

**GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los  
Cuerpos Redondos, una visión desde la Teoría de las Situaciones Didácticas en  
la Institución Educativa Viboral**



**Verónica Henao López**

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES**

**Facultad de educación**

**Licenciatura en matemáticas y física**

**Manizales, Noviembre 27 de 2020**

**GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los Cuerpos  
Redondos, una visión desde la Teoría de las Situaciones Didácticas en la Institución  
Educativa Viboral**

Verónica Henao López<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Educación, Licenciatura en matemáticas y física, Universidad Católica de  
Manizales

**Notas de autor**

Verónica Henao López: [veronica.henao@ucm.edu.co](mailto:veronica.henao@ucm.edu.co)

Este trabajo de grado fue realizado por la autora para optar al título de Licenciada en matemáticas y física con la asesoría del Msc. Luis Hernando Carmona Ramírez.

La correspondencia relacionada con este proyecto debe ser dirigida a Verónica Henao López

Contacto: [veronica.henao@ucm.edu.co](mailto:veronica.henao@ucm.edu.co)

### Dedicatoria

*A mi familia*, por creer en mí, por brindarme los medios necesarios para salir adelante, por apoyarme, colaborarme, estimularme, alentarme, día tras día, con la firme convicción de que lograría esta meta.

*A mi docente y asesor Luis Hernando Carmona Ramírez* por depositar su confianza en mí y acompañarme en mi proceso, por brindarme su apoyo incondicional y hacer realidad mi objetivo profesional.

*A la Institución Educativa Viboral*, en especial a su rectora *Aurora Duque Henao* quien me abrió las puertas sin dudar de mis capacidades poniéndome un reto para realizar mis practicas docentes y trabajo de investigación, por fortalecer mis habilidades y competencias de manera integral.

### Agradecimientos

*“Nuestra recompensa se encuentra en el esfuerzo y no en el resultado.*

*Un esfuerzo total, es una victoria completa”.*

*Mahatma Gandhi*

*A Dios, por regalarme el don preciado de la vida; por dotarme de las facultades personales e intelectuales necesarias, para acceder a nuevos conocimientos; por permitirme soñar y disfrutar el fruto de la cosecha sembrada con dedicación y amor.*

*A la Universidad Católica de Manizales, por brindarme los elementos teóricos y prácticos necesarios para formarme como ciudadana íntegra, profesional de la educación matemática y física, maestra renovada, capaz de contribuir desde mis posibilidades al mejoramiento de la calidad educativa del país.*

*Al personal Directivo, Administrativo y Docente de la Universidad, por brindarme un acompañamiento permanente, atento, diligente, altruista y solidario, en todo momento, potenciando significativamente mi proceso de formación integral.*

*A mis compañeros de la Universidad, quienes, con su forma particular de ser, pensar, sentir, actuar... colmaron mi vida de múltiples enseñanzas, permitiéndome disfrutar de inolvidables experiencias.*

### Resumen

El presente trabajo de grado es una investigación basada en la implementación de GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los Cuerpos Redondos desde una visión de la Teoría de las Situaciones Didácticas en la Institución Educativa Viboral, zona rural del municipio de Aguadas-Caldas, con la intención de analizar el efecto que produce en los estudiantes la interacción con el software desde su nivel inicial con relación a los conceptos de los cuerpos redondos: esfera, cilindro y cono por medio de un pretest, seguidamente se diseñó una unidad didáctica que permitió la interacción de los estudiantes con la geometría espacial para descubrir y reconstruir conceptos relacionados con los mismos y así poder describir las características que producen al efectuarse la interacción con este tipo de herramientas. Finalmente se aplicó una prueba final postest para determinar el aprendizaje de los conceptos y su aprehensión.

### **Abstrac**

This degree work is an investigation based on the implementation of GeoGebra as a didactic mediator for the teaching and learning of Round Bodies from a vision of the Theory of Didactic Situations in the Viboral Educational Institution, rural area of the municipality of Aguadas- Caldas, with the intention of analyzing the effect that the interaction with the software produces on students from its initial level in relation to the concepts of round bodies: sphere, cylinder and cone by means of a pretest, then a didactic unit that would allow the interaction of students with spatial geometry to discover and reconstruct concepts related to them and thus be able to describe the characteristics they produce when interacting with this type of tool. Finally, a final post-test test was applied to determine the learning of the concepts and their apprehension

**Tabla de Contenidos**

Introducción .....	15
I. Contexto y Diagnóstico .....	16
Capítulo 1 .....	20
Planteamiento del Problema .....	20
1.1 Formulación del Problema .....	20
1.1.1 Pregunta de investigación .....	21
1.2 Objetivos de la Investigación .....	21
1.2.1 Objetivo general .....	21
1.2.2 Objetivos específicos .....	21
1.3 Justificación .....	22
Capítulo II .....	24
Marco Referencial .....	24
2.1 Antecedentes .....	24
2.1.1. Uso de GeoGebra como complemento en la enseñanza de la geometría .....	24
2.1.2 La Teoría de las Situaciones Didácticas como marco para pensar y actuar la enseñanza de la geometría .....	27
2.2 Marco Legal .....	29
2.2.1 Ley General de Educación .....	29

2.2.2 Lineamientos Curriculares .....	29
2.2.3 Estándares Básicos de Calidad.....	31
2.2.4 Derechos Básicos de Aprendizaje.....	32
2.3 Marco Teórico.....	34
2.3.1 Uso de las TIC en la educación matemática .....	34
2.3.2 Uso de GeoGebra en la Educación Matemática .....	37
2.3.2.1 Software .....	38
2.3.2.1 Apariencias de GeoGebra.....	39
2.3.2.2 Características de GeoGebra.....	26
2.3.2.3 Formas de trabajar con GeoGebra .....	27
2.3.2.3.1 Zonas de trabajo.....	27
2.3.2.3.2 Tipos de objetos .....	28
2.3.2.3.3 Tipos de construcciones.....	28
2.3.2.3.4 Herramienta del profesor .....	28
2.3.2.3.5 Herramienta del estudiante .....	29
2.3.2 Teoría de las situaciones didácticas .....	29
2.3.2.2 La modelización de las situaciones en didáctica.....	30
2.3.2.3 Una primera aproximación a la clasificación de las situaciones didácticas	
31	
2.3.2.4 Situación didáctica, situación adidáctica y situación fundamental .....	32



2.3.2.5	La adaptación de los alumnos a las situaciones .....	34
2.3.2.6	Contrato didáctico .....	35
2.3.3	Didáctica de la geometría.....	36
2.4	Marco Conceptual .....	42
2.4.1	Sólidos y cuerpos redondos .....	42
2.4.1.1	Área y volumen de cilindros .....	42
2.4.1.2	Propiedades de los cilindros.....	43
2.4.1.3	Área y volumen de conos.....	44
2.4.1.4	Propiedades de los conos .....	45
2.4.1.5	Área y volumen de la esfera.....	45
Capítulo III	.....	49
Diseño Metodológico	.....	49
1.1	Enfoque de Investigación .....	50
1.2	Tipo de Investigación .....	51
1.3	Diseño De Investigación .....	53
1.4	Hipótesis De La Investigación .....	54
1.4.1	Diseño del cuasi – experimento .....	55
1.4.2	Prueba no paramétrica para contrastar las hipótesis.....	55
1.5	Variables.....	55
1.5.1	Variable independiente.....	55

1.5.2	Variable dependiente.....	56
1.6	Operacionalización de las variables .....	56
1.7	Población y Muestra.....	57
3.7.1	Población.....	57
3.7.2	Muestra.....	58
3.8	Instrumentos Empleados En La Investigación .....	59
3.8.2	El pretest.....	59
3.8.3	Secuencia Didáctica .....	59
3.8.4	El postest .....	60
3.9	Rúbrica Para La Evaluación De Los Instrumentos .....	60
Capitulo IV	.....	63
Resultados	.....	63
4.1	Análisis de los resultados .....	63
4.1.1	Análisis del Pretest.....	63
4.1.2	Análisis del Postest.....	65
4.1.3	Comparación de la prueba Pretest contra la prueba Postest.....	66
4.1.4	Análisis de la secuencia didáctica.....	67
4.2	Conclusiones .....	68
4.3	Recomendaciones .....	69
Anexos	.....	70

Bibliografía ..... 96

**Lista de tablas**

Tabla 1	<i>Diseño del cuasi - experimento</i> .....	55
Tabla 2	<i>Operacionalización de las variables</i> .....	56
Tabla 3	<i>Población Total Institución Educativa Viboral. Aguadas-Caldas. Año 2020.</i> ...	57
Tabla 3	<i>Rúbrica para la evaluación del pretest y postest</i> .....	61

**Lista de figuras**

Figura 1 <i>Mapa donde muestra la Institución Educativa Viboral y sus sedes adscritas ...</i>	17
Figura 2 <i>Vista gráfica y algebraica del software GeoGebra.....</i>	39
Figura 3 <i>Apariencias de GeoGebra .....</i>	39
Figura 4 <i>Relación Didáctica .....</i>	30
Figura 5. <i>Cuerpos redondos.....</i>	42
Figura 6 <i>El cilindro y sus partes .....</i>	43
Figura 7 <i>Partes del cono .....</i>	44
Figura 8 <i>La esfera y sus partes.....</i>	46
Figura 9 <i>La semiesfera.....</i>	47
Figura 10 <i>Momentos de la Investigación Acción (Kemmis, 1989) .....</i>	52
Figura 11 <i>Resultados de la prueba Pretest .....</i>	63
Figura 12 <i>Resultados de la prueba Postest.....</i>	65

**Lista de anexos**

Anexo A. Pretest y Postest.....	70
Anexo B. Secuencia Didáctica.....	74
Anexo C. Consentimiento Informado.....	89

## Introducción

Desde el punto de vista educativo, la geometría se considera como una de las ramas más importantes de la matemática (Marmolejo A. Vega, 2012) por tal motivo se requiere del refuerzo de su estudio y comprensión donde se logre la adquisición de conocimientos que permitan al estudiante desarrollar esa habilidad de analizar, organizar y sistematizar conocimientos espaciales y logren considerar así la geometría como la matemática del espacio.

En la actualidad la didáctica empleada por los docentes en matemáticas, no aporta los conocimientos necesarios a los estudiantes en torno a todo lo relacionado con geometría, por ello se dice que existe un estancamiento en el cual no se produce conocimiento y el que se imparte en las escuelas no es interesante para las nuevas generaciones.

Por tal motivo, se plantea la posibilidad de mejorar dichas comprensiones a través del software GeoGebra como mediador de la enseñanza y aprendizaje de los Cuerpos Redondos en la Institución Educativa Viboral que genere una educación desde otros puntos de vista como el visual e interactivo.

Así mismo, el presente trabajo se desarrolla bajo la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau desde las situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización, los cuales indican una interacción entre los estudiantes, el medio físico, la comunicación, la demostración y la socialización del saber; permitiendo a los estudiantes desarrollar un pensamiento lógico-matemático que genere nuevas situaciones que no son posibles lograr con los medios tradicionales como lo son el lápiz, la regla, el compás y el papel.

## I. Contexto y Diagnóstico

La Institución Educativa Viboral se encuentra ubicada a 6 kilómetros de la cabecera municipal de Aguadas-Caldas en la vía carretable hacia el municipio de Pácora-Caldas; se encuentra a una altura de 1890 metros sobre el nivel del mar, con una temperatura que oscila entre 19° y 20° C.

La sede central comprende un área de 12 hectáreas aprovechadas de la siguiente forma:

1. 500 mts<sup>2</sup> distribuidos en peceras y galpones.
2. 6500 mts<sup>2</sup> en la construcción de la planta física y sitios de recreación.
3. 6 hectáreas de pastos de corte y pastoreo.
4. 5,3 hectáreas cultivadas en café, plátano, banano, cítricos, aguacate y huertas medicinales y hortalizas.

Mediante la resolución 00335 del 28 de Febrero del 2003 se da fusión con las escuelas rurales de San Pablo, la Castrillona, Peñoles, la Blanquita y Colorados.



**Figura 1**

Mapa donde muestra la Institución Educativa Viboral y sus sedes adscritas



Fuente: Google maps

La institución cuenta con 12 aulas, un laboratorio de física y química, una sala de audiovisuales, dos depósitos de herramientas, una sala de sistemas, una sala de matemáticas, una tienda escolar, un restaurante, una cocina, una cocineta, un bloque administrativo que consta de cuatro oficinas y 12 salones pequeños destinados a: economato, celaduría, vestuario, deportes y otros usados como depósitos; además se cuenta con una cancha de fútbol y otra multifuncional (baloncesto, voleibol y microfútbol), parque infantil, un parqueadero y dos patios, un beneficiadero ecológico y un galpón tradicional, dos estanques y un vivero.

La institución educativa ofrece desde el nivel preescolar hasta la media técnica vocacional con énfasis en desarrollo sostenible y procesos agroindustriales, modelo pedagógico de Escuela Nueva enfocada al desarrollo humano, vocación agropecuaria y título de acuerdo a las relaciones interinstitucionales con las que cuentan; con el Comité de Cafeteros se tiene

convenio para desarrollar el programa Escuela Nueva; la Cooperativa de Caficultores en programas de capacitación y donación de recursos para proyectos institucionales y restaurante escolar y el SENA en articulación para mejorar procesos de formación y desarrollos de proyectos.

Actualmente, la Institución Educativa Viboral cuenta con una población de 245 estudiantes distribuidos en la sede principal, y las sedes de la siguiente forma:

- **Sede la Blanquita:** 6 estudiantes.
- **Sede San Pablo:** 22 estudiantes.
- **Sede Peñoles:** 8 estudiantes
- **Sede Colorados:** 12 estudiantes.
- **Sede Central:** 184 estudiantes.
- **Sede la Castrillona:** 13 estudiantes.

Dentro de las 12 aulas, la Institución Educativa cuenta con el aula “MATEMÁTICAS”, la cual cuenta con una capacidad para 30 estudiantes y se encuentra dotada con: 15 computadores (Caldas Vive Digital) sistema operativo LinuxMint, 1 Video Beam, Sonido, Tablero y Escritorio Docente.

La biblioteca institucional cuenta con gran variedad de ejemplares relacionados con el área de matemáticas y geometría, dentro de los cuales se encuentran: Jugando con las matemáticas, El mundo de las matemáticas, Matemáticas 2000 (6°, 7°, 8°, 9°, 10° y 11°), Matemáticas progresivas, Matemáticas modernas estructuradas, Procesos matemáticos (7°, 8° y 9°), Camino a las matemáticas, Matemáticas educación básica secundaria, Hagamos matemáticas, Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas, Estadística básica aplicada, Contabilidad plus, Ven juega y descubre matemáticas, Olimpiadas Matemáticas, Matemáticas

Santillana 6°, Matemática Práctica, Cálculo editorial, Las matemáticas Adisson Wesle , Algebra lineal, La matemáticas en la Escuela, Derecho de los conceptos básicos matemáticas, Como aprender los estados financieros, Algebra de Boole, Manual básico de contabilidad, Jugar con números, Las series matemáticas, Los matematicuentos, Algebra de Baldor, Estrategias matemáticas (6°, 7°, 8° y 9°), Matemáticas con tecnología Aplicada, Matemáticas financiera, Los números, Introducción a la lógica matemática, Investigación de operaciones, Uno dos tres Geometría otra vez, Calculo con geometría analítica, Geometría y por último La geometría fractal de la naturaleza.

## Capítulo 1

### Planteamiento del Problema

#### 1.1 Formulación del Problema

Una de las principales problemáticas con las que cuentan las instituciones educativas, particularmente en la asignatura de matemáticas, es la relacionado con el aprendizaje de la geometría, sobre todo cuando se emplean métodos memorísticos y de mecanización, los cuales no logran un aprendizaje significativo, desencadenando una serie de situaciones que afectan significativamente el rendimiento académico y por ende las pruebas nacionales realizadas por el ICFES.

La Institución Educativa Viboral del municipio de Aguadas Caldas ha presentado grandes falencias al momento de fortalecer el pensamiento espacial y los sistemas geométricos en los estudiantes, pues los libros empleados de Escuela Nueva no desarrollan un adecuado manejo de la geometría o en el peor de los casos dentro de la planeación curricular no se alcanzan a ver dichos contenidos, por tal motivo en los últimos años ha ido decayendo en el proceso pues sus resultados ante las mismas han sido muy bajos en comparación de las demás instituciones tanto a nivel municipal, como departamental y nacional.

En este sentido, se ha querido atacar dicha problemática con una implementación por medio del uso de las TIC en el aula, para este caso GeoGebra que sirve como mediador en la enseñanza y aprendizaje de los Cuerpos Redondos, desde la Teoría de las Situaciones Didácticas planteadas por Guy Brousseau.

Colombia no es ajena a esta problemática, vive una crisis en educación en la que las matemáticas están siendo vistas por parte del estudiantado como una asignatura sin sentido; al respecto, como se cita en Rojas (2019), demuestran que es la asignatura que menos les agrada a

los estudiantes, por lo cual es a la que menos le ponen interés. La geometría es casi nula, los escolares ignoran muchas de sus aplicaciones y la toman como una materia de pensamiento abstracto que poco y nada tiene que ver con la realidad y, a pesar de que el ministerio, estableció directrices para la enseñanza de ésta desde hace más de diez años, muchos docentes las desconocen y no las aplican (Rojas, 2019).

### ***1.1.1 Pregunta de investigación***

¿Qué efecto produce el uso del software GeoGebra y la teoría de las situaciones didácticas como mediadores de la enseñanza y aprendizaje de los cuerpos redondos en los estudiantes la Institución Educativa Viboral de Aguadas Caldas?

## **1.2 Objetivos de la Investigación**

### ***1.2.1 Objetivo general***

Analizar el efecto que produce en los estudiantes la interacción con el software GeoGebra como mediador de la enseñanza y aprendizaje de los Cuerpos Redondos desde la Teoría de las Situaciones Didácticas los estudiantes de la Institución Educativa Viboral de Aguadas – Caldas.

### ***1.2.2 Objetivos específicos***

- Diagnosticar el nivel inicial de los estudiantes con relación a los conceptos de los cuerpos redondos: esfera, cilindro y cono por medio de un pretest.

- Diseñar una unidad didáctica basada en la Teoría de las Situaciones Didácticas que permita la interacción de los estudiantes con la geometría espacial para descubrir y reconstruir conceptos relacionados con los cuerpos redondos.
- Describir las características que producen el uso del software GeoGebra como mediador de la enseñanza y aprendizaje de los cuerpos redondos.
- Evaluar la incidencia del uso del software GeoGebra y la teoría de las situaciones didácticas en el aprendizaje de los cuerpos redondos mediante un pos-test.

### 1.3 Justificación

Se ha evidenciado la necesidad de buscar una manera de hacer más atractivas las clases de geometría en los estudiantes de la Institución Educativa Viboral de Aguadas, ya que acciones como poca disposición e interés en los procesos educativos relativos al área han dejado a un lado los aprendizajes significativos, (Ofelia, 2019, pág. 17) citando a Ausubel (1983) Trabajó demostrando que “(...) el aprendizaje significativo, responde a una concepción de aprendizaje que busca la acomodación de conocimientos previos a conocimientos nuevos, otorgándole significaciones propias por parte de quien aprende, a través de actividades por descubrimiento y actividades exploratorias” desde entonces los educadores han tenido el reto de lograr un aprendizaje significativo en el estudiante.

Debido a la importancia de la geometría Gardner (2012) considera a la inteligencia espacial como esencial para el desarrollo del pensamiento científico, ésta es usada para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas de orientación, ubicación y distribución influyendo especialmente en los futuros profesionales en: dibujo técnico, arquitectura, ingeniería, aviación, química, física, matemática, entre otras.

De acuerdo con los Estándares Básicos de competencia en matemática (MEN, Serie lineamientos curriculares, 1996) y los DBA (MEN, Colombia Aprende, 2015) se debe contemplar el estudio de la geometría en educación básica y generar el espacio necesario para su enseñanza, por tal razón la investigación pretende contribuir en el desarrollo de las capacidades de observación, análisis y reflexión en lo que se refiere al aprendizaje de los cuerpos redondos y habilidad en el pensamiento espacial en el estudiante, mediante estrategias de representaciones bidimensionales y objetos tridimensionales con el software GeoGebra y analizar dimensiones, proporciones, congruencias y semejanzas entre formas y figuras del entorno.

Con la realización del presente proyecto y la implementación del software GeoGebra como mediador de la enseñanza y aprendizaje de los Cuerpos Redondos, desde la Teoría de las Situaciones Didácticas en la Institución Educativa Viboral se pretende dar respuesta a una necesidad sentida de los jóvenes que integran dicha institución.

Lo novedoso de la propuesta es que la investigación permitirá mejorar el aprendizaje de conceptos geométricos, centrados en los cuerpos redondos a través de la interacción que permite el software GeoGebra, aprovechando la articulación motivacional que los estudiantes tienen frente al uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), además permite aprender de una manera dinámica, activa y aplicable en distintas situaciones de la vida cotidiana siendo esta una estrategia que incide significativamente en el proceso de formación integral de los estudiantes, propiciando el interés en el proceso de aprendizaje en el campo de la geometría.

## Capítulo II

### Marco Referencial

#### 2.1 Antecedentes

Los antecedentes de la investigación se concibieron a través de la revisión de algunas tesis de maestría con una vigencia no mayor a cinco años, organizadas en dos ejes teóricos.

##### *2.1.1. Uso de GeoGebra como complemento en la enseñanza de la geometría*

Para contextualizar la investigación en términos de alcances, es importante hacer referencia a algunos estudios anteriores sobre el uso de GeoGebra en la enseñanza de la geometría en el ámbito internacional, nacional y local.

El estudio internacional lo centro en la investigación realizada por Diaz-Nunja, Rodríguez-Sosa y Lingán (2018) *Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima Perú*, donde evalúan los efectos del empleo del software GeoGebra en la enseñanza de la geometría con estudiantes secundarios en el desarrollo de sus capacidades para el razonamiento y demostración, la comunicación matemática y la resolución de problemas. El marco del estudio fue la presencia creciente de tecnologías en la enseñanza escolar de las matemáticas en jóvenes de la era digital, en un contexto donde la educación favorece la participación activa de los estudiantes en el fortalecimiento de sus propias capacidades. Los estudiantes fueron observados en dos grupos, el grupo intervenido expuesto al empleo del software GeoGebra y el grupo de comparación expuesto a una enseñanza tradicional sin el empleo del software. Ambos grupos fueron evaluados con una Prueba de Evaluación del Aprendizaje en Geometría que se aplicó en momentos antes y después de la intervención. Los resultados sugieren que el empleo del



software GeoGebra tuvo efectos en el fortalecimiento de las tres capacidades, con mejoras que resultaron significativas a niveles altos. También que las puntuaciones alcanzadas en el momento después fueron favorables al grupo intervenido en las tres capacidades, con diferencias significativas a niveles moderados.

Por su parte, en el estudio nacional realizado por Sierra (2016) *Implementación Del Software (GeoGebra) En El Aula De Clase Como Herramienta De Representación Para El Teorema De Pitágoras*, tuvo como pretensión ser el registro de la experiencia en el aula desarrollada con los estudiantes de grado octavo del colegio I.E.D. Atanasio Girardot en la comprensión del teorema de Pitágoras, haciendo uso de una herramienta tecnológica como es el caso del software GeoGebra. El trabajo se estructura en su primer capítulo con la presentación de las dificultades encontradas en distintas unidades didácticas con sus respectivas evidencias, que fueron desarrolladas por estudiantes de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas en años anteriores, en las que se trabajó el Teorema de Pitágoras. En el segundo capítulo se encuentra la respectiva pregunta que orientó el desarrollo de este trabajo, el objetivo general y cuatro objetivos específicos a los cuales se les quiso dar abordaje con el desarrollo del mismo. En el tercer capítulo se realiza un análisis teórico donde se estable el objeto matemático a trabajar encontrado en el marco matemático, es decir el Teorema de Pitágoras y las diferentes representaciones, también se observa un marco didáctico donde se estable el uso de TIC en el aula de clase y errores y dificultades que se podían presentar en aprendizaje de esta noción; como conclusión de la investigación reconoce las funciones que cumple el software (GeoGebra) en la representación del teorema de Pitágoras, GeoGebra es un software que permite realizar construcciones que para los estudiantes realizar con *papel y lápiz* parecen ser difícil y por tanto no les resulta agradable, es aquí donde actúa el software como diferencia, como un software

dinámico, lo cual, permite al estudiante visualizar en un aspecto “prácticamente” simultáneo infinidad de casos o representaciones de un teorema, permitiendo visualizar la generalidad de las relaciones entre los objetos que se ponen en juego, otorgando un dinamismo en este tipo de nociones tan generales, dejando así de lado la rigidez que constaría representar caso por caso en el papel, ayudando así que el estudiante deje de ver las matemáticas como la materia más aburrida, sino que con la incorporación de las TICS observen las matemáticas desde otro punto de vista.

El estudio local hace referencia a la investigación realizada por Peña (2017), *Modelo Didáctico Para La Enseñanza – Aprendizaje De Conceptos De Geometría Utilizando La Herramienta GeoGebra*, donde expone los retos que tenemos día a día en nuestras aulas de clase y da sus orientaciones para innovar en las planeaciones con el objetivo de que los estudiantes sean más competentes en su quehacer diario; razones por las que expone una propuesta metodológica para trabajar conceptos básicos de la geometría en los grados quintos, incorporando las herramientas TIC, en este caso GeoGebra, ya que es un recurso didáctico útil para trabajar en geometría, sencillo de usar, no necesita estar conectado a internet, y principalmente los estudiantes se motivan a diseñar figuras geométricas, a entender mejor los conceptos y la relación que hay con el entorno. Esta estrategia se desarrolló con los estudiantes de grado quinto (501 y 503) de la I.E. Misael Pastrana Borrero de la ciudad de Neiva, para ello se tuvo en cuenta la teoría del aprendizaje y desarrollo de Vygotsky, la cual hace referencia a la *Zona de desarrollo próximo*.

Todo el proceso aprendizaje estuvo guiado con colaboración del maestro en la construcción de las diferentes figuras, los estudiantes que aprendieron a construir más pronto sus figuras, le colaboraban a los demás compañeros, hasta obtener independencia. Todas las

actividades se socializaron con el fin de retroalimentar los aprendizajes. Los tópicos trabajados en esta propuesta fueron en la construcción de figuras geométricas básicas como líneas rectas, segmentos, líneas paralelas, perpendiculares, círculos, circunferencia, clasificación de triángulos, polígonos regulares e irregulares, cóncavas y convexas, simetría axial y a partir de ahí dar el concepto de cada una de ellas.

### ***2.1.2 La Teoría de las Situaciones Didácticas como marco para pensar y actuar la enseñanza de la geometría***

Durante el proceso de búsqueda que se realizó en diferentes fuentes, se observó que tanto a nivel internacional, como nacional y local la incursión en investigaciones incorporando la Teoría de las Situaciones Didácticas en la enseñanza de la matemática ha sido de gran ayuda para favorecer el trabajo con registros semióticos.

A nivel internacional Ampuero (2017) en su tesis doctoral *Las Situaciones Didácticas de Brousseau y su efecto en el aprendizaje del área de Matemática en los alumnos del Tercero de Secundaria de una Institución Educativa de Lima Perú*, determinó el efecto que tienen las situaciones didácticas de Brousseau en el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales considerando las cuatro capacidades matemáticas propuestas por el MINEDU. La investigación fue de tipo cuasi experimental, realizándose en la institución educativa Walt Whitman. Siendo la población de estudio los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la referida institución. Por ser de tipo cuasi experimental se estudiaron dos grupos de estudiantes. El grupo control, al cual se le aplicó una metodología tradicional y otro experimental al cual se le aplicó una metodología basada en las situaciones didáctica de Brousseau. Además, en el desarrollo de algunas sesiones se usaron algunos recursos de las TIC como lo es, el programa GeoGebra. A la

luz de los resultados obtenidos concluyó que las Situaciones didácticas de Brousseau influyen significativamente en el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la institución educativa Walt Whitman.

En cuanto a nivel nacional Potes (2017) en su investigación *Aplicación De La Teoría De Las Situaciones Didácticas En La Resolución De Problemas Matemáticos Con Sistemas De Ecuaciones 2x2 En Estudiantes De Grado Noveno De La Institución Educativa Normal Superior De Santiago De Cali*, sustenta desde sus conocimientos los fundamentos propios de la matemática y de la pedagogía, la viabilidad y pertinencia de la aplicación de situaciones didácticas, tal como las concibe Guy Brousseau, como una herramienta pertinente para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales 2x2, realizando la aplicación de una situación didáctica en estudiantes del grado noveno de la Institución Normal Superior Santiago de Cali, para seguidamente concluir que la implementación de la misma estimula el desarrollo del pensamiento variacional en aras de resolver una dificultad.

A nivel local Suarez (2019) en su tesis de maestría *La Realidad Aumentada Como Estrategia Didáctica Para La Enseñanza Y El Aprendizaje De Los Sólidos Platónicos, Una Visión Desde La Teoría De Las Situaciones Didácticas*, analiza el efecto que produce la realidad aumentada y la teoría de las situaciones didácticas en el aprendizaje de los sólidos platónicos en los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa La Presentación de Salamina – Caldas, para lo cual se desarrolló una App denominada AR Sólidos Platónicos, con el software Unity y Vuforia, teniendo en cuenta la teoría de las situaciones didácticas expuestas por Guy Brousseau. Y permitiendo concluir que la implementación de la secuencia didáctica “Aprendizaje de sólidos platónicos haciendo uso de la Realidad Aumentada”, SI favorece el

aprendizaje de los conceptos de los sólidos platónicos de los estudiantes del grupo séptimo dos (GE) de la I.E. La Presentación de Salamina - Caldas.

## **2.2 Marco Legal**

La formación en el área de la matemática en su campo de la geometría, se sustenta en los referentes legales a nivel normativo y curricular que orientan este conocimiento, dentro de los cuales se encuentran:

### **2.2.1 Ley General de Educación**

Proclama en su Tercera Sección en los artículos 20, 21, 22 los objetivos generales de la educación preescolar, básica y media en el punto: *El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos* y en el artículo 23 las áreas obligatorias y fundamentales dentro de las que se encuentra dicha disciplina. (MEN, Ley 115 , 1994).

### **2.2.2 Lineamientos Curriculares**

Fueron diseñados con el propósito de fomentar sus estudios y apropiación, surgiendo a partir del interrogante sobre ¿Qué enseñar? y ¿Qué aprender? en las escuelas; relacionado a los currículos, plan de estudios, evaluaciones y promoción de estudiantes. Buscan que la comunidad sea competente para asumir autónomamente sus procesos educativos teniendo en cuenta la

escuela, la comunidad y el mundo. De igual manera, pueden ser modificados dadas las necesidades que cada área demande.

Sus referentes curriculares sobre el origen y la naturaleza de las matemáticas se centran en el pleno desarrollo del platonismo, logismo, formalismo, intuicionismo y constructivismo; de igual manera da a conocer los elementos para una reconceptualización de las matemáticas dentro de las que se encuentran el saber matemático y la trasposición didáctica, y el trabajo matemático tanto del docente como del estudiante, además su nueva visión del conocimiento matemático dentro de las que se relacionan:

- La actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven.
- Valorar la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas.
- Reconocer que existe un núcleo de conocimientos matemáticos básicos que debe dominar todo ciudadano.
- Comprender y asumir los fenómenos de transposición didáctica.
- Reconocer el impacto de las nuevas tecnologías tanto en los énfasis curriculares como en sus aplicaciones.

Además, habla de una estructura curricular mediada por *procesos* (razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, comunicación, modelación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos), *conocimientos básicos* (pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistema de datos, pensamiento variacional y sistemas

algebraicos y analíticos) y *contexto* (situaciones problemáticas: vida diaria y otras ciencias). (MEN, Serie lineamientos curriculares, 1998).

### ***2.2.3 Estándares Básicos de Calidad***

Los estándares curriculares son criterios que especifican lo que todos los estudiantes de educación preescolar, básica y media deben saber y ser capaces de hacer en una determinada área y grado. Se traducen en formulaciones claras, universales, precisas y breves, que expresan lo que debe hacerse y cuán bien debe hacerse. Están sujetos a la verificación; por lo tanto, también son referentes para la construcción de sistemas y procesos de evaluación interna y externa, consistentes con las acciones educativas.

El documento se divide en tres secciones que contienen los estándares para las áreas de Matemáticas, Lengua Castellana y Ciencias Naturales y Educación Ambiental, para cada uno de los grados, desde el preescolar hasta el undécimo. En cada caso los estándares están precedidos por un documento de estudio que recoge los elementos de los lineamientos curriculares asociados con la naturaleza y los propósitos del área, así como con la descripción de los ejes, componentes o procesos que las caracterizan. Éstos fueron la base para estructurar su presentación.

En Matemáticas los estándares se encuentran organizados de acuerdo con los componentes del área: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos y procesos matemáticos referentes al planteamiento y resolución de problemas, razonamiento matemático y comunicación matemática.

Cualquiera sea el currículo que adopte la institución dentro de su plan de estudios, así como los mecanismos que opte para implementarlo, la enseñanza de las matemáticas debe cumplir los propósitos generales siguientes:

- Generar en todos los estudiantes una actitud favorable hacia las matemáticas y estimular en ellos el interés por su estudio.
- Desarrollar en los estudiantes una sólida comprensión de los conceptos, procesos y estrategias básicas de la matemática e, igualmente, la capacidad de utilizar todo ello en la solución de problemas.
- Desarrollar en los estudiantes la habilidad para reconocer la presencia de las matemáticas en diversas situaciones de la vida real.
- Suministrar a los estudiantes el lenguaje apropiado que les permita comunicar de manera eficaz sus ideas y experiencias matemáticas.
- Estimular en los estudiantes el uso creativo de las matemáticas para expresar nuevas ideas y descubrimientos, así como para reconocer los elementos matemáticos presentes en otras actividades creativas.
- Retar a los estudiantes a lograr un nivel de excelencia que corresponda a su etapa de desarrollo. (MEN, Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, 2006)

#### ***2.2.4 Derechos Básicos de Aprendizaje.***

Los DBA son una herramienta diseñada para todos los miembros de la institución educativa (padres, madres, cuidadores, docentes y estudiantes) que les permite identificar los saberes básicos que se deben adquirir en los diferentes grados escolares para el área de matemáticas.



Los DBA cuentan con dos versiones (v1.0 y v2.0) que permiten el desarrollo de contenidos, estrategias metodológicas, recursos, organización de los espacios, ambientes de aula, entre otros. (MEN, DBA, 2015)

Los DBA en su conjunto presentan un grupo de Aprendizajes Estructurantes grado a grado (de primero a once) y para un área particular. Se entienden los ‘Aprendizajes’ como la conjunción de conocimientos y prácticas sociales y personales que favorecen transformaciones cognitivas y cualitativas de las relaciones del individuo consigo mismo, con los demás, y con el entorno (físico, cultural y social). Esta conjunción de conocimientos y prácticas se adjetivan estructurantes, al menos en dos sentidos. El primero, en tanto expresan las unidades básicas y necesarias para edificar los futuros aprendizajes que necesita el individuo para su desarrollo, no solo en los entornos escolares, sino en el curso de la vida cotidiana, como ciudadano crítico que toma decisiones para sí y en relación con los demás. El segundo, en tanto que promueve la capacidad para movilizar los pensamientos, las actitudes, los valores y las acciones de quien aprende. En breve, estos aprendizajes estructurantes promueven el desarrollo integral de quienes aprenden. El desarrollo debe entenderse en función de la experiencia humana como un proceso mediado culturalmente (Rogoff, 2003), institucionalmente situado en contextos específicos de práctica (las acciones de los individuos y el contexto para la acción forman una unidad inseparable), y cognitivamente distribuido (en los otros, los instrumentos, los entornos sociales y culturales) (Obando Zapata, 2014, p. 6)

Los DBA explicitan entonces aprendizajes que se recomienda sean objeto de reflexión e insumo para la construcción curricular en sus contextos de uso (al nivel de las Instituciones educativas, las Universidades y las Secretarías de educación). Esto permite ampliar el ámbito de relaciones del sujeto que aprende con el conocimiento a través de diferentes tipos de saberes y

contextos. Así pues, los DBA son enunciados flexibles que permiten procesos de actualización curricular en contextos particulares de práctica. (MEN, 2016, p. 6-7).

## 2.3 Marco Teórico

### 2.3.1 *Uso de las TIC en la educación matemática*

Las TIC en las matemáticas son de gran importancia hoy en día, ya que se han convertido en gran ayuda para los jóvenes permitiéndoles interactuar con nuevos métodos de estudio, convirtiendo así el aprendizaje en algo divertido y llamativo para ellos, situación que no los mantiene presionados a aprenderse los conceptos y las fórmulas matemáticas de memoria como en el caso de la educación tradicionalista, sino que por el contrario, los estimula a estudiar, investigar, analizar, conocer, descubrir, interactuar, compartir, debatir, aprender, sistematizar, entre otras.

La enseñanza, la innovación, y la modernidad van de la mano con las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC), que permite que se conjugue la educación, el aprendizaje y el conocimiento de una manera más didáctica y eficaz, y se plantea como una solución para las instituciones educativas que carecen de recursos y necesitan la difusión de conocimiento, en este caso específico en el área de las matemáticas. Lo cual es una alternativa válida para estos contextos, la enseñanza de la matemática para luego reconocer la necesidad de apoyarse en la tecnología para ir a la vanguardia y pueda estar más acorde con las exigencias actuales.

Al respecto Prieto (2011), Define lo siguiente:

Las utilidades de las TIC en la Educación Media han introducido en este campo nuevos paradigmas educativos, como son la educación centrada en el estudiante, el autoaprendizaje y la

gestión del conocimiento, han modificado también el papel histórico de los profesores, pues en estos momentos con el uso de las TIC, se convierten en facilitador, modulador y moderador del proceso (p. 98).

De acuerdo con Graesll (2015), la sociedad de la información y las nuevas tecnologías han incidido de manera significativa en todos los niveles del mundo educativo, a la cual los jóvenes de hoy han asimilado de manera natural, y que para los docentes generan un gran esfuerzo en formación, esfuerzo que nunca será suficiente por el rápido avance y cantidad de recursos que sorprende cada día, pero es inminente que se debe acercar a los estudiantes a las tendencias de hoy y no a los procedimientos del pasado que ya son obsoletos, para permitir la motivación, integración y dinamismo en el proceso de enseñanza aprendizaje, teniendo en cuenta que las TIC en la educación tienen unas funciones, que motivan, dinamizan y promueven un aprendizaje significativo y sirven como:

- Medio de expresión
- Canal de comunicación
- Fuente abierta de información
- Instrumento para la gestión
- Herramienta diagnóstica
- Medio didáctico
- Generador de nuevos escenarios formativos
- Medio lúdico para reforzar el aprendizaje

A pesar de las grandes bondades de las TIC, en el entorno educativo, también es importante tener en cuenta algunas desventajas que generan este proceso de incorporación de TIC en la educación como lo son:

- Costos altos acceso a equipos y software educativo
- Intermittencia en la conectividad zonas apartadas
- Cambios continuos de tecnologías
- Adicción de los estudiantes a las TIC
- Aislamiento del docente por elementos multimediales, al querer el estudiante aprender solo
- Mecanicismos (p. 8-9)

De acuerdo con PrietoDíaz (2011):

Las TIC han propiciado la creación de espacios educativos virtuales que basados en un modelo pedagógico pueden garantizar el aprendizaje de los estudiantes utilizándose innovadoras estrategias. Pueden elevar el nivel de motivación en los estudiantes, su capacidad de búsqueda de soluciones a los problemas propuestos. Las TIC por sí solas no logran dar respuestas a las necesidades de los diferentes modelos educativos, tienen que estar contempladas en un modelo pedagógico bien diseñado donde cada uno de los componentes que interviene en el proceso enseñanza- aprendizaje tengan bien identificados y establecidos sus roles. Los componentes son: el estudiante, el profesor, los contenidos educativos (objetivos, contenido, métodos, medios y evaluación) y el modelo tecnológico a utilizar. (p. 96)

También Graells (2012 como se citó en Aviram, 2003) dice lo siguiente:

Para que las instituciones educativas se adapten a las TIC y al nuevo contexto cultural, deben tener en cuenta 3 escenarios los cuales son: *tecnócrata*, incorporación a la vida digital, comprensión de sus elementos y usos; *reformista* modificación de didácticas que incorporan a las TIC como un medio de aprendizaje de nuevos conocimientos, y *holístico*, un cambio profundo en la manera apropiar a los estudiantes de elementos que les sirva para modificar el entorno si no se tienen en cuenta estos escenarios seguiremos teniendo la TIC,

como una herramienta de alfabetismo digital exclusiva al área de tecnología e informática adquiriendo habilidades en manejo de paquetes ofimáticos y no de apropiación en el currículo en diversas áreas del conocimiento, como lo es la geometría (p. 3).

Al respecto Sánchez (2002), afirmó que:

Para lograr esta apropiación de las TIC en el aprendizaje de las ciencias exactas, es importante que docentes y directivos puedan romper paradigmas respecto al uso de las TIC, en áreas del conocimiento matemático puesto que si no acortamos la brecha existente entre las capacidades de los alumnos frente al manejo de las TIC, y el analfabetismo digital de algunos docentes, continuaremos con esquemas tradicionales de pasivos receptores de conceptos y perderemos la gran oportunidad de tener estudiantes autónomos, interactuando con herramientas que le permitan avanzar a un ritmo de aprendizaje según sus propias motivaciones y necesidades de información. (p 87).

Por otro lado Blázquez (2001) dice: las tecnologías de la información y la comunicación son:

artefactos electrónicos capaces de transmitir y procesar información precisa de modo instantáneo a nivel global los cuales están produciendo una verdadera revolución denominada la sociedad de la información, esta afirmación ya es evidente tan solo con la transformación de las comunicaciones por el correo electrónico, que con un simple clic se puede enviar un mensaje en segundos, la telefonía móvil acortó distancias y reduce tiempos de respuesta al tener acceso inmediato y los estudiantes pueden acceder a millones de contenidos desde un dispositivo móvil, logrando un aprendizaje autónomo sin la necesidad de un tutor, ni preconceptos (p. 45).

### ***2.3.2 Uso de GeoGebra en la Educación Matemática***

Según Echeberry (2017) afirma lo siguiente:

para apoyar el proceso enseñanza aprendizaje en al área de geometría se han generado diversos recursos educativos, software especializado como Cabri Geometri el cual es un programa que permite la manipulación dinámica de figuras en el ordenador observando en tiempo real sus construcciones y transformaciones, un programa fácil de manejar con una interfaz amigable y de fácil acceso, la utilización de este software permite en la computadora poder observar los resultados durante el proceso y corregir errores si es necesario dimensionando la solución de un problema geométrico planteado al tiempo que se van comprendiendo los conceptos. (p.40)

### 2.3.2.1 Software

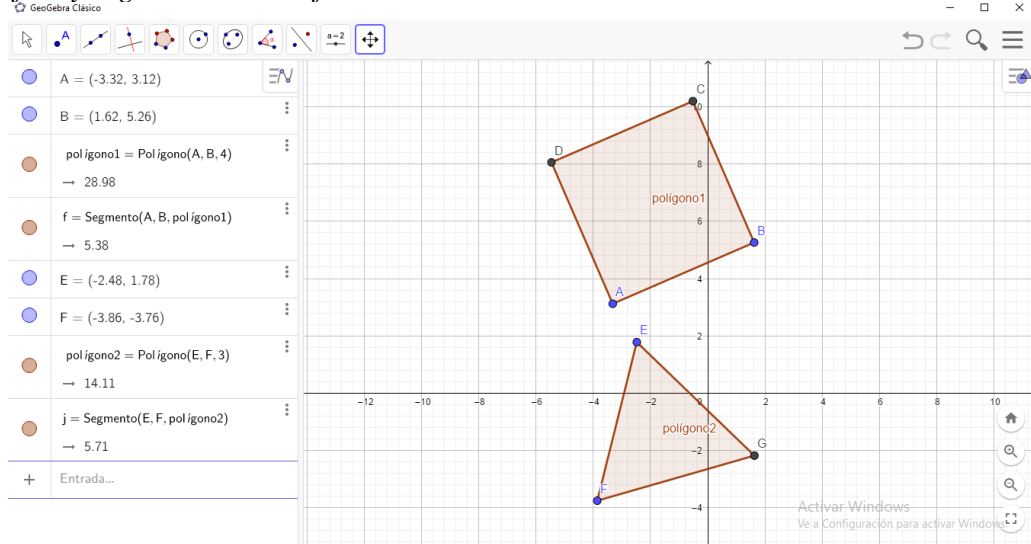
GeoGebra, es un software matemático interactivo libre para la educación en colegios y universidades, es una aplicación gratuita y multiplataforma que permite interactuar dinámicamente con la geometría, el álgebra, el cálculo numérico y la estadística en un conjunto muy potente; fue creado por Markus Hohenwarter, con el objetivo de crear una calculadora de uso libre para trabajar el Álgebra y la Geometría; éste proyecto comenzó en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo en un curso de matemática y continúa su desarrollo en la Universidad de Atlantic, Florida (Gonzales, s.f.)

Con el paso de los años GeoGebra ha incursionado en la comunidad matemática convirtiéndose en un referente potencial en la didáctica de la matemática, pues permite tanto a estudiantes como docentes experimentar, descubrir, analizar, investigar, relacionar y aprender de una forma visual y natural; además de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (**Geometría**) y otra en la Vista Algebraica (**Álgebra**).

De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas.

**Figura 2**

*Vista gráfica y algebraica del software GeoGebra*



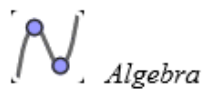
Fuente: Autoría propia

### 2.3.2.1 Apariencias de GeoGebra

GeoGebra proporciona diferentes tipos de vista o registros para los objetos matemáticos:

**Figura 3**

*Apariencias de GeoGebra*



*Algebra*



*Planilla*



*Geometría*



*CAS*



*Realidad Aumentada*



*Gráfica 3D*



*Geogebra clásico 5-6*



*Probabilidad*

Fuente: Autoría propia

### 2.3.2.2 Características de GeoGebra

Mifsud (2010) nos muestra que GeoGebra está formada por un conjunto de objetos básicos, un conjunto de acciones elementales a realizar sobre estos objetos, un lenguaje de programación que utiliza una sintaxis específica y una interfaz gráfica que permite trabajar, operar y relacionar estos objetos.

Desde esta interfaz dinámica e interactiva, los usuarios pueden diseñar, programar y ejecutar acciones y obtener resultados matemáticos del tipo gráficos (interactivos), cálculos, simulaciones, etc.

Las principales características de GeoGebra son:

- Es un recurso para la docencia de las matemáticas basada en las TIC, útil para toda la educación primaria y secundaria.
- Permite realizar acciones matemáticas como demostraciones, supuestos, análisis, experimentaciones, deducciones, ...
- Combina geometría, álgebra y cálculo. También deriva, integra, representa...
- Permite construir figuras con puntos, segmentos, rectas, vectores, cónicas y genera gráficas de funciones que pueden ser modificadas de forma dinámica utilizando el mouse.
- GeoGebra trabaja con objetos. Cualquier modificación realizada dinámicamente sobre el objeto afecta a su expresión matemática y viceversa. Cualquier cambio en su expresión matemática modifica su representación gráfica.
- Puede ser utilizado tanto online (<http://www.GeoGebra.org/cms/es/download>) como instalado en el ordenador (offline) desde <http://www.GeoGebra.org/cms/es/installers>.



- Para utilizarlo online se requiere tener instalado Java 1.4.2 o superior. En este caso el usuario dispone de la aplicación en forma de applet que es totalmente funcional sin instalar nada en el ordenador.

### **2.3.2.3 Formas de trabajar con GeoGebra**

GeoGebra permite abordar la geometría desde una forma dinámica e interactiva que ayuda a los estudiantes a visualizar contenidos matemáticos que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático, también permite realizar construcciones de manera fácil y rápida, con un trazado exacto y real, que, además, revelarán las relaciones existentes entre la figura construida; también permitirá la transformación dinámica de los objetos que la componen.

Debido a estas dos características el profesorado y el alumnado pueden acercarse a GeoGebra de varias maneras, no excluyentes entre sí pero que a menudo están relacionadas con el nivel de capacitación que se tenga del programa.

#### *2.3.2.3.1 Zonas de trabajo*

- *Barra de herramientas:* selecciona el objeto con el que se quiere trabajar. Contiene las herramientas de construcción.
- *Zona gráfica:* construye figuras con la ayuda del mouse, con actualización dinámica en la ventana de álgebra.
- *Zona o ventana de álgebra:* muestra las coordenadas o ecuaciones correspondientes. Es importante saber que un objeto creado en la zona gráfica tiene su representación correspondiente en la Ventana de álgebra.

- *Zona de entradas o Campo de texto:* introduce directamente coordenadas, ecuaciones, comandos y funciones. En este caso los objetos o gráficas correspondientes aparecen en la Zona gráfica al pulsar *Intro*.

#### 2.3.2.3.2 Tipos de objetos

En la zona de álgebra vemos que hay dos tipos de objetos matemáticos:

- *Objetos libres:* un objeto es libre cuando ha sido creado sin utilizar ninguno de los ya existentes.
- *Objetos dependientes:* un objeto es dependiente cuando ha sido creado utilizando objetos ya existentes.

#### 2.3.2.3.3 Tipos de construcciones

- *A partir de puntos:* para la construcción de rectas, vectores, semirrectas, circunferencias, arcos, etc.
- *Construcciones relativas a otros objetos:* generan objetos dependientes, como rectas paralelas, perpendiculares, mediatrices, bisectrices.
- *Construcciones que requieren valores:* dibujar una circunferencia dado su centro y su radio, dibujar un segmento de una longitud determinada, rotación de un punto dado su ángulo de giro y centro de rotación.

#### 2.3.2.3.4 Herramienta del profesor

Se pueden utilizar construcciones ya creadas por otras personas o las realizadas por nosotros mismos para:

- Crear materiales educativos estáticos (imágenes, protocolos de construcción) o dinámicos (demostraciones dinámicas locales, applets en páginas web), que sirvan de apoyo a las explicaciones de la materia.
- Crear actividades para que los estudiantes manipulen dichas construcciones y así deduzcan relaciones, propiedades y resultados a partir de la observación directa.

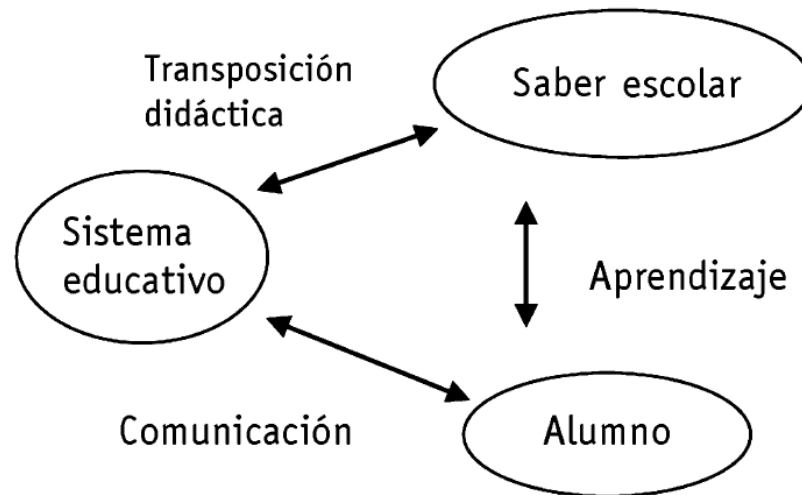
#### *2.3.2.3.5 Herramienta del estudiante*

- Manipular construcciones realizadas por otras personas y deducir relaciones, resultados y propiedades de los objetos que intervienen.
- Para realizar construcciones desde cero, ya sean dirigidas o abiertas, de resolución o de investigación.

### **2.3.2 Teoría de las situaciones didácticas**

A lo largo de los años la enseñanza ha sido concebida como la relación entre el sistema educativo y el estudiante, vinculada a la transmisión de conocimientos, de este modo Guy Brousseau ha interpretado la relación didáctica como una comunicación de informaciones asociado a un concepto de enseñanza en la que el docente es libre de organizar ese saber a transmitir de la cual el estudiante absorberá lo que necesita adquirir para desenvolverse en contexto.

**Figura 4**  
*Relación Didáctica*



Fuente: Iniciación al estudio de las situaciones didácticas (Brousseau, 1999)

Guy Brousseau (1986, 1988 a, 1988 b, 1995, 1998, 1999), propone un modelo desde el cual pensar la enseñanza como un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos en el ámbito escolar. Producir conocimientos supone tanto establecer nuevas relaciones, como transformar y reorganizar otras. En todos los casos, producir conocimientos implica validarlos, según las normas y los procedimientos aceptados por la comunidad matemática en la que dicha producción tienen lugar.

### 2.3.2.2 La modelización de las situaciones en didáctica

*Situaciones:* es todo el entorno donde el alumno, el sistema educativo y el docente son considerados como un modelo de interacción que determinan un conocimiento dado como recurso del que dispone el sujeto para alcanzar un estado favorable, del cual el docente construye la situación intencionalmente para alcanzar los objetivos esperados.

La noción de situación para Brousseau corresponde a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas situaciones requieren de la adquisición anterior de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso genético.

### 2.3.2.3 Una primera aproximación a la clasificación de las situaciones didácticas

- *Situación de Acción:* corresponde a la toma de decisiones que se proponen de acuerdo a la situación matemática abordada, siendo cada uno de los pasos nuevas alternativas de estrategias de solución, posibilitando que se rechace intuitivamente o racionalmente según la apreciación que tenga el alumno sobre su eficacia. La sucesión de situaciones de acción constituye un proceso por el cual el alumno aprende un método heurístico a la resolución de un problema.
  
- *Situación de formulación:* en esta segunda fase se observan dos momentos diferentes:
  - a) Cuando por grupo se escoge un representante para que desarrolle la situación
  - b) Cuando el equipo discute y comunica la comprensión del problema, tomando estas estrategias como posible solución a próximos eventos.
  
- *Situación de validación:* los alumnos esquematizan las soluciones dadas a las situaciones planteadas y organizan enunciados con demostraciones, construyen teorías y aprenden a defender y convencer a los demás sobre sus argumentos teóricos.

#### 2.3.2.4 Situación didáctica, situación adidáctica y situación fundamental

Los tipos de situaciones propuestos por (Brousseau, 2007), describen el proceso de producción de conocimientos matemáticos en una clase a partir de tres tipos de interacciones básicas:

a) la interacción del alumno con una problemática que ofrece resistencias y retroacciones que operan sobre los conocimientos matemáticos puestos en juego.

b) la interacción del docente con el alumno a propósito de la interacción del alumno con la problemática matemática.

c) la interacción alumno, docente, conocimiento existiendo una situación fundamental que de alguna manera representa la problemática que permite la emergencia de dicho conocimiento.

A estos tipos de interacciones básicas *sujeto/medio*, *alumno/docente* y *alumno/docente/conocimiento*, se conciben como dependientes en la Teoría de las Situaciones Didácticas ya que lleva en su desarrollo la intención expresa de que el individuo aprenda algo. Pasando lo contrario con las situaciones a didácticas, donde el sujeto debe trabajar de manera independiente con el problema, plantear soluciones con sus compañeros acerca del mismo teniendo en cuenta sus conocimientos previos, motivados por la situación y no por el docente.

Brousseau toma las hipótesis centrales de la epistemología genética de Jean Piaget como marco para modelizar la producción de conocimientos. Sostiene al mismo tiempo que el conocimiento matemático se va constituyendo esencialmente a partir de reconocer, abordar y resolver problemas que son generados a su vez por otros problemas. Concibe además la matemática como un conjunto organizado de saberes producidos por la cultura.

En su escrito Brousseau (2007), nos muestra la concepción de la enseñanza desde un pilar fundamental entre la asociación percibida por los estudiantes de buenas preguntas y buenas respuestas, siendo el docente quien manifieste una pregunta donde el estudiante analiza y da una respuesta lógica correcta o por el contrario no cuente con ese saber previo y desconozca lo que se está hablando, manifestando una necesidad de información.

- *Situaciones didácticas*

La situación o problema matemático elegido por el docente lo involucra en el sistema de interacción “*alumno/docente/medio*”, el alumno produce conocimiento en el marco de la situación didáctica, pero para que ello ocurra, es necesario que lo haga desde una cierta posición: una posición desde la cual sus conocimientos interactúan con los del docente en un tipo de interacción que preserve la autonomía intelectual del alumno respecto del docente, esta condición teórica que le exige identificar un conjunto de posibles para la situación, ofrece elementos para interpretar que, en la situación real, el alumno no es conducido a la solución del problema. “*La situación debe conducir al alumno a hacer lo que se busca, pero al mismo tiempo no debe conducirlo.*” Si ello ocurriera – si el alumno fuera llevado a la solución del problema y no estaría tomando decisiones, no estaría entonces produciendo conocimiento. (Sadovsky, 2005. Como se citó en Brousseau, 1988).

- *Situaciones adidácticas*

“El estudiante concibe un problema elegido como enrutador del conocimiento nuevo y que puede ser construido sin necesidad de tener presente razones didácticas para lograrlo; esto significa que el conocimiento aparece como estrategia para dar solución al problema planteado;

cuando adquiere verdaderamente ese conocimiento el estudiante es capaz de utilizarlo e identificarlo en otros contextos y situaciones no intencionadas” (Brousseau, 2007, p. 30).

- *Situaciones fundamentales*

Cada conocimiento matemático posee unas características propias que lo diferencian de los demás, en ese sentido el conocimiento toma las restricciones y deformaciones aportadas que puede comunicarse sin apelar a dicho conocimiento y para la cual éste determina la estrategia óptima. *“Cada conocimiento puede caracterizarse por una o más situaciones didácticas que preservan su sentido y que llamaremos situaciones fundamentales”* (Brousseau, 2007, p.31).

### 2.3.2.5 La adaptación de los alumnos a las situaciones

La concepción constructivista lleva a Brousseau a postular que el sujeto produce conocimiento como resultado de la adaptación a un “medio” resistente con el que interactúa: *“El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje”* (Sadovsky, 2005. Como se citó en Brousseau, 1986)

- *Variables y costos*

Tanto los estudiantes, como el docente se adaptan a las situaciones brindadas por el contexto (institución educativa) a la cual pertenecen, exigiendo la adopción de conocimientos y saberes teniendo en cuenta diferencias de complejidad y de consecuencias al conducir estrategias que permitan la adquisición de ese saber. (Brousseau, 2007, p. 41)



- *Concepciones y adaptaciones*

La concepción es la manera organizada de tratar una noción matemática, conocida por Piaget como “*asimilación*”; dichas concepciones se estructuran lógicamente como el conjunto de saberes requeridos para resolver una situación empírica con patrones de respuestas coherentes a un conjunto de condiciones de la misma noción matemática presentando un aprendizaje variado (Brousseau, 2007p. 43).

- *Obstáculos*

Un obstáculo es un “*conocimiento*” en el sentido que le hemos dado de manera regular de tratar un conjunto de situaciones que permitan relaciones lógicas.

De otro modo, un obstáculo se manifiesta a través de errores, pero esos errores en un mismo sujeto están unidos entre sí por una fuente común: una manera de conocer, una concepción característica, coherente, aunque no correcta, un “*conocimiento*” anterior que tuvo éxito en todo un dominio de acciones. De este modo, el obstáculo no desaparece con el aprendizaje de un nuevo conocimiento, por el contrario, opone resistencia a su adquisición, a su comprensión, frena su aplicación, subsiste en estado latente y reaparece de forma imprevista, en especial en su ámbito anterior, cuando las circunstancias lo permitan. (Brousseau, 2007, p. 46)

### **2.3.2.6 Contrato didáctico**

De alguna manera, el concepto de contrato didáctico permite tomar conciencia de que una parte de las ideas matemáticas de los alumnos son producto de inferencias que, por provenir de lo que el docente expresa, pero no necesariamente dice, escapan generalmente a su control.

La noción de contrato didáctico incorpora al análisis de los fenómenos relativos a la enseñanza y al aprendizaje de la matemática un aspecto esencial: la intención de que el alumno aprenda un saber cultural, intención que tiene el docente y que –veremos- necesariamente el alumno debe compartir. (Chevallard, 1991, citado por Sadovsky, 2005, p.23)

En tanto la noción de contrato didáctico es la herramienta teórica que modela las interacciones entre el docente y el alumno, para avanzar en la comprensión de dicha herramienta teniendo en cuenta las diferentes intencionalidades didácticas.

### **2.3.3 *Didáctica de la geometría***

Según MEN (1998) citado por (Christian Fuentes, 2010), la enseñanza de la geometría en la educación básica se define:

(...) es una herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es predominantemente geométrico. Este aspecto constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos matemáticos como, por ejemplo, las diversas formas de argumentación. En este caso, el desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bidimensionales y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras, el reconocimiento de propiedades, relaciones a partir de la observación de regularidades que conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones. (p.205)

Por otro lado Clements y Battista (1992) citado por nos dan luces sobre el tiempo en que la didáctica de las matemáticas y por ende de la geometría ha estado inmersa en nuestras aulas.

La Didáctica de la Matemática es una disciplina joven. Su estatus científico se alcanzó a mediados de la década de los sesenta cuando empezaron a surgir departamentos de

Didáctica de las Matemáticas en las universidades europeas y norteamericanas, publicaciones especializadas, encuentros entre profesionales del campo, etc. En particular, los albores de la Didáctica de la Geometría se ubican por la misma época y los trabajos de Jean Piaget marcan buena parte de su comienzo. Sus ideas acerca del desarrollo de la representación del espacio en los niños y de la manera como progresivamente organizan las ideas geométricas delinearon estudios investigativos encaminados a desarrollar el sentido espacial y el razonamiento de los estudiantes y condujeron trayectorias curriculares a partir de la época del setenta. La influencia es tan marcada que la Geometría escolar actualmente tiene que ver, en la mayoría de los países, con el estudio de los objetos del espacio, sus relaciones y sus transformaciones, que eventualmente han sido matematizados, y con los sistemas axiomáticos que se han construido para representarlos. (Uribe, 2011, p.42)

Esto hace que el desarrollo del sentido espacial y del razonamiento sean aspectos determinantes de los fenómenos didácticos que interesan a los estudiosos de la didáctica de la Geometría.

En el modelo de los niveles de van Hiele de la didáctica de la geometría se observa una fuerte influencia en su trabajo para comprender y orientar el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes. El modelo teórico es conocido como de “los niveles de van Hiele” y comenzó a proponerse en 1959 siendo objeto de abundantes experimentaciones e investigaciones que han llevado a introducir diversas matizaciones, pero que aún continúa siendo útil para organizar el currículo de geometría en la educación primaria y secundaria. (Godino, 2002, p. 422)

En este modelo se proponen cinco niveles jerárquicos para describir la comprensión y el

dominio de las nociones y habilidades espaciales. Cada uno de los cinco niveles describe Procesos de pensamiento que se ponen en juego ante tareas y situaciones geométricas.

- *Nivel 0: Visualización: Los objetos de pensamiento son formas y se conciben según su apariencia.* Los estudiantes reconocen las figuras y las nombran basándose en las características visuales que tienen, razonan y son capaces de hacer mediciones e incluso de hablar sobre propiedades de las formas, pero no piensan explícitamente sobre estas propiedades. (p. 499)
  
- *Características del nivel:*
  - a. Actividades de clasificación, identificación y descripción de formas variadas.
  - b. Uso de gran cantidad de modelos físicos que se pueden manipular.
  - c. Ejemplos de una variedad de formas diferentes con objeto de que las características irrelevantes no se perciban como importantes.
  - d. Proporcionar oportunidades para que los alumnos construyan, dibujen, compongan o descompongan formas diversas.
  
- *Nivel 1: Análisis: Los objetos de pensamiento son clases de formas, en lugar de formas individuales.* Los estudiantes que razonan, en este nivel son capaces de considerar todas las formas incluidas en una clase en lugar de una forma singular, también llamados propiedades de las formas.

- *Características del nivel*
  - a. Comenzar a centrar la atención más sobre las propiedades de las figuras que en la simple identificación.
  - b. Definir, medir, observar y cambiar las propiedades con el uso de modelos concretos.
  - c. Resolver problemas en los que las propiedades de las formas sean aspectos importantes a tener en cuenta.
  - d. Seguir utilizando modelos concretos, como en las actividades del nivel 0, pero usando modelos que permitan la exploración de diversas propiedades de las figuras.
  - e. Clasificar figuras usando las propiedades de las formas como también sus nombres.
  
- *Nivel 2: Deducción informal.* A medida que los estudiantes comienzan a ser capaces de pensar sobre propiedades de los objetos geométricos sin las restricciones de un objeto particular, son capaces de desarrollar relaciones entre estas propiedades; las observaciones van más allá de las propias propiedades y comienzan a centrarse en argumentos lógicos sobre las propiedades siendo capaces de seguir y apreciar un argumento deductivo informal sobre las formas y sus propiedades. “*Las demostraciones*” pueden ser más de tipo intuitivo que rigurosamente deductivas. (p. 500)

- *Características del nivel:*
  - a. Continuar usando propiedades de los modelos, pero con la atención puesta en la definición de propiedades.
  - b. Hacer listas de propiedades y discutir qué propiedades son necesarias y cuáles son condiciones suficientes para una forma o concepto específico.
  - c. Comenzar a usar un lenguaje de naturaleza deductiva, aunque informal: todos, algunos, ninguno, si entonces, qué ocurre si, etc.
  - d. Investigar la validez de la inversión de ciertas relaciones. Por ejemplo, el enunciado Inverso.
  - e. Usar modelos y dibujos como herramientas con las que pensar, y comenzar a buscar generalizaciones y contraejemplos.
  - f. Estimular la formulación y demostración de algunas hipótesis.
  
- *Nivel 3: Deducción: Los objetos de pensamiento son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos.* Los estudiantes son capaces de examinar algo más que las propiedades de las formas produciendo conjeturas sobre relaciones entre propiedades, a medida que tiene lugar este análisis de los argumentos informales, la estructura de un sistema completo de axiomas, definiciones, teoremas y postulados comienza a desarrollarse y puede ser considerada como el medio necesario para establecer la verdad geométrica. Los estudiantes comienzan a apreciar la necesidad de construir un sistema lógico que repose sobre un conjunto mínimo de supuestos y a partir del cual se deriven todas las proposiciones siendo

capaces de trabajar con enunciados abstractos sobre propiedades geométricas y llegar a conclusiones basadas más sobre la lógica que sobre la intuición. (p. 501)

- *Nivel 4: Rigor: Los objetos de pensamiento son sistemas axiomáticos para la geometría.* En el nivel máximo de la jerarquía de pensamiento geométrico propuesto por van Hiele, el objeto de atención son los propios sistemas axiomáticos, no las deducciones dentro de un sistema, se aprecian las distinciones y relaciones entre los diferentes sistemas axiomáticos.

Este es el nivel requerido en los cursos universitarios especializados en los que se estudia la geometría como una rama de las matemáticas.

- *Características de los niveles*

Según Godino (2002) la principal característica de este modelo de pensamiento geométrico es que en cada nivel a excepción del cuarto se deben crear unos objetos o ideas de manera que las relaciones entre estos objetos se convierten en los objetos del siguiente nivel; existiendo por tanto un progresivo ascenso en la abstracción y complejidad de los conocimientos que se ponen en juego. Por consiguiente, se proponen las siguientes características:

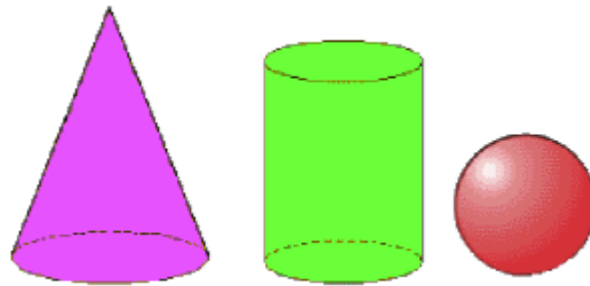
1. Los niveles son secuenciales
2. No son dependientes de la edad en el sentido de los estadios de desarrollo de Piaget
3. La experiencia geométrica es el principal factor que influye en la progresión de niveles.
4. Cuando la instrucción o el lenguaje usado está a un nivel superior al que tiene el estudiante, habrá un fallo en la comunicación. (p. 502)

## 2.4 Marco Conceptual

### 2.4.1 Sólidos y cuerpos redondos

Los cuerpos redondos son sólidos generados por la revolución de una determinada figura en torno a un eje imaginario, se pueden clasificar en cilindros, conos y esferas.

**Figura 5.**  
*Cuerpos redondos*



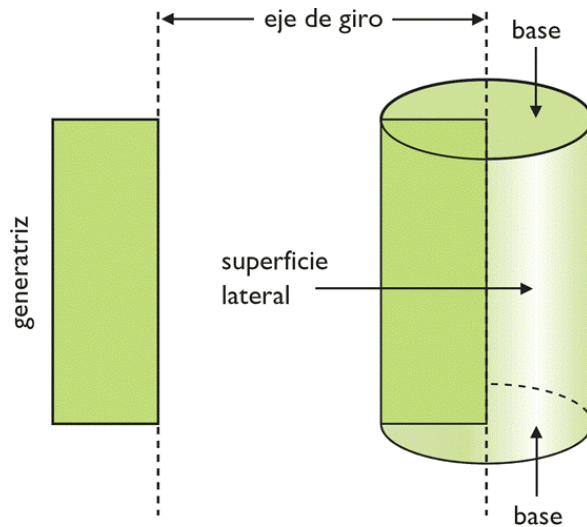
Fuente: No poliedros [https://rea.ceibal.edu.uy/elp/-cu-1-es-mi-altura/no\\_poliedros.html](https://rea.ceibal.edu.uy/elp/-cu-1-es-mi-altura/no_poliedros.html)

#### 2.4.1.1 Área y volumen de cilindros

Un cilindro es un sólido limitado por dos bases circulares y una cara curva. Se obtiene cuando un rectángulo rota una vuelta entera alrededor de uno de sus lados.

El *área total de un cilindro recto* es la suma del área lateral y el área de las dos bases. El *volumen* corresponde al producto del área de la base por la altura.



**Figura 6***El cilindro y sus partes*

Fuente: Fuente: Matemática y Geometría 451

<https://sites.google.com/site/matematicaygeometria451/cuerpos-geometricos/cuerpos-redondos>

Si  $A_L$  es el área lateral de un cilindro recto,  $A_B$  es el área de la base,  $h$  es la altura y  $r$  es el radio de la base, entonces el *área total*,  $A_T$ , y el *volumen*,  $V$ , se calculan respectivamente como:

$$A_T = A_L + 2A_B$$

$$V = A_B h$$

$$A_T = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$$

$$V = \pi r^2 h$$

#### 2.4.1.2 Propiedades de los cilindros

1. *Tipo de figura*: Cuerpo redondo
2. *Caras*: Tiene tres caras, dos son círculos planos (llamados bases) y la otra es una superficie curva.
3. *Aristas*: Tiene dos aristas que coinciden con el borde de las caras planas.

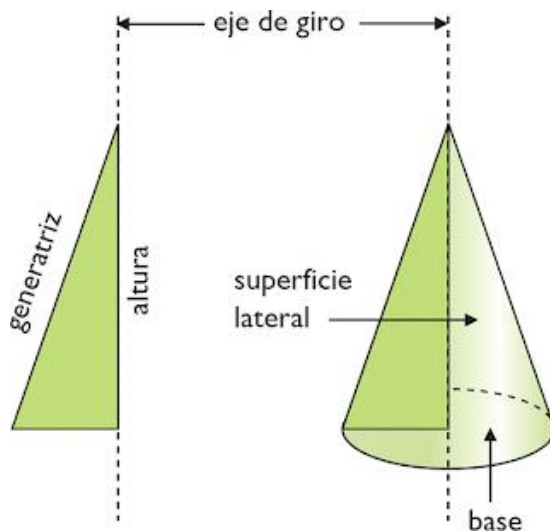
4. *Vértices*: No tiene vértices.
5. Es una figura convexa.
6. *Ejes de simetría*: Tiene ejes infinitos.
7. *Planos de simetría*: Tiene planos infinitos. Un eje paralelo a las bases que pasa por el punto medio de su altura. Infinitos planos, tantos como diagonales tiene su base que es un círculo.

### 2.4.1.3 Área y volumen de conos

Un cono es un sólido limitado por una base circular y una cara curva. Se obtiene al rotar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.

El *área total del cono* es la suma del área lateral con el área de la base. El *volumen del cono* es la tercera parte del volumen de un cilindro con la misma base y la misma altura.

**Figura 7**  
*Partes del cono*



Fuente: Fuente: Matemática y Geometría 451

<https://sites.google.com/site/matematicaygeometria451/cuerpos-geometricos/cuerpos-redondos>

Si  $A_L$  es el área lateral de un cono de altura  $h$ ,  $A_B$ , es el área de la base del radio  $r$  y  $g$ , la generatriz, entonces el área total,  $A_T$ , y el volumen,  $V$ , del cono son respectivamente:

$$A_T = A_L + A_B \qquad V = \frac{A_B h}{3}$$

$$A_T = \pi g r + \pi r^2 = \pi r(g + r) \qquad V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

#### 2.4.1.4 Propiedades de los conos

1. *Tipo de figura:* Cuerpo redondo
2. *Caras:* Tiene dos caras, uno es el círculo plano (base) y la otra es una superficie curva.
3. *Aristas:* Tiene una arista que coinciden con el borde de la cara plana.
4. *Vértices:* Tiene un vértice.
5. Es una figura convexa.
6. *Ejes de simetría:* Tiene un eje de simetría, del centro de la base al vértice.
7. *Planos de simetría:* Infinitos planos de simetría: (cualquiera que contenga al eje de simetría)

#### 2.4.1.5 Área y volumen de la esfera

Una esfera es el conjunto de puntos del espacio que se encuentran a la misma distancia de un punto fijo conocido como centro. La esfera se obtiene al girar una circunferencia o semicircunferencia alrededor de sus diámetros.

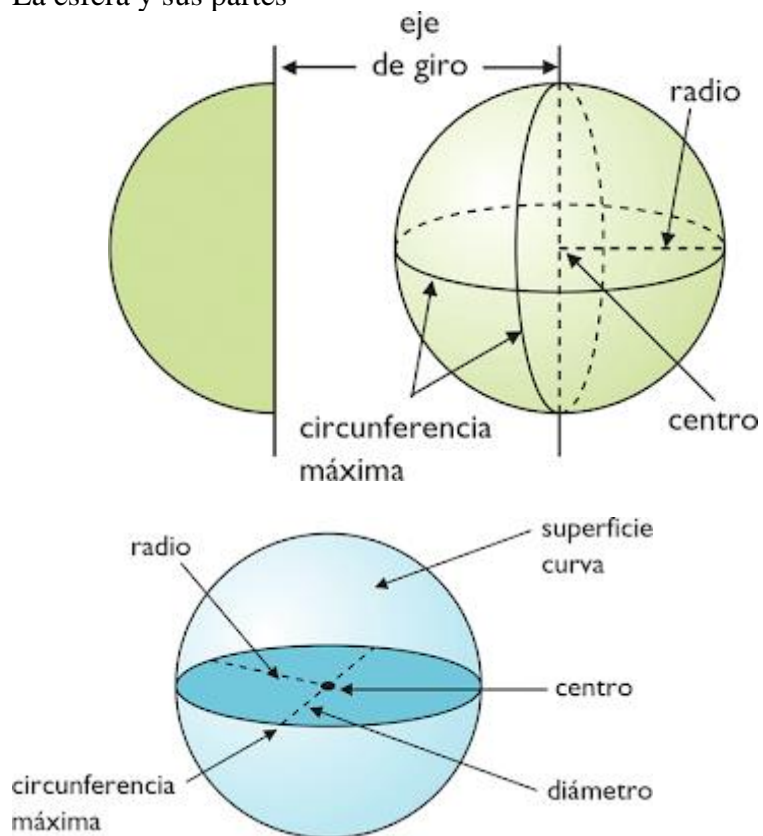
El *área de la superficie de una esfera* es igual a cuatro veces el área del círculo máximo que contiene el centro de la esfera y tiene su mismo *radio*  $r$ , y que su *volumen* equivale a cuatro tercios del producto de  $\pi$  por el cubo de su radio.

Sus elementos notables son el *radio* y el *centro*.

La esfera es un cuerpo redondo que no tiene caras, y está formado por una única superficie curva y por lo tanto no tiene desarrollo.

### Figura 8

La esfera y sus partes



Fuente: Matemática y Geometría 451

<https://sites.google.com/site/matematicaygeometria451/cuerpos-geometricos/cuerpos-redondos>

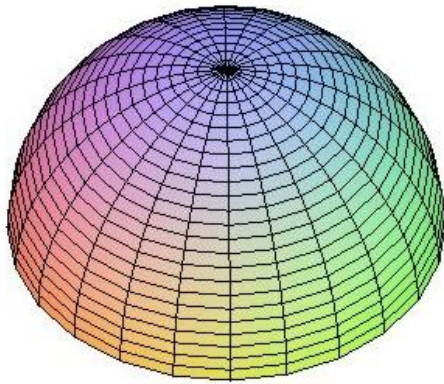
Para una esfera de *radio*  $r$ , el área,  $A_{Esfera}$ , y el volumen,  $V_{Esfera}$ , son respectivamente:

$$A_{Esfera} = 4\pi r^2 \qquad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

El plano que pasa por el centro de la esfera la divide en dos regiones llamadas *semiesferas*. El *área superficial* y el *volumen de la semiesfera* corresponden a la mitad del área superficial y a la mitad del volumen de la esfera.

### Figura 9

*La semiesfera*



Fuente: [http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/PROBLEMAS/Las\\_dos\\_rutas/Soluciones/para\\_metrizacion\\_c2.htm](http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/PROBLEMAS/Las_dos_rutas/Soluciones/para_metrizacion_c2.htm)

Para una semiesfera de radio  $r$ , el área,  $A_{Semiesfera}$ , y el volumen,  $V_{Semiesfera}$ , son respectivamente:

$$A_{Semiesfera} = 2\pi r^2 \qquad V_{Semiesfera} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

### *Propiedades de la esfera*

1. *Tipo de figura*: Cuerpo redondo.
2. *Caras*: No tiene.

3. *Aristas*: No tiene
4. *Vértices*: No tiene
5. Es una figura convexa.
6. *Ejes de simetría*: Infinitos ejes de simetría, todos los que pasen por el centro.
7. *Planos de simetría*: Infinitos planos de simetría. (MEN, Vamos a aprender matemáticas 9°, 2017)

### Capítulo III

#### Diseño Metodológico

“Investigar es ingresar a un mundo de nuevos conocimientos, es a su vez la entrada a un proceso riguroso, cuidadoso, detallado y sistematizado en el que se busca resolver problemas; dentro del estudio se debe elegir un diseño de observación científica, el cual indicará el plan o estrategia que seguirá el examinador para obtener la información que se requiere de su proceso investigativo”. (Montoya, 2019, p. 44)

El planteamiento metodológico para la planeación y la ejecución de la secuencia de actividades se basa en el uso del software GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los Cuerpos Redondos desde una visión de la Teoría de las Situaciones Didácticas que se aplicó a un grupo de siete (7) estudiantes con diversidad de edad correspondiente a los grados octavo y noveno de la Institución Educativa Viboral, en la cual la Teoría de Situaciones Didácticas propuesta por Brousseau (2007), plantean las siguientes fases para la enseñanza de la geometría en el aula:

- **Fase de acción:** En esta fase los estudiantes con sus conocimientos previos tratan de dar respuesta a la situación, dándose cuenta de que con los conocimientos que poseen no logran responder la situación.
- **Fase de formulación:** En cuanto a la comunicación en esta fase se plantea que por medio del intercambio de ideas realizado por los estudiantes se llega a fortalecer los conocimientos de cada uno de los estudiantes.
- **Fase de validación:** En esta etapa los estudiantes ponen en juego el objeto de

estudio, donde el estudiante describe lo hecho, justificando las estrategias utilizadas para dar solución a la situación planteada.

- **Fase de institucionalización:** En este momento el profesor generaliza los conceptos inmersos durante el desarrollo de todas las fases y da a conocer la intencionalidad de aprendizaje que se pretendía en los estudiantes.

### 1.1 Enfoque de Investigación

La presente investigación se orienta bajo un enfoque Mixto (cualitativo – cuantitativo), haciendo un riguroso estudio de la realidad en su contexto natural (grados octavo y noveno de la Institución Educativa Viboral) y cómo sucede, sacando e interpretando fenómenos de acuerdo con las personas implicadas, permitiendo la utilización de variedad de instrumentos para recoger información (pretest, secuencia didáctica y postest), en los que se describen las situaciones problemáticas, así como los significados en la vida de los participantes. (Blasco, 2007).

Según Watson-Gegeo, citado por (Grimaldo, 2018) la investigación cualitativa consiste en descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones y comportamientos que son observables. Además, incorpora lo que los participantes dicen, sus experiencias, actitudes, creencias, pensamientos y reflexiones, tal y como son expresadas por ellos mismos. (p.3)

Por otro lado Angulo (2011, citando a Rodríguez, 2010), señala que el método cuantitativo se centra en los hechos o causas del fenómeno social, con escaso interés por los estados subjetivos del individuo, (...) en este sentido, el método cuantitativo de acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2010) manifiestan que usan la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías. (p.116)



## 1.2 Tipo de Investigación

Esta investigación tendrá dos tipos de investigación, en cuanto al enfoque cuantitativo se desarrollará con la investigación cuasi – experimental:

(Núñez Peña, s.f, p. 53, como se citó en Arnau, 1995) define el diseño cuasi-experimental como un plan de trabajo con el que se pretende estudiar el impacto de los tratamientos y/o los procesos de cambio, en situaciones donde los sujetos o instrumentos de observación no han sido asignados de acuerdo con un criterio aleatorio.

En este diseño los principales instrumentos de trabajo dentro del ámbito aplicado, son esquemas de investigación no aleatorio donde existe una exposición, una respuesta y una hipótesis para contrastar, pero no hay aleatorización de los sujetos a los grupos de tratamiento y control, o bien no existe grupo control propiamente dicho.

En cuanto al enfoque cualitativo es de tipo investigación Acción-educativa y se orienta hacia el cambio educativo y se caracteriza entre otras cuestiones por ser un proceso de construcción desde y para la práctica, pretendiendo una transformación que al mismo tiempo procura comprender la mejora de sus propias prácticas exigiendo una actuación grupal por la que los sujetos implicados colaboran coordinadamente en todas las fases del proceso de investigación, implicando la realización de análisis crítico de las situaciones y se configura como una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión. (Bausela, s.f citando a Kemmis y MacTaggart, 1988)

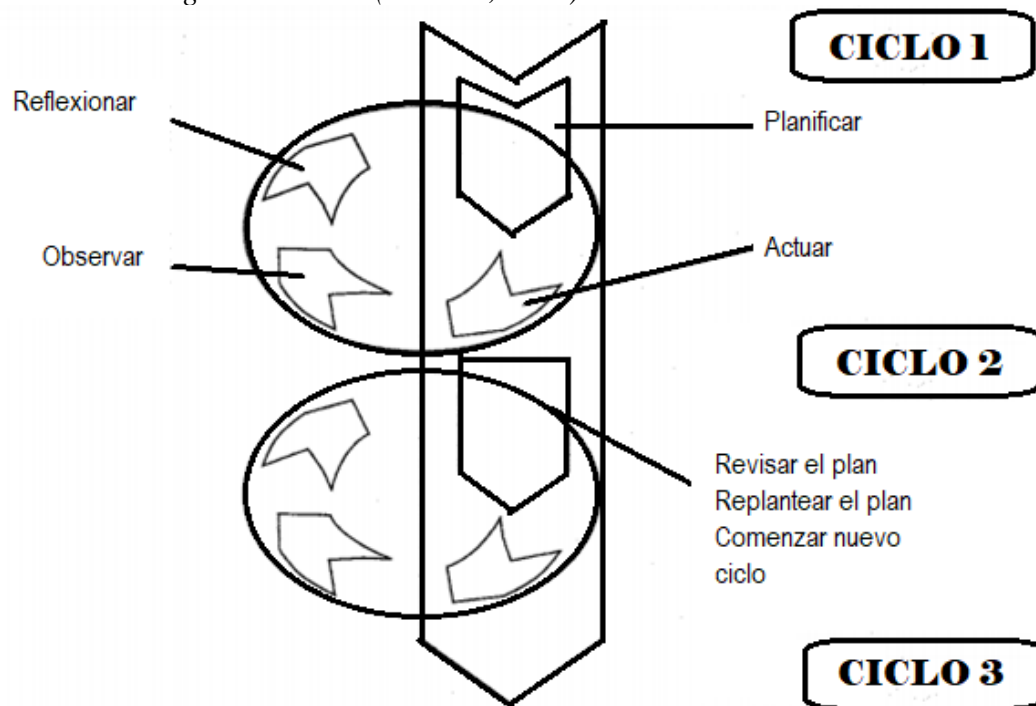
El primer concepto de Investigación-Acción fue evolucionado y expuesto por Kurt Lewin en 1946 con el firme propósito de intervenir problemas sociales, identificando 4 fases: planificar,

actuar, observar y reflexionar; posteriormente, estos conceptos fueron modificados por diferentes autores que se interesaron por el estudio del mismo.

Latorre (2005, citando a Kemmis 1946), nos dice que Kemmis apoyándose en el concepto de Lewis, diseña un modelo integrador para aplicarlo a la enseñanza organizándolo sobre dos ejes: uno estratégico compuesto por la acción y la reflexión; y otro organizativo compuesto por la planificación y la observación; estas dimensiones contribuyen arduamente a resolver problemas y de una u otra forma tratar de comprender las practicas que tienen lugar en la vida cotidiana en el contexto educativo.

### Figura 10

*Momentos de la Investigación Acción (Kemmis, 1989)*



Fuente: La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa

Este modelo desarrolla cuatro elementos:

- Un plan de acción críticamente informado para mejorar todo aquello que está ocurriendo

- Un acuerdo de plan de práctica
- Observación de los efectos de acción en su contexto
- Reflexión crítica de los efectos como base para una nueva planificación a través de ciclos sucesivos.

Se espera que a partir de los datos recolectados, sea posible crear un marco teórico y epistemológico lo suficientemente fuerte como para determinar qué factores son relevantes al problema, qué incidencia tuvo en los estudiantes la integración de las TIC en la enseñanza de la geometría y por lo tanto, que prácticas deben ser intervenidas y mejoradas.

La investigación se va a enfatizar en el registro de experiencia y sobre todo al análisis de la misma, desarrollándose con un estilo de una Investigación Acción Educativa, con el que se quiere la mejora en la vinculación de teoría, práctica, acciones, ideas y de quienes participan en un contexto determinado.

Uno de los objetivos que se pondrán en práctica es la implementación del software (GeoGebra) como herramienta mediadora en las clases de geometría desde una visión de la Teoría de las Situaciones Didácticas en la enseñanza y el aprendizaje de los Cuerpos Redondos, en los grados octavo y noveno de la Institución Educativa Viboral.

### **1.3 Diseño De Investigación**

Esta investigación se diseñó mediante la metodología del *Estudio De Caso*, porque se basa fundamentalmente en la observación de fenómenos para analizarlos con posterioridad, no se presentan condiciones ni estímulos a los cuales se expongan los estudiantes, los cuales son observados en su ambiente natural.

Además (Martínez Carazo, 2006, citando a Eisenhardt, s.f), concibe un “estudio de caso contemporáneo como *“una estrategia de investigación dirigida a comprender las dinámicas presentes en contextos singulares”*, la cual podría tratarse del estudio de un único caso o de varios casos, combinando distintos métodos para la recogida de evidencia cualitativa y/o cuantitativa con el fin de describir, verificar o generar teoría”. (p.174)

En la investigación se administra un estímulo o tratamiento a los estudiantes de los grupos octavo, noveno y décimo; este diseño no cumple con los requisitos de un experimento *“puro”* ya que no hay manipulación de la variable independiente o grupos de contraste (ni siquiera el mínimo de presencia o ausencia).

En la investigación las variables independientes ocurren y no es posible manipularlas, no se tiene control directo sobre dichas variables ni se puede influir en ellas, porque ya sucedieron, al igual que sus efectos.

#### **1.4 Hipótesis De La Investigación**

*Hipótesis Alternativa ( $H_A$ ):* El uso del Software GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los Cuerpos Redondos desde una visión de la Teoría de las Situaciones Didácticas favorece el aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa Viboral.

*Hipótesis Nula ( $H_0$ ):* El uso del Software GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los Cuerpos Redondos desde una visión de la Teoría de las Situaciones Didácticas no favorece el aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa Viboral.

### 1.4.1 *Diseño del cuasi – experimento*

En la tabla 1 se muestra el diseño del experimento con el grupo intervenido

**Tabla 1**

*Diseño del cuasi - experimento*

<b>Pretest</b>	<b>Intervención</b>	<b>Posttest</b>
Y <sub>1</sub>	X	Y <sub>2</sub>

Fuente: Autoría propia

### 1.4.2 *Prueba no paramétrica para contrastar las hipótesis*

Dado que la medición se realiza en un mismo grupo mediante un pretest y un posttest, y que la muestra es menor a 30 individuos, se aplicará una prueba no paramétrica de muestras relacionadas, en este caso se empleará la Prueba de Wilcoxon que permite contrastar la hipótesis de igualdad entre dos medianas poblacionales de un mismo grupo de individuos antes y después de la intervención.

## 1.5 Variables

Según Montoya (2019, citando a Hernández 2014), una variable es una característica que puede fluctuar y cuya variación es susceptible de medición, este concepto se aplica a hechos y fenómenos, personas u otros seres vivos, los cuales adquieren diversos valores de acuerdo al tipo que pertenecen.

### 1.5.1 *Variable independiente.*

La variable independiente será la Secuencia Didáctica haciendo uso del software GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los Cuerpos Redondos desde una visión de la Teoría de las Situaciones Didácticas

### 1.5.2 Variable dependiente

La variable dependiente será el aprendizaje alcanzado por los estudiantes mediado por el uso de GeoGebra desde la Teoría de las Situaciones Didácticas.

### 1.6 Operacionalización de las variables

#### *Objetivo general*

Analizar el efecto que produce en los estudiantes la interacción con el software GeoGebra como mediador de la enseñanza y aprendizaje de los Cuerpos Redondos desde la Teoría de las Situaciones Didácticas los estudiantes de la Institución Educativa Viboral de Aguadas – Caldas.

**Tabla 2**

*Operacionalización de las variables*

<b>Variables</b>	<b>Tipo de Variable</b>	<b>Definición Conceptual</b>	<b>Dimensiones</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Instrumento</b>
Secuencia Didáctica	Independiente	Técnicas, métodos y pautas que favorece o desfavorece un proceso o aprendizaje educativo.	Hardware  Uso de Software GeoGebra	Tiene un dominio alto de la herramienta TIC que le permiten la realización de la actividad Se compromete de la organización de su trabajo y de la obtención de diferentes competencias siguiendo su propio ritmo	Computador Celular  Situación de Acción Situación de Formulación Situación de Validación

Aprendizaje alcanzado	Dependiente	El estudiante descubre los conceptos y sus relaciones y los reordena para adaptarlos a su esquema cognitivo.	Cognitivo	Comprende los conceptos y los expresa de forma correcta y es capaz de resolver ejercicios.	Pos Test
-----------------------	-------------	--	-----------	--	----------

Fuente: Autoría propia

## 1.7 Población y Muestra

### 3.7.1 Población

Actualmente, la Institución Educativa Viboral cuenta con una población de 245 estudiantes distribuidos en la sede principal, y las sedes de la siguiente forma:

**Tabla 3**

*Población Total Institución Educativa Viboral. Aguadas-Caldas. Año 2020.*

INSTITUCIÓN EDUCATIVA VIBORAL	CANTIDAD
Número de directivos	1
Número de docentes	17
Número de personal administrativo	3
Número docente orientador	1
Nivel Básica Primaria Cede Central	
Preescolar	04 Estudiantes
Primero	07 Estudiantes
Segundo	13 Estudiantes
Tercero	09 Estudiantes
Cuarto	10 Estudiantes
Quinto	12 Estudiantes
Nivel Básica Primaria Cede Colorados	
Preescolar	02 Estudiantes
Primero	03 Estudiantes
Segundo	04 Estudiantes
Tercero	01 Estudiantes
Cuarto	02 Estudiantes
Quinto	01 Estudiantes
Nivel Básica Primaria Cede La Blanquita	
Preescolar	03 Estudiantes
Primero	00 Estudiantes

---

Segundo	01 Estudiantes
Tercero	01 Estudiantes
Cuarto	01 Estudiantes
Quinto	00 Estudiantes
Nivel Básica Primaria Cede Peñoles	
Preescolar	01 Estudiantes
Primero	01 Estudiantes
Segundo	01 Estudiantes
Tercero	00 Estudiantes
Cuarto	04 Estudiantes
Quinto	01 Estudiantes
Nivel Básica Primaria Cede San Pablo	
Preescolar	05 Estudiantes
Primero	02 Estudiantes
Segundo	04 Estudiantes
Tercero	04 Estudiantes
Cuarto	03 Estudiantes
Quinto	04 Estudiantes
Nivel Básica Primaria Cede La Castrillona	
Preescolar	02 Estudiantes
Primero	01 Estudiantes
Segundo	01 Estudiantes
Tercero	01 Estudiantes
Cuarto	03 Estudiantes
Quinto	04 Estudiantes
Nivel Básica Secundaria Cede Central	
Sexto	26 Estudiantes
Séptimo	22 Estudiantes
Octavo	28 Estudiantes
Noveno	22 Estudiantes
Décimo	18 Estudiantes
Undécimo	13 Estudiantes
TOTAL	245 Estudiantes

---

Fuente: Autoría propia

### 3.7.2 Muestra.

Una muestra es un conjunto de objetos y sujetos provenientes de una población, es decir, un subconjunto de la población, cuando esta es definida como un conjunto de elementos que cumplen con unas características específicas. (Suarez, 2019).



Para la investigación se intervienen los estudiantes matriculados en los grados octavo y noveno de la institución; los estudiantes pertenecen a los estratos uno y dos, en su mayoría conviven con ambos padres, los cuales tienen nivel de educación secundaria. Todos los estudiantes viven en dicha vereda y veredas aledañas inscritas a la institución.

### **3.8 Instrumentos Empleados En La Investigación**

Los instrumentos que se diseñarán para la presente investigación serán el pre test, seguido de la secuencia didáctica “*Aprendizaje de los cuerpos redondos haciendo uso del software GeoGebra desde la Teoría de las Situaciones Didácticas*” destinada a intervenir los estudiantes de los grados octavo y noveno de la Institución Educativa Viboral y finalizando con un pos test.

#### **3.8.2 El pretest**

El pretest o prueba piloto es una actividad que forma parte del diseño de un cuestionario de investigación. Una vez que el instrumento ha sido diseñado, suele elegirse una pequeña muestra para probar su funcionamiento en el campo.

El pretest cuenta con un cuestionario de 12 preguntas abiertas con instrucciones sencillas de tal manera que los estudiantes logren resolverla se pretende obtener información acerca de los saberes previos de la muestra de estudiantes a intervenir y es el punto de partida para la construcción de la secuencia didáctica. (Ver anexo A)

#### **3.8.3 Secuencia Didáctica**

La secuencia didáctica según (Carmona, 2017. citando a Pérez, 2005), es una estructura de acciones e interacciones relacionadas entre sí, intencionales que se organizan para alcanzar un

aprendizaje. Por eso, es importante que el docente cree actividades que permitan al estudiante movilizar el aprendizaje.

Las secuencias tienden a ser disciplinares y buscan la profundización del conocimiento. Por esta razón, se organizan a partir de los contenidos de enseñanza de cada disciplina, que forman parte de los Lineamiento Curriculares, Derechos Básicos de Aprendizajes DBA y Estándares Básicos de competencias del Ministerio de Educación Nacional MEN, teniendo en cuenta el área y el grado.

La secuencia didáctica se presenta a manera de modulo orientador de conocimiento, infiriendo en la indagación y comprensión por parte del estudiante, presentando una situación propia o muy cerca al contexto de la muestra de estudio. (Ver anexo B)

#### ***3.8.4 El postest***

El pos-test relaciona el grado de satisfacción con los estudios que se están realizando y se incluye un conjunto de preguntas de satisfacción relacionadas con el cambio metodológico implementado. (Ver anexo A)

### **3.9 Rúbrica Para La Evaluación De Los Instrumentos**

Los cuestionarios fueron valorados de acuerdo con la rúbrica establecida por el decreto 1290 del MEN que en su artículo 5 dice:

*Escala de valoración nacional:* Cada establecimiento educativo definirá y adoptará su escala de valoración de los desempeños de los estudiantes en su sistema de evaluación. Para facilitar la movilidad de los estudiantes entre establecimientos educativos, cada escala deberá expresar su equivalencia con la escala de valoración nacional:

- Desempeño Superior.
- Desempeño Alto.
- Desempeño Básico.
- Desempeño Bajo.

La denominación desempeño básico se entiende como la superación de los desempeños necesarios en relación con las áreas obligatorias y fundamentales, teniendo como referentes los estándares básicos, las orientaciones y lineamientos expedidos por el Ministerio de Educación Nacional y lo establecido en el proyecto educativo institucional. El desempeño bajo se entiende como la no superación de los mismos.

**Tabla 4**

*Rúbrica para la evaluación del pretest y postest*

<b>Desempeño</b>	<b>Escala Numérica</b>	<b>Criterios - Descriptores</b>
<b>Bajo (Bj)</b>	1	Se le dificulta dominar los conceptos, ni es capaz de realizar los ejercicios propuestos. Se le dificulta el dominio suficiente para usar las herramientas TIC y no conoce bien los procesos que me permiten trabajar la actividad. No domina los conceptos e ideas trabajadas, no las expresa con claridad ni orden y no puede llevarlo a la práctica.
<b>Básico (Bs)</b>	2	Comprende los conceptos principales trabajados, pero no es capaz de realizar los ejercicios propuestos de forma autónoma. Tiene dificultades para usar correctamente las herramientas TIC y sus procesos para la realización de la actividad. Tiene problemas para expresar los conceptos e ideas trabajadas de forma ordenada y comprensible, y no es capaz de llevarlos a la práctica sin ayuda.
<b>Alto (A)</b>	3	Comprende los conceptos de cuerpos redondos pero no es capaz de expresarlos todos con detalle. Expresa de forma ordenada y comprensible la mayoría de los conceptos trabajados en la

---

		actividad y resuelve la mayoría de los ejercicios propuestos. Tiene un dominio alto de las herramientas TIC y los procesos que le permiten la realización de la actividad.
<b>Superior (S)</b>	4	Comprende los conceptos de cuerpos redondos y los expresa de forma correcta sin dificultad. Es capaz de resolver ejercicios relacionados con lo tratado en la actividad. Tiene un dominio muy elevado de las herramientas TIC y los procesos necesarios para la realización de la actividad.

---

Fuente: Tomado de Vamos a aprender Matemática Guía del docente 8°-9°

## Capítulo IV

### Resultados

#### 4.1 Análisis de los resultados

El cuestionamiento inicial relacionado con GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los Cuerpos Redondos, una visión desde la Teoría de las Situaciones Didácticas en la Institución Educativa Viboral, generó el interés de implementar una secuencia didáctica, apoyada en la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, para dar respuesta al mismo.

##### 4.1.1 Análisis del Pretest

**Figura 11**  
Resultados de la prueba Pretest



Fuente: Autoría propia

*Análisis cuantitativo:* Los resultados mostrados en la gráfica 1, evidencian como al aplicar la prueba diagnóstica el conocimiento de los estudiantes en cuanto al tema de cuerpos redondos es incipiente, ya que muestra del total de la muestra (7 estudiantes) como todos obtuvieron un desempeño bajo, que se corresponde con la rúbrica: Se le dificulta dominar los conceptos, ni es capaz de realizar los ejercicios propuestos.

*Análisis cualitativo:*

El pretest fue aplicado al grupo haciendo uso de la teoría de las situaciones didácticas evidenciándose en la totalidad de los estudiantes al momento de ser entregado preocupación, pues manifestaban no recordar los contenidos o no haberlos visto.

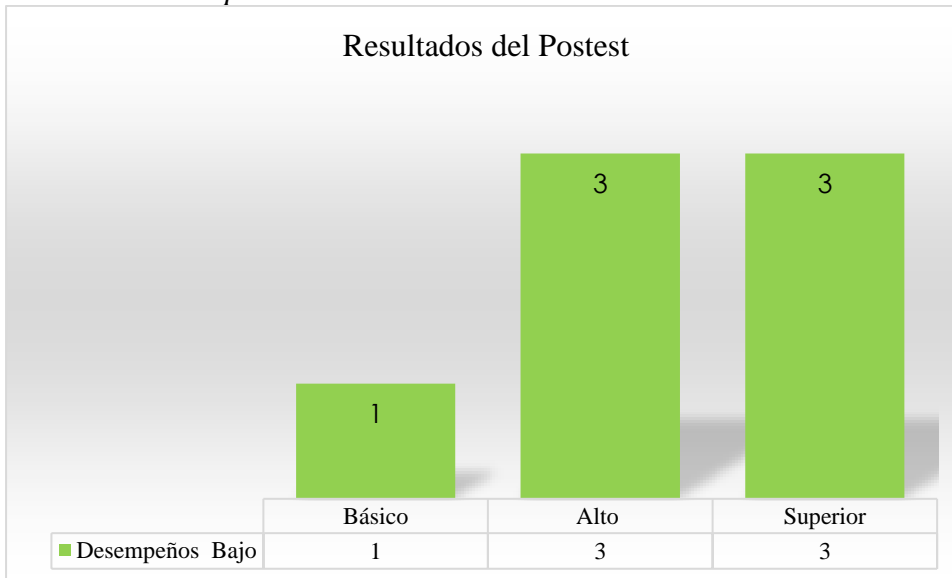
En sus resultados se pudo evidenciar lo anteriormente expresado, pues sus conocimientos en cuanto a lo relacionado con áreas y volúmenes de los cuerpos redondos estaban totalmente errados o por el contrario su conocimiento era nulo, (ver anexo E); su falta de observación para plasmar argumentos de acuerdo a imágenes plasmadas para realizar una breve descripción de los cuerpos redondos estaba condicionadas a lo básico pues sus detalles eran muy superficiales

Por otro lado, la capacidad mental al momento de imaginar ideas o sospechas en cuanto a revolución de figuras alrededor de uno de sus lados fueron muy variados, pues sólo uno de los estudiantes realizó satisfactoriamente el ejercicio, los demás lo cambiaron de posición y confundieron el concepto entre girar y voltear. (Ver anexo E)

### 4.1.2 Análisis del Postest

**Figura 12**

*Resultados de la prueba Postest*



Fuente: Autoría propia

*Análisis cuantitativo:* Los resultados mostrados en la gráfica 2, evidencian como al aplicar la prueba Postest luego de hacer la intervención con la secuencia didáctica mejoraron ostensiblemente en cuanto al conocimiento de los estudiantes al tema de cuerpos redondos, sólo 1 estudiante obtuvo un desempeño básico que se corresponde con la rúbrica: Comprende los conceptos principales trabajados, pero no es capaz de realizar los ejercicios propuestos de forma autónoma. 3 estudiantes obtuvieron un desempeño Alto que se corresponde con la rúbrica: Comprende los conceptos de cuerpos redondos, pero no es capaz de expresarlos todos con detalle. Y por último otros 3 estudiantes lograron un desempeño superior que se corresponde con la rúbrica: Comprende los conceptos de cuerpos redondos y los expresa de forma correcta sin dificultad.

*Análisis cualitativo:*

El interactuar con recursos diferentes a los antes acostumbrados, captaron en los estudiantes un gran interés por el aprendizaje de los conceptos geométricos, pues al trabajar la secuencia didáctica en cada una de sus fases (situación de acción, formulación y validación), mostraron gran inclinación por aprender, por manipular, por cuestionarse, lo cual se evidenció en sus resultados. (Ver anexo D)

El factor psicológico interfiere más de lo que se cree en la predisposición que presentan los jóvenes a las nuevas formas de interacción en cuanto a las practicas escolares, partiendo desde el punto tecnológico donde se introducen a una zona de confort donde de cierta forma se van a mostrar más predispuestos en el momento de construir y descubrir sus conocimientos; se puede deducir que de tal modo la comodidad que les presta los softwares educativos los conlleva a que encuentren una viabilidad de mayor amplitud para la apropiación de los mismos.

**4.1.3 Comparación de la prueba Pretest contra la prueba Postest***Prueba de Wilcoxon*

```
*Nonparametric Tests: Related Samples.  
NPTESTS  
  /RELATED TEST (Pretest Postest)  
  /MISSING SCOPE=ANALYSIS USERMISSING=EXCLUDE  
  /CRITERIA ALPHA=0.05 CILEVEL=95.
```

```
[ConjuntoDatos0]
```



## Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Prueba	Sig.	Decisión
1	La mediana de las diferencias entre Pretest y Posttest es igual a 0.	Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para muestras relacionadas	,016	Rechazar la hipótesis nula.

Se muestran significaciones asintóticas. El nivel de significación es de ,05.

De acuerdo con los resultados obtenidos de la prueba Se acepta la hipótesis alternativa  $H_1$ , por lo que se concluye que hay diferencias entre las medianas del pretest y el posttest, lo que indica que: El uso del Software GeoGebra como mediador didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de los Cuerpos Redondos desde una visión de la Teoría de las Situaciones Didácticas **SI** favorece el aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa Viboral. (Con un nivel de significancia de  $0,016 < \alpha < 0,05$ )

#### 4.1.4 Análisis de la secuencia didáctica

Para el desarrollo de la presente investigación la secuencia didáctica toma como referentes al modelo Van Hiele en relación con la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau abarcando tres aspectos específicos a destacarse desde sus planteamientos: uno diagnóstico, mediante el cual se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico en los estudiantes desde sus saberes previos, otra de orientación dirigida mediante la construcción de una secuencia didáctica para favorecer el avance en su nivel de razonamiento geométrico con la finalidad de que los estudiantes exploren, ejecuten y reflexionen hasta llegar al objetivo deseado, y por último la valoración del progreso donde el estudiante describe y justifica las estrategias utilizadas para dar solución a la situaciones planteadas.

## 4.2 Conclusiones

Analizados cada uno de los objetivos específicos planteados en la presente investigación, se exponen las siguientes conclusiones:

En relación al primer objetivo, diagnosticar el nivel inicial de los estudiantes con relación a los conceptos de los cuerpos redondos: esfera, cilindro y cono por medio de un pretest, se concluye que a los estudiantes se les dificulta dominar los conceptos, por ende, no son capaces de realizar los ejercicios propuestos.

En lo que respecta al segundo objetivo, diseñar una unidad didáctica basada en la Teoría de las Situaciones Didácticas que permita la interacción de los estudiantes con la geometría espacial para descubrir y reconstruir conceptos relacionados con los cuerpos redondos, se concluye que los estudiantes adquieren un interés cuando se presentan estrategias de aprendizaje las cuales tienen relación con nuevas tecnologías como lo es GeoGebra, ayudándolos a comprender e indagar su propio conocimiento.

En cuanto al tercer objetivo, describir las características que producen el uso del software GeoGebra como mediador de la enseñanza y aprendizaje de los cuerpos redondos se concluye que el programa desarrollado al adoptar formas de manipulación y juego, resulta más atractivo e interesante para los estudiantes, pues les permite optimizar su tiempo desarrollando un proceso cognitivo más eficiente y genera un rendimiento y atención en los estudiantes que no muestran disposición respecto a la materia.

En atención al cuarto objetivo, evaluar la incidencia del uso del software GeoGebra y la teoría de las situaciones didácticas en el aprendizaje de los cuerpos redondos mediante un post-test, se concluye que al haber una interacción con este tipo de herramientas el impacto que se

genera en los estudiantes es positivo reflejándose sus resultados al momento de aplicar el instrumento evaluativo.

### **4.3 Recomendaciones**

Los recursos TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática y la geometría debe verse como una estrategia para lograr la motivación del estudiante y darle un rol más protagónico en la construcción del conocimiento, permitiendo que no sólo sea el docente el generador de conocimiento, sino que de manera conjunta se puedan lograr esta construcción.

Buscar estrategias que permitan la construcción del conocimiento con nuevas herramientas, didácticas, interacciones en trabajo de campo, y vivencias junto a un planeamiento serio y responsable.

La enseñanza de las matemáticas y la geometría, cuenta con mucho campo de acción que permiten en el contexto de la investigación la creación de diferentes didácticas y propuestas, por ello se invita al docente a adentrarse a nuevos escenarios y situaciones que le permitan desarrollar nuevas estrategias y así facilitar la construcción el conocimiento.

Anexos

Anexo A. Pretest y Postest



**Institución Educativa Voboral**  
 Modalidad Agropecuaria  
 Aprobada por Resolución N° 4917 del 19 octubre de 2011  
 Fusiónada mediante Resolución N° 00235 del 28 de febrero de 2003

**PRE-TEST**

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Grado:** Noveno

**Cuerpos Redondos**

1. ¿Qué características tienen los siguientes cuerpos?





---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



**Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales**

UNIVERSIDAD

**Acreditación de  
Alta Calidad**  
del Ministerio de la Educación  
 Res. 013620 - 09 de 2019 - vlg. 4 años



*Institución Educativa Viboral*

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011

Fusionada mediante Resolución N° 60335 del 28 de febrero de 2003

2. Escribe verdadero (V) o falso (F), según el caso.
  - a. Un cono tiene base triangular. ( )
  - b. Un cono tiene dos vértices. ( )
  - c. Un cilindro recto es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados. ( )
  - d. El desarrollo de la cara lateral del cilindro es un rectángulo. ( )
  - e. La generatriz del cono es mayor que su altura. ( )
  
3. Dibuja los cuerpos geométricos que se obtienen al girar las siguientes figuras.



4. ¿Cuánto metal se requiere para fabricar una lata cilíndrica como la figura?



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad  
en el camino de la excelencia  
Res. 022600 - 09 de 2009 - v. 4 años

www.uccm.edu.co



## Institución Educativa Viboral

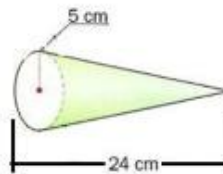
Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011

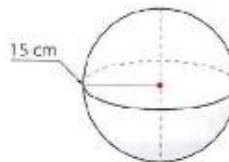
Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003



5. ¿Cuáles son el área total y el volumen del sólido de la figura?



6. Halla el área superficial y el volumen de cada sólido.
- Una esfera de diámetro 15 dm
  - Una esfera de diámetro 8 cm
  - Una esfera inscrita en un cubo de 6 dm de lado
  - Una semiesfera de diámetro 32 m
7. Calcula el área superficial y el volumen de la esfera.



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

VICERRECTORÍA

Acreditación de  
Alta Calidad

en el camino de la excelencia

Res. 012600 - 09 del 2019 - Vig. 4 años



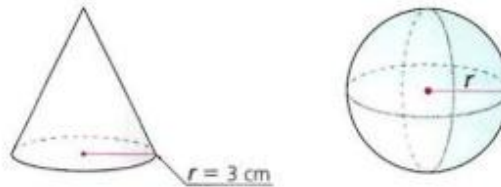
## Institución Educativa Viboral

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011

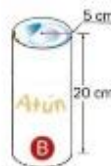
Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

8. Encuentra el radio de una esfera cuya área es igual a la suma de las áreas de cuatro esferas de radio 5 cm
9. Las siguientes figuras (la esfera y el cono) tienen el mismo volumen  
¿Cuál debe ser la altura del cono para que su base y círculo máximo de la esfera sean iguales?



### Resolución de Problemas

10. Para hacer un arreglo navideño se van a forrar en tela, bolas de icopor de 4 cm de radio. ¿Qué cantidad de tela se debe comprar como mínimo?
11. ¿Cuál es el volumen en metros cúbicos de una esfera cuyo diámetro mide 100 centímetros?
12. Plantea y resuelve un problema que involucre la información de la figura.



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

ESTADÍSTICA

Acreditación de  
Alta Calidad

en el campo de la excelencia

Res. 053620 - 09 del 2017 - vig. 4 años



## Anexo B. Secuencia Didáctica



*Institución Educativa Viboral*

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4517 del 10 octubre de 2011

Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

## CUERPOS REDONDOS

### Competencia:

- Identifica correctamente, las características de un cuerpo redondo.
- Clasifica y resuelve problemas relacionados al cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos redondos.

### Situación Didáctica:

"Aprendizaje de cuerpos redondos haciendo uso del software Geogebra"

### Conflicto Cognitivo:

¿Es posible construir cuerpos redondos a partir de una figura que gira alrededor de un eje?

Apreciado estudiante para que tenga éxito en su aprendizaje, lea de manera cuidadosa las instrucciones para el desarrollo de la siguiente secuencia didáctica. A continuación, se describen las características y pasos a seguir antes y durante el desarrollo de la misma.

- I. La secuencia se compone de tres partes: Una aplicación llamada GEOGEBRA que la docente instalará en cada uno de sus Smart Phone o PC, la cual contiene tres fases: situación de acción, situación de formulación y situación de validación y por otro lado un documento impreso (Este documento que está leyendo).

NOTA: Para su trabajo debe constatar que tiene los dos contenidos.

- II. Cuando abra la interface de GEOGEBRA en su Smart phone o PC aparecerá una página como se muestra en la figura 1.



Universidad  
Católica  
de Manizales

VICERRECTORADO

Acreditación de  
Alta Calidad

en el campo de la educación

Res. 023400 - 09 dic. 2019 v.g. 4 años





*Institución Educativa Viboral*

Modalidad Agropecuaria

Aprobado por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011

Fusionado mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

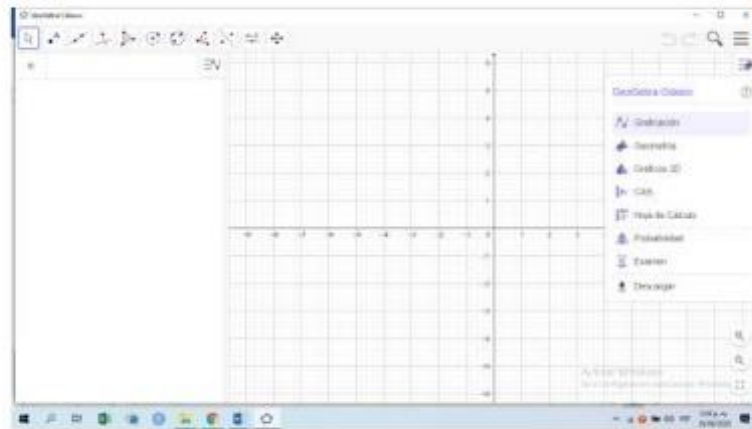


Figura 1

Seguidamente en la parte superior derecha damos clic en las tres líneas paralelas horizontales como se muestra en la figura dos.

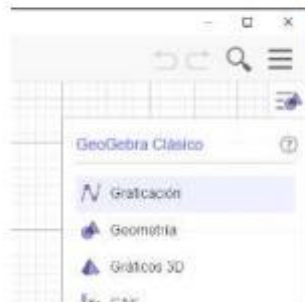


Figura 2

Posteriormente, damos clic a la opción abrir



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad  
del Consejo de la Educación  
Res. 023600 - 09 de 2019 - vig. 4 años

www.ucm.edu.co



*Institución Educativa Viboral*

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011  
 Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

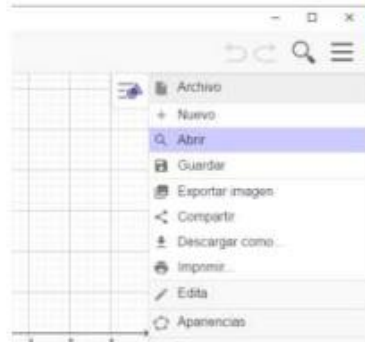


Figura 3

Vemos que rápidamente nos lleva a buscar la ubicación del archivo el cual se encuentra en la carpeta que se muestra en la parte lateral derecha.

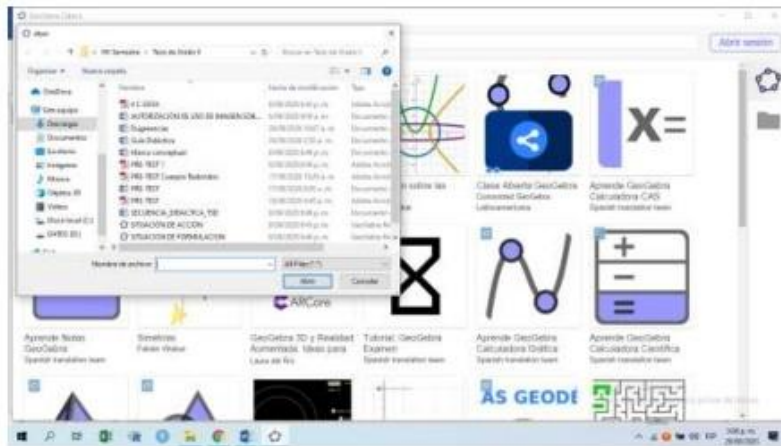


Figura 4



Universidad<sup>®</sup>  
 Católica  
 de Manizales

Acreditación de  
 Alta Calidad  
 por el Consejo de la Educación  
 Res. 003600 - 09 dic. 2019 - vig. 4 años

VIGILADA MINEDUCACIÓN



## Institución Educativa Voboral

Modalidad Agropecuario

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011

Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

A continuación, damos clic en escritorio donde encontraremos la carpeta llamada *Cuerpos Redondos* de la cual se desplegará las tres situaciones que vamos a trabajar para el desarrollo de la guía.

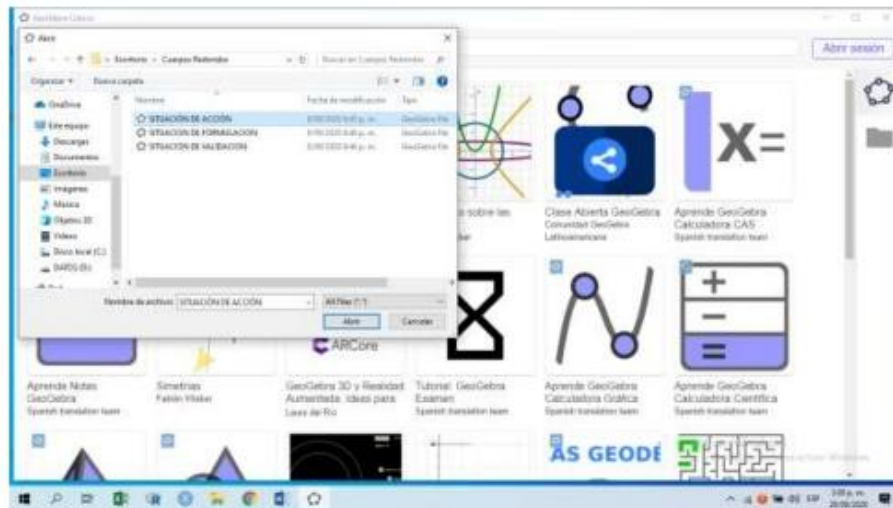


Figura 5

1. Al abrir la *Situación de Acción* aparecerá un pantallazo con la definición de *Cuerpos Redondos* y tres opciones, debes dar clic sobre cada figura de acuerdo con lo que pide la secuencia para que esta muestre un objeto sobre el eje visto en la parte derecha.



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

VISUALIZACIÓN

Acreditación de  
Alta Calidad  
en el campo de la educación

Res. 03360 - 09 de 2019 - vig. 4 años



*Institución Educativa Viboral*

Modalidad Agropecuario

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011

Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

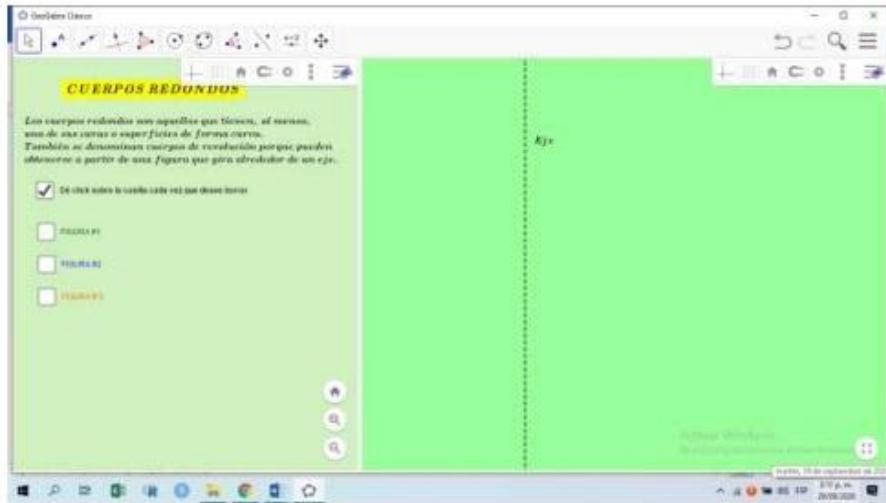
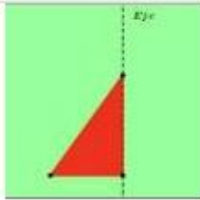


Figura 6

De acuerdo con las características que observó de cada figura, atrevete a realizar la siguiente actividad (Recuerda que puedes volver dar clic sobre cada figura si tienes dudas): Resuelve y llena la tabla, para ello se da información adicional.

Tabla 1

<p>Situación de acción:</p> <p><i>De manera individual responde y propone su conjetura.</i></p>		<p>Figura # 1:</p> <p>Nombre: _____</p> <p>Dibuje el cuerpo geométrico que se genera al rotar la figura sobre el eje</p>
---	---	--



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad  
en el camino de la excelencia  
Res. 02600 - 09 de 2019 - Vig. 4 años

VERGARA institución



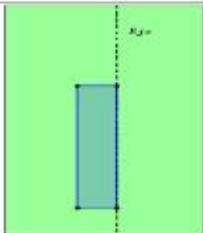
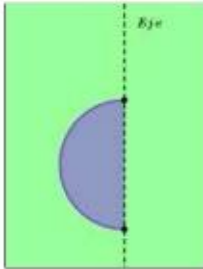


*Institución Educativa Viboral*

Modalidad Agropecuaria

Aprobado por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011

Fusionado mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

<p>Pregunta central: ¿Qué cuerpo se puede generar con la rotación de cada una de las figuras mostradas sobre el eje? ¿Cómo se llaman cada una de las figuras planas mostradas?</p>	  	<p>Figura # 2: Nombre: _____ Dibuje el cuerpo geométrico que se genera al rotar la figura sobre el eje</p>  <p>Figura # 3: Nombre: _____ Dibuje el cuerpo geométrico que se genera al rotar la figura sobre el eje</p>
--	---	--

- Al abrir la *Situación de Formulación* aparecerá un pantallazo como se muestra en las figuras con un deslizador el cual nos permitirá correrlas. Debes dar clic sobre el deslizador y correrlo hasta ubicarlo en cada cuerpo redondo y verás que muestra la definición, los elementos que lo conforman y las ecuaciones necesarias para comprender las actividades de aprendizaje.



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad  
del Consejo de la Educación  
Res. 03300 - 09 de 2019 - vig. 4 años

VIGILADO MINEDUCACIÓN



*Institución Educativa Viboral*

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011  
Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

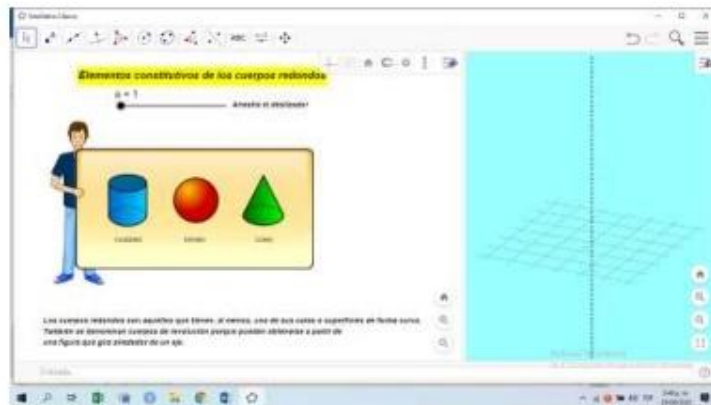


Figura 7

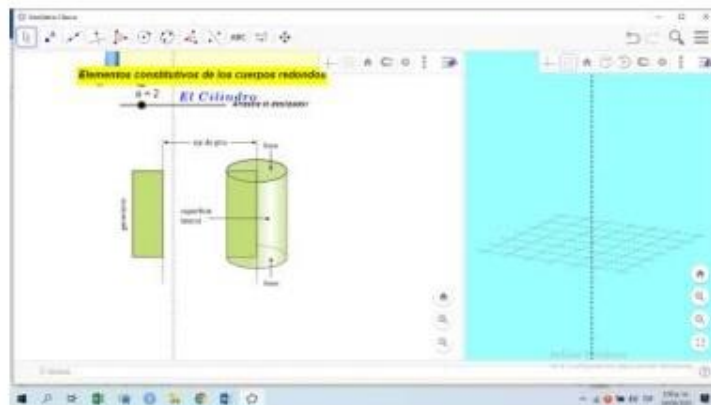


Figura 8



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad  
en el camino de la excelencia  
Res. 01860 - 09 de 2009 - vig. 4 años

WISLA WIKIENSIÓN



## Institución Educativa Viboral

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4817 del 10 octubre de 2011

Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

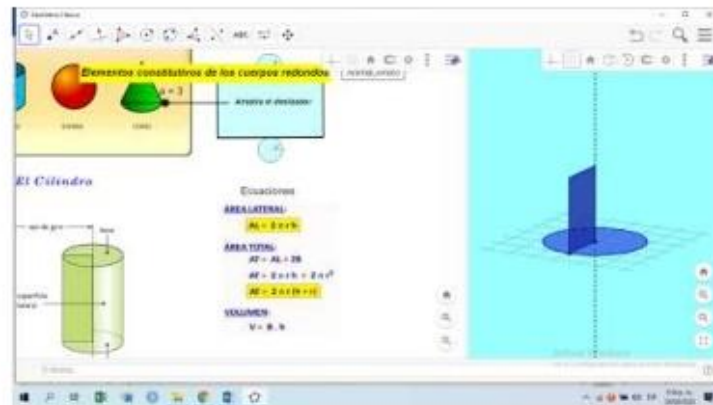


Figura 9

Al lograr comprender y asimilar las características fundamentales de los cuerpos redondos, los invito a dar clic en el botón animar (Interactúa con el gráfico, puedes rotar la hoja de trabajo con el Smartphone o PC para que de esta manera observes los gráficos). Cuando hayas realizado dicha actividad puedes regresar con la flecha ubicada al lado derecho a la página inicial y continuar con el siguiente cuerpo redondo.

Debes leer la siguiente información para que puedas comprender con mayor facilidad el tema y tener una noción general sobre los tres cuerpos redondos.

Cuando lo hayas leído de manera comprensiva (Tome nota en su cuaderno de esta información y la dada en el aplet dinámico) en la parte superior derecha hay una flecha con el ícono retorno, da clic sobre ella y vuelva a la pantalla de inicio.



Universidad®  
Católica  
de Manizales

VIGILADA Y Acreditada

Acreditación de  
Alta Calidad

Res. 023600 - 09 dic 2019 - vlg. 4 pñas



*Institución Educativa Viboral*

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011

Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

## CUERPOS REDONDOS

Los cuerpos redondos son sólidos generados por la revolución de una determinada figura en torno a un eje imaginario, se pueden clasificar en cilindros, conos y esferas.

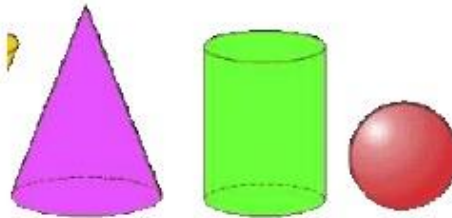


Figura 10. Cuerpos redondos

### Área y volumen de cilindros

Un cilindro es un sólido limitado por dos bases circulares y una cara curva. Se obtiene cuando un rectángulo rota una vuelta entera alrededor de uno de sus lados.

El *área total de un cilindro recto* es la suma del área lateral y el área de las dos bases. El *volumen* corresponde al producto del área de la base por la altura.



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad  
en el campo de la educación  
Res. 012000 - 09 de 2019 - vig. 4 años

VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN





## Institución Educativa Viboral

Modalidad Agropecuaria

Aprobado por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011  
Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

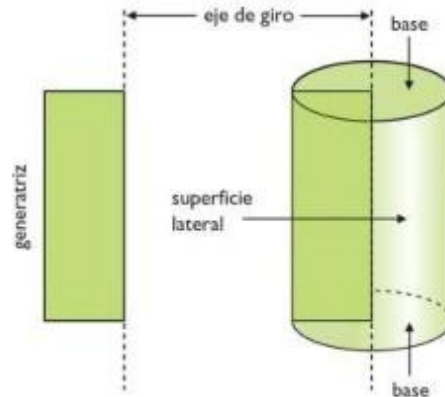


Figura 11. Cilindro

Si  $A_L$  es el área lateral de un cilindro recto,  $A_B$  es el área de la base,  $h$  es la altura y  $r$  es el radio de la base, entonces el *área total*,  $A_T$ , y el *volumen*,  $V$ , se calculan respectivamente como:

$$A_T = A_L + 2A_B$$

$$V = A_B h$$

$$A_T = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$$

$$V = \pi r^2 h$$

*Propiedades de los cilindros*

1. *Tipo de figura:* Cuerpo redondo
2. *Caras:* Tiene tres caras, dos son círculos planos (llamados bases) y la otra es una superficie curva.
3. *Aristas:* Tiene dos aristas que coinciden con el borde de las caras planas.
4. *Vértices:* No tiene vértices.
5. Es una figura convexa.
6. *Ejes de simetría:* Tiene ejes infinitos.



Universidad®  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad

Res. 013600-09 de 2019 - vig. 4 años

www.unica.edu.co



## Institución Educativa Viboral

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011  
Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

7. *Planos de simetría:* Tiene planos infinitos. Un eje paralelo a las bases que pasa por el punto medio de su altura. Infinitos planos, tantos como diagonales tiene su base que es un círculo.

### Área y volumen de conos

Un cono es un sólido limitado por una base circular y una cara curva. Se obtiene al rotar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.

El *área total del cono* es la suma del área lateral con el área de la base. El *volumen del cono* es la tercera parte del volumen de un cilindro con la misma base y la misma altura.

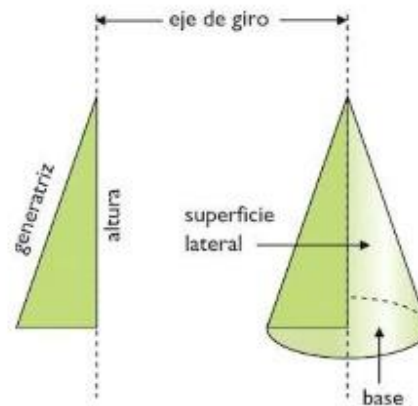


Figura 12. Cono

Si  $A_L$  es el área lateral de un cono de altura  $h$ ,  $A_B$ , es el área de la base del radio  $r$  y  $g$ , la generatriz, entonces el área total,  $A_T$ , y el volumen,  $V$ , del cono son respectivamente:



Universidad  
Católica  
de Manizales

UNIVERSIDAD

Acreditación de  
Alta Calidad

por el Consejo de la Educación

Res. 023600 - 09 de 2019 - vig. 4 años



## Institución Educativa Viboral

Modalidad Agropecuaria

Aprobado por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011

Fusionado mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

$$A_T = A_L + A_B$$

$$V = \frac{A_B h}{3}$$

$$A_T = \pi g r + \pi r^2 = \pi r(g + r)$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

### Propiedades de los conos

1. *Tipo de figura:* Cuerpo redondo
2. *Caras:* Tiene dos caras, uno es el círculo plano (base) y la otra es una superficie curva.
3. *Aristas:* Tiene una arista que coinciden con el borde de la cara plana.
4. *Vértices:* Tiene un vértice.
5. Es una figura convexa.
6. *Ejes de simetría:* Tiene un eje de simetría, del centro de la base al vértice.
7. *Planos de simetría:* Infinitos planos de simetría: (cualquiera que contenga al eje de simetría)

### Área y volumen de la esfera

Una esfera es el conjunto de puntos del espacio que se encuentran a la misma distancia de un punto fijo conocido como centro. La esfera se obtiene al girar una circunferencia o semicircunferencia alrededor de sus diámetros.

El *área de la superficie de una esfera* es igual a cuatro veces el área del círculo máximo que contiene el centro de la esfera y tiene su mismo *radio*  $r$ , y que su *volumen* equivale a cuatro tercios del producto de  $\pi$  por el cubo de su radio.

Sus elementos notables son el *radio* y el *centro*.



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad  
en el campo de la educación

Res. 03200 - 09 de 2019 - vig. 4 años

VICARIO EDUCATIVO



*Institución Educativa Viboral*

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011  
Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

La esfera es un cuerpo redondo que no tiene caras, y está formado por una única superficie curva y por lo tanto no tiene desarrollo.

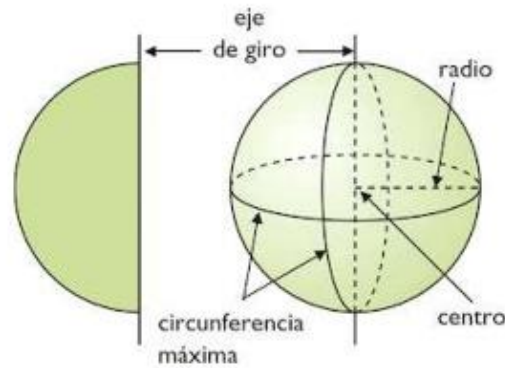


Figura 13. Esfera

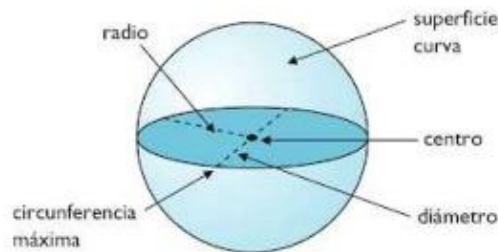


Figura 14. Esfera

Para una esfera de radio  $r$ , el área,  $A_{Esfera}$ , y el volumen,  $V_{Esfera}$ , son respectivamente:

$$A_{Esfera} = 4\pi r^2 \qquad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad  
del Comité de la educación  
Res. 012600 - 09 de 2017 - vig. 4 años

WELBIA WELBIA WELBIA





## Institución Educativa Viboral

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011

Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

El plano que pasa por el centro de la esfera la divide en dos regiones llamadas *semiesferas*. El *área superficial* y el *volumen de la semiesfera* corresponde a la mitad del área superficial y a la mitad del volumen de la esfera.

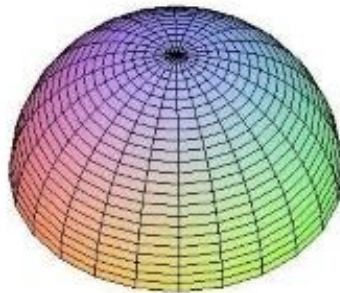


Figura 15. Semiesfera

Para una semiesfera de radio  $r$ , el área,  $A_{\text{semiesfera}}$ , y el volumen,  $V_{\text{semiesfera}}$ , son respectivamente:

$$A_{\text{semiesfera}} = 2\pi r^2$$

$$V_{\text{semiesfera}} = \frac{2}{3}\pi r^2$$

### Propiedades de la esfera

1. *Tipo de figura*: Cuerpo redondo.
2. *Caras*: No tiene.
3. *Aristas*: No tiene.
4. *Vértices*: No tiene.
5. Es una figura convexa.
6. *Ejes de simetría*: Infinitos ejes de simetría, todos los que pasen por el centro.



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad  
del Consejo Superior de  
Evaluación de la Educación Superior  
Res. 03300 - 09 del 2019 - vig. 4 años

www.ucmanizales.edu.co



## Institución Educativa Viboral

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011  
Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

### 7. Planos de simetría: Infinitos planos de simetría.

NOTA: Si tiene dudas o alguna inquietud puedes observar nuevamente cada situación.

- Al abrir la *Situación de Validación* aparecerá un pantallazo como se muestra en la figura. Debes dar clic en cada ejemplo y dar solución a cada uno de los problemas planteados de acuerdo con lo aprendido en la situación de formulación.

Of GeoGebra Clases

Evalúa tus Aprendizajes

Ejemplo 1  Ejemplo 2  Ejemplo 3

Problema 1

**Determinar el volumen del cilindro si su radio mide 8 cm y su altura 25 cm**

200  $\pi$

800  $\pi$   $\text{cm}^3$

1600  $\pi$   $\text{cm}^3$

**Te falta un 3**

Calcula el área total del cilindro que tiene un radio de 10 cm y de altura 16 cm.

$A_T = 2\pi r(h + r) = 2\pi(10\text{cm})(16\text{cm} + 10\text{cm}) = 520\pi\text{cm}^2$

Resolver: Wünschchen



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

Acreditación de  
Alta Calidad  
CONSEJO NACIONAL DE ACREDITACIÓN  
Res. 013400 - 09 de 2019 - vlg. 4.ª ed.

VERGARA ENTRENAMIENTO

**Anexo C. Consentimiento Informado**



*Institución Educativa Viboral*  
 Modalidad Agropecuaria  
 Aprobado por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011  
 Fusiónada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

**AUTORIZACIÓN DE USO DE IMAGEN SOBRE FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS) PARA USO PÚBLICO**

Teniendo en cuenta la inclusión de las tecnologías en los medios didácticos al alcance de la comunidad escolar y la posibilidad de que en éstos puedan aparecer imágenes de nuestros(as) hijos(as) durante las actividades escolares y/o extracurriculares en informes, carteleras, página web institucional entre otros, y dado que el derecho a la propia imagen está reconocido según Sentencia T-634/13 de la Corte Constitucional Colombiana. Por lo tanto, la Universidad Católica de Manizales debe poseer el consentimiento de los padres para:

- Captar imágenes personales (total o parcialmente), tomar fotografías, realizar videos, audios o a través de cualquier otro medio conocido o por conocerse y similares del niño, niña, adolescente; a través de cualquier medio físico, electrónico o de otra naturaleza
- Grabar su voz, cualquier interpretación artística, su nombre e información recolectada en entrevistas sobre y/o de él o ella.
- Divulgar y publicar Imágenes a través de cualquier medio físico, electrónico, virtual o de cualquier otra naturaleza, pública o privada.
- Hacer uso de Imágenes, videos o fotos de los estudiantes

Aguadas, 16 de octubre de 2020

Docente  
**VERÓNICA HENAO LÓPEZ**  
 Estudiante de Licenciatura en Matemática y Física

Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad, establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia, estoy desarrollando un proyecto de aula para optar al título de Licenciada de Matemática y Física de la Universidad Católica de Manizales por la cual solicito la autorización escrita de \_\_\_\_\_ como madre con cedula de ciudadanía \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ como padre, con cedula de ciudadanía \_\_\_\_\_ en calidad de acudiente(s) del (de la) estudiante \_\_\_\_\_ del grado \_\_\_\_\_ de la Institución Educativa Viboral, para otorgar el permiso y consentimiento de aparecer ante una cámara, una videograbación, con fines pedagógicos, demostrativos, informativos y como documentos de evidencia, entre otros; con el propósito de evidenciar el desarrollo de la Experiencias Significativas con uso pedagógico desde el área de saber matemático, documentación de propuestas, como objeto de evaluación, publicidad en páginas Web de la Institución Educativa, sin lucro y en ningún momento será utilizado para objetivos distintos.

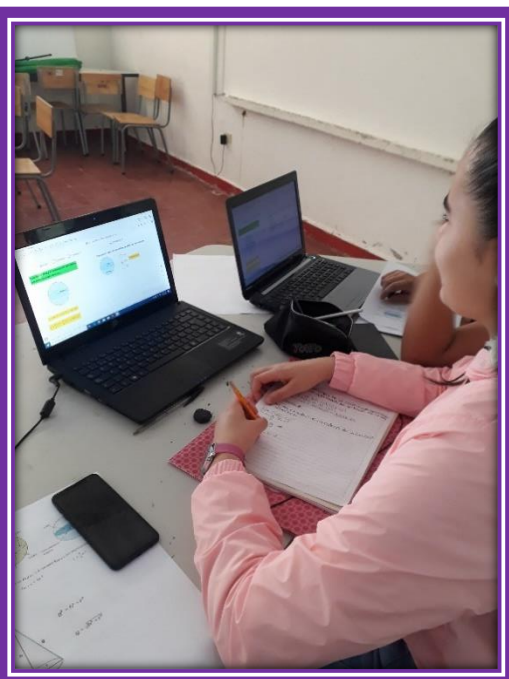
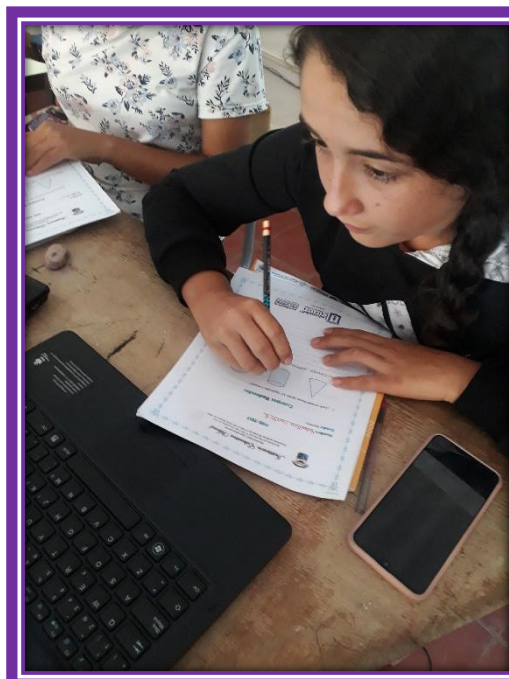
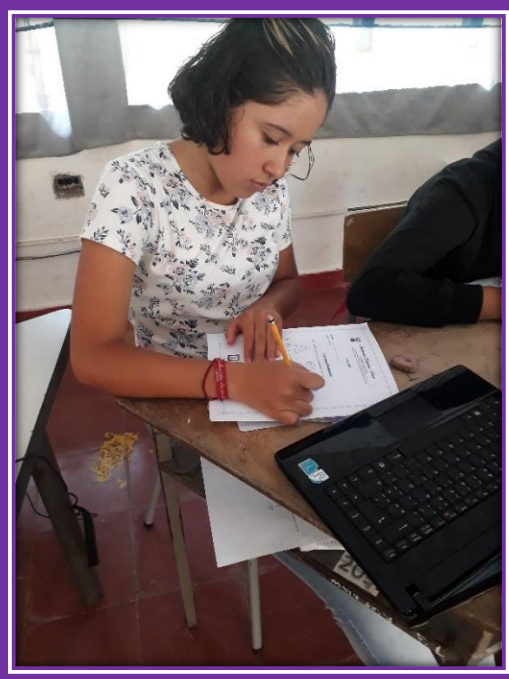
Firma Madre de Familia \_\_\_\_\_ C.C \_\_\_\_\_  
 Firma Padre de Familia \_\_\_\_\_ C.C \_\_\_\_\_  
 Vereda (o dirección) \_\_\_\_\_  
 Teléfono \_\_\_\_\_

Firma del Estudiante \_\_\_\_\_  
 Identificación N° \_\_\_\_\_

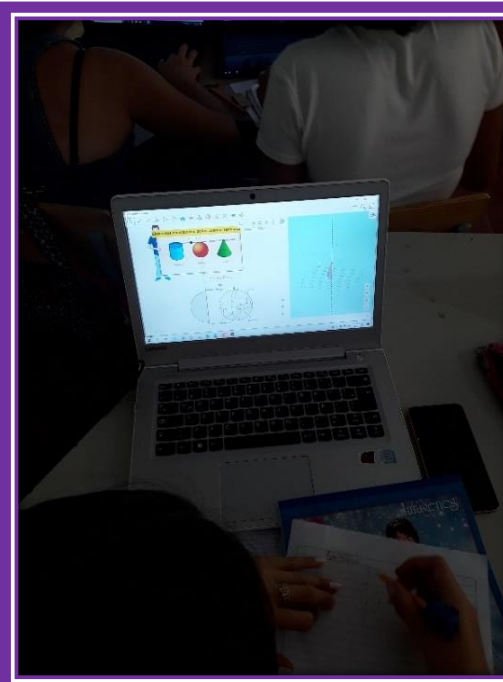
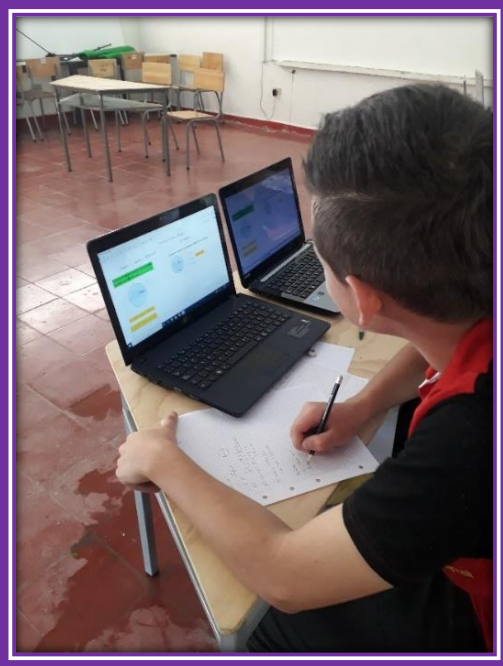
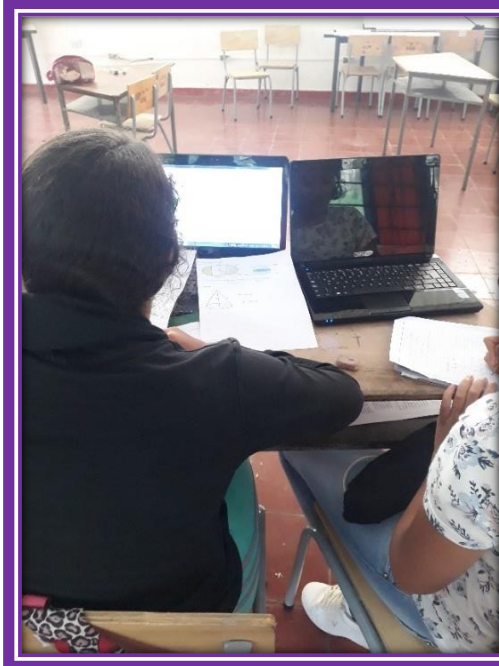




Anexo D. Fotografías









Anexo E. Desarrollo Pretest



*Institución Educativa Viboral*

Modalidad Agropecuaria

Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011  
Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003

**PRE-TEST**

**Nombre:** Lorena Rios López

**Grado:** Noveno (Octavo)

**Cuerpos Redondos**

1. ¿Qué características tienen los siguientes cuerpos?



que tienen base circular que todos  
tienen el cuerpo redondo



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

VIGILADA MINEDUCACIÓN

Acreditación de  
Alta Calidad

en el programa de la agropecuaria  
Res. 013600 - 09 dic. 2019 - vig. 4 años





*Institución Educativa Viboral*

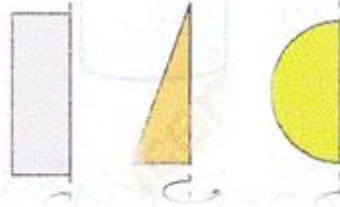
Modalidad Agropecuaria  
 Aprobada por Resolución N° 4917 del 10 octubre de 2011  
 Fusionada mediante Resolución N° 00335 del 28 de febrero de 2003



Escribe verdadero (V) o falso (F), según el caso.

- a. Un cono tiene base triangular. (F)
- b. Un cono tiene dos vértices. (F)
- c. Un cilindro recto es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados. (V)
- d. El desarrollo de la cara lateral del cilindro es un rectángulo. (F)
- e. La generatriz del cono es mayor que su altura. (F)

Dibuja los cuerpos geométricos que se obtienen al girar las siguientes figuras.





4.  $10 \quad R/ = 100 \text{ cm.}$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ 10 \\ \hline 100 \text{ cm} \end{array}$$

5. Area = 10 cm  
Volumen = 24 cm

6.

a. Area de 15 dm y Volumen 15 dm

b. Area de 8 cm y Volumen 8 cm

c. Area 6 dm y Volumen 6 dm

d. Area 32 m.

7.  $15 \quad R/ = 30 \text{ cm}$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 2 \\ \hline 30 \end{array}$$

8. El radio de la esfera es de 20.

9. La altura del cono es de 6 cm.

10. Se debería comprar 8 cm de tela

### Bibliografía

Ampuero, P. M. (2017). Obtenido de

<http://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/UNE/1272/TM%20CE-Em%203056%20F1.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Angulo López, E. (Julio de 2011). *eumend.net* . Obtenido de Enciclopedia virtual:

[https://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/eal/metodologia\\_cuantitativa.html](https://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/eal/metodologia_cuantitativa.html)

Angulo, L. E. (s.f.). *Metodología cuantitativa*. Obtenido de [https://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/eal/metodologia\\_cuantitativa.html](https://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/eal/metodologia_cuantitativa.html)

Ausubel, D. (1983). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Obtenido de

[https://www.arnaldomartinez.net/docencia\\_universitaria/ausubel02.pdf](https://www.arnaldomartinez.net/docencia_universitaria/ausubel02.pdf)

Aviram, R. (2002). *¿Conseguiré la educación domesticar a las TIC?* Obtenido de

[https://www.um.es/innova/OCW/diseño\\_y\\_evaluación\\_materiales\\_didácticos/mpaz/utilidades/pdf/pon1.pdf](https://www.um.es/innova/OCW/diseño_y_evaluación_materiales_didácticos/mpaz/utilidades/pdf/pon1.pdf)

Bausela, H. E. (s.f.). *LA DOCENCIA A TRAVÉS DE LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN* . Obtenido de <https://rieoei.org/historico/deloslectores/682Bausela.PDF>

Blasco, M. y. (2007). *METODOLOGÍAS DE INVESTIGACIÓN EN LAS CIENCIAS DE LA ACTIVIDAD FÍSICA Y EL DEPORTE: AMPLIANDO HORIZONTES* . Obtenido de

<https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/12270/1/blasco.pdf>

Blázquez, E. F. (2001). *Sociedad de la información y educación*,. Obtenido de

<http://www.ub.edu/prometheus21/articulos/obsciberprome/blanquez.pdf>

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*.

Carmona, G. B. (2017). *SECUENCIAS DIDÁCTICAS COMO ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE COLECTIVO PARA FORTALECER EL PENSAMIENTO ESPACIAL EN LOS NIÑOS DE*

*GRADO TERCERO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA EVARISTO GARCÍA.* Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/10596/1/Carmona2017Secuencias.pdf>

Christian Fuentes, Y. G. (2010). *UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA POTENCIAR LA ELABORACIÓN DE ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE INVOLUCREN LA IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES DE ALGUNOS POLIEDROS EN ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO.* Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/3842/1/FuentesUnasecuenciaGeometria2011.pdf>

Cuba, I. A. (2008). *La enseñanza a distancia y el modelo educativo virtual.* Obtenido de [https://www.researchgate.net/publication/267403864\\_LA\\_ENSEÑANZA\\_A\\_DISTANCI](https://www.researchgate.net/publication/267403864_LA_ENSEÑANZA_A_DISTANCI)  
*A\_Y\_EL\_MODELO\_EDUCATIVO\_VIRTUAL*

Diaz-Nunja, Rodríguez-Sosa & Lingán. (2018). Obtenido de [file:///D:/Downloads/Ensenanza\\_de\\_la\\_geometria\\_con\\_el\\_software\\_GeoGebra.pdf](file:///D:/Downloads/Ensenanza_de_la_geometria_con_el_software_GeoGebra.pdf)

Echeberry, C. G. (2017). *Influencia de las TIC en el aprendizaje del área de geometría en los estudiantes de la institución educativa “Francisco José de Caldas”, ciudad de Manizales – 2015.* Obtenido de <http://repositorio.uwiener.edu.pe/bitstream/handle/123456789/1631/MAESTRO%20-%20Echeverry%20C%C3%A1rdenas%20Giovanny%20Octavio.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Gardner, H. (2012). *Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica.* Obtenido de [http://ict.edu.ar/renovacion/wp-content/uploads/2012/02/Gardner\\_inteligencias.pdf](http://ict.edu.ar/renovacion/wp-content/uploads/2012/02/Gardner_inteligencias.pdf)

GeoGebra. (2017). *Gepgebra.* Obtenido de <https://www.GeoGebra.org/about?lang=es>

Gómez, I. (2010). *Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas con tecnología*. Obtenido de

<http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/viewFile/199615/353389>

Gonzales, M. (s.f). *Iniciación al GeoGebra*. Obtenido de

<https://sites.google.com/site/GeoGebra1112/caracteristicas-de-GeoGebra>

Graells, D. P. (2011). *Impacto de las TIC en la educación: Funciones y Limitaciones*. Obtenido

de <https://www.3ciencias.com/wp-content/uploads/2013/01/impacto-de-las-tic.pdf>

Graells, M. P. (2012). *Impacto de las TIC en la educación: Funciones y Limitaciones* . Obtenido

de <file:///D:/Downloads/Dialnet-ImpactoDeLasTicEnLaEducacion-4817326.pdf>

Graells, M. P. (2015). *LA MEJORA DEL APRENDIZAJE A TRAVÉS DE LAS NUEVAS*

*TECNOLOGÍAS Y DE LA IMPLANTACIÓN DEL CURRÍCULO BIMODAL*. Obtenido de

[https://www.researchgate.net/publication/301665735\\_LA\\_MEJORA\\_DEL\\_APRENDIZAJE\\_A\\_TRAVES\\_DE\\_LAS\\_NUEVAS\\_TECNOLOGIAS\\_Y\\_DE\\_LA\\_IMPLANTACION\\_DEL\\_CURRICULO\\_BIMODAL](https://www.researchgate.net/publication/301665735_LA_MEJORA_DEL_APRENDIZAJE_A_TRAVES_DE_LAS_NUEVAS_TECNOLOGIAS_Y_DE_LA_IMPLANTACION_DEL_CURRICULO_BIMODAL)

[https://www.researchgate.net/publication/301665735\\_LA\\_MEJORA\\_DEL\\_APRENDIZAJE\\_A\\_TRAVES\\_DE\\_LAS\\_NUEVAS\\_TECNOLOGIAS\\_Y\\_DE\\_LA\\_IMPLANTACION\\_DEL\\_CURRICULO\\_BIMODAL](https://www.researchgate.net/publication/301665735_LA_MEJORA_DEL_APRENDIZAJE_A_TRAVES_DE_LAS_NUEVAS_TECNOLOGIAS_Y_DE_LA_IMPLANTACION_DEL_CURRICULO_BIMODAL)

[https://www.researchgate.net/publication/301665735\\_LA\\_MEJORA\\_DEL\\_APRENDIZAJE\\_A\\_TRAVES\\_DE\\_LAS\\_NUEVAS\\_TECNOLOGIAS\\_Y\\_DE\\_LA\\_IMPLANTACION\\_DEL\\_CURRICULO\\_BIMODAL](https://www.researchgate.net/publication/301665735_LA_MEJORA_DEL_APRENDIZAJE_A_TRAVES_DE_LAS_NUEVAS_TECNOLOGIAS_Y_DE_LA_IMPLANTACION_DEL_CURRICULO_BIMODAL)

Grimaldo, M. (2018). Obtenido de

[https://www.researchgate.net/publication/266260101\\_INVESTIGACION\\_CUALITATIVA/link/5aaad1f545851517881b463b/download](https://www.researchgate.net/publication/266260101_INVESTIGACION_CUALITATIVA/link/5aaad1f545851517881b463b/download)

[https://www.researchgate.net/publication/266260101\\_INVESTIGACION\\_CUALITATIVA/link/5aaad1f545851517881b463b/download](https://www.researchgate.net/publication/266260101_INVESTIGACION_CUALITATIVA/link/5aaad1f545851517881b463b/download)

Juan D. Godino, F. R. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Obtenido de

[https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4\\_Geometria.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf)

Latorre, A. (2005). Obtenido de <https://www.uv.mx/rmipe/files/2019/07/La-investigacion-accion-conocer-y-cambiar-la-practica-educativa.pdf>

<https://www.uv.mx/rmipe/files/2019/07/La-investigacion-accion-conocer-y-cambiar-la-practica-educativa.pdf>



- Marmolejo A. Vega, R. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y Complejidad de su aprendizaje. Obtenido de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v24n3/v24n3a2.pdf>
- Martínez Carazo, P. C. (20 de Julio de 2006). *Pensamiento & Gestión*. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/646/64602005.pdf>
- MEN. (08 de Febrero de 1994). *Ley 115* . Obtenido de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)
- MEN. (1996). Obtenido de Serie lineamientos curriculares: [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- MEN. (1998). *Serie lineamientos curriculares*. Obtenido de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Obtenido de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- MEN. (2015). *Colombia Aprende*. Obtenido de [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)
- MEN. (2015). *DBA*. Obtenido de <https://santillanaplus.com.co/pdf/que-son-los-derechos-basicos-de-aprendizaje.pdf>
- MEN. (2016). *Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje*. Obtenido de <https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/fundamentacionmatematicas.pdf>
- MEN. (2017). *Vamos a aprender matematicas 9°*. SM, S.A.

Mifsud, E. (2010). *Observatorio tecnológico*. Obtenido de

<http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/gl/equipamiento-tecnologico/didactica-de-la-tecnologia/806-monografico-matematicas-y-las-tic?start=2>

Montoya, L. A. (2019). *LA REALIDAD AUMENTADA COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LOS SÓLIDOS PLATÓNICOS, UNA VISIÓN DESDE LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS*.

Núñez Peña, I. (s.f). Obtenido de <https://core.ac.uk/download/pdf/16204365.pdf>

Obando Zapata, G. d. (2014). *Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2), y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas*. Obtenido de

<https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/fundamentacionmatematicas.pdf>

Ofelia, A. R. (2019). Obtenido de

[https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2729/1/TGT\\_1369.pdf](https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2729/1/TGT_1369.pdf)

Páez, A. F. (2013). *Influencia del uso de cabri geometri II en el proceso de enseñanza-aprendizaje de conceptos básicos de Geometría*. Obtenido de

<http://www.bdigital.unal.edu.co/10579/>

PEÑA, L. M. (2017). Obtenido de <http://bdigital.unal.edu.co/56264/13/36067995.2017.pdf>

Potes, D. J. (2017). Obtenido de

[http://repository.icesi.edu.co/biblioteca\\_digital/bitstream/10906/83465/1/T00892.pdf](http://repository.icesi.edu.co/biblioteca_digital/bitstream/10906/83465/1/T00892.pdf)

Prieto Diaz, V. I. (2011). *Impacto de las tecnologías de la informacion y las comunicaciones en la educación y nuevos paradigmas del enfoque educativo*. Obtenido de

[http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0864-21412011000100009](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412011000100009)

- PrietoDíaz, V. Q. (2011). *Impacto de las tecnologías de la información y las comunicaciones en la educación y nuevos paradigmas del enfoque educativo*. Obtenido de [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0864-21412011000100009](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412011000100009)
- Rojas, O. Á. (2019). *Aprendizaje Significativo en Geometría Para el Grado Octavo*. Obtenido de [https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2729/1/TGT\\_1369.pdf](https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2729/1/TGT_1369.pdf)
- Sadovsky, P. (2005). *La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática*. Obtenido de [https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria\\_situaciones.pdf](https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf)
- Sánchez, J. H. (2002). *Integración curricular de las TIC: Conceptos e Ideas* . Obtenido de [http://www.c5.cl/mici/pag/papers/inegr\\_curr.pdf](http://www.c5.cl/mici/pag/papers/inegr_curr.pdf)
- Sierra, A. M. (2016). Obtenido de <http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/5561/1/SierraAguill%C3%B3nMabelYesenia2017.pdf>
- Suarez, L. A. (2019).
- Suarez, L. A. (2019). *LA REALIDAD AUMENTADA COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LOS SÓLIDOS PLATÓNICOS, UNA VISIÓN DESDE LA TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS*. Manizales.
- Uribe, L. C. (2011). Obtenido de El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría: <http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n60/n60a3.pdf>
- Zapata, G. d. (s.f.). *Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2)*. Obtenido de <https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/fundamentacionmatematicas.pdf>

