiento más continuo en sus casas en ocasiones no presentan a tiempo su quehacer escolar.

En el presente proyecto se pretende mejorar el sistema geométrico a través de aplicación en la resolución de problemas para la construcción, medición y análisis en el manejo de los instrumentos geométricos al igual que potencializar y comprender problemas. Tiene como objetivo dejar una estrategia didáctica el estudiante y al docente que pueda practicar por medio de ejercicios el uso de los instrumentos geométricos y la

realización sea de carácter experimental y allí pueda obtener sus propias conclusiones y adquirir vivencialmente un aprendizaje significativo.

Cabe resaltar, que la enseñanza de la geometría por medio de una estrategia didáctica invita al estudiante a dar un viaje fantástico por el curioso mundo que lo rodea, ya que su contexto es geométrico.

Existe una preocupación por trabajar el sistema métrico en la construcción de figuras, haciendo uso de los instrumentos geométricos. En el colegio se cuenta una hora semanal en la orientación de la asignatura de geometría existen proyectos para realizar en el área de matemáticas por periodo.

Una hora es muy poco tiempo y no es lo suficientemente productiva para realizar un aprendizaje significativo ya que se vuelve muy limitado y se ha visto olvidada la enseñanza y la importancia de esta asignatura de las matemáticas. Se nota en las estudiantes una dificultad al momento de manipular los instrumentos geométricos y también conocer los conceptos básicos de la asignatura y por parte de los docentes el poco manejo que se le debe dar a la geometría para alcanzar los logros propuestos para que el estudiante comience a sentir interés por la materia y de inicio a buenas bases en el área de las matemáticas, conceptos que sirven más adelante en su vida.

Otra debilidad encontrada es comparar y clasificar figuras bidimensionales de acuerdo a sus componentes (ángulos, vértices, lados), y sus características; si bien la geometría conlleva gran parte del espacio que habitamos ya que en todo lo que observamos hay representaciones geométricas que nos brinda la naturaleza.

El estudio de la geometría permite el estudio geométrico, espacial y métrico en las personas tanto para razonar, construir, crear y conocer las estructuras axiomáticas de las matemáticas como base de su estudio, facilita la interacción y comprensión del mundo que nos rodea y este mundo es geométrico, por lo tanto, es necesario y fundamental desarrollar y afianzar este tipo de pensamientos (Camargo, L. & Acosta, M 2012).

Lo que se busca con esta estrategia didáctica es potencializar el desarrollo y aprendizaje del sistema geométrico de los estudiantes en el lenguaje propio de la asignatura y conceptos, el docente le dará uso a la estrategia didáctica para que el estudiante evidencie un aprendizaje significativo desarrollando diferentes actividades que desarrollen sus capacidades en el manejo de instrumentos geométricos y la medición de diferentes figuras.

Basada en mi experiencia como docente interpreto el problema en la medición, construcción y el mal manejo de los instrumentos geométricos en las estudiantes del Colegio Eugenia Ravasco. Dadas las observaciones en mis años laborados la falta de una estrategia adecuada para que los docentes orienten el manejo de los instrumentos geométricos y los estudiantes aprendan a medir y construir figuras con ellos; tal vez se debe al énfasis que se hace con mayor intensidad horaria en las horas en la asignatura de matemáticas y olvido que se le ha dado a la geometría en las instituciones.

En las aulas se evidencia un gran temor hacia las matemáticas y la gran dificultad para el estudiante entender sus procedimientos, análisis, y la resolución de problemas enfocados hacia la vida cotidiana ya que las matemáticas y la geometría están en nuestro diario vivir.

La falla dada en el aula es la falta de proceso enseñanza y aprendizaje en la asignatura de la geometría y este quizás arroja resultados estadísticos en las pruebas saber de los estudiantes bajos con una respuesta deficiente en el análisis y resolución de problemas geométricos tanto en la medida como en la construcción de figuras.

Es por eso que se plantea el siguiente interrogante:

1.5 Formulación del problema.

Es notable la falta que hace dedicar intensidad horaria a la geometría en los colegios y en los estudiantes de grado sexto es importante afianzar los conceptos básicos de la geometría y fortalecer en ellos el sistema geométrico en el desarrollo de las competencias de razonamiento, comunicación y modelamiento de su propio concepto de la geometría Euclidiana. al igual que el trazo, construcción y medición de figuras y la manipulación de los instrumentos geométricos.

1.5.1 Pregunta problema

¿Cómo fortalecer el sistema geométrico para el desarrollo de las competencias matemáticas: comunicación, razonamiento y resolución de problemas a través del manejo de instrumentos geométricos para estudiantes de grado sexto?

De la pregunta de investigación se desprenden las siguientes preguntas auxiliares:

- ¿De qué manera los estudiantes dan el uso adecuado a los instrumentos geométricos?
- ¿Qué estrategias permiten el desarrollo de la competencia de medición con mayor optimización?

- ¿Cuáles son los resultados encontrados de manera positiva en el impacto final de la investigación?
- ¿Qué otras propuestas se evidencian por parte de estudiantes y docentes que mejoren nuestra propuesta?

2. Marco referencial

Introducción

Es importante conocer sobre los autores que apoyan con sus hipótesis la investigación, ya que han profundizado en la temática y han elaborado sus teorías que aportan a la didáctica, la pedagogía, y en el campo disciplinar para la enseñanza de la geometría y el uso de los instrumentos geométricos como material manipulativo; y tener como fin siempre el aprendizaje significativo tras la experiencia al compartir un excelente ambiente de aula donde se aborden conceptos a través de los estímulos por medio de los sentidos y obtenga su propia percepción.

De acuerdo con Báez e Iglesias (2007, p. 126), la geometría ha sido considerada como uno de los pilares de formación académica y cultural del individuo dada su aplicación en diversos contextos. («View of The Students' Perspective of Geometry Teaching and Learning in High School», s. f.)

Los autores afirman, que teniendo en cuenta los diferentes contextos todos estamos rodeados de geometría; asignatura que no trata solo de memorizar formulas, conceptos o teoremas en ejercicios paso a paso según explica el profesor, sino en la forma como

disfruta de las formas y tamaños, también definirla como el proceso activo desde la primera etapa de vida del ser humano y la manera en cómo percibe todo lo que lo rodea e interpreta su impresión con el fin de darle un sentido al medio en el que vive y aprenda por medio de la experiencia y la observación. Por otro lado, aprender a leer los símbolos y signos que se hacen visibles cuando aprendemos a interpretar la geometría como resultado del proceso de enseñanza y aprendizaje y optimizar su pensamiento geométrico- métrico y adquirir también un aprendizaje semiótico.

2.1 Antecedentes

La investigación propicia momentos indiscutibles, en los que se debe analizar que otros autores han trabajado sobre la enseñanza de la geometría, para ello, se hace un rastreo bibliográfico en el que se cuenta con antecedentes internacionales, nacionales y regionales, los cuales, aportan a esta investigación, a partir de sus resultados, conclusiones y sugerencias.

Antecedentes internacionales

- **Estrategias lúdicas aplicando el modelo Van Hiele** como una alternativa para la enseñanza de la geometría desarrollada por Claudia J. Pérez y María Eugenia Ruíz, elaborada en el año 2010 en Mérida - Venezuela, en la Universidad de los Andes. Los docentes actuales debemos tomar esta investigación como un ejemplo ya que nos enseña como a partir del juego, la motivación y el interés obtenemos de nuestros estudiantes el desarrollo de las capacidades para lograr la meta en cada clase y alcanzar un aprendizaje

significativo en diferentes actividades en el aula, tras utilizar el modelo de Van Hiele y los aportes de la escuela piagetiana por medio de las fases de aprendizaje y los niveles de razonamiento mostrándonos un modelo descriptivo e inductivo, entendiendo la geometría desde el punto de vista propio. (Diana .P , M. Eugenia R. 2010 Pg. 33)

- **Teoría de Van Hiele y cabri geometre en la construcción del concepto de la transformación rígidas del plano**, desarrollada por María C Beltrametti, Mónica L. Esquivel & Elvira E. Ferrari, en la Universidad Nacional del Nordeste de Argentina, (2014)

En esta investigación se analizan las dificultades de los estudiantes para aprender la geometría y la madurez frente a los conceptos tanto en el razonamiento y la demostración geométrica y como el docente puede orientar al estudiante en su formación científica. Cabri Geoemtre es presentada como una herramienta didáctica; la doctora María Cristina González Dosil del Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona de la Habana Cuba, pasa la propuesta basada en los problemas para contribuir a la enseñanza a partir de la reflexión cognitiva de los procesos. Se muestra la teoría del aprendizaje significativo y como potencializa el desarrollo del estudiante. (Diana .P , Alexander. G, José. A, 2014 Pg. 20).

- **Artículo que trata de la aplicación del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele y la enseñanza de la geometría.** Es verdad que la geometría desarrolla las habilidades en el estudiante para comprender y entender el mundo

que lo rodea y la forma como se puede aplicar el modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría al mundo moderno y cada campo en el desarrollo de la humanidad como los campos sociales, culturales, tecnológicos y arquitectónicos. Introduce el modelo de Van Hiele explicando la evolución del razonamiento geométrico a través de cinco niveles consecutivos y la compara con la teoría del desarrollo de Piaget tomando en cuenta los sentidos y el lenguaje para describir y explicar el modelo de Van Hiele cuando percibe la geometría en su contexto.

Según Hernandez y Villalba (2001, pg. 78) la geometría puede concebirse como: La ciencia del espacio, como herramienta para describir y medir figuras como base para construir y estudiar modelos del mundo físico, haciendo uso de herramientas innovadoras para entender la dimensión del espacio que nos rodea y la forma como se interviene aprendizaje significativo colmado de actividades experimentales donde se evidencie un alumnado inquieto, vivaz por manipular los instrumentos que fortalezca su pensamiento, ordene sus conceptos y argumente lo aprendido.

- **Antecedentes nacionales**

- **El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría.**

Según Leonor Camargo (2011, pg. 53 y 57), Piaget considera que el desarrollo del razonamiento permite el avance en el proceso de aprendizaje. Mientras que los Van Hiele que gracias a los procesos de enseñanza y aprendizaje se promueve el desarrollo del razonamiento.

La didáctica está en deuda con Piaget, ya que sus trabajos delimitan el campo de indagación acerca del aprendizaje, la enseñanza y la evaluación de la geometría, aportando fundamentos prácticos y metodológicos que profundizan en aspectos como la visualización, la contextualización, la representación y la resolución de problemas.

(«Vista de El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría», s. f.)

Me encuentro a favor de la teoría de Van Hiele, cuando el docente presenta una clase motivante e innovadora despierta el interés en el estudiante frente al nuevo conocimiento, donde él se encuentre con aciertos y errores, se vea obligado a un intercambio creativo de conceptos, opiniones y experimentos con otros compañeros y realmente vivencie por medio de la imaginación y la creatividad la necesidad de llegar al aprendizaje final y se convierta a su vez en la raíz de un buen proceso de enseñanza y aprendizaje, bien guiado donde compromete al estudiante a fortalecer su pensamiento de razonamiento.

- **Elementos de la geometría comprende: geometría euclidiana y geometría del compás.**

La geometría euclidiana, se divide en geometría plana y geometría del espacio.

El libro nos presenta la geometría euclidiana y geometría del compás, vocabulario, definiciones y conceptos básicos que un aprendiz de la geometría debe tener en cuenta para su formación, ampliar su conocimiento de lo específico a lo general. En el podemos aprender sobre la geometría plana, geometría en el espacio, geometría del compás, ejemplos, graficas, construcciones fundamentales y problemas relacionados con cada tema básico de la geometría euclidiana.

El libro ha sido de gran ayuda para tomarlo como base para el proyecto, ya que el padre de la geometría es Euclides y es el primer autor que se debe tener como base para efectuar la investigación, la metodología y tener claro la meta a la que se quiere llegar. Otra razón es el fortalecimiento del pensamiento deductivo como instrumento de razonamiento para mantener vigente el conocimiento básico y obtener las bases de la educación primaria y secundaria y darle una utilidad en las diferentes disciplinas y carreras profesionales. (Álvarez, E. 2003)

Antecedentes locales

- **Aprendizaje de la geometría mediada con herramientas didácticas.**

Potenciar el trabajo de la geometría en los estudiantes a través de las herramientas didácticas mediante un enfoque cualitativo con un modelo de investigación educativa, con carácter descriptivo hace que sea esencial involucrar al docente con una actualización constante de los conceptos, metodologías, estrategias que faciliten al estudiante obtener conocimiento y no se conforme con quedar con vacíos que más tarde solo lo perjudicaran, lo hacen perder el interés y la motivación por la asignatura. La idea es que el docente ofrezca a la población proceso de aprendizaje significativos por medio de una clase con actividades innovadoras y vivenciales para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje y así contribuir a fortalecer desde los primeros años escolares y avanzar en la optimización en el sistema educativo. Al utilizar herramientas y recursos didácticos se favorece la motivación en el aprendizaje en diferentes contenidos y se puede pensar en vigorizar el trabajo colaborativo y establecer la importancia de las relaciones

interpersonales y la integración de la geometría con otras áreas tanto en el trazo y construcción de figuras como en el uso de diferentes instrumentos geométricos.

2.2. Marco Legal

LEY 115 de febrero 8 de 1994: Ley General de educación colombiana

Documento que establece y reglamenta las normas educativas necesarias para el desarrollo pleno del proceso de enseñanza y aprendizaje de los educandos. La Ley 115 es la Ley General de Educación de Colombia. Escrita el 8 de febrero de 1994. Constituida por 11 títulos y 222 artículos, la cual rige la prestación del servicio de educación en busca de la calidad educativa en los distintos niveles de educación formal o no formal y establecimientos educativos que participan en el proceso educativos de los estudiantes pronunciado en la constitución política de Colombia y teniendo en cuenta las normas jurídicas y programas curriculares dando cumplimiento de los derechos y deberes en la prestación de servicios en el sistema educativo colombiano, favoreciendo el aprendizaje significativo en un ambiente de aula acorde que complazca las necesidades y la cultura de cada estudiante según su contexto, teniendo en cuenta los diferentes factores que intervienen en el desarrollo de la sociedad.

La formación de los docentes debe ser óptima para brindar una educación con cambio positivos en cada individuo, siendo íntegro y autónomo, también el fortalecimiento en el desarrollo de habilidades, conocimientos, aptitudes, valores y contribuya en el bien de la sociedad dando cumplimiento a la ley.

Lineamientos curriculares del área de matemáticas

Los lineamientos son referentes que apoyan los proyectos de educación, planes de estudio por ciclos o niveles, áreas, el currículo, la evaluación y la promoción de los estudiantes. Aportan a las instituciones y a los docentes ya que estos traen implicaciones pedagógicas y didácticas es por eso que pueden ser modificadas según las necesidades del ¿Qué se va a enseñar? y ¿Qué se va a aprender? Así se forma el individuo como ser autónomo, investigativo, innovador para que sea útil a la sociedad. Es el trabajo laborioso de muchas personas que comparten interrogantes y los organizan según lo que necesite el país y las indicaciones del MEN ofreciendo el desarrollo de las comunidades educativas con bases concretas sobre el aprendizaje del estudiante.

Es importante el conocimiento de los lineamientos ya que son la primera base para el desarrollo de una excelente interacción pedagógica teniendo claro cómo se va a ejecutar en un área determinada en los establecimientos educativos. Los lineamientos rigen un orden para aplicar el resultado del aprendizaje y obtener un desempeño óptimo de las actividades del docente.

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

Los estándares básicos de competencia brindan información que permita establecer el conocimiento que se deba proporcionar y la manera de implementar el saber, el hacer y el ser.

Los estándares básicos están planteados con el fin de proporcionar a la educación matemática la equidad y la calidad teniendo en cuenta las habilidades matemáticas proporcionando ambientes de aprendizajes enriquecedores en el cual se ofrezcan situaciones problemas y se evidencie un aprendizaje significativo sin dejar a un lado el

conocimiento conceptual y procedimental y también teniendo en cuenta la práctica de la formulación y resolución de problemas. En la modelación del proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se tiene en cuenta la cotidianidad, la comunicación, el razonamiento, la comparación y ejercitación de procedimientos.

Los estándares se dividen en cinco tipos de pensamientos matemáticos necesarios para el buen desarrollo y aplicación de las áreas, ya que cada uno es importante para perfeccionar las habilidades y adquirir distintos conceptos los cuales fortalecerá en el camino de su vida escolar y más adelante enfrentar matemáticamente obstáculos de la vida cotidiana. El sistema geométrico tiene como objetivo la enseñanza de la geometría, ayudar al alumno a dominar sus relaciones con el espacio para que pueda representar y describir a partir de un conocimiento intuitivo las nociones espaciales y geométricas usando procesos cognitivos por medio de la manipulación y la acción sobre objetos para descubrir complementando lo conceptual con lo procedimental teniendo en cuenta las habilidades y dificultades a través de las competencias y la forma de evaluar por medio de diferentes estrategias y permitan cubrir las necesidades de los estudiantes en los distintos ritmos de aprendizaje, ya que los estudiantes poseen diferentes dificultades, el docente está en la obligación de usar metodologías variadas para potenciar destrezas y fortalecer las debilidades y así potenciar su conocimiento.

Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA):

El derecho a la educación es un servicio que es brindado por todos aquellos que garanticen el desarrollo de conocimientos, habilidades, destrezas y valores que forman a la persona de manera integral. Los DBA son para el docente una herramienta que plantea

las rutas por medio de actividades para el mejoramiento de los planes curriculares, los saberes y las temáticas que deben alcanzar los estudiantes que promueven el aprendizaje en las áreas de matemáticas y lenguaje.

El documento muestra el conjunto de aprendizajes que cada estudiante y los objetivos que debe aprender como mínimos. A través de los DBA se encuentran las bases para desarrollar la práctica pedagógica por medio de experiencias como el juego, la expresión, artística y la exploración creando ambientes de aula propicios dirigidos a la población para el aprovechamiento de oportunidades para el mejoramiento del conocimiento en cada una de las áreas; a su vez estas están articulados con los lineamientos y estándares. Los DBA son el objetivo que tiene la institución y el docente de área para favorecer el aprendizaje acorde al grado cursado al finalizar el año escolar y ser promovido al siguiente año.

La invitación para que cada docente incorpore los DBA en cada una de las áreas fundamentales de conocimiento y los diferentes procesos que exigen el cumplimiento y tienen como objetivo lograr las competencias y proceso de enseñanza y aprendizaje. Lo que propone los DBA es que los docentes articulen la interacción pedagógica con el aprendizaje significativo.

2.3 Marco pedagógico

La investigación propicia personajes emblemáticos, los cuales analizan la base teórica de la enseñanza y marcan con sus teorías un cambio en la historia para que la educación tenga una evolución positiva para quien aprende. El antes y el después de la enseñanza y

como aporta para el proceso de enseñanza y aprendizaje en la geometría, para ello, se hace un rastreo bibliográfico de personajes que aportaron desde su campo pedagógico a la formación de docentes y estudiantes y a esta investigación, a partir de sus resultados, conclusiones y sugerencias.

2.3.1. Estadios Del desarrollo humano de Piaget

El desarrollo cognitivo según Jean Piaget (1896 – 1980) afirma que el ser humano atraviesa por diferentes etapas específicas desde su infancia a la etapa adulta, acorde va madurando: su intelecto, su capacidad de percibir, vivir experiencias y aprende a manipular objetos e interactúa con otras personas para así generar y construir su conocimiento, lo modifica y aprovecha el mundo que lo rodea.

Según Piaget, citado por (Linares, s. F. pg. 3) ha dividido el desarrollo humano en cuatro periodos: primera etapa sensorio-motora: el sujeto inicia su interacción con el objeto, los símbolos y la iniciación del lenguaje. Segunda etapa operacional: juego de roles actuando de manera organizada y racional. Tercera etapa operaciones concretas: analiza ejercicios para llegar a la solución usando la lógica justificando la respuesta. Cuarta etapa operaciones formales: situaciones complejas llega a la conclusión de manera más abstracta.

En dicho artículo se presenta la teoría sobre el pensamiento y la inteligencia haciendo énfasis en estas cuatro etapas que caracterizan la vida del ser humano y el interés por proporcionar ideas generales para comprender la realidad.

Para la investigación es importante el aporte de Piaget si tenemos en cuenta que los niños inician desde su primera infancia el contacto con el entorno y las diferentes figuras que encuentran en la naturaleza; manipulan juegos didácticos, papiroflexia, la memoria, la percepción y las imágenes mentales. Aprende las características de las figuras geométricas, las ubica en el contexto e inicia el aprendizaje más allá de la identificación visual hallando su perímetro y área. Es importante formar al estudiante en un aprendizaje progresivo de lo particular a lo general con una estructura operacional acorde a su edad y pensar en desarrollar el pensamiento lógico como nos delega Piaget por medio de la asimilación y acomodación, es decir que el estudiante construya su concepto de lo aprendido.

2.3.2. La teoría del aprendizaje significativo

Actualmente existe una gran diferencia con la educación tradicional, está la hace el docente, quien desarrolla y evalúa la clase con la meta de obtener un aprendizaje significativo por medio de experiencias que le dan información valiosa y el estudiante reconstruye el proceso: los conceptos nuevos con los conceptos antiguos y fortalece su desarrollo cognitivo.

Según Ausubel (1986), citado por Barriga (2002) “El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe, y debe enseñarse consecuentemente”.

Es trascendental tener en cuenta los pre saberes del estudiante, consecuentemente a los temas que se deben encauzar en el conocimiento; El saber previo es la herramienta que el

docente debe usar hábilmente para unir ambos aprendizajes, fortaleciendo su curiosidad al igual que canalizar la creación de interrogantes para la solución de diferentes problemas; presentando proyectos donde explore, deduzca y saque sus conclusiones fortaleciendo la habilidad de descubrir.

Según Ausubel citado por Franklin Moreno (2009), nos dice que el aprendizaje significativo en el ser humano se produce por un proceso llamado asimilación.

Nos descartemos que aprender significa conectar los nuevos aprendizajes con los anteriores; es decir: El nuevo aprendizaje y el viejo conocimiento queda alterado ya que el estudiante forma una nueva distribución de los conceptos aprendidos y con sus palabras e ideas implanta en su propia percepción una nueva concepción de lo experimentado. («Teoría de la instrucción vs. Teoría del aprendizaje significativo: Contraste entre J. Bruner y D. Ausubel - Ilustrados!», s. f.)

Se despierta el interés en el estudiante cuando se presentan actividades distintas, innovadoras, estimulantes al nuevo aprendizaje, donde el estudiante entra a jugar un papel muy importante ya que fusiona ambas apreciaciones para sacar las propias en la manera que las ha entendido, es decir integra sus ideas para obtener como resultado un aprendizaje sucesivo y consecutivo y expone de manera concreta, clara y sencilla el contenido y la motivación que le inyecte el docente al concepto que debe ser aprendido.

Según D. Ausubel (1986, pág. 18), “plantea que el aprendizaje del alumno depende de una estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, es decir, “estructura cognitiva”, el conjunto de ideas y conceptos que el individuo ya tiene desde un campo de conocimiento, el aprendizaje significativo se da cuando los contenidos se

relacionan, pero no al pie de la letra, sino que se relacionan con un factor relevante como imágenes, símbolos”

En el transcurso del proceso de aprendizaje las representaciones que obtiene un individuo dentro de su contexto son las que va llevando en su pensamiento cognitivo y las adopta en su memoria según se haya desarrollado las habilidades y destrezas con las que haya aprendido y se logre obtener el significado no de un concepto de memoria y tradicional sino de una experiencia vivida y en cambio exista un recuerdo, para saber explicar con sus palabras el concepto.

La teoría de Ausubel, retroalimenta la investigación ya que lo que se busca es la amplificación del conocimiento en el uso de instrumentos geométricos como la regla para medir sus lados, el hallar el perímetro, el uso del transportador para medir sus ángulos, y por último resolver problemas que involucren los temas vistos.

Partiendo desde el aprendizaje significativo el estudiante desarrolla las habilidades y destrezas en la asociación de símbolos y los conceptos aprendidos mediante la experimentación sabiendo usar las diferentes representaciones ya sean de la realidad o formadas por su creatividad u objetividad.

David Ausubel fue un personaje conductista, estaba seguro que el aprendizaje se debía al cambio de conducta del ser humano, pero al evolucionar el concepto del aprendizaje significativo se va más allá del pensamiento anteponiendo la experiencia como un buen método para dejar en los estudiantes con conocimientos propios. Se debe tener en cuenta: la manera en cómo el profesor enseña, el contexto del estudiante, el plan de estudios que maneja la institución; en el campo de la geometría es importante trabajar el trazo, la

construcción, medición y manipulación los diferentes tipos de instrumentos para fortalecer el aprendizaje y provocar de manera estable la adopción del significado.

Según Ausubel, (1976), aborda problemas tales como:

a) Descubrir la naturaleza de aquellos aspectos del proceso de aprendizaje que afecten al alumno, la adquisición y obtención a largo plazo de cuerpos organizados de conocimiento; b) el amplio desarrollo de las capacidades para aprender y resolver problemas; c) averiguar qué características cognoscitivas y de personalidad del alumno, y que aspectos interpersonales y sociales del ambiente de aprendizaje, afectan el resultado de aprender una determinada materia de estudio la motivación para aprender y las maneras características de asimilar el material y, d) determinar las maneras adecuadas y de eficiencia máxima de organizar y presentar materiales de estudio y de motivar y dirigir deliberadamente el aprendizaje hacia más metas concretas (Op. Ct. Pg. 23). (Rodríguez Palmero, 2012, pág. 9)

La educación actual es cambiante dadas las diferentes condiciones de los estudiantes es por eso que me encuentro a favor de los problemas que aborda Ausubel ya que en el aula de clase se percibe a cada individuo asumiendo el aprendizaje de manera diferente, donde el docente toma el contexto donde se desenvuelva y lo que afecta para concentrarse al estudiante frente a los nuevos conocimientos y la forma como busca solución a los diferentes problemas tanto escolares como en la vida real aplicando lo que ha aprendido en la escuela.

David Ausubel presenta tres tipos de aprendizaje significativo: (*Aprendizaje significativo*, s. F., pg. 5), el primero aprendizaje de representaciones, empieza desde la

primera etapa del niño, conoce imágenes, obtiene noción del concepto y el aprendizaje que obtiene es el significado de cada símbolo. Por ejemplo: el círculo el cual puede asociar con un tambor, una señal de tránsito, una tapa, una llanta de bicicleta, un plato... así el individuo tiene una asociación cognitiva del símbolo. El segundo es el aprendizaje de conceptos, cada situación aprendida es la asociación de objetos o eventos particulares de una experiencia. Cada individuo lo entiende de manera diferente, esto es lo más maravilloso del aprendizaje ya que lo hace significativo, comunicativo y formativo. Amplía su conocimiento y a también su vocabulario. Por ejemplo, si ya asimila el concepto del círculo asimila y acomoda más conocimientos como diferencias, elementos, características. El tercer aprendizaje de proposiciones, se considera un aprendizaje más complejo ya que el estudiante asimila lo aprendido, amplía su conocimiento, vocabulario y expresa con palabras más complejas la unión de un saber que ya tenía con la asimilación de sus primeros conceptos, adquiridos con otras experiencias y adquiere la habilidad de una proyección más madura con lógica. Por ejemplo, en cuanto al círculo ya no solo lo ve como una figura geométrica, sino que puede expresar de la figura más conocimiento técnicos con fórmulas matemáticas y geométricas.

Nombremos algunos ejemplos de los tipos de aprendizaje: Un estudiante del grado sexto que aprende la forma correcta de utilizar el compás, estudiantes del grado sexto que al ver un tablero distinguen la figura como un rectángulo, algunos dicen cuadro (siendo incorrecta su asimilación), un estudiante que aprende una nueva técnica de dibujo, un estudiante que aprende hallar el perímetro e identifica la diferencia entre ambas. (pre

saberes); con la orientación del docente el estudiante adquiere y modifica el concepto y es donde se logra la acomodación en el aprendizaje y es significativo.

2.3.3. Pedagogía y didáctica debate contemporáneo de la educación.

La pedagogía busca comprender la finalidad de la educación. La didáctica fija sus límites en el aprendizaje. Dos conceptos que revelan diferencias, tensiones y relaciones.

Libro: didáctica pedagógica y saber. Zambrano leal, A. (2016), Pedagogía de la didáctica: esbozo de las diferencias, tensiones y relaciones de los dos campos. Praxis & saber; 7 (13), 45 – 61

El presente autor aporta a la investigación de manera que se busca articular la pedagogía y la didáctica en una estrecha interrelación con la educación. Buscando un aprendizaje significativo con una mirada y aplicación de diferentes situaciones didácticas que tenga como objetivo la interacción del alumno con el saber y halla una educación con valor y un ambiente de aula ameno para cada estudiante.

2.4. Marco Disciplinar

A continuación, se enuncian algunos de los autores que en base a sus teorías, antecedentes e investigaciones aportan sus conocimientos en la forma más acertada de enseñar geometría, sus propuestas apoyan el trabajo de investigación desde su disciplina específica y es que debido a que la enseñanza se ha transformado con nuevas exigencias y requerimientos sobre la profesión docente, las dinámicas de la clase tienen como objetivo generar en el estudiante aprendizajes por medio de experiencias y se convierta en significativo, para ello se hace un rastreo bibliográfico de personajes que aportaron

desde el campo disciplinar a la formación de docentes y estudiantes para aprender la geometría.

2.4.1. Euclides el gran padre de la geometría

Su pensamiento espacial y los sistemas geométricos fueron parte del estudio de Euclides que corresponden al estudio de las propiedades del espacio (sistema lógico de hipótesis comprobadas) y axiomas (idea contemplada desde una teoría en base a razonamientos que son deducidas bajo una deducción), es conocida como geometría plana. («Geometría Euclidiana: Historia, Conceptos Básicos y Ejemplos - Lifeder», s. f.)

Algo de historia desde la geometría Euclidiana

En el siglo III a. C. Euclides y sus discípulos escribieron “los elementos” obra que hablaba sobre el conocimiento de la época desde un pensamiento lógico- deductivo (la geometría una ciencia para resolver problemas clásicos y evoluciona como ciencia formativa que ayuda a razonar). («Geometría Euclidiana: Historia, Conceptos Básicos y Ejemplos - Lifeder», s. f.)

Euclides de Alejandría (325 a. C. - 265 a. C) y Los Elementos (comprendido en trece libros, después de la Biblia es el libro más editado). Después de la muerte de Alejandro Magno, queda Egipto en manos de Ptolomeo I, el cual crea la escuela de Alejandría.

Euclides era maestro allí donde enseñó más de 30 años, se deduce que asistió a la escuela de Platón; inicio escribir sus elementos y realiza una descripción exhaustiva de las matemáticas. Algunos de sus discípulos fueron Arquímedes y Apolonio de Perga.

Euclides ofrece la afirmación de un teorema tras una demostración, nos deja la geometría en dos dimensiones (el plano), y tres dimensiones (el espacio), siendo el origen de los que hoy en día conocemos como Geometría Euclidiana. («Geometría Euclidiana: Historia, Conceptos Básicos y Ejemplos - Liferder», s. f.)

En acuerdo con el texto, entiendo como pensamiento espacial el proceso cognitivo mediante el cual se construyen y se manipulan las representaciones mentales de cada individuo de los objetos que observa y el lugar que ocupa en el espacio, también la manera como lo explica concretamente ya sea de manera gráfica, con material o de matemáticamente; el espacio es todo lo que nos rodea, y esto nos lleva a estudiar el espacio geométrico, ya que el espacio nos proporciona las formas de la naturaleza, encontrando una geometría perfecta y simétrica.

Este pensamiento se desarrolla y se fortalece en las aulas de clase donde el maestro con actividades hace referencia a la forma de comprender e interpretar: las magnitudes, las cantidades, instrumentos y su medición de una manera diferente, teniendo en cuenta la forma como se adquiere el aprendizaje. Es importante tener clara la relación entre los conceptos y los procedimientos geométricos como la construcción de las figuras con instrumentos y la relación que tiene con el concepto de la magnitud y características.

Un poco de la didáctica, conceptos básicos y el desarrollo espacial de la geometría Euclidiana.

En el presente proyecto no se muestran nuevas definiciones, ni demostraciones de alto nivel, ni se espera convertir a los estudiantes en genios. Pero lo que si se espera es convertir los viejos conceptos para la matemática y la geometría en nuevos análisis para

los estudiantes y tener en cuenta en lo más posible sus necesidades. Aprender del espacio que lo rodea y de los objetos a profundidad que poseen una forma, tamaño, longitudes, elementos, orden simetría, regularidad y proporcionalidad. Con el proyecto se presenta un manual didáctico donde se pretende el desarrollo de habilidades en el sistema geométrico y antes que nada fortalecer la manipulación de los instrumentos geométricos. Al tener una relación con el objeto no solo se habla o se piensa en maniobrar diferentes cuerpos, sino los diferentes instrumentos que puede manipular para encontrar unas características, participando del aprendizaje significativo que adquiere de manera asertiva con actividades didácticas para fortalecer su pensamiento geométrico.

Esta nueva herramienta que busca mejorar el aprendizaje en el manejo de los instrumentos geométricos será de gran ayuda en la educación matemática. El aprendizaje significativo se encontrará haciendo uso de las nuevas y variadas actividades presentadas en el manual de geometría, que pretende formar la confianza y la autoestima más elevada.

Aprende hacer uso de los mecanismos en la construcción de su propio concepto y la forma en que soluciona los problemas en su espacio utilizando la lógica matemática.

Como expresa el autor Sánchez R. J. M (1996), *concebimos los puntos, las rectas y planos en ciertas relaciones reciprocas y expresamos estas relaciones con palabras tales como “estar situado”, “entre”, “congruente”, “paralelo”, “continuo”. La descripción completa de estas relaciones hechas exactamente y con fines matemáticos resulta de los axiomas de la geometría. Se dividen en cinco grupos, aisladamente, expresa ciertos hechos fundamentales correspondientes a nuestra intuición. Se denominan este grupo de*

axiomas de la siguiente manera: axioma de enlace, axioma de ordenación, axioma de congruencia, axioma de paralelas, axioma de continuidad. («Fundamentos de la geometría—David Hilbert—Google Libros», s. F. Pág. 3)

Agregando a la idea del autor encuentro interesante como al referenciar el punto donde nos encontramos se habla de un punto en específico con otra persona y para llegar allí debemos desplazarnos realizando caminadas en líneas rectas, y nos ubicamos paralelamente a otros puntos, es el ejemplo de como la geometría nos rodea, y no la percibimos. Aprender a conocer e interpretar la geometría es cuestión de que en la escuela los docentes enseñemos a nuestros estudiantes a interpretarla, haciendo del ambiente de aula ameno, motivante, vivencial y con la meta de un aprendizaje significativo y describir y expresar la geometría plana de Euclides con un poco de propiedad.

2.4.2. Niveles del razonamiento del modelo Vann Hiele

En la investigación se toma como referencia el modelo de gran importancia en la geometría perteneciente a Pierre y Diana Vann Hiele – Geldof (esposos); en los años 50 ambos profes de geometría en Holanda. Basados en su experiencia docente y las dificultades elaboran un modelo de aprendizaje que lleva su nombre: “Modelo de razonamiento de Vann Hiele”. Consta de niveles de razonamiento y fases de aprendizaje:

El primero la visualización, el individuo reconoce las figuras geométricas por su forma, no diferencia partes ni componentes de la figura. Pero la reproduce como dibujo. El segundo es el análisis, las reconoce, explica las propiedades, las describe. No hay un lenguaje geométrico básico para referirse a figuras geométricas por su nombre. En el

nivel tres reconoce y establece las relaciones necesarias para construir interrelaciones entre ellas. Su desarrollo lógico sigue basado en la manipulación, no organiza el razonamiento lógico que justifiquen su respuesta. En el nivel cuatro ya el individuo realiza deducciones y razonamientos y ve la necesidad de justificar sus razonamientos, comprende cómo se llega al mismo resultado desde premisas distintas, obtiene un razonamiento lógico. Y por último el nivel 5, el individuo está capacitado para analizar varios sistemas de rigor, aprecia la complejidad de los axiomas de los fundamentos de la geometría la cual tiende hacer abstracta y se obtiene en los niveles universitarios. (Alsina, Fortuny y Pérez (1997) y Gutiérrez y Jaime (1991) pág. 83) (Vargas & Araya, 2013, pág. 82).

En total acuerdo con la teoría de Van Hiele pienso que el individuo inicia el aprendizaje desde lo particular a lo general, instruyendo su conocimiento en grado de complejidad de los temas y el desarrollo del pensamiento lógico poco a poco siguiendo un orden secuencial de lo aprendido y avanzando en la regulación de la formación que adquiere; y al llegar a una educación superior haya adquirido habilidades que le faciliten la comprensión de aprendizajes.

Tabla 1. Niveles de Razonamiento de Van Hiele

NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4
1. Percibe objetos, como unidades no formadas por partes.	1. Percibe objetos formados por partes y dotados de propiedades, pero no identifica la relación entre las partes.		
2. Describe objetos por su aspecto físico.	2. Describe objetos de manera informal, por medio del reconocimiento de sus componentes y sus propiedades.	2. Describe figuras de manera formal, comprende el papel de las definiciones y requisitos que la hacen correcta. No comprende la estructura axiomática de la matemáticas.	2. Comprende la estructura axiomática de las matemáticas.
3. Diferencia y clasifica objetos por semejanza y diferencia físicas generales.	3. No clasifica lógicamente.	3. Clasifica objetos lógicamente. Realiza razonamientos lógicos. Comprende pasos de razonamiento lógico.	3. Realiza razonamientos lógicos formales.
4. No reconoce los componentes y las propiedades de los objetos.	4. Deduce relaciones entre los componentes o nuevas propiedades partiendo de la experimentación.	4. Descubre partiendo de propiedades nuevas relacionando razonamiento formal.	4. Acepta la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas.

Fuente: García Roa, María Agustina (2006)

Fases del aprendizaje del modelo Vann Hiele

Van Hiele, también toma en cuenta las fases del aprendizaje por la cual se consigue el razonamiento necesario para entender los axiomas de la asignatura, son: primero la información: el docente debe tomar como base los conocimientos que ya tiene el estudiante, para eso se realiza un diagnóstico para identificar que saben los estudiantes, el segundo orientación dirigida: son las actividades que presenta el maestro y el individuo debe resolver para fortalecer su conocimiento y acrecentar su razonamiento lógico. La tercera ser explícito: es donde el estudiante argumenta con sus palabras lo aprendido ya sea de manera oral o escrita y presenta su trabajo culminado en la hora de clase tanto a sus compañeros como al docente, así percibe como se ha amplificado el aprendizaje en el estudiante. La cuarta orientación libre: se presentan actividades que permiten al individuo ampliar sus conceptos y aprende a relacionarlos con las ideas y opiniones de otros, es la manera como se profundiza el aprendizaje. La quinta integración: consigue socializar los pensamientos de los conceptos vistos que se convierten en la meta alcanzada del tema.

Tomemos como ejemplos: reconoce los instrumentos geométricos, identifica el manejo correcto de los instrumentos geométricos, expresa asertivamente los resultados que obtiene en cada actividad, construye polígonos como los triángulos con regla y compas.

Se escribe a continuación un breve ejemplo visualizado desde el aula, tal que como mi primera fase se tome la información conocida por los estudiantes observando la manera en cómo manipulan la regla y el compás. Formando figuras con palitos e

identifique sus elementos como lados, vértices y ángulos; se les pide que midan los lados de las figuras formadas algunos toman la regla correctamente y otras incorrectamente también se les pide nombrar según la amplitud de ambos segmentos identificar la clase de ángulo.

La segunda fase dirigida, se pide a los estudiantes formar triángulos, seguidamente de medir con regla para hallar el perímetro y transportador para medir los ángulos; se desarrolla la actividad con diferentes tamaños y amplitud de segmentos, rotándolos para cambiarles la posición. La tercera fase, se integra la explicación de los conceptos paralelamente se realizan las actividades para corregir los errores en el momento y halla un aprendizaje significativo en el momento, los estudiantes socializan lo que han aprendido en la medición, hallar perímetros y áreas para compartir opiniones. En la fase cuatro, se presenta una guía de actividades donde de manera gráfica se resuelvan ejercicios con los conceptos aprendidos y formen el concepto propio de lo aprendido. Y por último en la fase cinco el docente realiza un resumen de la actividad y los resultados.

Para complementar esta investigación con la teoría de Van Hiele no podemos olvidar que trata sobre el aprendizaje de la geometría y los niveles de razonamiento, porque debemos tener en cuenta las dificultades de los estudiantes para comprender que los aprendizajes son diversos y cada uno de ellos aporta elementos útiles para el diseño de escenarios constructivos y mejorar el aprendizaje en un mejor nivel. Es muy importante no solo obtener en cuenta el conocimiento sino también para crear un ambiente favorable en el aula y se alcance un dominio más óptimo.

2.5. Marco Didáctico

Es importante tener en cuenta la forma como el docente presenta en la actualidad la información matemática y geométrica al estudiante, es por eso que se presentan algunos autores que han estudiado la forma de introducir la didáctica como medio de aprendizaje para optimizar el conocimiento y por ende desarrollar las habilidades y capacidades por medio de la comprensión y orientación de los temas sacando provecho del medio que lo rodea; Considerando la transposición didáctica como un excelente medio para trabajar la resolución de problemas ya que se deben ver como un proceso razonado donde se dan oportunidades para experimentar y se muestren conclusiones.

2.5.1. La teoría de las situaciones didácticas por Guy Brousseau

Según (Brousseau, s. f. Pág. 12), “la enseñanza es concebida como las relaciones entre el sistema educativo y el alumno vinculadas a la transmisión de un saber dado”

La meta del sistema educativo es brindar un aprendizaje de calidad, que el estudiante este en capacidad de dar razón de un mínimo de aprendizaje (DBA), donde el docente moldea el concepto para el alumno acredite un mejoramiento en geometría.

Se debe tener conciencia de lo que es una situación didáctica y para ello se hace un paralelo entre la educación tradicional y la educación que nos inculca Brousseau, ambos nos hablan del proceso de enseñanza y aprendizaje; el enfoque tradicional es donde el maestro orienta, transmite conceptos sin tener en cuenta la posición y las ideas del estudiante, lo satura de información y no contextualiza el conocimiento. Y desde la teoría de Brousseau se tienen tres elementos importantes: el alumno, el docente y el medio

didáctico, en este enfoque encontramos como el maestro proporciona el medio para que el estudiante construya su propio aprendizaje teniendo en cuenta la conexión entre el estudiante, profesor y medio didáctico; cumpliendo la relación entre los tres sujetos trabajamos la situación didáctica. Cuando en el aula se disfruta de una situación didáctica se puede evidenciar también las situaciones a-didácticas, donde el estudiante se enfrenta a diferentes momentos que deberá abordar desde la cotidianidad.

Según Brousseau (2006, Pág.3), la transposición didáctica es el cambio que sufre el aprendizaje desde un pre saber, es la adaptación del conocimiento establecido por unas reglas en el proceso de enseñanza y aprendizaje, teniendo en cuenta incluso los obstáculos y la manera en cómo se buscan las soluciones para transformar el dominio de la acción, el juego y las actividades que integren el sujeto (individuo) con el objeto (saber), haciendo uso del medio en su forma más óptima y lo que se espera de los resultados entre ambas partes.

El proceso de enseñanza y aprendizaje no es perfecto, se presentan dificultades en los estudiantes como, por ejemplo: la resolución del algoritmo de las operaciones básicas. Brousseau presenta cuatro efectos negativos que afectan el proceso de enseñanza y aprendizaje: cuando el estudiante no llega a la solución por sus propios medios y necesita la ayuda del maestro (efecto Topaze); Cuando el estudiante en clase menciona una respuesta incorrecta y el docente por motivar su participación le dice que está bien y deja en él un concepto erróneo (efecto Jourdain). («Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas ... - Guy Brousseau—Google Libros», s. f.)

Como conclusión se afirma que la transposición es el cambio que sufre el objeto aprendido siempre y cuando haya pasado por un procedimiento didáctico, donde el alumno apropie el concepto y obtenga un aprendizaje significativo. Es por eso que la teoría de Brousseau debe tomarse en cuenta en el ambiente de aula ya que por medio del juego u otra actividad didáctica tanto docentes como estudiantes encuentran una relación más estrecha en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

2.5.2. Teoría didáctica de las matemáticas por Juan Díaz Godino

La teoría presentada por este autor posee un enfoque onto semiótico (sistema que articula la teoría con la didáctica desde los diferentes puntos de vista matemáticos a partir de la semiótica sin dejar de lado la enseñanza).

Godino , nos habla sobre las facetas del análisis didáctico que son indispensables para el razonamiento y resolución de diferentes situaciones, tales como: la idoneidad, se trata de obtener las condiciones necesarias para llegar a un fin determinado en el análisis de los procesos, teniendo en cuenta la relación de alumno-docente y el uso de material y recursos específicos como herramientas de aprendizaje colocando siempre las normas en la clase, el algoritmo de la solución de los diferentes temas matemáticos fijando en el estudiante la configuración de cada uno de los procedimientos y tenga la capacidad de enfrentar cualquier problema ya que debe consolidar las reglas generales de la matemáticas y saberlo interpretar en cada caso presentando ejercicios que aclaren el tema y se presenten problemas similares. (Godino, Contreras, & Font, s. F. Pag.6).

Al retomar la idea del autor es muy cierto afirmar que la didáctica es la disciplina que conquista el docente y la transmite al estudiante como la mejora del aprendizaje por

medio de situaciones problemas, con actividades innovadoras que refuercen su conocimiento con relación a los saberes, se presenta por medio del análisis propio, lo aprende a transmitir, lo socializa y ratifica lo aprendido. Al igual que fortalece las relaciones socio afectivas, las cognitivas por medio de las practicas, la participación del saber, el acoplamiento y corrección de conceptos erróneos, finalizando con apropiación los significados geométricos en el caso de la investigación donde el objetivo es vigorizar el manejo de los instrumentos geométricos y el mejoramiento continuo. Sea entonces la didáctica, la herramienta con que los docentes pueden favorecer el aprendizaje en los estudiantes, volviéndolos los protagonistas activos donde sean ellos los que interroguen, exploren, analicen, comparen, busquen soluciones, investiguen, conozcan y ajusten el conocimiento.

2.5.3. La modelación matemática de Raymond Duval como estrategia E- A

Representaciones semióticas según Duval el aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas, importantes como la conceptualización, el razonamiento, resolución de problemas y comprensión de textos. (2004, p.1)

Aprender la matemática conlleva actividades que requieren de un lenguaje natural o de imágenes (semiótica), ya que en la actualidad se presentan diversas dificultades y conflictos que interfieren con el aprendizaje de los estudiantes desde varios factores, y es por eso que el docente se convierte en el facilitador del proceso de E-A y es preciso una buena comunicación clara y puntual ya sea oral o escrita, el uso de textos, dibujos, diagramas. En la geometría es esencial el manejo de símbolos donde el estudiante puede

contextualizar, analizar y reflexionar en la utilización de distintos registros de representación y de expresión semiótica se nombra como ejemplo distintos sistemas de escritura de números, notaciones simbólicas, escrituras algebraicas, lógicas, relaciones y expresiones, figuras geométricas, gráficos, cartesianos, redes, diagramas. El correcto tratamiento de las representaciones de símbolos y signos geométricos y matemáticos

El tratamiento de los objetos matemáticos depende del sistema de representación está garantizado por la forma en que el docente ha presentado actividades fijadoras con una buena estrategia E-A (en el proceso de enseñanza y aprendizaje).

3. Diseño Metodológico.

Introducción

En la investigación se muestra la forma como se desarrollará el trabajo sobre el manejo de los instrumentos geométricos, el cual pretende desarrollar la habilidad en el sistema geométrico. Este capítulo comprende la descripción del enfoque metodológico y su procedimiento, la población, la muestra, las técnicas e instrumentos de recolección de los datos, su estructura y el tratamiento de análisis de los instrumentos.

La presente investigación esta soportada en la observación y descripción donde interactúan en el proceso de enseñanza y aprendizaje estudiantes y docente, además el diseño y orden en la aplicación de la teoría de Van Hiele en los niveles de razonamiento y fases de aprendizaje para el razonamiento geométrico.

La metodología usada pretende desarrollar diversas habilidades y capacidades en el uso de instrumentos geométricos y la resolución de problemas fortaleciendo en los estudiantes el sistema geométrico.

Se pretende la disposición activa por parte de la maestra y los estudiantes teniendo en cuenta el proceso de enseñanza y aprendizaje, el contexto en su diario vivir y la manera como se evidencia el avance en los estudiantes que expanden su competencia en la resolución de problemas; trabajando la investigación con un enfoque cualitativo y descriptivo donde surja desde el mismo estudiante el acrecentamiento de su pensamiento crítico dando resultados óptimos a los problemas en su contexto.

3.1 Enfoque de la investigación

La presente investigación tiene como base un enfoque cualitativo el cual es entendido como "la forma de comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto; con el propósito de experimentar los fenómenos que lo rodean, profundizando con sus puntos de vista, interpretaciones y significados" (Punch, 2014; Lichtman, 2013; Morse, 2012; Sampieri, 2014; Pág. 358).

3.2 Tipo de investigación

La meta de la investigación es brindar un mejor nivel de entendimiento, estudiar con motivación, evaluar el sujeto, permitir la habilidad al descubrimiento, también interpretar los resultados de la investigación siendo esta cualitativa y descriptiva. La investigación pretende trabajar en un grupo de enfoque, donde se pretende reunir información sobre un tema determinado y afianzar los conocimientos con varios participantes y con ayuda de un orientador, volviendo la interacción de los integrantes una herramienta socializadora como método del análisis a las diferentes situaciones que aportan los estudiantes al sacar sus propios resultados.

La investigación pretende mejorar las relaciones interpersonales y el aprendizaje mutuo en la práctica pedagógica, en la correcta manipulación de los instrumentos geométricos y la resolución de problemas por medio del uso de una estrategia didáctica: un manual didáctico de geometría: ingenio geométrico.

3.3 Sujetos que intervienen

La investigación se realiza en el Colegio Eugenia Ravasco (CER), específicamente en el grado sexto y su docente en el área de matemáticas. El CER está ubicado en la cabecera municipal del departamento de Caldas (Manizales), es una institución educativa de carácter privado, procede sus labores académicas en calendario A, cumpliendo la jornada de la mañana, para grado sexto de 7: 00 am a 2: 00 pm. La institución educativa posee preescolar, básica primaria, básica secundaria y media. Cuenta con un total de 36 docentes especialistas en su área de conocimiento.

Los estudiantes de grado sexto se encuentran entre los 12 y 13 años de edad, es un grupo homogéneo en cualquiera de sus factores y aspectos sociales, culturales, religiosos y de aptitudes de aprendizaje. La institución educativa cumple 50 años de funcionamiento en Manizales, desecándose por su formación en valores humanos, éticos, religiosos e inclusivos en el desarrollo y formación de mujeres integras de calidad al servicio de la sociedad.

3.4 Técnica de recolección de datos

La investigación pretende percibir y descubrir el desempeño de las estudiantes en la asignatura de geometría, en la cual se pretende presentar los avances adquiridos en la manipulación de instrumentos geométricos y la resolución de problemas por medio de una herramienta didáctica con estrategias que permiten mejorar el razonamiento y el pensamiento crítico, despertando el interés, motivación, dedicación y aprendizaje significativo.

3.5 Diseño de la investigación

La investigación presenta un trabajo de campo de enfoque cualitativo y descriptivo por medio de un grupo de enfoque al cual se proporciona un manual como estrategia didáctica que sirva como modelo y herramienta para otras investigaciones, docentes y estudiantes futuros. El gran beneficio del grupo de enfoque es la interacción, estando en acuerdo o desacuerdo entre sí por medio de preguntas y fortaleciendo de ideas según la discusión. La investigación está orientada bajo la teoría del autor Van Hiele con sus niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje en el razonamiento geométrico. (Vargas Vargas & Gamboa Araya, 2013. Pág. 84)

Se tendrá en cuenta lo que aprendemos bajo el objetivo establecido, las dudas que nos llevan a la comprensión, aciertos e incluso errores o modificaciones.

3.5.1 Estructura metodológica

La investigación la complementa de manera ordenada cuatros fases para su respectiva ejecución, buscando resultados óptimos para los estudiantes como el aprendizaje significativo.

La primera fase el diagnóstico, se aplicará una guía que lleva los saberes previos sobre el manejo de los elementos de la geometría y el manejo de los instrumentos geométricos.

La segunda fase el diseño, se inicia la planeación y la elaboración de la estrategia didáctica, un manual: herramienta de aprendizaje significativo para aumentar los conocimientos sobre el tema.

La tercera fase implementar, se aplican los ejercicios que se convierten en la base del aprendizaje, se construyen las guías del manual con problemas aplicativos.

La cuarta fase evaluar, se adjunta en el manual a manera de cuestionario, evaluación o bitácora una serie de preguntas y ejercicios para estimar el impacto de la investigación y los resultados finales obtenidos.

4. Análisis de resultados

Introducción

En el siguiente apartado se busca realizar un análisis de tipo cualitativo teniendo como referencia la metodología cualitativa y descriptiva, por medio de la observación se ha evidenciado la dificultad que presentan las estudiantes en la asignatura de la geometría para utilizar y manipular los instrumentos geométricos en el trazo, medición y la forma asertiva de dar uso correcto a dichos instrumentos. Se tiene el saber previo a partir de lo que ya conoce y se fortalece el conocimiento cognitivo de diferentes temas geométricos que se prestan para la manipulación de instrumentos geométricos desde un aprendizaje con material concreto, ejercicios de aplicación, fichas didácticas y uso de herramientas TIC como el software GeoGebra.

La población es una muestra de 10 estudiantes del grado sexto del Colegio Eugenia Ravasco. El grupo en general es homogéneo, son estudiantes que se caracterizan por el gusto hacia el nuevo aprendizaje y disfrutan de toda actividad diversa que se les presente, gran fortaleza que presentan es indagar sus dudas para fortalecer su conocimiento y aprendizaje también hacer las cosas bien hechas.

4.1 Análisis de presaberes

Se observa algunas particularidades en algunas de las preguntas, como: la práctica pedagógica enfocada en los conocimientos sobre los elementos de la geometría, ángulos y manipulación del transportador. El objetivo de la guía es iniciar el afianzamiento del conocimiento a partir de lo que la estudiante ya conoce; para esto las estudiantes realizan

una guía que consta de ocho preguntas las cuales toman temas: número de lados de una figura, identifica elementos básicos de la geometría como: punto, recta y plano, ángulos: clasificación, interpretación y trazo, y el uso de los instrumentos que mide ángulos y la unidad de los ángulos.

Siete de las preguntas pertenecen a la competencia comunicativa, donde se identifica el presaber de la estudiante y la forma en como comunica este saber. En matemáticas es común leer diferentes situaciones es la que se presentan y describen casos donde en el procedimiento se pide realizar pasos. Es importante leer primero e identificar las palabras que no se conocen, se busca, se lee por segunda vez y se procede a resolver siguiendo las instrucciones.

Se trabaja en los procesos de: modelación ya que traza las líneas, reconoce y describe por medio del dibujo los elementos de la geometría solicitados; el razonamiento identificando las clases de rectas, ángulos y la amplitud del ángulo según la instrucción del patrón dado y a utilización de instrumentos geométricos para la construcción de la figurara requerida según las instrucciones; la comunicación elaborando dibujos y gráficos elaborando diferentes clases de rectas.

Se organiza el número de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 1, en la que se describen las preguntas realizadas:

Pregunta 1: El número de lados de una figura

Pregunta 2: Dibuja los elementos de la geometría

Pregunta 3: Mide la longitud de segmentos con compas, no con regla

Pregunta 4: Nombra elementos de la geometría identificándolos desde una imagen.

Pregunta 5: Identifica las clases de ángulos según la amplitud y los clasifica

Pregunta 6: Justifica por medio de un dibujo la construcción de un ángulo obtuso

Pregunta 7: Conoce el instrumento para medir ángulo

Pregunta 8: Conoce la unidad de medida de un ángulo

Pregunta 9: Analiza y resuelve problemas (dos)

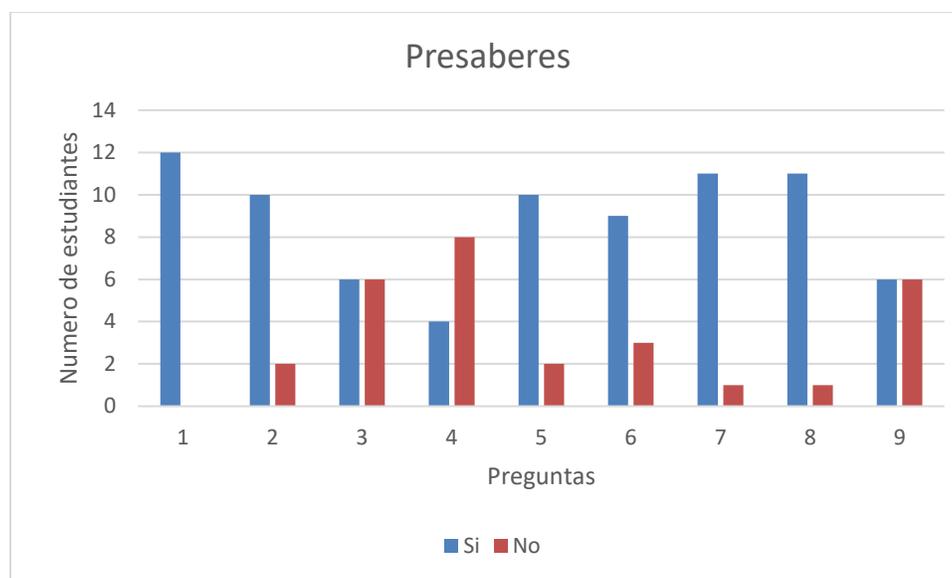


Figura 2. Resultados presaberes

Fuente: Construcción propia (2019)

4.1.1 Abordaje de elementos básicos

Se evidencia en las estudiantes que identifican correctamente los lados de una figura, lo que da a entender el concepto que tienen del segmento. En el diagrama de barras podemos observar una meta positiva fijada en el estudiante frente al conocimiento de forma individual de los elementos de la geometría; en la pregunta uno y dos se observa un aprendizaje efectivo.

Sin embargo, no podemos decir lo mismo de la pregunta número tres y cuatro que muestra el conflicto en el manejo de compas para medir la longitud de diferentes segmentos y los elementos de la geometría trazados conjuntamente en una misma imagen, las estudiantes muestran gran dificultad ya que no logran identificarlos.

4.1.2 Manejo de instrumentos geométricos

Se distingue en la pregunta cinco, un pre saber correcto en las estudiantes en cuanto al conocimiento de los ángulos según su amplitud ya que identifican correctamente la clasificación de estos estimando la amplitud sin necesidad de usar transportador, instrumento diseñado para medir ángulos.

Si observamos la pregunta seis, se distingue que se encuentra repartida la respuesta dada por las estudiantes ya que la mitad de ellas realiza la construcción correctamente del ángulo obtuso usando en el transportador la escala mayor a noventa grados. La mitad de ellas no logra trazarlo y construirlo correctamente.

En la pregunta siete y ocho se evidencia que la mayoría de las niñas conocen el instrumento y la unidad de medida de los ángulos; sin embargo, la mayoría de las

ocasiones al observarlas trazar y maniobrar el transportador en ocasiones se confundían en la escala correcta a usar. También en el momento de escribir la medida del ángulo omitían el símbolo de grados (n°); símbolo necesario para identificar la medida de un ángulo.

4.1.3 Solución de problemas en el sistema geométrico

Las estudiantes demuestran inseguridad frente a los diferentes problemas que se propusieron en los saberes previos; preguntan constantemente sobre conceptos vistos en el año, y esto evidencia que olvidan con rapidez lo que se aprende. Es por eso que el proyecto de investigación lo que busca es trabajar desde el análisis y el manejo de los temas de diferentes maneras (material concreto, manejo de las TIC herramienta: GeoGebra, fichas didácticas).

4.2 Análisis Estrategia Didáctica (Manual: *Ingenio Geométrico*)

La estrategia didáctica es un manual para docentes y estudiantes, la cual busca mejorar la práctica en el desarrollo de habilidades, destrezas, capacidades y fortalecer el pensamiento geométrico. El manual contiene ejercicios prácticos de interés en el trazo, medición y construcción de figuras geométricas, la resolución de problemas y la manipulación de los instrumentos geométricos. También se encuentran situaciones didácticas haciendo uso de material concreto e implementación de las TIC.

El manual contiene un orden: pequeña introducción, algo de historia, ejercitación del tema con material concreto como motivación e introducción al concepto, seguido de los

conceptos básicos, aplicación del tema en el programa Geogebra, ficha didáctica con ejercicios de aplicación. Se encuentran temas como: elementos geométricos, clases de rectas, ángulos, ángulos en posición opuesta, polígonos, triángulos, cuadriláteros, construcción de polígonos con instrumentos geométricos, círculo y circunferencia y resolución de problemas.

El análisis de dichos temas se realizó de la siguiente manera:

- **Elementos geométricos: se consideran el punto, el segmento, la semirrecta, la recta y el plano.**

Las estudiantes han resuelto correctamente cada punto sobre este tema: identifican adecuadamente los (segmentos) lados de una figura, de igual manera representan la línea recta y la reconocen sobre la línea recta y no curva. Identifican en una imagen los elementos de la geometría aplicando el elemento que sea necesario. Miden con compas y no con regla la longitud de diferentes segmentos logrando identificar los de igual medida y se obtiene buenos resultados. Se presenta una actividad “Situación problema” que pide dibujar el plano de la ciudad y sobre ella según las indicaciones se debe ubicar diferentes elementos geométricos, cuando a los estudiantes se les pide trazar los elementos de la geometría en un plano en blanco se confunden buscando orientación de la maestra.

Esta primera actividad se organiza el subgrupo de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 2, en las que se describen las preguntas realizadas:

- Número de lados de una figura
- Situación problema (Plano de la ciudad)

- Medición de segmentos usando compas
- Nombra elementos de la geometría de una imagen.

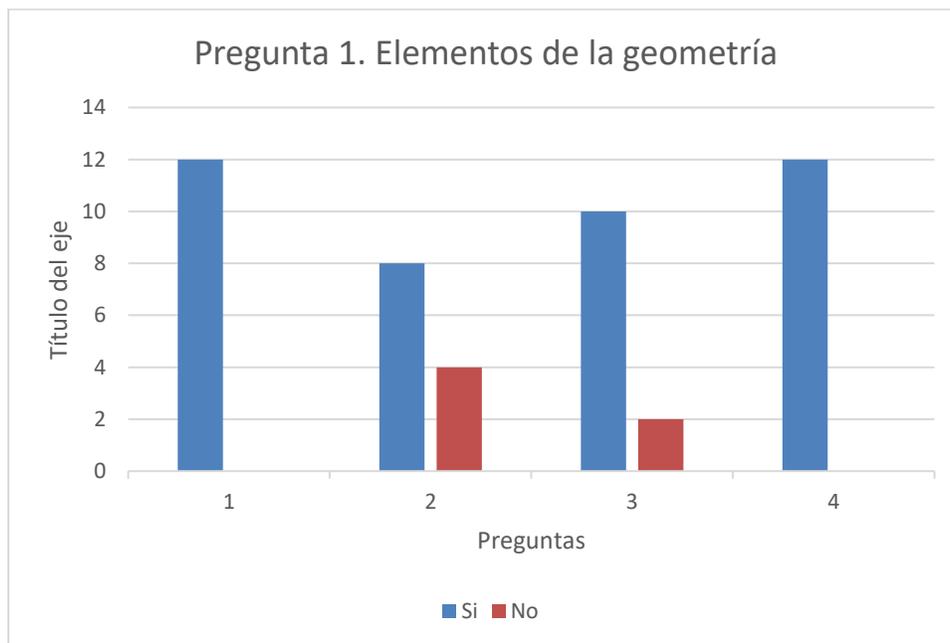


Figura 3. Resultados elementos de la geometría

Fuente: Construcción propia (2019)

Clases de rectas, el plano y el trazo de la mediatriz de un segmento

Las estudiantes identifican correctamente en los ejercicios cuales son las rectas paralelas y rectas perpendiculares, igualmente distinguen sin ningún problema el plano y los puntos colineales y coplanarios en una imagen, también traza la mediatriz del segmento haciendo uso de la regla y el compás como se esperaba. En este punto no se presentan dificultades. Aunque en ocasiones y en algunas se recordaba el correcto agarre del compás.

Esta segunda actividad se organiza el subgrupo de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 3, en las que se describen las preguntas realizadas:

- Colorea las rectas paralelas y perpendiculares según el color designado
- Identifica rectas paralelas y rectas perpendiculares en una imagen
- Identifica en el plano los puntos colineales y coplanarios
- Traza mediatriz del segmento con regla y compas

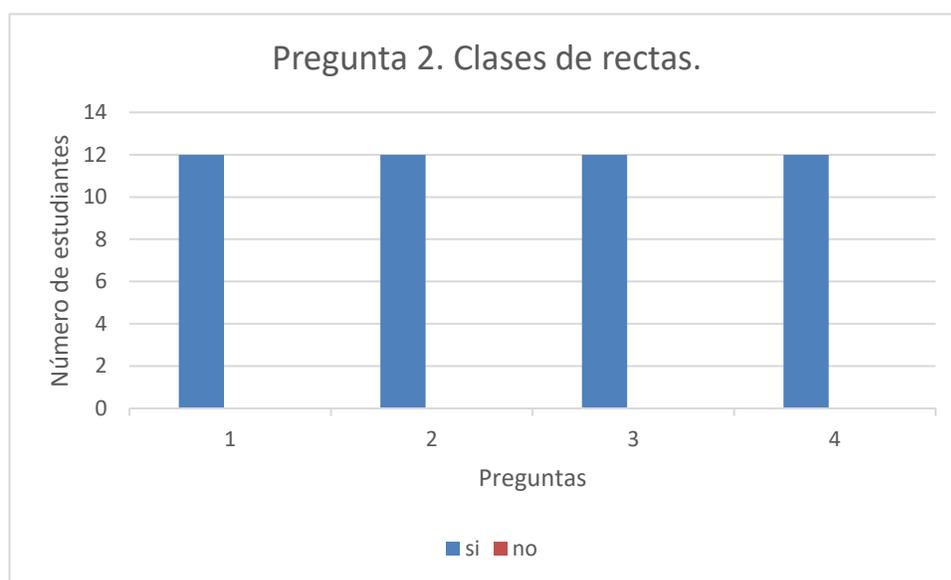


Figura 4. Resultados clases de rectas

Fuente: Construcción propia (2019)

Ángulos

En esta actividad se trabajó como se forman los ángulos con dos semirrectas, actividad en GeoGebra clasificando los ángulos según su amplitud, la ficha didáctica con ejercicios sobre la clasificación de ángulos, construcción de diferentes tipos de ángulos haciendo uso de la regla y el transportador, el cálculo matemático sobre el valor que le hace falta

para ser ángulo complementario o suplementario. El resultado que se encontró en esta ronda de ejercicios ha sido positiva, y con una participación activa y excelente en el GeoGebra. Se evidencia un manejo acorde en el manejo del transportador dando una lectura adecuada a sus escalas y unidad apropiada de los ángulos. La dificultad que se presentó es mínima.

Esta tercera actividad se organiza el subgrupo de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 4, en las que se describen las preguntas realizadas:

- Identifica ángulos usando material concreto
- Ficha didáctica (ejercicios y uso de transportador)
- Construcción de ángulos (Uso de transportador)
- TIC (GeoGebra)

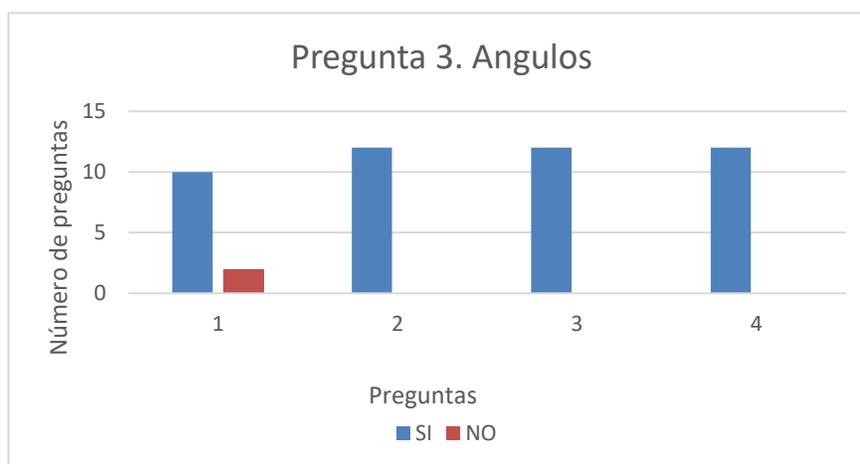


Figura 5. Resultados ángulos

Fuente: Construcción propia (2019)

Ángulos en posición

Se inicia el trabajo con material concreto en donde se visualiza el ángulo opuesto según su posición, seguidamente se aplica en el GeoGebra donde en el ejercicio las estudiantes observan como los ángulos opuestos son congruentes, la ficha didáctica con ejercicios de aplicación. Los resultados hallados han sido tangibles desde la manipulación de material y la búsqueda de los ángulos opuestos desde un dibujo para luego aplicarlo desde la herramienta digital para concluir con sus palabras los ángulos en posición.

Esta cuarta actividad se organiza el subgrupo de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 5, en las que se describen las preguntas realizadas:

- Uso de material concreto
- Uso de TIC
- Ficha didáctica (ejercicios de aplicación)

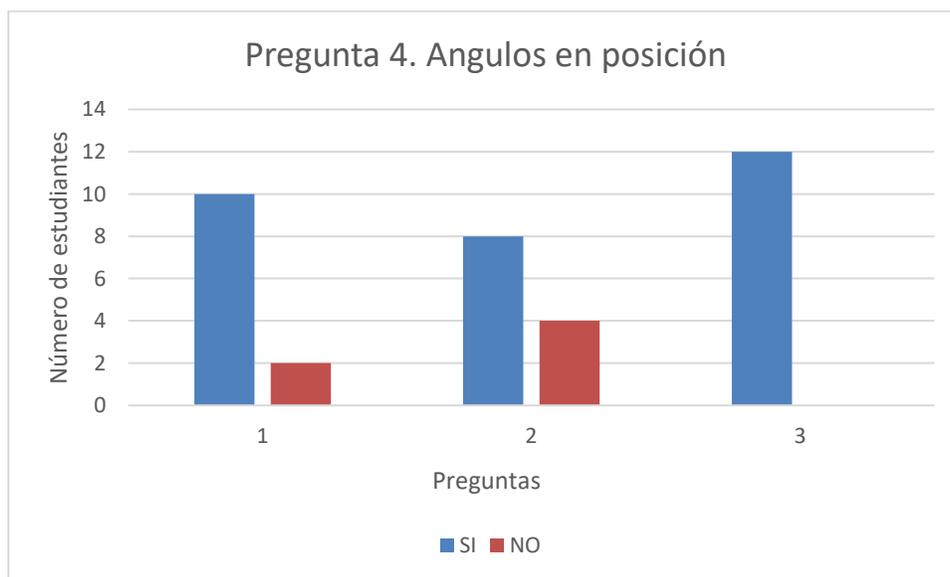


Figura 6. Resultados ángulos en posición

Fuente: Construcción propia (2019)

Polígonos

En esta actividad se trabajó con material concreto formando un tangram ya que en este reconocido juego se forman de manera individual varios polígonos con los cuales se pueden crear variadas figuras, se halla el valor de la medida de los ángulos internos de un polígono y finalmente la ficha didáctica con ejercicios de aplicación. El resultado hallado ha sido para las estudiantes de interrogantes donde se apoyan de la docente en varias ocasiones para fortalecer su aprendizaje y aclarar las inquietudes y lograr resolver la fórmula para hallar los ángulos internos de un polígono.

Esta cuarta actividad se organiza el subgrupo de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 6, en las que se describen las preguntas realizadas:

- Uso de material concreto
- Halla el valor de los ángulos internos de un polígono
- Ficha didáctica (ejercicios aplicativos)

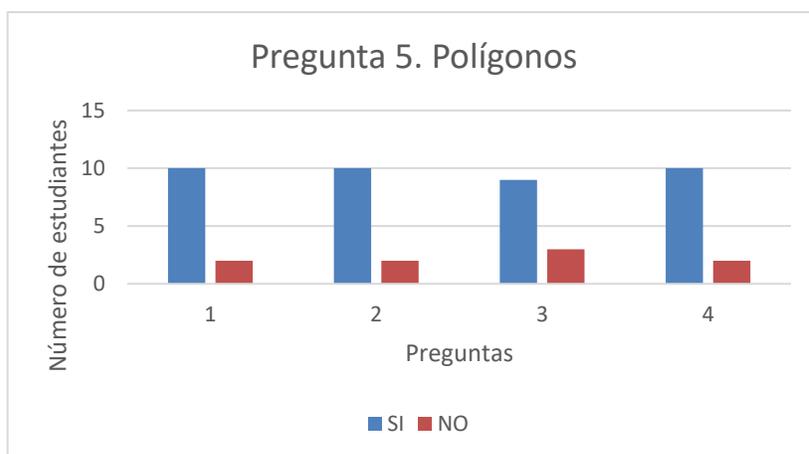


Figura 7. Resultados polígonos

Fuente: Construcción propia (2019)

Triángulos

En esta actividad se trabajó con material concreto elaborando un triángulo que no enseña que sus ángulos internos dan 180° , uso de TIC aplicando el mismo ejercicio que se realizó con material concreto, la construcción de un triángulo equilátero (sus tres lados son de igual longitud) haciendo uso del compás y la regla, ficha didáctica con ejercicios de aplicación. El hallazgo encontrado en la actividad ha sido variado.

Esta cuarta actividad se organiza el subgrupo de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 7, en las que se describen las preguntas realizadas:

- Uso de material concreto
- Uso de TIC
- Construye un triángulo equilátero (uso de instrumentos geométricos)
- Ficha didáctica (ejercicios de aplicación)

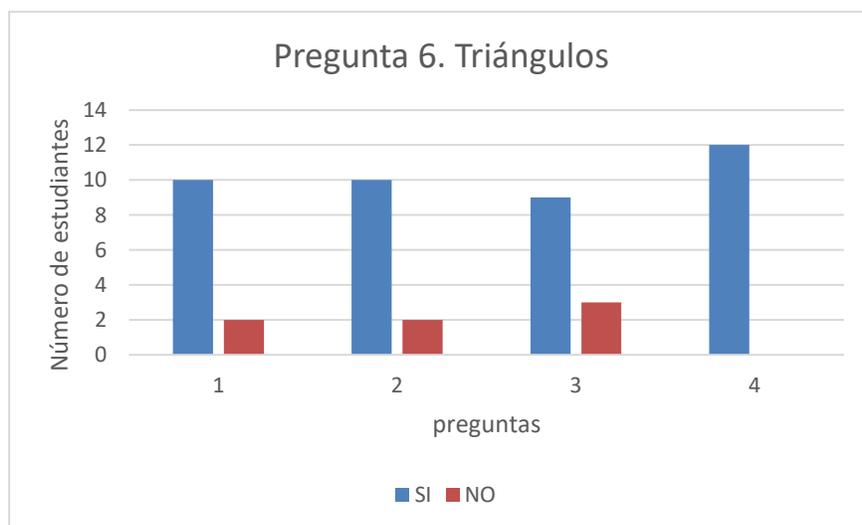


Figura 8. Resultados triángulos

Fuente: Construcción propia (2019)

Cuadrilátero

En esta actividad se trabajó con material concreto donde la estudiante crea un trapecio y uniendo sus cuatro ángulos deduce que es un ángulo completo y este ángulo tiene como medida 360° , se encuentra una situación didáctica con imágenes de revistas buscando objetos de la vida real y por último la ficha didáctica con ejercicios de aplicación variados. Los resultados en esta actividad son divididos entre las estudiantes que logran terminar correctamente el ejercicio y las que no lo entregan terminado.

Esta cuarta actividad se organiza el subgrupo de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 8, en las que se describen las preguntas realizadas:

- Material concreto
- Situación didáctica
- Ficha didáctica (ejercicio de aplicación)
- Uso de TIC

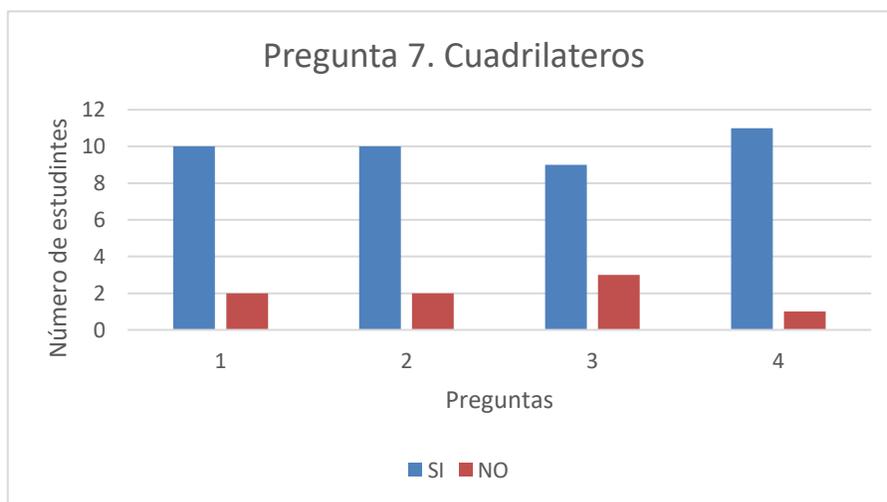


Figura 9. Resultados cuadriláteros

Fuente: Construcción propia (2019)

Se trabajó con material concreto (palitos de madera) para identificar si se armaba un polígono o no; también se trabaja la ficha didáctica haciendo uso de los instrumentos geométricos de la cual se ha obtenido la construcción de los polígonos usando regla y transportador fue positiva.

Esta cuarta actividad se organiza el subgrupo de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 9, en las que se describen las preguntas realizadas:

- Material concreto
- Construye polígono de cuatro lados
- Construye polígono de cinco lados
- Construye polígono de seis lados.
- Construye polígono de siete lados
- Construye polígono de ocho lados

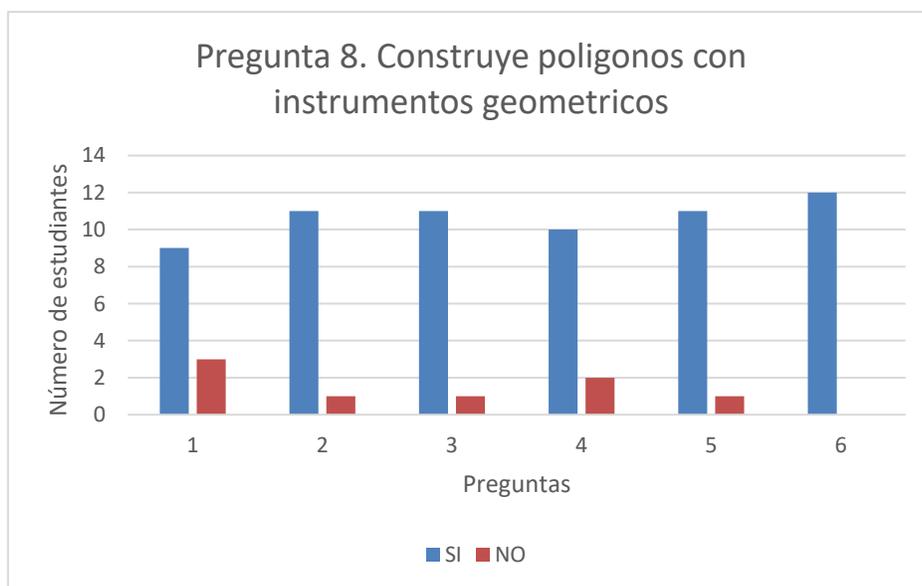


Figura 10. Resultados construcción de polígonos con instrumentos geométricos

Fuente Construcción propia (2019)

Círculo y circunferencia

Se trabaja con material concreto donde las estudiantes deben trazar varios círculos con compas en papel de colores y formar una figura según un patrón dado. Y encontramos la ficha didáctica donde se basa en la manipulación del compás y de identificar los elementos de la circunferencia, también se aprende la diferencia entre círculo y circunferencia que es una semicircunferencia y un semicírculo. Se realiza un ejercicio de cálculo mental donde debe hallar y calcular el diámetro y el radio de una circunferencia según la medida dada. En esta actividad se encuentra muy variado el resultado ya que por el tiempo y el ritmo de trabajo de las estudiantes algunas no alcanzaron a terminarlo.

Esta cuarta actividad se organiza el subgrupo de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 10, en las que se describen las preguntas realizadas:

- Material concreto
- Ficha didáctica
- Uso de TIC

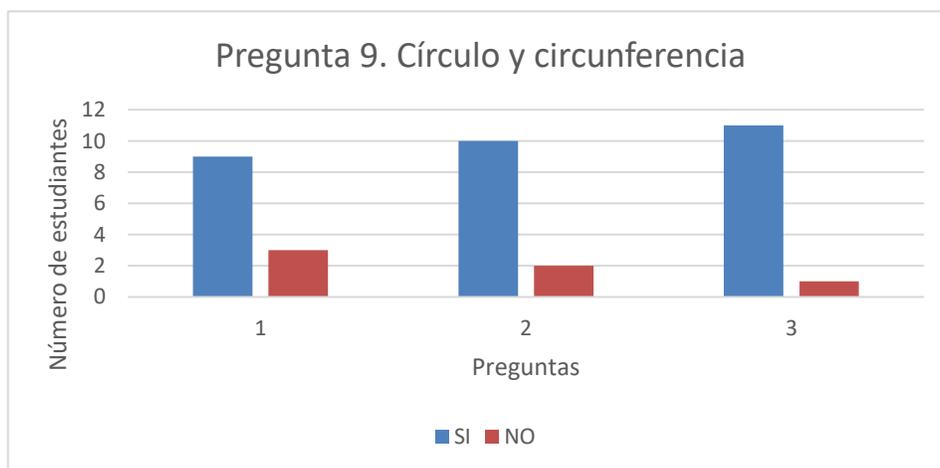


Figura 11. Resultados círculo y circunferencia

Fuente: Construcción propia (2019)

Resolución de problemas

El primero es una ecuación sobre ángulos complementarios y suplementarios la cual las doce estudiantes no lo resolvieron, aunque dos de ellas intentaron resolver y llegan a la mitad del ejercicio con la idea del razonamiento del problema, las otras estudiantes no lo logran.

Esta cuarta actividad se organiza el subgrupo de preguntas de los resultados, en donde se puede visualizar en la figura 11, en las que se describen las preguntas realizadas:

- Problema ángulo complementario y suplementario
- Calcula la medida del lado de una figura hallando el perímetro
- Halla el valor de los ángulos internos y externos de un triángulo
- Identifica elementos de la geometría en una imagen

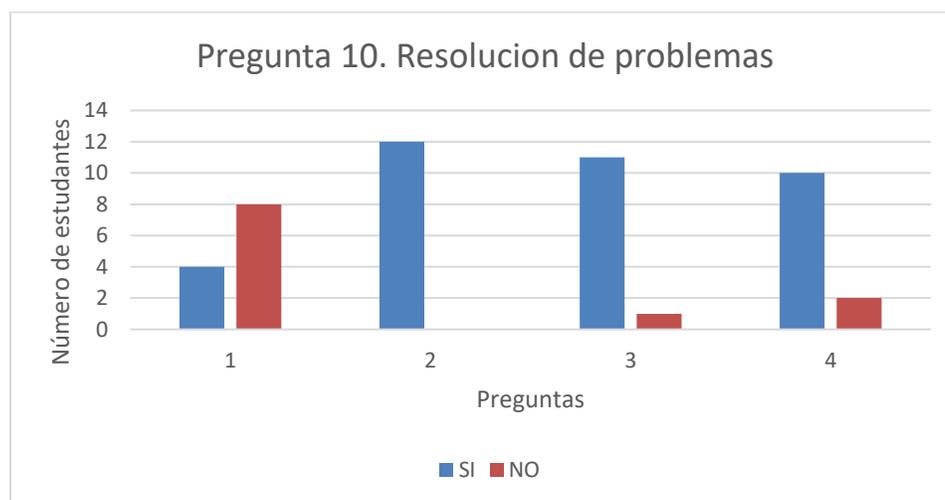


Figura 12. Resultados resolución de problemas

Fuente: Construcción propia (2019)

4.3 Triangulación de conceptos en el análisis de la estrategia didáctica

En la tabla 2, se encuentra la matriz donde se relacionan las teorías y la manera como puede confrontarse la información, cumpliéndose todos los parámetros seleccionados para confrontar las teorías pedagógicas y didácticas con la teoría disciplinar sustentada en el marco teórico.

Tabla 2. Triangulación de conceptos en el análisis de la estrategia implementada

COMPARACIÓN ENTRE LAS TEORÍAS		NIVELES DE RAZONAMIENTO SEGÚN LA TEORÍA DE VAN HIELE			
		Visualización	Análisis	Clasificación	Deducción
TEORIAS PEDAGÓGICAS Y DIDÁCTICAS SUSTENTADAS	Teoría del aprendizaje significativo	Manipulación del Material concreto	Reconstruye el aprendizaje partiendo de un conocimiento anterior	Implementación de las Tic	Ejecución de las fichas didácticas
	Teoría de las situaciones didácticas	Material en concreto y uso de las Tic	Reconocimiento de elementos geométricos básicos	Modelamiento de figuras planas haciendo uso de los instrumentos	Justifica el concepto a partir de las fichas didácticas
	Teoría de Representaciones semióticas	Conversión de registros	Interpreta el concepto de diversas maneras.	Acopla el aprendizaje y se apropia de él.	Aprende el manejo del concepto
	Incorporación de las TIC	Manejo de una herramienta innovadora y llamativa para el estudiante	Convierte el concepto antiguo en un nuevo conocimiento.	Organiza las ideas uniendo la experiencia digital y el concepto adquirido.	Explica el nuevo conocimiento con sus palabras.

Fuente: Construcción propia (2019)

4.4. Análisis del cuestionario sobre la percepción e incidencia del manual

El cuestionario es resuelto por ocho de las doce estudiantes que participaron en el proyecto de investigación. El cuestionario tiene en cuenta la percepción y la incidencia de cada estudiante frente al estudio de la investigación teniendo en cuenta su opinión sobre la facilidad o dificultad presentada en las diferentes actividades en la resolución de los ejercicios tanto con material concreto, el uso de herramientas digitales y se puede evidenciar el impacto de las diversas situaciones didácticas expuestas en el manual – cartilla: “ingenio geométrico”. El cuestionario consta de cinco preguntas las cuales tienen una escala de valoración de uno a tres donde uno es nivel bajo, dos es nivel medio y tres es nivel alto.

Se organiza el número de preguntas con los resultados en la siguiente gráfica teniendo en cuenta la percepción de las estudiantes con preguntas abiertas donde el resultado es el siguiente: no se presentaron preguntas en el nivel bajo, tampoco el nivel medio. Todas las preguntas fueron positivas en el nivel tres.

Se clasifica la información del cuestionario tabulando en la figura 13, donde todas las estudiantes coinciden en que el manual ingenio geométrico es una gran herramienta para el aprendizaje de la geometría, además de la manipulación de los instrumentos geométricos y la manera para conjeturar a partir de la visualización del material en concreto.

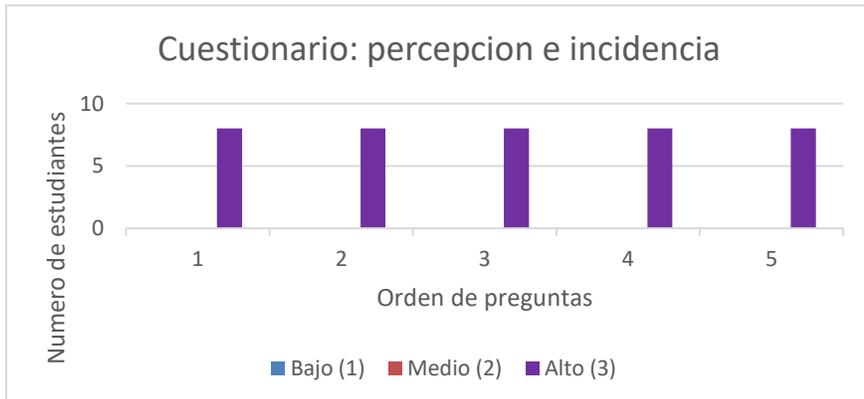


Figura 13. Cuestionario percepción e incidencia

Fuente: construcción propia (2019)

Preguntas del cuestionario:

1. ¿Te parece que la información de manual ingenio matemático en su desarrollo es comprensible?
2. ¿Se aprende a manejar mejor los instrumentos geométricos como regla, compas, transportador entre otros?
3. ¿Existe una relación entre el material en concreto empleado, los applets del GeoGebra con la ficha?
4. ¿Las aplicaciones en el Geogebra son sencillas de manejar para que el desarrollo de las actividades sea más comprensible?
5. ¿La cartilla de ingenio geométrico es de gran utilidad para el aprendizaje del sistema geométrico?

Las estudiantes expresan sus opiniones acerca del trabajo realizado de la siguiente manera:

La información del manual “ingenio geométrico” se les hace comprensible en cada uno de los conceptos geométricos mejorando cada día su manera de ver la teoría de manera sencilla, concreta y entendible para así resolver las actividades que complementan lo ya aprendido en periodos pasados y deducen por si mismas un nuevo conocimiento, lo que me hace pensar en la teoría de Ausubel sobre el aprendizaje significativo, se parte del pre-saber uniéndolo con un viejo concepto y como resultado está el nuevo aprendizaje, es decir se aprende por asimilación.

En cada actividad usamos los instrumentos geométricos ya que había que trazar, medir y manipular la regla, el compás, el transportador y la escuadra; al practicar con ellos aprendimos a tener un mejor agarre de cada uno, tener una lectura correcta de cada uno gracias a los ejercicios presentados en el manual así si los necesitamos en un futuro ya sabemos manejarlos gracias a esta práctica.

Hemos visto en el manual una forma didáctica y lúdica de aprender ya que se transversaliza la utilización de material concreto, el uso virtual y aplicación de los temas en cada ejercicio se practicó y aprendió de una manera diferente.

Fue nuevo para cada estudiante observar una nueva estrategia y sencilla de realizar las actividades donde se entiende por qué el resultado de cada concepto y con GeoGebra una comprensión más detallada de los temas haciendo más real, didáctico y lúdico para la comprensión geométrica.

Ingenio geométrico ha ayudado a comprender de mejor manera los temas y conceptos en la práctica de cada actividad se presentaron dudas, pero se resolvían con otra de las actividades que hacia entendible el concepto y agilizan el sistema geométrico para

agilizar las respuestas ya que se obtuvieron conocimientos con aprendizaje significativo. Considerando la teoría de Van Hiele se considera que las estudiantes trabajaron en un orden según el sistema geométrico teniendo en cuenta: la visualización, análisis, orden de ideas y deducción de un nuevo concepto.

5. Conclusiones y recomendaciones

El siguiente capítulo contiene el desarrollo de las conclusiones a las que se llega después de la aplicación, realización y análisis del manual: ingenio geométrico, después de haber realizado todo el proceso metodológico descrito y dar respuesta a los propósitos y objetivos trazados en la investigación y a cada uno de los interrogantes, en el siguiente orden:

5.1 Respuesta a la pregunta central

- El sistema geométrico se fortalece satisfactoriamente, ya que se realiza una triada entre el manipular, verificar a través de la tecnología y deducir en las fichas didácticas expuestas en el manual, esto permite al estudiante tener una percepción de una manera diferente e innovadora sobre diferentes conceptos de la geometría.
- Al tomar como referencia grandes autores desde la mirada pedagógica, disciplinar y didáctica en la investigación se considera que se ha tomado en cuenta sus teorías para poner en práctica las actividades de aula con las estudiantes, trabajando a partir de contenidos basados en imágenes y representaciones, se obtiene por medio de experiencias el cual deja un aprendizaje significativo en diferentes temas de manera clara, sencilla, concreta y consecutiva en el orden de los conceptos. De igual manera se facilitan diversas actividades didácticas donde se promueve la transposición didáctica y existe la transformación del conocimiento a medida que se visualiza, analiza, ordena y deduce sabiéndolo explicar son sus palabras.

- Con la implementación del manual *ingenio geométrico* se cumple con el objetivo de investigación, ya que se percibe que los estudiantes manipulan favorablemente los instrumentos geométricos y adquieren a través del aprendizaje activo nuevas herramientas para la solución de situaciones problemas.
- Se logra afirmar varias de las teorías de los autores que dan apoyo a la investigación, donde el estudiante adquiere por medio de los niveles de razonamiento planteado por Van Hiele, la transformación del conocimiento a partir de aprendizajes experimentales teniendo en cuenta el estudiante, el docente y el medio didáctico planteado por Brousseau, el aprendizaje dado por medio de símbolos y representaciones semióticas planteada por Duval; teorías que pusieron en práctica en la investigación por medio de la estrategia manual: ingenio geométrico.

5.1.1 Respuesta a las preguntas auxiliares

- Las estudiantes practicaron el uso de los instrumentos geométricos (regla, compas, escuadra, transportador) en la medición de segmentos y ángulos, en la construcción de ángulos, polígonos regulares y triángulos y por último en el trazo de circunferencias. Por medio de las fichas didácticas donde se presentaron ejercicios sencillos; las estudiantes se muestran receptivas frente a la manipulación de cada uno de estos y se evidencia un mejoramiento al sujetar y dar lectura a uno de los instrumentos geométricos.

- Resulta motivante para el estudiante la manipulación de material concreto dando como resultado la transposición didáctica y una transformación del proceso enseñanza y aprendizaje, para luego verificarlo a través de herramienta computacionales y finalmente, plasmar los conceptos adquiridos en las fichas didácticas, así se afina el reconocimiento de los instrumentos, la medición y construcción de figuras y que se vuelva relevante para el futuro del estudiante.
- La estrategia que permite optimizar mejor la medición es al usar la regla y el transportador ya que en ejercicios como hallar el valor de los ángulos, la construcción de los ángulos según la medida dada y la construcción de polígonos regulares de cuatro a ocho lados requiere exactitud en la medición y el uso y lectura correcta de ambos instrumentos.
- El uso de herramientas innovadoras como el applet en GeoGebra causa curiosidad y asociación del tema desde la practica con material concreto y la virtual y el estudiante observa el aprendizaje desde varios puntos de vista y se inicia un acoplamiento entre la práctica del tema dado y el proceso entre el objeto y el aprendizaje significativo y dejar plasmado su nuevo aprendizaje en las fichas didácticas las cuales resuelven con ejercicios sencillos.
- La estrategia didáctica Ingenio geométrico, presenta la resolución de problemas donde las estudiantes presentan gran dificultades y siempre buscaron el apoyo en la docente. Se les dificulta la lectura y el análisis de los datos para escoger el método adecuado para resolver en algunos ejercicios.

- Se encuentra como primer gran impacto lo positivo que es implementar en una clase diversidad de materiales, que llame la atención y motive al estudiante para iniciar el proceso de enseñanza y aprendizaje obteniendo como resultado el aprendizaje significativo. Como segundo gran impacto la aplicación virtual en el software aplicado GeoGebra ya que lo encuentran innovador e ingenioso de como lo que manipulan con material concreto se puede realizar de igual manera con herramientas digitales. Y como tercer gran impacto el proceder de las estudiantes después de emplear diferentes estrategias didácticas alcanzar el análisis para resolver ejercicios con lápiz y papel y resolverlos a una velocidad y ritmo de trabajo mucho mejor de lo esperado antes de haber iniciado la aplicación de ingenio geométrico.
- Es importante articular las actividades y ejercicios de la estrategia: ingenio geométrico con las demás áreas, integrando diferentes temas con la geometría e incluso con el contexto urbano en el que se desenvuelven las estudiantes e integrarlo con las matemáticas y el caso de esta investigación en la asignatura de geometría; orientarla de manera didáctica convierte la clase en un pasatiempo y cambia el ambiente de aula por completo ya que el interés por las diferentes actividades a realizar despierta la motivación y la indagación por nuevos conocimientos.

5.2 Recomendaciones

Se presentan a continuación algunas recomendaciones visualizadas después de realizar las aplicaciones de los diferentes instrumentos de la investigación, ya que pueden ser

directrices que pueden ser usadas en las instituciones educativas, por docentes y los mismos estudiantes como medio para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en la asignatura de la geometría en especial en consolidar en el aula el manejo de los instrumentos geométricos de manera constante:

La orientación de la geometría debe ser de gran compromiso docente ya que nuestra tarea es hacerle ver a la estudiante la asignatura de manera práctica, experimental y de manera fundamental la implementación de la resolución de problemas, el trabajo colaborativo siempre teniendo en cuenta las necesidades de los estudiantes e intereses.

Es siempre llamar la atención del estudiante y tenerlo motivado en el tema esto se puede hacer con estrategias didácticas ya sean material concreto, la elaboración de fichas donde el alumno interactúe con los instrumentos directamente y en la actualidad es primordial citar en el aula una buena dosis de herramientas tecnológicas, en nuestra investigación se hace uso del programa digital Geo Gebra, el cual le permite al estudiante de manera interactiva manipular los diferentes conceptos se cumple el objetivo de sembrar un aprendizaje significativo.

Por último, se destaca la labor realizada por las estudiantes cuando se encuentran encausadas a originar la promoción del nuevo conocimiento y se evidencia agrado por la ejecución de cada actividad ya que se le ha presentado en el ambiente de aula actividades didácticas y esa es la tarea del maestro.

También destaco los aprendizajes alcanzado por las estudiantes desde las prácticas pedagógicas dadas en el aula y el magnífico aprendizaje que he adquirido al realizar este

estudio investigativo y la huella que he dado en la mejora de la manipulación de los instrumentos geométricos.

Referencia Bibliográfica

Álvarez C. E. (2003). *Elementos de geometría: con numerosos ejercicios y geometría del compás*. Universidad De Medellín.

Brousseau, G., *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Google

Libros. (2007). Recuperado 29 de agosto de 2019, de

<https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=SFk8xyCht2gC&oi=fnd&pg=PA7&dq=situaciones+didacticas+de+brousseau&ots=AfWXQ1qf5G&sig=ybzRdhnsIx8Opz2j3d31w4PE7Qg#v=onepage&q=situaciones%20didacticas%20de%20brousseau&f=false>

Camargo Uribe, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *Revista Colombiana De Educación*, (60), 41.60. <https://doi.org/10.17227/01203916.840>

Corberán, R. M. *Didáctica de la geometría: El modelo Van Hiele*—Google Libros.

(s. f.). Recuperado 29 de agosto de 2019, de

<https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=wD7oIPysOsQC&oi=fnd&pg=PA9&dq=el+modelo+Van+hiele&ots=Vf5loMFvZf&sig=pBNuC7xYjnjc67M9xs6DNduNZI#v=onepage&q=el%20modelo%20Van%20hiele&f=false>

Enesco, I. (2003). *Piaget y el desarrollo cognitivo*.. Retrieved from

<https://ebookcentral.proquest.com>

Fiallo, J. (s. f.). (2000). *EL MODELO DE VAN HIELE Y EL CABRI GEOMÈTRÉ EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA*. 1.

García Roa, M. A., Franco, F. A., & Garzón, D. (2006). Didáctica de la geometría euclidiana: conceptos básicos para el desarrollo del pensamiento espacial (1a ed).

Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

García, M.A. Franco, F. A. Garzón, D. (2006). Didáctica de la geometría euclidiana.

Conceptos básicos para el desarrollo del pensamiento espacial. Didácticas magisterio.

Geometría Euclidiana: Historia, Conceptos Básicos y Ejemplos - Lifeder. (s. f.).

Recuperado 12 de agosto de 2019, de <https://www.lifeder.com/geometria-euclidiana/>

Geometría Euclidiana: Historia, Conceptos Básicos y Ejemplos—Lifeder. (s. f.).

Recuperado 12 de agosto de 2019, de <https://www.lifeder.com/geometria-euclidiana/>

Godino, J. D., Contreras, Á., & Font, V. (s. f.). *ANÁLISIS DE PROCESOS DE INSTRUCCIÓN BASADO EN EL ENFOQUE ONTOLÓGICO- SEMIÓTICO DE LA COGNICIÓN MATEMÁTICA*. 36.

Hilbert, David. Fundamentos de la geometría— Google Libros. (s. f.). Recuperado 25 de agosto de 2019, de

https://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=3VufvuQ6WRwC&oi=fnd&pg=PA3&dq=euclides+y+la+geomatria&ots=8mgvZdLE_C&sig=8CYxqaBm2EePXzTUuIJD5U0YH6w&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false

Holloway, G., & Bignami, A. (1986). *Concepción de la geometría en el niño según*

Piaget. Barcelona: Paidós.

León, G. J. L., & Barcia, M. R. (2016). *Didáctica de la geometría para la escuela*

primaria. Retrieved from <https://ebookcentral.proquest.com>

Linares, A. R. (s. f.). *Desarrollo Cognitivo: Las Teorías de Piaget y de Vygotsky*. 29.

Lobo, N. (s. f.). *Aplicación del modelo propuesto en la Teoría de Van Hiele para la*

enseñanza de la geo... Página 1 de 10. 11.

Los mapas conceptuales. (s. f.). Recuperado 25 de agosto de 2019, de

<http://www.facmed.unam.mx/emc/computo/mapas/mapaconceptual.htm>

Marín, G. D. F. (2013). Estrategias didácticas para fortalecer el pensamiento geométrico

en estudiantes del grado sexto. Universidad Católica de Manizales.

Nacional, M. d. (2006). Estándares Básicos de Competencias. Bogotá, Colombia:

Ministerio de Educación Nacional.

Orellana, V. R. (2009). *Mapas conceptuales y aprendizaje significativo*. Retrieved from

<https://ebookcentral.proquest.com>

Pérez, C. J., Ruiz, M. E. (2010). Estrategias lúdicas aplicando el modelo de Van Hiele

como una alternativa para la enseñanza de la geometría.

Rodríguez Palmero, M. L. (2012). *La teoría del aprendizaje significativo en la*

perspectiva de la psicología cognitiva. Recuperado de

<http://www.digitaliapublishing.com/a/14780>

Rodríguez, B. M. E. (2009). El pensamiento lógico matemático desde la perspectiva de Piaget. Retrieved from <https://ebookcentral.proquest.com>

Rojas, P. D. Gaviria, A. Valderrama, C. J. (2014). Aprendizaje de la geometría mediada con herramientas didácticas. Universidad Católica de Manizales.

Sampieri, H. R. (2014), Metodología de la investigación. Mexico D. F., editorial McGraw Hill Education.

Teoría de la instrucción vs. Teoría del aprendizaje significativo: Contraste entre J. Bruner y D. Ausubel - Ilustrados! (s. f.). Recuperado 22 de agosto de 2019, de <http://www.ilustrados.com/tema/7400/Teoria-instruccion-Teoria-aprendizaje-significativo-Contraste.html>

TEORIA DE LAS REPRESENTACIONES DE RAYMOND DUVAL MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO ESTRATEGÍA DE E-A (PDF) | Janeth Lima— Academia.edu. (s. f.). Recuperado 30 de agosto de 2019, de https://www.academia.edu/31797141/TEORIA_DE LAS REPRESENTACIONES DE RAYMOND DUVAL MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO ESTRATEGÍA DE E-A

Vargas Vargas, G., & Gamboa Araya, R. (2013). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. *Uniciencia*, 27(1). Retrieved from <http://www.redalyc.org/resumen.oa?id=475947762005>

Vargas, G. V., & Araya, R. G. (2013). *EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA*. 27(1), 22.

View of The Students' Perspective of Geometry Teaching and Learning in High

School. (s. f.). Recuperado 14 de agosto de 2019, de

<https://revistas.una.ac.cr/index.php/EDUCARE/article/view/906/15894>

Villarroya B. Florencio. El empleo de materiales en la enseñanza de la geometría—

Dialnet. (s. f.). Recuperado 25 de agosto de 2019, de

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=117840>

Apéndice

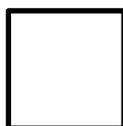
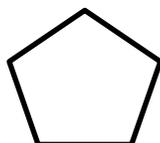
Apéndice A. Guía de saberes previos

Se realizó una guía para diagnosticar los conceptos que ya conocen las estudiantes, en este diagnóstico las estudiantes trabajan la competencia de comunicación y resolución de problemas; las cuales resuelven en un condensado de ocho preguntas.

 <i>Colegio Eugenia Ravasio</i>	SABERES PREVIOS INSTRUMENTO 1 PROYECTO SISTEMA GEOMETRICO		Fecha: 3 de septiembre	Calificación:
	Grado: 6 B	Período: III		
Área: Matemáticas (Geometría) Docente: Diana Clemencia Alzate Mejía				
Estudiante:				

PONGO A PRUEBA MI CONOCIMIENTO

Escribe cuantas líneas rectas tiene cada figura:



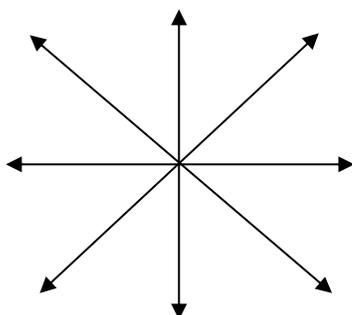
Dibuja en el espacio en blanco lo que se te pide

Punto	Un segmento
Semi recta	Recta

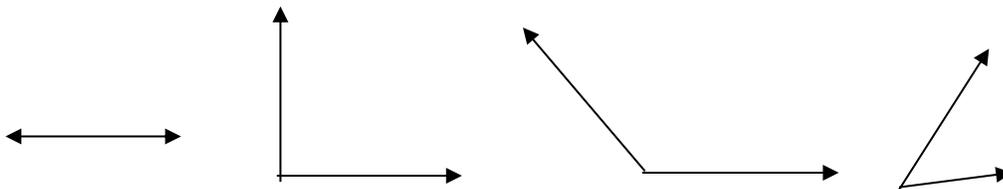
Con la ayuda de un compás determina cual es el segmento que tiene mayor longitud. SIN medir.



4. Nombra cinco semi- rectas que hay en la siguiente figura



5. ¿Cuáles son las clases de ángulos? Escribe en la línea de cada imagen el nombre del ángulo y estime su amplitud.



6. Un Ángulo obtuso mide más de 90° . ¿Es correcta esta afirmación? Justifique a través de un dibujo en el espacio en blanco



7. ¿Cuál es el instrumento que se usa para medir la amplitud de un ángulo?

8. ¿Cuál es la unidad de medida de los ángulos? _____

Apéndice B. Manual: ingenio geométrico

A continuación se encuentran los pantallazos tomados a la guía, haciendo referencia a la figura 14, como el diseño de la portada. El manual ha sido dejado en el repositorio de la universidad para su publicación.

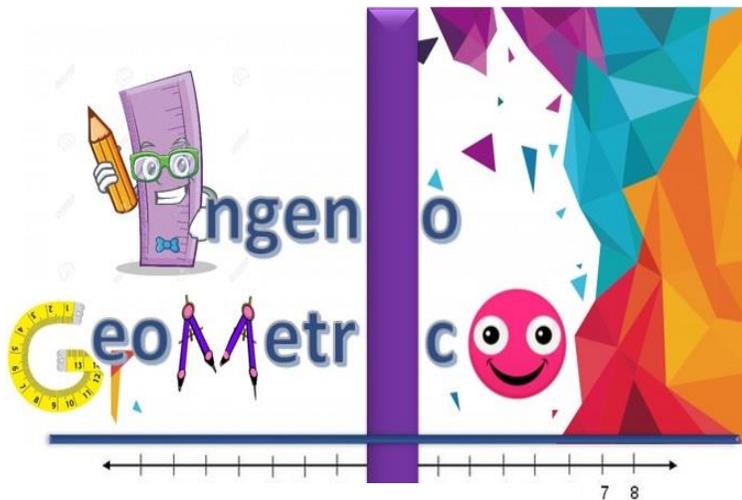
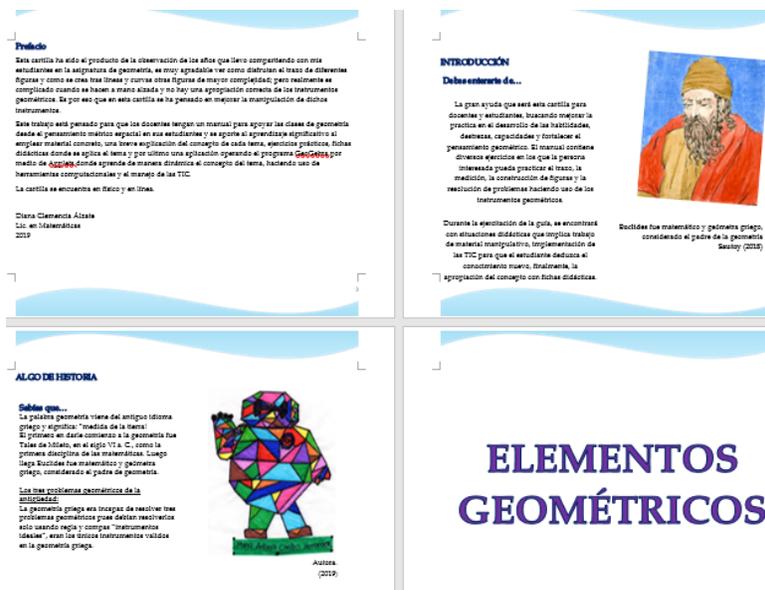


Figura 14. Manual Ingenio Geométrico

Portada: Autor: John Alexander Murcia Álzate (2019)



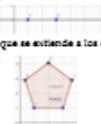
ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

El punto Es la marca que deja la punta del lápiz cuando cae sobre el papel.

Segmento Es una línea que tiene un inicio y un final.

Recta Es una línea que tiene un inicio y se extiende a un solo lado infinitamente.

Plano Es una línea que se extiende a los dos lados infinitamente.



INSTRUMENTOS GEOMÉTRICOS



Regla

Transportador



Escuadras



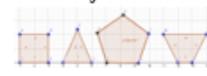
Compás

Lápiz, borrador y sacapuntas

CUÁNTO ES

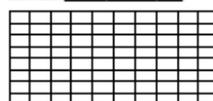
Practico con mi profe

¿Cuántas líneas tiene cada figura? Escribe dentro de cada figura el número de lados.



Aprendizaje sublimo

Traza una línea recta y una línea curva. Sobre cual se puede representar una semirrecta:



Situación problema

En la ciudad, existen calles y avenidas, estas no tienen ninguna curva, sus salidas se prolongan indefinidamente hacia ambos lados y nunca se intersecan. Observa el plano de la ciudad, anota en que entre las calles y avenidas hay intersecciones que representan puntas, segmentos, rayos y rectas.

Se puede representar la avenida 2 con una recta AB. La avenida 3 entre calle 1 y 2 con un segmento CD. La calle 1 empieza con un punto y se extiende indefinidamente con 2 y forma la **semirrecta** EF.

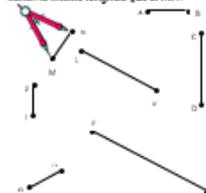


Representa con elementos geométricos el plano del mapa de la ciudad, según indicaciones:

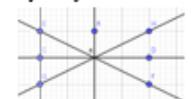


EVALUA

Usa un compás, anómalo allí la longitud del segmento MN como se muestra en la imagen. Determina cuáles segmentos tienen la misma longitud que el MN.



Nombra cinco **segmentos**, rectas que hay en la siguiente figura.



Completa la tabla, nombrando las rectas, segmentos y rectas.

Elementos de la geometría	segmento	semirrecta	Recta

Rectas paralelas (símbolo: ||)

Son dos líneas rectas que se extienden indefinidamente sin cruzarse en ningún punto.



Rectas Perpendiculares (símbolo: ⊥)

Son dos líneas rectas que se extienden indefinidamente, se cruzan en un solo punto, y forman cuatro ángulos rectos.

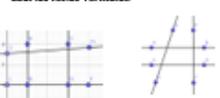


Rectas Secantes

Son dos líneas rectas que se extienden indefinidamente, se cruzan en un solo punto, y no forman ángulos rectos.



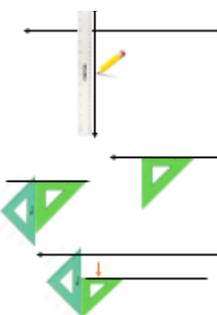
Dibuja de rojo las rectas horizontales y con azul las rectas verticales.



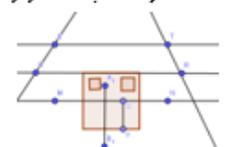
Con dos escuadras podemos trazar segmentos paralelos. Sigue la instrucción:



CLASIFICACIÓN DE RECTAS



Andrés traza el siguiente dibujo en el que se pueden imaginar varias rectas y ángulos. De acuerdo con la siguiente figura, completa los espacios nombrando las rectas perpendiculares y las rectas paralelas.

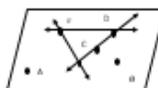


- A. _____ F. _____
- B. _____ G. _____
- C. _____ H. _____
- D. _____ I. _____

EL PLANO Y LA MEDIATRIZ DEL SEGMENTO

EL PLANO

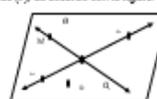
Observa la figura. Luego nombra los elementos que se indican.



- Colorea:** Todos los puntos contenidos en la recta _____.
- Comparte:** Plano que contiene a todos los puntos _____.
- Dos rectas **distintas** _____
 - Tres puntos **colineales** _____
 - Tres puntos **coplanos** _____
 - Tres puntos **no coplanos** _____
 - Un plano: _____

Aprendiendo

Indica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F), de acuerdo con la figura.



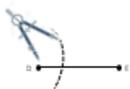
- El punto R pertenece a la recta **NR** _____
- Los puntos M, P, Q, R son coplanos _____
- Los puntos Q, O y M son **colineales** _____
- El punto R es común a las rectas **MQ** y **NR** _____
- El punto M pertenece a la **recta NR** _____
- Los puntos M, Q, N, R, O, P son coplanos _____
- Los puntos M, Q, y P son **colineales** _____

LA MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO

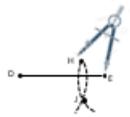
Es la recta que pasa por el punto medio y es perpendicular al segmento.
Para trazar la mediatriz de un segmento usamos regla y compás.

Procedimiento:

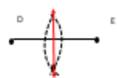
- Trazar un segmento.
- Se abre el compás con un radio mayor a la mitad del segmento. Con centro en D y se traza un arco.



- Con el mismo radio dibuja un segundo arco con centro en E, de modo que corte al anterior arco en dos puntos, H y J.
- Se abre el compás con un radio mayor a la mitad del segmento. Con centro en D y se traza un arco.



- Se traza la recta que pase por los puntos H y J y que sea perpendicular a la recta DE. La recta que corta al segmento en su punto medio es la mediatriz.



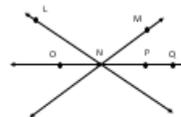
Repite el mismo procedimiento en este espacio y registra el ejercicio haciendo uso del compás y la regla.



EVALÚA

Ten en cuenta las claves para colorear en la figura, los elementos que se indican.

- a). LN de
- b). ND de
- c). PN de
- d). NM de
- e). DP de
- f). PQ de



SITUACIONES DIDÁCTICAS

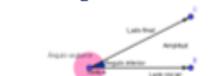
En esta cartilla se tienen actividades que sirven como herramienta para la enseñanza de la geometría y la correcta manipulación de los instrumentos geométricos como la regla, escuadra, compás y transportador; además, del uso de material en concreto donde el estudiante podrá conjeturar e inferir el concepto, así mismo, la aplicación directa en el **GeoGebra** a través de unos **applets** que han sido diseñados para afianzar un aprendizaje significativo. Finalmente se contempla una ficha didáctica donde el estudiante aplica los conocimientos obtenidos y responde a las dinámicas esperadas para el desarrollo de competencias matemáticas.

LOS ÁNGULOS

ÁNGULOS

Los ángulos están formados por dos semirrectas que tienen el mismo origen. Cada semirrecta se llama lado y el origen es común es el origen. Se simboliza con \angle . El ángulo se nombra como $\angle ABC$. La amplitud de un ángulo se mide en grados y según su medida se clasifican. El instrumento para medir ángulos es el transportador.

Punto del ángulo



Transportador



CLASIS DE ÁNGULOS

<Agudo	<Recto	<Obtuso	<Llano
Mide más de 0° y menos de 90°	Mide 90°	Mide más de 90° y menos de 180°	Mide 180°
<Complementarios	<Adyacentes	<Opuestos	
Forman el mismo vértice y un lado en común	Forman ángulos suplementarios con lados no comunes	Forman el vértice en común, los lados en diagonales y sus ángulos son iguales entre sí.	
<Completos	<Complementarios	<Suplementarios	
Mide 360°	La suma de sus ángulos es 90°	La suma de sus ángulos es 180°	

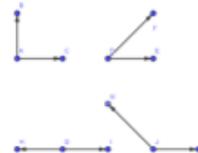
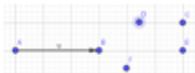
Actividad 1. Unión de segmentos para formar ángulos

INSTRUCCIONES

1. En el esquema se tiene trazada la **semirrecta** **AZ** con la regla.
2. Trazo otra **semirrecta** **AC** con punto de origen en A.
3. Trazo la **semirrecta** **CD** y la **semirrecta** **EF**.
¿Obtienes un ángulo? ¿Por qué?

Miración... con material manipulativo

Utiliza tiras de filigrana y ubícalas de modo tal que **AM** forme varias semirrectas unidas en el punto de origen con diferentes aberturas.



APLICANDO LÁSTIC: para reconocer la clasificación de ángulos

En la cartilla virtual de clic al enlace del **GeoGebra** para analizar la interacción.



Prueba (2017)
Dar clic en el ícono de **GeoGebra** para hacer la actividad:



FICHA DIDACTICA. ¿Qué aprendiste de los ángulos?

Nombre: _____ Fecha: _____ Grado: _____

Identifique los ángulos aprendidos en clase. ¿qué tipo de ángulo es?

$\angle BAC$ _____
 $\angle BOA$ _____
 $\angle AOB$ _____
 $\angle KJI$ _____

Observa las manecillas del horario y del minutero de cada reloj. Cada manecilla es un modelo físico de una **semirrecta**; ambas describen un ángulo. ¿Según la ubicación de las manecillas de cada reloj, qué ángulo se forma?

Usa la manecilla de 90° para verificar cuál de los siguientes ángulos son rectos, obtusos, agudos o líneas y qué ángulo.

ÁNGULOS EN POSICIÓN

Actividad 2. Construcción de ángulos

Aprendiendo más...

Caratruye con regla y transportador los siguientes ángulos.

Clasifica los siguientes ángulos según su medida.

a) $\angle = 90^\circ$ _____
 b) $\angle = 20^\circ$ _____
 c) $\angle = 100^\circ$ _____
 d) $\angle = 70^\circ$ _____

Usa el transportador para clasificar los siguientes ángulos según su medida.

Completa la tabla. Teniendo en cuenta el concepto de ángulos complementarios y suplementarios.

Ángulo	37°	130°	1°	90°
Complementario			89°	0°
Suplementario			179°	181°

Actividad 3. Ángulos opuestos

INSTRUCCIONES

- Trazo dos rectas paralelas con la regla y escuadra.
- Trazo una diagonal, que corte las rectas paralelas.
- Ubica la punta metálica del compás en cada intersección de la diagonal con las paralelas para trazar dos círculos. (círculo 1 y círculo 2).
- Usa un color para pintar una de las regiones del círculo y recortarla.
- Verifica en donde cae el ángulo que recortaste y coloréalo del mismo color.

Mi creación... con material manipulativo

Pegar el material elaborado en este espacio

APLICANDO LAS TIC

En la cartilla virtual de clic al enlace del **GeoGebra** para analizar la intersección.

APP: LOS ANGELOS DE LOS PUNTOS Logg

POLÍGONOS

FICHA DIDACTICA. Juguando con los opuestos!

Nombre: _____ Fecha: _____ Grado: _____

Observa las imágenes e identifica ángulos opuestos. Encierra los opuestos en un **cuadrado**.

Usa el transportador para escribir la medida de los ángulos opuestos que hacen falta.

En la siguiente figura hay cuatro parejas de ángulos congruentes. Nombra cuales son:

a) _____ d) _____
 b) _____ e) _____
 c) _____ f) _____

Actividad 4. Formando polígonos con un tangram

INSTRUCCIONES

ELABORAR UN TANGRAM CASERO

- Diblar una hoja en lazo con lazo (separada un gran triángulo).
- Señalar formando un cuadrado. Luego marcar la línea del doblado del medio.
- Doblar a la mitad uno de los triángulos que se forman y recortarlo por la línea del doblado.
- Si se quiere triangular doblar su punta superior en el lado inferior y recortar por el doblado.
- Doblar la punta de la última parte luego recortar por el doblado.
- Doblar hasta formar un cuadrado y recortar por el doblado.
- Doblar y formar un triángulo. Recortar por el doblado.
- Armar el cuadrado original de nuevo. Formar figuras con los diferentes polígonos resultantes.

Mi creación... con material manipulativo.

Forma una figura creativa utilizando todas las fichas del tangram y pégalo en este espacio.

LOS POLÍGONOS

Clasificación

Son figuras planas y cerradas formadas por segmentos, se unen en los extremos máximos con dos segmentos consecutivos llamados vértices. Los segmentos no consecutivos que se unen son diagonales.

Según los ángulos

- Convexo:** Cuando todos los ángulos interiores son menores de 180°.
- Cóncavo:** Si uno o más de los ángulos interiores es mayor a 180°.

Según los lados y ángulos

- Regular:** Si todos los lados y ángulos de un polígono son de igual medida.
- Irregular:** Si no todos los lados y ángulos de un polígono son de igual medida.

Los polígonos reciben un nombre según el número de lados:

ELEMENTOS DEL POLÍGONO

Lados
Vértices
Ángulos
Diagonales

Actividad 8. Medida de los ángulos internos de un cuadrilátero

INSTRUCCIONES

1. INVESTIGA LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN CUADRILÁTERO.
2. Traza en una hoja de color la siguiente figura, marca los cuatro ángulos. Recorta su contorno y pega por el centro de modo que los cuatro ángulos queden apretados.



3. Luego junta los cuatro ángulos de cada trozo rasgado en un solo vértice.



4. ¿Que ángulo se forma en el centro al juntar los ángulos?

Me creó... con material manipulativo
Pega el resultado de tu experiencia en **globeo**.

CUADRILÁTEROS Son polígonos formados por cuatro lados, son figuras planas y cerradas. Además, la suma de sus ángulos es 360°.	CUADRADO	4 ángulos rectos	
	PARALELOGRAMO	Dos pares de lados paralelos	Rectángulo
			Romboide
			Rombo
TRAPEZOIDO	Un par de lados paralelos		
TRAPEZOIDO	Ningún par de lados paralelos		

Actividad 9. Cuadriláteros en objetos reales

INSTRUCCIONES

Busca en una revista tres figuras de la vida cotidiana que contengan cualquiera de los diferentes cuadriláteros y recájalas con un color rojo. Observa el ejemplo.



Uso de Instrumentos geométricos

Pega las imágenes en caso espacio.

APUNDO LATIC



FICHA DIDÁCTICA. Me divertí en el globeo.

Nombre: _____ Grado: _____
Fecha: _____

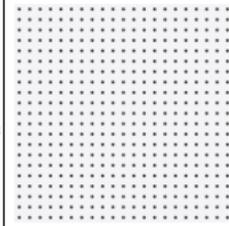
1. Responde V si es verdadero y F si es falso:

- a. Un cuadrado es un paralelogramo (V)
- b. Todos los rombos son cuadrados (F)
- c. Un trapecio es un paralelogramo (F)
- d. Todo cuadrado es un rombo (F)
- e. Un rectángulo es un trapecio (F)

2. CONSTRUCCIÓN DE UN CUADRADO.

Traza con el compás una circunferencia con 2 cm de radio. Luego divide 360 entre 4 lados (escribe el resultado): _____
Mide con el transportador la medida encontrada. Luego une los puntos para formar el cuadrado.

3. Usa la estrategia anterior para formar seis cuadrados de diferente tamaño. Y ubícalos en el glo plano formando una figura creativa.



CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS

Actividad 10. Palitos y figuras

INSTRUCCIONES

1. POLÍGONOS CON PALILLOS.
2. Observa cada imagen y sigue las indicaciones.

Me creó... con material manipulativo
Pega el resultado de tu experiencia en **globeo**.

- 2.1 Sitúa sobre la mesa 12 palillos como muestra la figura. Luego:

- Quitá 4 palillos para formar un solo cuadrado.
- Forma 2 cuadrados iguales quitando 4 palillos.



- 2.2 Sitúa sobre la mesa 24 palillos como muestra la figura. Luego:

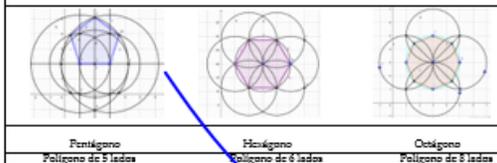
- Mueve 2 palillos y convierte la figura en 2 cuadrados.
- Mueve 4 palillos y crea 3 cuadrados.



CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS EN GEOGEBRA

Son figuras planas, cerradas y formadas por segmentos que tienen la misma longitud, y sus ángulos la misma amplitud. Cuando un polígono no cumple las características anteriores se dice que es irregular. Los polígonos se pueden construir haciendo uso de los instrumentos geométricos como el compás y el transportador.

ALGUNOS EJEMPLOS ELABORADOS EN EJEMPLOS



CONSTRUYE TUS POLÍGONOS USANDO INSTRUMENTOS GEOMÉTRICOS

Actividad 11. Polígono de 4 lados (cuadrilátero)

INSTRUCCIONES

POLIGONO 1.

1. Traza con el compás una circunferencia de 3 cm de radio.
2. La circunferencia tiene 360°, ya que se forma un ángulo completo.
3. Divide 360° por la cantidad de lados del cuadrado.
4. Usa el transportador para medir en la circunferencia la cantidad del resultado de la división. En el punto donde de la medida traza un punto.
5. Usa la regla para unir los cuatro puntos.
6. Escribe que figura se forma: _____

Mi creación... Instrumentos geométricos
Dibuje tu experiencia en este espacio.

Actividad 12. Polígono de 5 lados (pentágono)

INSTRUCCIONES

POLIGONO 2.

1. Traza con el compás una circunferencia de 3 cm de radio.
2. La circunferencia tiene 360°, ya que se forma un ángulo completo.
3. Divide 360° por la cantidad de lados del pentágono.
4. Usa el transportador para medir en la circunferencia la cantidad del resultado de la división. En el punto donde de la medida traza un punto.
5. Usa la regla para unir los cinco puntos.
6. Escribe que figura se forma: _____

Mi creación... Instrumentos geométricos
Dibuje tu experiencia en este espacio.

Actividad 13. Polígono de 6 lados (hexágono)

INSTRUCCIONES

POLIGONO 3.

1. Traza con el compás una circunferencia de 3 cm de radio.
2. La circunferencia tiene 360°, ya que se forma un ángulo completo.
3. Divide 360° por la cantidad de lados del hexágono.
4. Usa el transportador para medir en la circunferencia la cantidad del resultado de la división. En el punto donde de la medida traza un punto.
5. Usa la regla para unir los seis puntos.
6. Escribe que figura se forma: _____

Mi creación... Instrumentos geométricos
Dibuje tu experiencia en este espacio.

Actividad 14. Polígono de 7 lados (heptágono)

INSTRUCCIONES

POLIGONO 4.

1. Traza con el compás una circunferencia de 3 cm de radio.
2. La circunferencia tiene 360°, ya que se forma un ángulo completo.
3. Divide 360° por la cantidad de lados del heptágono.
4. Usa el transportador para medir en la circunferencia la cantidad del resultado de la división. En el punto donde de la medida traza un punto.
5. Usa la regla para unir los siete puntos.
6. Escribe que figura se forma: _____

Mi creación... Instrumentos geométricos
Dibuje tu experiencia en este espacio.

Actividad 15. Polígono de 8 lados (octógono)

INSTRUCCIONES

POLIGONO 5.

1. Traza con el compás una circunferencia de 3 cm de radio.
2. La circunferencia tiene 360°, ya que se forma un ángulo completo.
3. Divide 360° por la cantidad de lados del octógono.
4. Usa el transportador para medir en la circunferencia la cantidad del resultado de la división. En el punto donde de la medida traza un punto.
5. Usa la regla para unir los ocho puntos.
6. Escribe que figura se forma: _____

Mi creación... Instrumentos geométricos
Dibuje tu experiencia en este espacio.

CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA

Actividad 16. Animales con círculos

INSTRUCCIONES

FIGURAS A BASE DE CÍRCULOS

1. Usa el compás para trazar los círculos que sean necesarios para formar la figura.
2. observa la imagen y realiza con papel de colores una igual.



Mi creación... con material manipulativo
Pega el resultado de tu experiencia en este espacio.

CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA

CÍRCULO	CIRCUNFERENCIA
Es un conjunto de puntos que se encuentran a una misma distancia del centro. El círculo posee borde y también interior.	Es un conjunto de puntos que se encuentran a una misma distancia del centro. El circunferencia solo posee borde.
	ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA
1. Diámetro: Segmento que va de borde a borde pasando por el centro. 2. Radio: Segmento que va de borde pasando por el centro. 3. Cuerda: Segmento que va de borde a borde sin tocar el centro.	4. Tangente: Recta que toca un punto solo en un punto de la circunferencia en su exterior. 5. Secante: Recta que corta dos puntos de la circunferencia. 6. Arco: Dos segmentos que están unidos al centro y un curva de la circunferencia.

FICHA DIDÁCTICA. Entre dibujos y palabras. ¿Solista o diferencia?

USO DE INSTRUMENTOS GEOMÉTRICOS

1. Escribe debajo de cada imagen según la palabra clave.

1. Dibuja tu capital aquí en este espacio.

2. Usa el compás y realiza un capital de varios círculos.

2. Dibuja objetos de la vida cotidiana donde se encuentre el círculo y la circunferencia.

APUNDO LÁSTIC

Nombre: _____ Grado: _____

Fecha: _____

1. Escribe los radios, diámetros, las cuerdas, y tangentes que aparecen en la circunferencia.

2. De acuerdo con la figura, responde las preguntas.

3. Observa, calcula y completa:

¿Es la recta F un diámetro de la circunferencia?
 ¿Es el segmento AB un diámetro de la circunferencia?
 ¿Es el segmento ED un radio de la circunferencia?
 ¿Cuál es el centro de la circunferencia?

3. Observa, calcula y completa:

Longitud del radio: _____ Longitud del radio: _____
 Longitud del diámetro: _____ Longitud del diámetro: _____

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Problema 1. Ángulos complementos y suplementos

El complemento de la diferencia entre el suplemento y el complemento de un ángulo "x" es igual al duplo del complemento del ángulo "x". Calcule la medida del ángulo "x".

ESTRUCTURA DEL ENUNCIADO

$$90 - [(180 - x) - (90 - x)] = 2(90 - x)$$

DESARROLLANDO SE OBTIENE

Problema 2. Lado de un rombo sabiendo su perímetro

El lado de un cuadrado sabiendo su perímetro. El perímetro del cuadrado es 20 cm. ¿Cuánto mide su lado?

F = 20 cm _____

Problema 3. Ángulos internos de un octógono

Halle el valor del ángulo interno de un octógono. n = 8; x = ángulo interior

FORMULA A UTILIZAR

$$x = \frac{180(n-2)}{n}$$

a). 120°
 b). 145°
 c). 135°

Problema 4. Ángulos internos de un triángulo

El triángulo ABC vemos dos ángulos externos conocidos, entonces podemos conocer el ángulo externo del ángulo "B".

PROPIEDAD DE ANGULOS EXTERNOS

$$A + B + C = 360^\circ$$

PROPIEDAD DE ANGULOS INTERNOS

$$x + y + z = 180^\circ$$

1. Halle el valor del ángulo externo que hace falta.
 2. Luego halle el valor de x.

Calcule el valor de X.

Problema 5. Elementos de la circunferencia

Observe la figura. Luego completa las siguientes frases:

El segmento EF es _____
 El segmento BD es _____
 El punto A es el _____
 El segmento AC es _____
 La recta GH es una _____

Problema 6. Elementos de la geometría

Observe la figura y luego resuelva los ejercicios. Ten en cuenta los puntos **colineales**.

a. Menciona tres rectas _____
 b. Menciona cuatro grupos de puntos **colineales**.
 c. Menciona dos grupos de puntos **no colineales**.
 d. Menciona tres segmentos _____
 e. Menciona tres **acutángulos**.
 f. Menciona los pares de rectas paralelas que se encuentran en la figura _____
 g. Menciona **un par** de rectas perpendiculares _____

Problema 7. Ángulos

El día 17 de diciembre de 1903 se realizó el primer vuelo propulsado por motor. Artefacto elaborado y **patenteado** por los hermanos Wright. La estética de los aviones ha cambiado con el paso del tiempo, para ganar velocidad y seguridad en el vuelo.



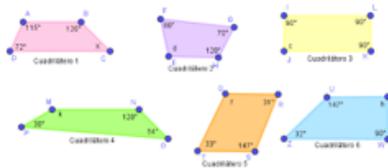
- Nombre por lo menos diez ángulos que se encuentran en la figura.
- ¿Cuál es la amplitud de los ángulos \sphericalangle ~~GGG~~ \sphericalangle FED, \sphericalangle CDE, \sphericalangle HJL, \sphericalangle KJI?
- ¿Cuántos ángulos de la figura son obtusos?
- ¿Cuántos ángulos de la imagen son rectos?
- En la figura hay cuatro parejas de ángulos suplementarios. ¿Cuáles son?
- Los ángulos que tienen un lado en común se denominan adyacentes. Ejemplo: ABC, es adyacente a CBD, encuentra otras cuatro parejas de ángulos adyacentes.

Problema 8. Cuadriláteros

La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360° .

$$A + B + C + D = 360^\circ$$

Utilizando la fórmula. Halla el valor del ángulo que hace falta en cada cuadrilátero.



Excelente experiencia...

El día que inicié la creación y elaboración de esta cartilla lo hice con la mejor de las intenciones, una de ellas es que realmente sea de gran utilidad para docentes y estudiantes, que encuentren aquí en estas pocas ideas y pocas páginas una manera de ver la geometría de una manera didáctica.

No ha sido fácil pero realmente disfruté cada una de las inspiraciones que surgen para que de alguna manera logren ejercitarse en los temas básicos sobre el sistema geométrico con un estilo entretenido y diferente, capto también los motivos a manipular los instrumentos geométricos y descubrir otra forma de plasmar o imaginar sus propias grillas pero bien formadas por que ya terminado esta manual sabrán usar mucho mejor la regla, el compás, el transportador, la escuadra y otros instrumentos geométricos.

Gracias

Diana Clemencia Alzate Mejía
Clemencia_d@hotmail.com

Apéndice C. Cuestionario, percepción e incidencia. Términos de facilidad y dificultad.

CUESTIONARIO

Cuestionario para documentar la percepción e incidencia del estudiante frente al estudio de investigación en términos de facilidad – dificultad con la implementación del manual, los instrumentos geométricos y el uso de la tecnología computacional a través del GeoGebra, buscando valorar las situaciones didácticas expuestas en la cartilla ingenio matemático

Cada pregunta consta de dos respuestas a las cuales deberá:

- Dar una valoración de 1 a 3, (siendo 1 nivel bajo, 2 nivel medio y 3 nivel alto), además,
- Acompañarlo con una justificación del por qué su apreciación.

Nombre del estudiante:

1. ¿Te parece que la información del manual ingenio matemático en su desarrollado es comprensible?

Marque con una X su respuesta	1	2	3
-------------------------------	---	---	---

¿Por qué?

2. ¿Se aprende a manejar mejor los instrumentos geométricos como reglas, compás, transportador, entre otros?

Marque con una X su respuesta	1	2	3
-------------------------------	---	---	---

¿Por qué?

3. Existe una relación entre el material en concreto empleado, los applets del GeoGebra con la ficha didáctica?

Marque con una X su respuesta	1	2	3
-------------------------------	---	---	---

¿Por qué?

4. ¿Las aplicaciones en el GeoGebra son sencillas de manejar para que el desarrollo de las actividades sea más comprensible?

Marque con una X su respuesta	1	2	3
-------------------------------	---	---	---

¿Por qué?

5. ¿La cartilla de ingenio geométrico es de gran utilidad para el aprendizaje del pensamiento Métrico - espacial?

Marque con una X su respuesta	1	2	3
-------------------------------	---	---	---

¿Por qué?

Apéndice D. Consentimiento informado

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Por medio del presente consentimiento informado, Yo, _____, identificado con cédula de ciudadanía N° _____ de _____, participe de manera voluntaria y apoyando el proyecto investigativo de pregrado, denominado ESTRATEGIAS DIDACTICAS PARA POTENCIAR EL PENSAMIENTO METRICO ESPACIAL EN EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMATICAS A ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO, propuesta de innovación de la docente Diana Clemencia Alzate Mejia y en apoyo de la asesora Paula Andrea Osorio Gutiérrez, quien nos informó sobre la participación de la niña María Antonia Castro con la creación de su modelo usando figuras geométricas; para que aparezca como demostración de la creatividad de la estudiante y como autora del dibujo.

Se firma a los 6 días del mes de noviembre de 2019 en la ciudad de Manizales.

Firma:

Acudiente

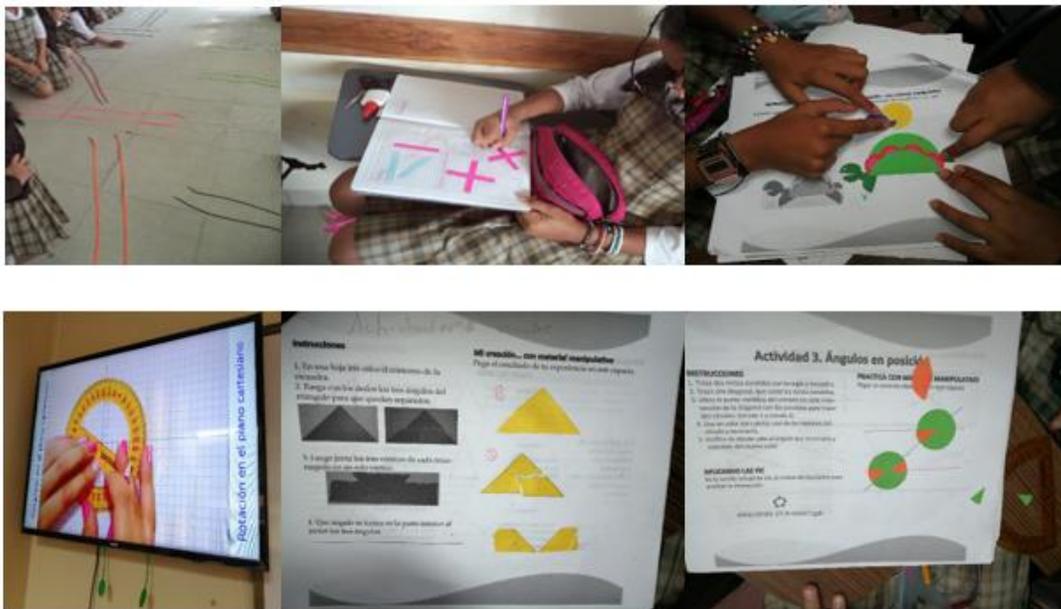
Docente

Apéndice E. Registros fotográficos

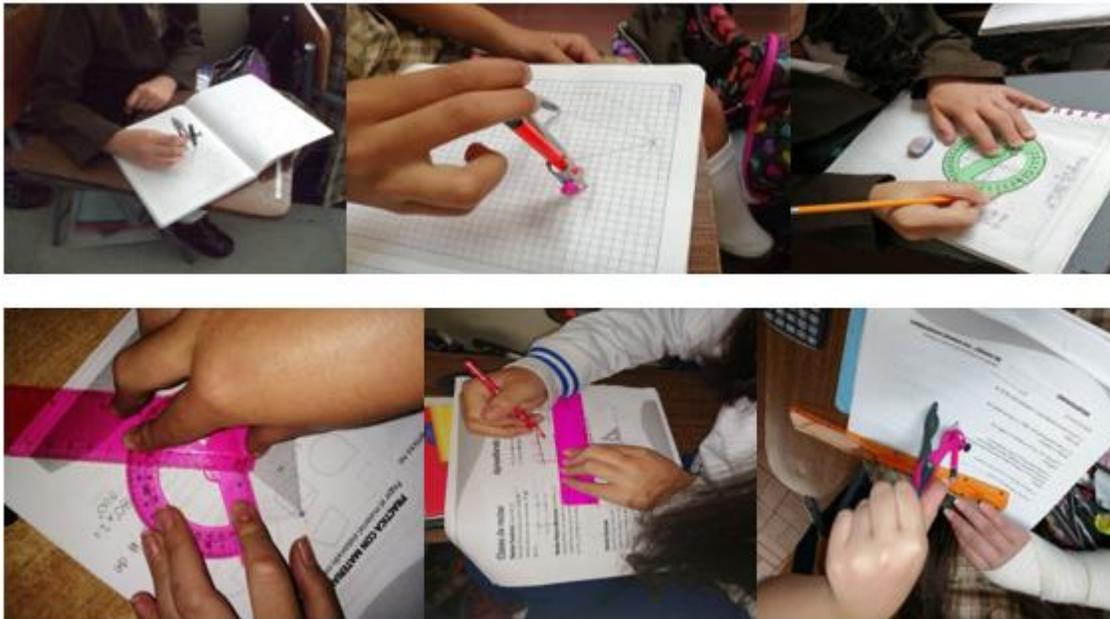
En este capítulo se encuentran fotografías que son la evidencia del trabajo de investigación durante la aplicación de los saberes previos donde se demuestra la forma incorrecta que las estudiantes se les dificulta la manipulación de los instrumentos geométricos y por ende la lectura correcta de este, también encontramos evidencias del proceso de enseñanza y aprendizaje basado en la estrategia didáctica que fortalece el pensamiento del sistema geométrico en las estudiantes y se observa su trabajo en la realización del manual, y la mejora en la manipulación de los instrumentos en el desarrollo y ejecución de las diferentes situaciones didácticas.

Material manipulativo: Visualización y análisis

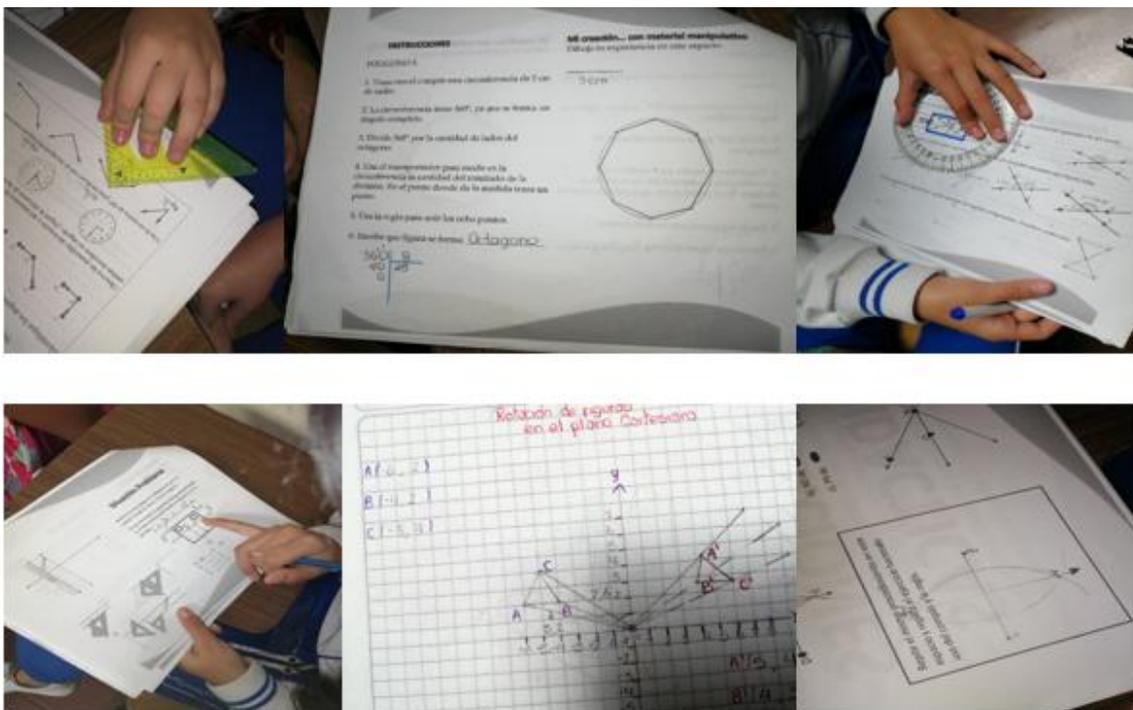
Se trabaja con las estudiantes diferentes temas por medio del material manipulativo, lo que motiva a los estudiantes al aprendizaje, el trabajo colaborativo, sus presaberes y empieza la introducción al tema.



Manipulación de los instrumentos geométricos: organización y lógica



Fichas didácticas: deducción de su razonamiento



Herramienta digital: didáctica computacional

