Fortalecimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: “Superficies y Volúmenes” a través de uso de las Tic y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura

Fredy Arrechea Grueso

Trabajo presentado para obtener el título de Licenciado en Matemáticas y Física

Asesor

Paulo Andrés Parra

Magister en Didáctica de las Matemáticas

Universidad Católica de Manizales

Facultad de Educación

Unidad Académica de Formación en Ciencias y Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas y Física

Manizales, Caldas, mayo, 2022

Resumen

Con esta propuesta investigativa se fortalecieron los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: “Superficies y Volúmenes” a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura. La investigación es desarrollada bajo una metodología de enfoque cuantitativo de tipo cuasi experimental con un diseño pre-test/pos-test. Para ello se trabajó con dos cursos de grado noveno del Instituto Juan XXIII. Se tomó como grupo control el grado 9°A con 17 estudiantes y como grupo experimental el grado 9°B con 18 estudiantes. Los resultados obtenidos en la investigación muestran que el uso del material concreto y de las TIC, particularmente el software Geogebra fortalecen los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico, donde se logró evidenciar las competencias adquiridas por los educandos que hicieron parte del grupo experimental en dicho componente.

Se diseñó un pre-test, el cual fue validado por expertos, para posteriormente ser aplicado tanto al grupo experimental como al grupo control, con base en los resultados de esta prueba se diseñaron dos guías didácticas o de aprendizaje sobre el cálculo de área y volumen de cuerpos geométricos. Una guía con enseñanza tradicional, la cual se aplica al grupo control y otra guía mediada por material concreto y las TIC, especialmente con el software Geogebra, la cual se aplica al grupo experimental. Finalmente se aplica a los dos grupos el pos-test (el mismo pre-test) para medir y comparar el aprendizaje alcanzado por los educandos del grado 9° del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.

Abstract

With this research proposal, the teaching-learning processes of the geometric component were strengthened: "Surfaces and Volumes" through the use of ICTs and concrete material with ninth-grade students from the Juan XXIII Institute of Buenaventura. The research is developed under a quasi-experimental quantitative approach methodology with a pre-test/post-test design. For this, we worked with two ninth grade courses from the Juan XXIII Institute. Grade 9A with 17 students was taken as a control group and grade 9B with 18 students as an experimental group. The results obtained in the research show that the use of concrete material and ICT, particularly the Geogebra software, strengthen the teaching-learning processes of the geometric component, where it was possible to demonstrate the skills acquired by the students who were part of the experimental group in said component.

A pre-test was designed, which was validated by experts, to later be applied to both the experimental group and the control group. Based on the results of this test, two didactic or learning guides were designed on the calculation of area and volume. of geometric bodies. A guide with traditional teaching, which is applied to the control group and another guide mediated by concrete material and ICT, especially with the Geogebra software, which is applied to the experimental group. Finally, the post-test (the same pre-test) is applied to both groups to measure and compare the learning achieved by the 9th grade students of the Juan XXIII Institute of Buenaventura.

Tabla de contenido

1. Problema

1.1 Planteamiento del problema

El pensamiento geométrico ha sido considerado como uno de los pilares en la formación académica y cultural de los educandos, dada su aplicación en diversos contextos; su capacidad formadora del razonamiento lógico y su contribución en el desarrollo de habilidades para visualizar, pensar críticamente, intuir, resolver problemas, conjeturar, razonar deductivamente y argumentar de manera lógica en procesos de prueba o demostración. (RONNY GAMBOA ARAYA, 2010).

Por consiguiente, en la escuela la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento geométrico debe de ser de suma importancia, de tal manera que se pueda desarrollar en los estudiantes las competencias y habilidades básicas y fundamentales en esta parte de las matemáticas, la cual tiene gran aplicabilidad en situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo, permite orientarse bien en el espacio, haciendo estimaciones sobre formas y distancias.

Uno de los factores preponderantes que se evalúan en las Pruebas Saber es el componente geométrico – métrico, el cual está relacionado con la construcción y manipulación de representantes de objetos bidimensionales y tridimensionales, además de sus características, relaciones y transformaciones. También se refiere a la comprensión del espacio y el plano a través de la observación de patrones y de regularidades, así como al razonamiento geométrico y a la solución de problemas de medición (longitud, área, volumen, capacidad, masa, tiempo entre otras) a partir de la selección de unidades, patrones e instrumentos pertinentes. (ICFES, Guía de Orientación Saber 9, 2017).

Así mismo, en la siguiente tabla podemos evidenciar que el componente geométrico tiene un peso porcentual del 35% sobre la prueba de matemáticas. Dicho porcentaje es representativo y tiene incidencia directa en los resultados de dicha prueba.

Tabla 1.
Distribución de preguntas por competencias y componentes

Componente	**Competencia**			
	Razonamiento y argumentación	Comunicación, modelación y representación	Planteamiento y resolución de problemas	Total
Numérico - Variacional	11%	13%	11%	35%
Geométrico - Métrico	15%	11%	9%	**35%**
Aleatorio	11%	10%	9%	30%
Total	37%	34%	29%	**100%**

Fuente: ICFES Guía de orientación Saber 9, 2017

Nota: En esta tabla se muestra el peso porcentual de los componentes de matemáticas evaluados en la Prueba Saber 9 .

En el departamento del Valle del Cauca está localizado el Distrito Especial de Buenaventura, en éste se encuentra el barrio Pueblo Nuevo, donde se tiene acceso al INSTITUTO JUAN XXIII, colegio Católico Mixto de carácter Privado, que cuenta con los niveles de Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria y Media Vocacional.

El INSTITUTO JUAN XXIII, fue fundado el 26 de junio de 1.962, por cuatro jóvenes educadores, entre ellos el Licenciado Luis Ovidio Quesada Córdoba, quien permanece hasta hoy al frente de la institución. Se constituye en el colegio de carácter privado de mayor tradición en Buenaventura.

Desde 1.962 brinda los servicios de Educación No Formal en Comercio y Aduana y Educación Formal en el Nivel de Básica Primaria.

En 1.987, inicia con el Nivel Preescolar y el Bachillerato Técnico Comercial, entregando su primera promoción de bachilleres, en 1.993.

En 1.988, fue declarado fuera de concurso, con su Maqueta sobre el Proyecto Turístico del Parque Recreacional Néstor Urbano Tenorio, siendo merecedor de exhibir su trabajo en el Centro Experimental Piloto de la ciudad de Cali, en cuya sede se dejó esta maqueta.

Se ha caracterizado por formación religiosa y moral que brinda a sus estudiantes, dándoles además la oportunidad de preparase para la recepción de los sacramentos de iniciación cristiana: Bautismo, Primera Comunión y Confirmación.

Figura 1

Figura 2

Según los resultados de las Pruebas Saber 9 que han presentado los estudiantes de la institución, se ha podido observar continuamente que presentan un rendimiento bajo en el área de matemáticas y más específicamente en el componente geométrico – métrico, lo cual es evidenciado tanto en pruebas internas como en pruebas externas.

Tabla 2.
Resultados Pruebas Saber 9° 2.018

Reporte Individual de Resultados – ICFES 2.018					
Datos de Identificación					
Establecimiento Principal			INSTITUTO JUAN XXIII		
Nombre de la Sede			INSTITUTO JUAN XXIII – SEDE PRINCIPAL		
Código Sede			376109001970		
Jornada			Mañana		
Municipio			BUENAVENTURA		
Departamento			VALLE		
Fecha Aplicación			26/08/2018		
Resultados Colegio	Lenguaje	Matemáticas	Resultados Municipio	Lenguaje	Matemáticas
Puntaje promedio	308	297	Puntaje promedio	279	269
Nivel de desempeño	**Mínimo**	**Mínimo**	Nivel de desempeño	**Mínimo**	**Mínimo**

Porcentaje en nivel insuficiente	18%	27%	Porcentaje en nivel insuficiente	22%	41%
Porcentaje en nivel mínimo	32%	55%	Porcentaje en nivel mínimo	52%	51%
Porcentaje en nivel satisfactorio	46%	18%	Porcentaje en nivel satisfactorio	25%	8%
Porcentaje en nivel avanzado	5%	0%	Porcentaje en nivel avanzado	1%	1%

Fuente: ICFES Resultados Pruebas Saber 9° 2.018 Instituto Juan XXIII
Nota: En esta tabla se muestran los Resultados Pruebas Saber 9° 2.018, tanto del Instituto Juan XXIII como del municipio de Buenaventura

En la tabla 2 se puede evidenciar los resultados obtenidos en la última prueba Saber Noveno presentada en el año 2018 por los estudiantes de la Institución Educativa Juan XXIII de Buenaventura, donde se logra evidenciar que el promedio en la prueba de Matemáticas está 28 puntos por encima del promedio del municipio, el 27% de los estudiantes tienen un nivel de desempeño insuficiente y el 55% un nivel de desempeño mínimo, lo que representa el 82% de los estudiantes evaluados. Esto permite inferir según los niveles de desempeño establecidos en la prueba, que entre otros aspectos los estudiantes no son competentes para:

- Establecer relaciones entre sólidos y sus representaciones planas.
- Usar criterios de semejanza y congruencia teniendo en cuenta algunas características de las formas bidimensionales y tridimensionales para hacer inferencias.

Otro aspecto que influye en gran medida en el rendimiento bajo de los estudiantes en el componente geométrico, radica en que por un lado en los grados comprendidos en Básica Primaria y de sexto a octavo, los docentes no dedican la intensidad horaria suficiente al pensamiento geométrico, ya sea que lo trabajan muy poco en cada período académico o lo dejan como última unidad, empleando así casi toda la intensidad horaria en el pensamiento numérico y en el pensamiento variacional, dejando así vacíos significativos en los estudiantes con respecto a conceptos fundamentales del pensamiento geométrico.

En relación a lo anterior, Arango (2015) expresa que

> El 40% de los docentes encuestados afirman que la geometría es una asignatura independiente de la matemática pero también afirman que es poco el contenido temático que se puede abarcar en una hora semanal, en cambio los profesores que afirmaron que dedican un periodo académico (bimestre) al desarrollo de la geometría también expresan que ese periodo es el cuarto pero que es muy poco lo que se puede abordar por la cantidad de actividades extracurriculares programadas por la institución tales como: semana cultural, actividades de recuperación o nivelación, eventos académicos internos y externos, entre otros. (p.38)

Por otro lado, la falta de estrategias didácticas, innovadoras y tecnológicas desmotivan a los estudiantes y no se interesan por la comprensión y el aprendizaje de la geometría, ya sea por la falta de recursos tecnológicos y la falta de experiencia de los docentes en uso de las tecnologías de la información y la comunicación - TIC.

Así mismo, Luque (2012) afirma que

> Los estudiantes del siglo XXI tienen características muy diferentes a los de siglos pasados, cuenta con recursos tecnológicos innovadores que acaparan su atención y lo mantienen conectado con el mundo (computadores portátiles, blackberrys, tablets, ipods, teléfonos celulares), es por esto, que se conoce a la sociedad de hoy como la sociedad de la información, término que fue conceptualizado por el sociólogo japonés Yoneji Masuda, para referirse a la

> tendencia ideológica en donde la incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, han mejorado la comunicación, el intercambio de información, el crecimiento y apertura comercial de empresas y países. (p.3)

En coherencia a la situación que se ha descrito en los párrafos anteriores, es conveniente que se generen estrategias de enseñanza aprendizaje que mejoren la experiencia de los estudiantes en el aula con relación a los conceptos geométricos que se deben abordar en su formación académica. Por tal razón, en esta investigación se busca fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través del uso de las Tics y material concreto del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura

1.2 Pregunta de Investigación

¿Cómo Fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" en los estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura?

Hipótesis De Investigación:

A mayor implementación de estrategias Didácticas basadas en las Tics y en Material concreto en el proceso enseñanza-aprendizaje del componente geométrico "Superficies y Volúmenes" con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura, mayor será las competencias que muestren los educandos en este Componente

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.

1.3.2 Objetivos específicos

- Identificar las dificultades que presentan los estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.
- Diseñar una unidad didáctica, mediada por las TIC y material concreto, teniendo en cuenta las dificultades encontradas en los estudiantes de grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.
- Implementar la unidad didáctica mediada por las TIC y material concreto, con los estudiantes de grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.
- Evaluar el alcance de la unidad didáctica mediada por las TIC y material concreto.

1.4 Justificación

El estudio, análisis y comprensión del mundo en que vivimos ha sido constantemente una necesidad e interés del ser humano. Esto lo ha llevado a idearse e ingeniarse diferentes formas que lo ayuden a avanzar cada día en este propósito y de esta manera se ha ido construyendo la ciencia y todo el conocimiento. Precisamente la matemática ha sido construida a partir de la interacción que ha tenido el hombre con todo lo que lo rodea, y más aún la geometría, que es la parte de la matemática que se encarga de estudiar las propiedades y las medidas de una figura en un plano o en un espacio para representar diferentes aspectos de la realidad.

Por consiguiente, el emplear estrategias innovadoras, adecuadas y pertinentes en la enseñanza - aprendizaje de la geometría en la escuela es de suma importancia ya que todo nuestro entorno está lleno de formas geométricas; en la vida cotidiana es indispensable el conocimiento geométrico básico para orientarse adecuadamente en el espacio, haciendo estimaciones sobre formas y distancias, para distribuir objetos en el espacio. Por este motivo el uso de estrategias computacionales y de material concreto en la enseñanza – aprendizaje de la geometría posibilitan una mejor comprensión de los términos, conceptos, procesos y representaciones, para desarrollar en los estudiantes habilidades y competencias que los lleven a la construcción de un conocimiento significativo.

Por un lado, las nuevas tecnologías de la información y comunicación se están convirtiendo en un elemento clave en los sistemas educativos actuales. Cada día resulta más difícil encontrar acciones formativas que no estén apoyadas en diferentes medios tecnológicos. De ahí que resulta de gran utilidad enlazar los avances tecnológicos con la educación para una trasformación constante y continua de este proceso. Por otro lado, utilizar material concreto, en la enseñanza de las matemáticas y de manera específica en el componente geométrico permite que el estudiante experimente con objetos de su entorno desde la manipulación y el uso en general de sus sentidos para producir un desarrollo conceptual a partir de las experiencias vivenciadas durante las actividades exploratorias ayudándoles en gran medida a la modelación y comprensión de muchos conceptos.

Este trabajo de investigación inicialmente contribuye al mejoramiento de la práctica docente en la Institución Educativa Juan XXIII de Buenaventura, porque sirve de ejemplo y de motivación para toda la comunidad Educativa en cuanto a la aplicación de estrategias innovadoras en los procesos de aula, ya que de esta manera los docentes van a tener más herramientas que les permita abordar el componente geométrico para que los estudiantes se sientan motivados e involucrados en el proceso. Así mismo, es un aporte para el mejoramiento y fortalecimiento de la enseñanza – aprendizaje del componente geométrico para mejorar el desempeño de los estudiantes en las pruebas nacionales en este componente.

2. Marco referencial

2.1 Antecedentes investigativos

En esta propuesta investigativa se consideran 6 trabajos que se han desarrollado en años anteriores y que se relacionan de alguna manera con el eje temático, las estrategias metodológicas o el objetivo de la investigación. De los 6 trabajos 2 son internacionales y 4 son nacionales. A continuación, se hace la descripción de cada uno de ellos, indicando autor, título, objetivo, metodología de investigación, conclusión y sugerencias.

Antecedentes Internacionales

Un primer trabajo de Ncerrate Giler Katty Lourd, (2015), denominado "El Geoplano como material concreto en la enseñanza de la geometría básica para obtener áreas y perímetros de polígonos regulares". En esta investigación se busca usar el geoplano como material concreto en la obtención de áreas y perímetros en figuras planas, y está sustentada en el valioso aporte que hace el uso del geoplano para el trabajo dinámico y significativo del estudiante. Además, que los estudiantes aprendan a manipular este material, para que logren realizar ejercicios geométricos como encontrar el área y perímetro en figuras planas y así puedan llegar a desarrollar sus propias conclusiones.

El proyecto se enfoca en la teoría del aprendizaje significativo, ya que utiliza el método demostrativo, inductivo y deductivo, ayudando a fortalecer los conocimientos adquiridos a partir de la experiencia. Así mismo, se concluye que la utilización del geoplano como recurso didáctico, material concreto, cumple con las expectativas para la resolución de problemas geométricos, además es de gran ayuda para el docente por que logra mejorar su labor académica y pedagógica y en los estudiantes los ayuda a ser creadores de sus propios conceptos.

Un segundo trabajo elaborado por Vallejo Ochoa, V. V. (2014), titulado “Implementación y aplicación de software educativo y material concreto en el aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas en geometría analítica plana de los estudiantes del tercer año de bachillerato del colegio Manuel J. Calle.” En este trabajo de investigación se abordó la enseñanza – aprendizaje de las ecuaciones cónicas de la Geometría Analítica Plana implementando y aplicando material concreto y el software educativo Geogebra. La metodología utilizada se apoyó en una investigación explorativa y descriptiva, con ayuda de la técnica de la observación. La implementación de los dos elementos mencionados, y con el uso de una guía de un manual de instrucciones, se consiguió mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje, dentro del área de Matemáticas de la institución. Además, la aplicación del material didáctico y el software educativo Geogebra, permitió motivar a los estudiantes, pues se evidenció la gran alegría con la que trabajan en la consecución de los objetivos planteados.

Antecedentes Nacionales

Un tercer trabajo corresponde a Gonzalez Ortiz, G. A (2.019), cuyo título es “Aplicación del software Geogebra para fortalecer los procesos del pensamiento geométrico-métrico, en estudiantes del grado noveno del colegio Bilingüe Reino Unido, de la ciudad de Bogotá, Colombia.” El propósito de la investigación fue el de implementar el software Geogebra, como herramienta didáctica para fortalecer el aprendizaje de la geometría, en especial el pensamiento geométrico-métrico. Dicha propuesta fue aplicada con estudiantes de grado noveno del Colegio Bilingüe Reino Unido, de la ciudad de Bogotá, Colombia. Se basó en la metodología mixta con un enfoque descriptivo, lo que permitió evidenciar como el software Geogebra es una herramienta tecnológica que ayuda al estudiante a desarrollar de una mejor forma su pensamiento geométrico-métrico. Así mismo, entre otras cosas concluyen que las TIC hoy en día juegan un papel muy relevante en el ámbito educativo, entonces es necesario que todos los actores aprovechen estos escenarios de una forma activa y propositiva. Es por esto que los procesos educativos no deben desviarse de las herramientas tecnológicas, sino que por el contrario debe integrarlas y provecharlas, promoviendo la virtualización, la productividad y la creatividad.

Un cuarto trabajo fue realizado por Hernández, E. F. (2016), el cual fue denominado "Estrategia para la enseñanza de los conceptos de área y de volumen, utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las Tecnologías digitales". El objetivo de la investigación consistió en implementar una estrategia apoyada en una unidad didáctica, vinculada con la enseñanza del concepto de área y de volumen en el grado noveno, mediadas con el uso de material concreto como fue el origami y con las tecnologías digitales: geogebra y sweet home 3D. La metodología de investigación fue de carácter cualitativo y se desarrolló desde un estudio de casos y se tomó una muestra de estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Rural Carlos González del Municipio de Belmira, Departamento de Antioquia, Colombia. Este trabajo de investigación permitió analizar los conceptos de área y de volumen mediante el desarrollo de una unidad didáctica, en mediación con las tecnologías digitales y el uso de material concreto, que permitió al estudiante ser parte activa de su proceso de aprendizaje apropiándose de la información, enriqueciendo así, sus conocimientos.

En un quinto trabajo de Murillo et al., (2017), el cual fue titulado "Implementación del software Geogebra en la enseñanza de la simetría axial en el grado noveno cinco (9º-5) de la institución educativa Teófilo Roberto potes del Distrito de Buenaventura". El objetivo de este trabajo investigativo fue fortalecer el aprendizaje de las nociones de Simetría Axial mediante el uso del software de geometría dinámica Geogebra en los estudiantes de noveno grado de educación secundaria. Para el desarrollo de la investigación se utilizó una metodología de tipo cualitativo y se aplicó con los estudiantes de noveno cinco (9º-5) de la institución educativa Teófilo Roberto potes del Distrito de Buenaventura. En este sentido se buscó describir, reconocer, interpretar y fundamentar teórica y metodológicamente el diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza de la simetría axial. En este trabajo se concluye que el uso del modelo de Van Hiele mediado por el Software Geogebra posibilita una buena comprensión de la Simetría Axial y en general de los conceptos geométricos ya que este programa permite trabajar de manera dinámica los objetos matemáticos, dándole una mayor versatilidad a una asignatura que en el paradigma predominante en los estudiantes de la básica es muy compleja y abstracta.

Un sexto trabajo de Alzamora (2019), denominado "Caracterización de los niveles de van hiele en los estudiantes del grado séptimo uno (7-1) de la Institución Educativa Técnica Industrial Gerardo Valencia Cano del distrito de Buenaventura. caso: implementación de un ambiente de geometría dinámica en el reconocimiento de las propiedades de los cuadriláteros". Esta investigación busca emplear un ambiente de aprendizaje haciendo uso de los elementos de la geometría dinámica a través de la caracterización de los niveles de Van Hiele, para motivar y ayudar a que se empleen estas estrategias para vincular a los estudiantes a los conceptos geométricos y que los vean como parte de la vida cotidiana y de su entorno.

La utilización del software de GeoGebra y las actividades diseñadas con el modelo de Van Hiele permiten un mayor nivel de aprehensión de los estudiantes del objeto matemático de los cuadriláteros.

Es necesario reforzar de forma dinámica y didáctica el problema del tratamiento de las propiedades de los cuadriláteros de manera que se fortalezca la capacidad de análisis e interpretación de los estudiantes.

La utilización de la herramienta didáctica geométrica GeoGebra, es un elemento importante para vincular al estudiante con metodologías apropiadas y motivadoras de su desarrollo académico.

2.2 Marco teórico

La enseñanza de las matemáticas ha sido el interés de muchos pensadores, pedagogos y estudiosos en general, dado lo trascendental que es esta área del conocimiento para que el ser humano reconozca y comprenda el mundo en que vive. Así pues, que en el afán de fortalecer los procesos didácticos y pedagógicos para diseñar escenarios de aprendizaje donde los estudiantes no vean la matemática como algo abstracto, sino que la vivan a través de experiencias de su día a día, de su entorno, del planeta y en general del universo, han surgido diferentes aportes, pensamientos y teorías que aportan herramientas, metodologías y estrategias que facilitan el proceso enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. En este campo de las matemáticas, las competencias y componentes que tienen que ver con la geometría son los que menos se desarrollan y se potencializan en los estudiantes, ya que los docentes no diseñan escenarios de aprendizaje donde se vivencie situaciones cotidianas que permita a los estudiantes la construcción del conocimiento.

Ahora bien, siendo coherente con la realidad anteriormente descrita y con lo que se pretende lograr con el desarrollo de este proyecto de investigación, nos apoyaremos en los aportes y sugerencias que Guy Brousseau hace en la Teoría de las Situaciones Didácticas.

Teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau

Guy Brousseau es investigador, matemático y profesor francés. Especialista en Didáctica de la Matemática.

La Teoría de las Situaciones Didácticas entre otros elementos manifiesta:

- El conocimiento matemático se construye esencialmente a partir de reconocer y abordar problemas.

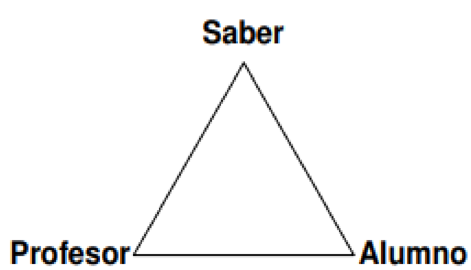
- No se puede acceder al saber matemático sino se dispone de los medios para insertar las relaciones producidas en la relación del problema.

En este orden de ideas el favorecer el aprendizaje de las matemáticas está totalmente ligada a la situación (la manera como se interrelaciona, docente, estudiante y conocimiento) específica que se genere en el espacio académico. Él habla de la Situación Didáctica y de la Situación A-didáctica.

Por situación didáctica se entiende una situación construida intencionalmente por el profesor con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado o en vías de constitución. La situación didáctica se planifica en base a actividades problematizadoras, cuya necesidad de ser resueltas o abordadas, implique la emergencia del conocimiento matemático que da sentido a la clase, la que ocurre en el aula, en un escenario llamado triángulo didáctico, cuyos lados indican conjuntos de interacciones entre los tres protagonistas (indicados por los vértices). (Vidal, 2009, p.2).

Figura 3

Triángulo didáctico



Fuente: Vidal (2.009)

Nota: en la figura se muestra la forma como se interrelaciona el saber, el alumno y el profesor.

Estas formas de dirigir las actividades en el aula consisten en que el docente debe diseñar con precisión todas las rutas a seguir del estudiante en el proceso enseñanza aprendizaje. De esta manera el estudiante debe resolver las situaciones problemas siguiendo únicamente las indicaciones del docente, es decir, el estudiante repite paso a paso lo que hace el docente, sin tener la oportunidad de él mismo buscar alternativas de solución, por tanto, no hay una interacción directa del estudiante con la situación problema que le permita buscar sus propias alternativas, sino que debe aplicar las que el docente le ha proporcionado. Todo esto entonces conlleva a que el saber no sea adquirido de manera significativa, dado que es transmitido de forma mecánica, haciendo repeticiones sistemáticas y de cálculos que previamente se han indicado.

Por situación a-didáctica se define las interacciones entre el estudiante y el medio (problemas). Aquí no existe la intervención directa del docente para la solución de la situación, así el estudiante aprenderá a hacer frente a la realidad a la que se enfrenta. De esta manera el estudiante en la búsqueda de la solución al problema diseñará diversos procesos, caminos, mecanismos y formas que lo llevarán a vivenciar de forma concreta la situación problema. Esto le ayudará a desarrollar y potencializar sus habilidades y competencias, a partir de las diferentes modelaciones y construcciones que en la propia experiencia ha vivenciado, haciendo que se vea el concepto matemático y geométrico de forma real y no de forma abstracta.

En esta situación a-didáctica se llevan a cabo los siguientes momentos. Esto permite que lo que el estudiante aprenda sea significativo.

Fase de acción: el estudiante trabaja individualmente con un problema, aplica sus conocimientos previos y determinado saber, interactuando con el nuevo saber.

Fase de formulación: el estudiante trabaja en grupo, se requiere la comunicación entre los compañeros y comparten experiencias en la construcción del conocimiento.

Validación: se valida lo que se ha trabajado. En esta parte puede participar el docente haciendo parte de la discusión de lo realizado para cerciorarse si realmente lo desarrollado es correcto.

Marco legal

Constitución política de Colombia

En el artículo 67 de la constitución se establece la educación como un derecho de todos los colombianos y es de obligatoriedad para los niños entre los cinco y 16 años de edad. Se facilita de esta manera a los colombianos el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la cultura, a los valores, a la democracia, etc. Donde el Estado con la participación de las entidades territoriales deben garantizar, financiar, administrar, organizar e inspeccionar y vigilar constantemente el cumplimiento de los objetivos y fines del Sistema Educativo.

Ley general de educación (ley 115 del 08 de febrero de 1.994)

Con esta Ley se establecen las normas generales que regulan la prestación del Servicio Público de Educación en Colombia, teniendo en cuenta que el objeto es la formación integral del ser humano, la protección y promulgación de las necesidades e intereses de la familia y la sociedad, conforme a lo establecido en el artículo 67 de la constitución política de 1.991.

Plan nacional decenal de educación 2.016 – 2.026

El Plan Nacional Decenal de Educación 2016-2026 es una propuesta para que el sector educativo se convierta en un motor que impulse el desarrollo económico y la transformación social. La naturaleza orientadora de este documento lo convierte en un faro que guía las estrategias, planes y políticas educativas durante la próxima década. (Plan Nacional Decenal de Educación 2.016-2.026, p. 10)

En este plan se establece el camino que se debe seguir en términos de educación de calidad para poder hacer frente a los retos y desafíos que día a día necesita afrontar la sociedad debido a las exigencias del desarrollo económico y social del país y del mundo. Por ende, los lineamientos que aquí se establecen son un soporte a tener en cuenta en la elaboración del currículo que direcciona la práctica docente en la actualidad.

Decreto 1860 – 3 de agosto de 1.994, artículo 33

Define los criterios para la elaboración del currículo, estableciendo las características de los planes de estudio, programas, metodologías y procesos que lo integran para que contribuya a la formación integral de la persona.

Decreto 1290 de 2.009

Con este decreto se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. Dando autonomía a las instituciones educativas para adoptar cualquier escala valorativa, la cual debe tener una equivalencia con la escala nacional, SUPERIOR, ALTO, BÁSICO y BAJO.

Lineamientos curriculares de matemáticas

Estos lineamientos son importantes tenerlos en cuenta en la propuesta investigativa porque poseen las orientaciones para elaborar los planes de estudio, programas, metodologías y procesos del área de Matemáticas con acciones que estén relacionadas con el Proyecto Educativo Institucional. Además, proporcionan estrategias para abordar cada uno de los pensamientos matemáticos: el pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Estándares básicos de competencias de matemáticas

Los estándares básicos de competencia hacen la descripción de todo lo que los es estudiantes deben saber a medida que van avanzando en su proceso escolar. Por tanto, proporcionan los criterios y contenidos que se deben abordar en cada uno de los grados de escolaridad desarrollando y potencializando las competencias matemáticas: la formulación, tratamiento y resolución de problemas, la modelación, la comunicación, el razonamiento, la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.

Derechos básicos de aprendizaje de matemáticas

Los Derechos Básicos de Aprendizaje, cuentan con una estructura que facilita la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, dado que proporcionan las estrategias didácticas y pedagógicas que se deben emplear mediante situaciones que permiten evidenciar el aprendizaje aportando los elementos para la construcción de rutas de aprendizaje año a año para que a través de la mediación pedagógica se logre que los educandos alcancen los objetivos y parámetros establecidos en los Estándares Básicos de Competencia.

Marco Conceptual

En el marco conceptual se hace una descripción de los términos y conceptos geométricos que hacen parte del eje temático abordado en la propuesta de investigación y de las herramientas metodológicas que se utilizan para dinamizar los escenarios de enseñanza -aprendizaje de dichos términos y conceptos geométricos.

Área y Volumen

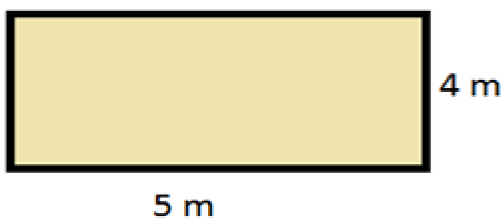
El ***área*** de una figura geométrica hace referencia al tamaño de una superficie. La cantidad de espacio dentro de los límites del objeto plano (bi – dimensional). La superficie es una magnitud que indica qué tanta área tiene una figura u objeto.

El área o superficie es una magnitud de dos dimensiones, involucra siempre el largo y el ancho de una figura por lo que la unidad de medida que utilicemos debe ser expresada siempre al cuadrado. Por ejemplo, cm^2, m^2, km^2, etc.

Al calcular el área (A) del siguiente rectángulo. Obtenemos:

$A = largo \times ancho = 5m \times 4m = 20\ m^2$

Figura 4.

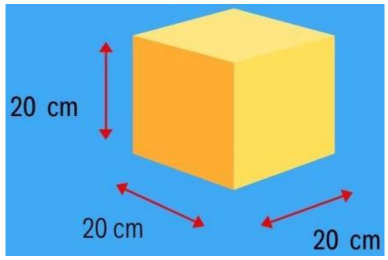


El ***volumen*** es una magnitud escalar definida como la extensión en tres dimensiones de una región del espacio o de la misma forma es una magnitud derivada de la longitud, ya que se halla multiplicando el largo, el ancho y la altura. Lo anterior implica que para que una figura geométrica tenga volumen se ha de cumplir que tenga tres dimensiones, y que sea cerrada. Su unidad de medida es expresada en unidades cúbicas porque están relacionadas con las tres dimensiones. Por ejemplo, cm^3, m^3, km^3, entre otras unidades.

Al calcular el volumen (V) del siguiente cubo. Obtenemos:

$V = largo \times ancho \times alto = 20cm \times 20cm \times 20cm = 8.000cm^3$

Figura 5



Tomado de: https://yosoytuprofe.20minutos.es/2021/12/07/volumen-de-figuras-geometricas/

Área y Volumen de Cuerpos Geométricos.

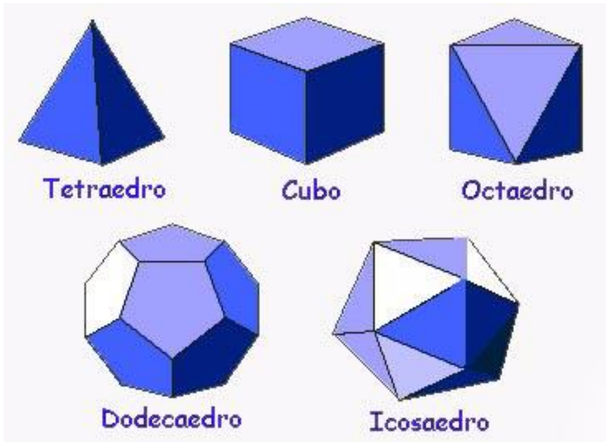
Un **cuerpo geométrico** o sólido es una parte del espacio limitada por superficies planas o curvas.

Los cuerpos geométricos se clasifican en poliedros y en cuerpos redondos.

Se denomina **poliedro** a ciertos cuerpos geométricos tridimensionales, de caras planas y que encierran un volumen finito. Es decir que un poliedro es una porción acotada de espacio geométrico, limitada por distintos polígonos. Su nombre proviene de la voz griega polyedron, compuesto por polys: “muchos”, y edra: “base” o “cara”.

Su denominación depende del número de caras que presente, empleando para ello prefijos numerales de ascendencia griega y la terminación –aedro. Por ejemplo: tetraedros (4 caras), pentaedros (5 caras), hexaedros (6 caras) y así sucesivamente. Además, muchos poliedros tienen sus nombres propios, como cubo, prisma, pirámide, etc.

Figura 6



Tomado de: https://www.geogebra.org/m/fNBM5xkZ

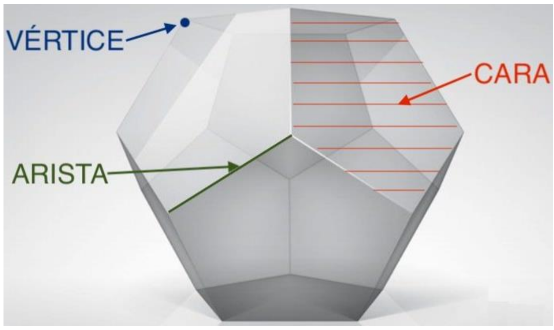
Elementos de los poliedros

Todos los poliedros tienen los mismos elementos, aunque en diferente cantidad y forma.

Los poliedros están constituidos por los siguientes elementos:

- *Caras.* Las superficies planas que delimitan el espacio interno del poliedro. Son bidimensionales y son figuras cerradas compuestas por líneas. También puede decirse que son los polígonos que lo constituyen. Entre ellas suelen distinguirse las bases, que son simplemente las caras sobre las cuales descansa el poliedro.
- *Aristas*. Las líneas que componen el cuerpo de un poliedro, y en cuyas intersecciones aparecen los vértices.
- *Vértices*. Los ángulos de encuentro entre tres o más aristas en el cuerpo de un poliedro.

Figura 7



Tomado de: https://concepto.de/poliedros/

Clasificación de los poliedros

Los poliedros pueden clasificarse según la forma y relación de sus caras, teniendo así:

- *Poliedros regulares.* Cuando todas sus caras son polígonos regulares.
- *Poliedros uniformes.* Cuando todas sus caras son iguales entre sí.
- *Poliedros irregulares.* Cuando poseen caras desiguales entre sí.

Los siguientes son ejemplos de poliedros:

- *Tetraedro.* Tiene 4 caras que son triángulos equiláteros iguales, 4 vértices y 6 aristas.
- *Pirámides.* Constituidas por una base y diversas caras triangulares.
- *Hexaedro o Cubo.* Tiene 6 caras que son cuadrados iguales, 8 vértices y 12 aristas.
- *Paralelepípedos.* Construidos mediante dos cuadrados regulares y cuatro rectángulos iguales entre sí.
- *Prismas.* Cuyas caras son paralelogramos, tantos según lados tengan sus dos bases.
- *Dodecaedros.* Poliedros cóncavos o convexos de doce caras regulares y uniformes. Tiene 12 caras que son pentágonos iguales, 20 vértices y 30 aristas.
- *Octaedro.* Construido al unir dos pirámides por la base. Tiene 8 caras que son triángulos equiláteros iguales, 6 vértices y 12 aristas.

- *Icosaedro.* Tiene 20 caras que son triángulos equiláteros iguales, 12 vértices y 30 aristas

Área y Volumen de los Poliedros

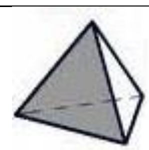
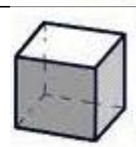
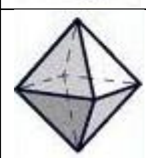
El <u>*Área*</u> de los poliedros se calcula sumando las áreas de todas sus caras. Para este cálculo es necesario saber bien como se calcula el área de los Polígonos y de los Círculos.

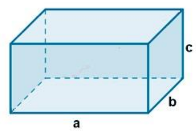
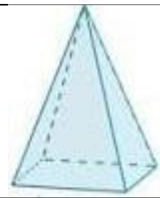
El <u>*Volumen*</u> de los poliedros se obtiene, de forma general, multiplicando el Área de la Base por la Altura.

$$V = A_b \times h$$

En la tabla 3 se describen las fórmulas para calcular el área y volumen de los poliedros, indicando los elementos que se tienen en cuenta para los cálculos.

Tabla 3.

Poliedros regulares				
Nombre	Representación	Fórmula para calcular el área	Fórmula para calcular el volumen	Variables utilizados en los fórmulas
Tetraedro		$A = \sqrt{3} \times a^2$	$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times a^3$	a=arista; A=área V=volumen
Hexaedro o cubo		$A = 6 \times a^2$	$V = a^3$	a=arista; A=área V=volumen
Octaedro		$A = 2\sqrt{3} \times a^2$	$V = \frac{\sqrt{2}}{3} \times a^3$	a=arista; A=área V=volumen
Dodecaedro		$A = 30 \times a \times ap$	$V = \frac{1}{4}(15 + 7\sqrt{5}) \times a^3$	ap=apotema; a=arista; A=área; V=volumen
Icosaedro		$A = 5 \times \sqrt{3} \times a^2$	$V = \frac{5}{12}(3 + \sqrt{5}) \times a^3$	a=arista; A=área V=volumen

Prismas y Pirámides				
Prisma		$A_T = A_L + 2A_b$	$V = A_b \times h$	Ab=área de la base; h=altura AT=área total; AL=área lateral
Ortoedro (paralelepípedo)		$A = 2ab + 2ac + 2bc$	$V = a \times b \times c$	
Pirámide		$A_T = A_b + A_L$	$V = \frac{1}{3}(A_b \times h)$	Ab=área de la base; h=altura AT=área total; AL=área lateral
Tronco de pirámide			$V = \frac{h}{3}\left(A_B + A_b + \sqrt{A_B \times A_b}\right)$	AB=área base mayor; Ab=área base menor; h=altura

Fuente: construida por el autor

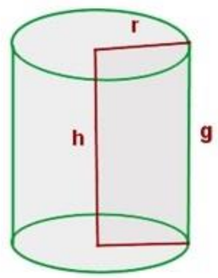
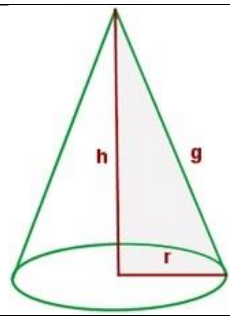
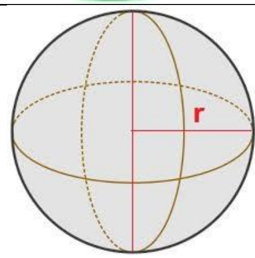
Un ***cuerpo redondo*** es un sólido limitado por superficies curvas o por superficies planas y curvas. Se forman al girar una figura plana alrededor de un eje. Los principales cuerpos redondos son: el cilindro, el cono y la esfera.

- *El cilindro.* Formado al girar un rectángulo alrededor de un lado.
- *El cono.* Formado al girar un triángulo rectángulo sobre uno de los catetos.
- *La esfera.* Formada al girar un semicírculo sobre el diámetro.

En la tabla 4 se describen las fórmulas para calcular el área y volumen de los cuerpos redondos, indicando los elementos que se tienen en cuenta para los cálculos.

Tabla 4.

Nombre	Representación	Fórmula para calcular el área	Fórmula para calcular el volumen	Variables utilizados en los fórmulas

Cilindro		$A = 2 \times \pi \times r \times (r + h)$	$V = \pi \times r^2 \times h$	A=área V=volumen; r=radio de la base; h=altura del cilindro
Cono		$A = \pi \times r \times (g + r)$	$V = \frac{1}{3}(\pi \times r^2 \times h)$	A=área V=volumen; r=radio de la base; h=altura del cono; g=generatriz del cono
Esfera		$A = 4 \times \pi \times r^2$	$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$	A=área V=volumen; r=radio

Fuente: construida por el autor

Tecnologías de la información y la comunicación

Las nuevas tecnologías de la información y comunicación se están convirtiendo en un elemento clave en los sistemas educativos actuales. Cada día resulta más difícil encontrar acciones formativas que no estén apoyadas en diferentes medios tecnológicos. De ahí que resulta de gran utilidad enlazar los avances tecnológicos con la educación para una trasformación constante y continua de este proceso.

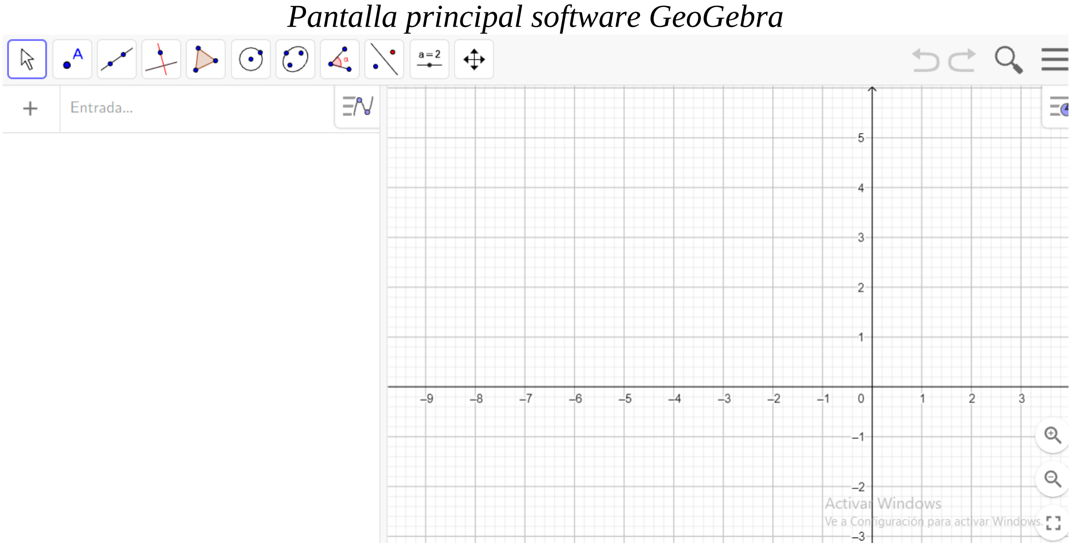
Si bien es cierto que en general todas las áreas del saber han sido impactadas positivamente al utilizar la tecnología, la práctica educativa en el área de las matemáticas ha mejorado notablemente con la implementación de la tecnología. Es por ello que en esta propuesta investigativa una de las estrategias a emplear es la tecnología computacional para la enseñanza-aprendizaje del tema superficie y volúmenes a través del uso del software matemático Geogebra, tomando en cuenta los elementos de las Teoría de las situaciones didácticas proponiendo una estrategia didáctica diferente entorno a lo que tradicionalmente se hace en la enseñanza de este concepto que es de gran importancia para desarrollar y potencializar el pensamiento geométrico.

Software GeoGebra

Geogebra es un programa que mezcla la geometría con el álgebra. En este sentido, para la parte geométrica se puede ubicar dentro de los programas dinámicos de geometría los cuales, en general, permiten realizar construcciones geométricas, con la ventaja de poder mover los puntos de la construcción y observar sus invariantes y características. Sin embargo, Geogebra presenta características adicionales que los programas dinámicos de geometría por lo general no poseen y que lo hace especial, conforme se realizan las construcciones geométricas en una ventana se van mostrando las expresiones algebraicas que representan a las líneas, los segmentos, círculos y puntos de la construcción; también permite trabajar con las funciones al poderlas graficar y manipular de una manera sencilla.

Figura 8

Pantalla principal software GeoGebra



Fuente: captura de pantalla por el autor

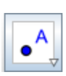
La pantalla principal (ver figura 8) muestra la zona de trabajo donde están los ejes de coordenadas y la ventana a la izquierda que es la ventana algebraica. Arriba está el menú, la barra de herramientas y la línea de comando.

La zona de trabajo es donde se realizan las construcciones geométricas, es en donde se ponen los puntos, se hacen las rectas, segmentos, rayos, círculos, etc. Cada vez que se hace una de estas construcciones se agrega un elemento nuevo a la ventana algebraica de una expresión que representa al objeto realizado.

La línea de comandos es importante ya que todo lo que se puede realizar con el ratón en GeoGebra también se puede llevar a cabo escribiendo cada paso allí, más adelante se realizará una construcción con el ratón y la misma construcción escribiéndola en la línea de comandos.

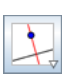
Para utilizar GeoGebra lo más común es utilizar la *barra de herramientas*. A continuación, se muestran los distintos grupos que contiene cada botón, las figuras que aparecen son las que salen al iniciar el programa, al escoger otra herramienta del menú emergente estas cambiarán.

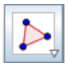
 En este se encuentran las herramientas de flecha que permiten mover elementos, rotarlos o registrar valores en la hoja de cálculo.



Aquí se construyen todo lo que tiene que ver con puntos: puntos libres, puntos de intersección y puntos medios.

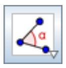
 En este botón se encuentran todas las herramientas que construyen objetos rectos: rectas, segmentos, rayos y vectores.

 Este contiene las construcciones básicas con regla y compás: rectas paralelas, perpendiculares, mediatrices, bisectrices, rectas tangentes a un círculo, rectas polares, ajuste lineal y lugares geométricos.

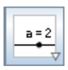
 Aquí están las herramientas para realizar polígonos, tanto regulares como irregulares.

 Este botón contiene las herramientas para construir todo lo relacionado con círculos: circunferencias, semicircunferencias, arcos y sectores circulares.

 Estas herramientas permiten construir las cónicas: elipses, hipérbolas y parábolas.

 Con estas herramientas se realizan las medidas de longitudes, ángulos, áreas y pendientes.

 Las herramientas para realizar reflejos, traslaciones y rotaciones se encuentran aquí.



En este botón se encuentran las herramientas que contienen los controles: deslizadores, casillas de control, imágenes y también las opciones de texto y para determinar si dos elementos cumplen alguna característica.

 Por último, en esta opción se encuentran las opciones gráficas: ocultar y mostrar objetos, hacer zoom y desplazar la pantalla.

En el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática y mucho más en la enseñanza de la Geometría el uso del material concreto es muy importante porque permite que el mismo estudiante experimente el concepto desde la estimulación de sus sentidos, logrando llegar a interiorizar los conceptos que se quieren enseñar a partir de la manipulación de los objetos de su entorno.

En relación a lo anterior se afirma que

> "Implementar materiales físicos ayuda a comprender, comunicar y visualizar conceptos matemáticos, en la medida en que fomenta acciones de experimentación, observación y

> reflexión, necesarias para construir sus propias ideas matemáticas" (Fernández et al., 2014).

Así mismo Moncerrate Giler, K. L. (2015) expresa

> El material didáctico concreto, es una herramienta base para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. Es un recurso manipulable el cual permite al docente impartir una clase más activa, dinámica e interesante para los estudiantes, además el material concreto permite que se dé el desarrollo de capacidades, también para mejorar y enriquecer los conocimientos previos obtenidos y alcanzar los objetivos que se desean, ya que son materiales multimedios que orientan y facilitan el aprendizaje. (p.11)

Teniendo en cuenta la importancia que tiene el uso del material concreto para desarrollo y aplicación de esta propuesta investigativa, a continuación, se hace una descripción y conceptualización del mismo:

¿Qué es material concreto?

Los materiales concretos, también denominados medios didácticos, pueden ser cualquier tipo de dispositivo diseñado y elaborado con la intención de facilitar un proceso de enseñanza y aprendizaje, es decir, facilitar la enseñanza del profesor y el aprendizaje de los estudiantes.

Tipos de materiales concretos

Dentro de los materiales concretos más utilizados tenemos:

Material concreto no estructurado: se caracteriza por ser sencillo y fácil de confeccionar por los estudiantes usando materiales que están a su disposición como papeles, cartones, objetos simples, objetos reciclados, etc.

Figura 9
Material concreto no estructurado

Tomado de: http://enebloggera.blogspot.com/2016/11/materiales-estructurados-y-no.html

Material concreto estructurado: un material lógicamente estructurado es aquél cuyos elementos están definidos por unas cualidades y que se combinan entre ellas de todas las maneras posibles. Son aquellos que tienen una o varias finalidades a trabajar; es decir, tienen un fin didáctico como pueden ser los juegos didácticos que compramos.

Figura 10
Material concreto estructurado

Tomado de: http://enebloggera.blogspot.com/2016/11/materiales-estructurados-y-no.html

Beneficios del uso de material concreto en la matemática

Algunos beneficios que se generan por la utilización de los materiales concretos en la enseñanza de las matemáticas, son los siguientes:

- Propone un aprendizaje significativo a través de la vivencia de las situaciones.
- Promueve el trabajo ordenado, participativo y reflexivo.
- Estimula los sentidos y creatividad.
- Invita al estudiante a aprender a partir de experiencias de otros.
- Permite el desarrollo de nociones lógicas y funciones básicas
- Generan situaciones de tolerancia y respeto entre individuos, lo que permite la organización para el uso y cuidado del material didáctico

3. Diseño de la investigación

"El término metodología hace referencia al modo en que enfocamos los problemas y buscamos las respuestas, a la manera de realizar la investigación. Nuestros supuestos teóricos y perspectivas, y nuestros propósitos, nos llevan a seleccionar una u otra metodología" (Lecanda, R. Q., & Garrido, C. C.,2002, p.7).

En consecuencia, a lo anterior, en este apartado de la investigación se hace la descripción de la metodología que permitirá el desarrollo y consecución de los objetivos propuestos en la misma.

Descripción del estudio

A través de esta investigación se pretende fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura. Para ello se escogieron dos grupos de estudiantes del grado noveno, uno de estos grupos es el experimental y el otro el grupo control, en los cuales se aplicó inicialmente un cuestionario como pre-test, después se realizó intervención en el grupo experimental con una guía académica apoyada en actividades donde se utiliza material concreto y el software Geogebra y en el grupo control con una guía académica con actividades diseñadas con la enseñanza tradicional. Seguidamente se aplicó un cuestionario pos-test a ambos grupos para analizar y comparar el nivel de aprendizaje adquirido por los estudiantes del grupo experimental con los estudiantes del grupo control.

3.1 Enfoque y tipo de investigación

La investigación se desarrolla bajo el enfoque cuantitativo porque se pretende analizar con procedimientos estadísticos (recolección y análisis de datos) la incidencia en el aprendizaje de un saber, cuando se utiliza una metodología de enseñanza apoyada en material concreto y las TICS, en vez de una metodología meramente tradicional. El paradigma en el que se enmarca este proceso investigativo es positivista, ya que para el análisis se requiere hacer una serie de mediciones a través de diferentes parámetros y medidas estadísticas que permitirán generar las conclusiones y recomendaciones.

En relación a esta metodología: *Pita Fernández, S., & Pértegas Díaz, S. (2002) nos dicen "La investigación cuantitativa trata de determinar la fuerza de asociación o correlación entre variables, la generalización y objetivación de los resultados a través de una muestra para hacer inferencia a una población de la cual toda muestra procede. Tras el estudio de la asociación o correlación pretende, a su vez, hacer inferencia causal que explique por qué las cosas suceden o no de una forma determinada."*

El método de la investigación es hipotético Deductivo y el tipo de investigación empleado en el desarrollo y la puesta en marcha de la propuesta es cuasi experimental con un diseño de pre test / pos test, porque se analizan y comparan dos metodologías de enseñanza-aprendizaje en dos grupos con características similares, previamente conformados. Los dos grupos fueron sometidos a la misma prueba pre test y después son intervenidos cada uno con una metodología diferente. Luego se aplicó a ambos grupos la prueba pos test para el análisis y comparación del nivel de aprendizaje adquirido.

La investigación de tipo cuasi experimental es de gran importancia en el desarrollo del conocimiento.

Van Dalen y Meyer (2006, citado por Salazar Torres, D.L. 2021) afirma que

"El objetivo de una investigación cuasi experimental, es observar y conocer las situaciones, costumbres y actitudes preponderantes a través de la descripción exacta de las

actividades, objetos, procesos y personas. Predice e identifica las relaciones entre las variables, analizan los resultados y extraen generalizaciones que benefician el conocimiento. Este tipo de investigación es de vital importancia para la experimental." (p.39)

Fases de la investigación.

En concordancia con lo que se pretende con la propuesta de investigación se establecieron las siguientes fases:

Fase I.

El trabajo de campo que se llevó acabo en esta investigación inició con la detección de los conceptos básicos que tienen los estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII referente a la situación problema que se pretende solucionar. Para ello se aplicó un test con 10 preguntas abiertas a los estudiantes de los cursos Noveno A (grupo control) y Noveno B (grupo experimental) para conocer el nivel inicial del conocimiento que tenían ellos sobre el cálculo de áreas y volúmenes.

Fase II.

Después de conocer y analizar los pre saberes evidenciados en la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes se diseñaron los instrumentos de intervención, lo cual consistió en la construcción de dos guías didácticas, una mediada por las TIC y material concreto y la otra con un diseño de educación tradicional, sobre el cálculo de áreas y volúmenes haciendo mayor énfasis en los procesos que se debían fortalecer, según los resultados de la prueba diagnóstica.

Fase III.

En esta fase se aplicaron las dos guías didácticas. Al grupo experimental se le aplicó la guía didáctica mediada por las TIC y material concreto y al grupo control la guía diseñada con educación tradicional, desde los saberes previos que contienen las mismas, pasando por el desarrollo y/o conceptualización hasta la aplicación del pos-test. Dicho test fue el mismo aplicado como pre-test.

Fase IV.

En la fase final del proceso se realizaron las reflexiones y comparaciones pertinentes de la experiencia evidenciada con la aplicación de los instrumentos en los dos grupos, registrando las conclusiones y recomendaciones a partir del análisis de los datos y de los resultados que generó el ambiente o el escenario de aprendizaje que se propició con la enseñanza-aprendizaje de superficies y volúmenes mediado por las TIC y material concreto para el fortalecimiento del componente geométrico.

3.2 Población y muestra

Esta propuesta investigativa se desarrolla en el Instituto Comercial Juan XXIII del Distrito Especial Buenaventura – Valle, institución educativa de carácter privado que presta sus servicios educativos en los niveles: Preescolar, Básica Primaría, Básica Secundaria y Media Vocacional, con un alumnado total que oscila entre 300 y 330 estudiantes de los estratos 1, 2 y 3.

Muestra.

Para el desarrollo de la investigación se contó con la participación de los estudiantes de los grados noveno A y noveno B de la institución. El grado noveno A (grupo control) con 17 estudiantes y el grado noveno B (grupo intervención o experimental) con 18 estudiantes. Es decir, se trabajó con una muestra de 35 estudiantes.

3.3 Instrumentos de investigación

Para el desarrollo y aplicación de la propuesta investigativa y buscando cumplir con los objetivos propuestos en la investigación se diseñaron los siguientes instrumentos:

Pre-test.

Este instrumento fue diseñado con el propósito de conocer los conocimientos previos que tenían los estudiantes de grado 9° sobre el cálculo de superficies y volúmenes. Consta de 10 preguntas abiertas que permiten evidenciar las habilidades y competencias que tienen los estudiantes para abordar el cálculo de superficies y volúmenes. (Ver anexo A)

Documento validación del pre-test.

Con el propósito de validar el pre-test, se diseñó un documento que permitió la validación de expertos del instrumento. Para la validación del instrumento por los expertos se establecieron las respuestas en escalas tipo Likert, evaluando en cada una de las preguntas la adecuación y pertinencia. (Ver anexo B)

Guía didáctica para la enseñanza-aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos con enseñanza tradicional.

El objetivo de esta guía es la enseñanza y aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos con metodología tradicional. Está estructurada de la siguiente manera: identificación, objetivos, secuencia de aprendizaje, actividad previa, conceptualización y ejercitación, empleando para su desarrollo metodología meramente tradicional. (Ver anexo C)

Guía didáctica para la enseñanza-aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos con material concreto y el software Geogebra.

El objetivo de esta guía es la enseñanza y aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos empleando material concreto y el software Geogebra, para de esta manera favorecer proceso educativo fortaleciendo el componente geométrico. Está estructurada de la siguiente manera: identificación, objetivos, secuencia de aprendizaje, actividad previa, conceptualización desarrollada a través de actividades con material concreto y el software Geogebra y ejercitación, empleando una metodología innovadora y motivadora. (Ver anexo D)

Pos-test.

Se emplea como pos-test el mismo pre-test. (Vera anexo A)

Análisis y procesamiento de la información.

Para identificar las dificultades que presentan los estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes, se diseñó una prueba pre-test. Esta prueba consta de 10 preguntas abiertas que abordan el concepto y cálculo de área y volumen de cuerpos geométricos.

El pre-test se somete a validación por expertos, a través de un instrumento de validación que permitió que cada experto expresara su grado de acuerdo en términos de adecuación y pertinencia de cada pregunta con una escala de respuestas tipo Likert (1 = Muy en desacuerdo; 2 = En desacuerdo; 3 = Ni de acuerdo ni en desacuerdo; 4 = De acuerdo; 5 = Muy de acuerdo). Después se analizan las respuestas de los 4 expertos y se obtiene un promedio mayor o igual que 4,0 de cada pregunta en términos de adecuación y pertinencia, resultado que hace valido el pre-test para ser aplicado.

Se aplica el pre-test al grupo control (grado 9°A) que está integrado por 17 estudiantes y al grupo experimental (grado 9°B) que está integrado por 18 estudiantes. Seguidamente se hace análisis de los resultados del pre-test y para ello se establece la siguiente categorización de acuerdo a las respuestas de los estudiantes:

Insuficiente: **I** (1.0 - 2.9): El estudiante no cuenta con las competencias mínimas en relación con el componente geométrico. Es decir, no es coherente al momento de desarrollar las preguntas planteadas, y por tal motivo resuelve de una manera equivocada el cuestionamiento realizado.

Aceptable: **A** (3.0 – 3.9): El estudiante resuelve de manera parcial la pregunta planteada, es decir, identifica de manera acertada los datos suministrados en el planteamiento del problema, los remplaza de manera adecuada en el modelo matemático, pero no obtiene el resultado esperado.

Bueno **B** (4.0 – 5.0) El estudiante resuelve de manera acertada la situación planteada, demostrando de esta manera tener competencias en el componente geométrico.

Teniendo en cuenta esta categorización se realizó tanto para el grupo control como para el grupo experimental un gráfico estadístico por pregunta que muestra los resultados de la prueba pre-test. Además, se hace un comparativo por cada pregunta entre los dos grupos. Cabe mencionar que este pre-test fue validado por 4 expertos, a través de un instrumento de validación que permitió que cada experto expresara su grado de acuerdo en términos de adecuación y pertinencia de cada pregunta con una escala de respuestas tipo Likert (1 = Muy en desacuerdo; 2 = En desacuerdo; 3 = Ni de acuerdo ni en desacuerdo; 4 = De acuerdo; 5 = Muy de acuerdo).

1. El perímetro es la longitud que corresponde al contorno de una figura, es decir, es la suma de los lados que forman el polígono. La figura 1 corresponde a un cuadrado de lado L de perímetro igual a $32\ cm$. Determinar el área del cuadrado sombreado de la figura 1, sabiendo que el lado del cuadrado sombreado es L/2

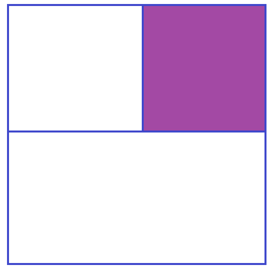
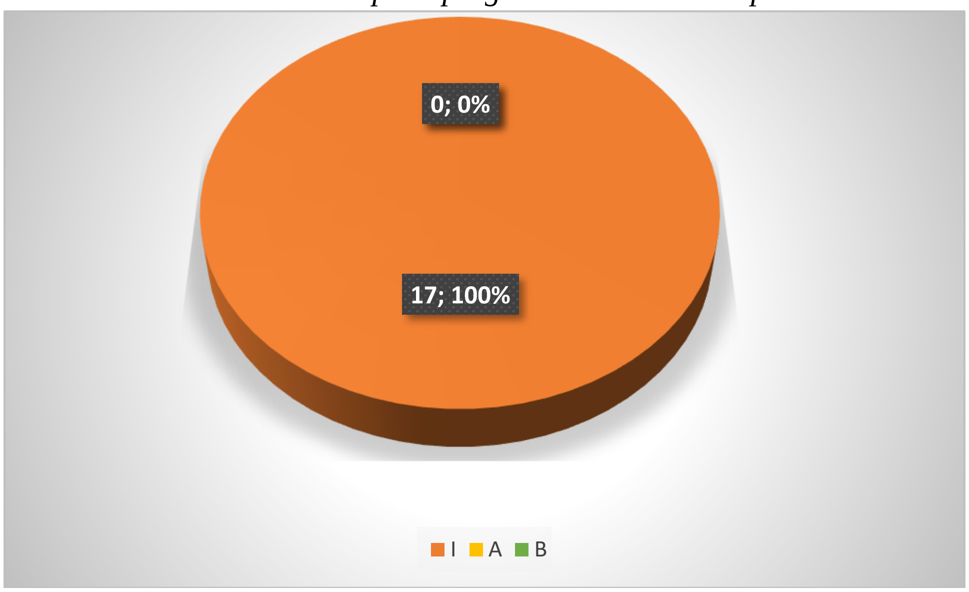


Figura 1

Gráfico 1:
Análisis estadístico desempeño pregunta 1 Pre-test Grupo Control

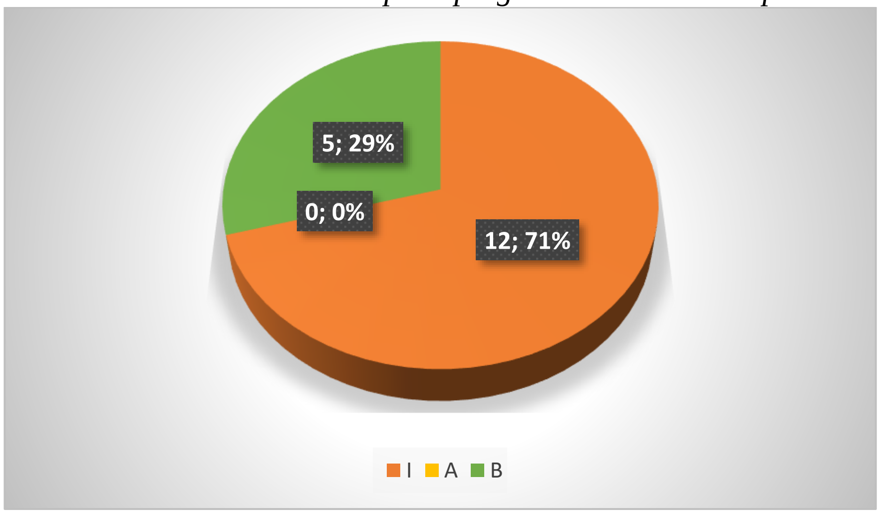


Fuente: elaboración propia

Teniendo en cuenta los conceptos abordados en la pregunta y la información del gráfico podemos evidenciar el total de los estudiantes presenta un desempeño insuficiente en la comprensión y el cálculo de perímetro y de área.

2. Un polígono es la superficie plana comprendida dentro de una línea poligonal cerrada. Por ejemplo, el cuadrado, el rectángulo, el triángulo, entre otros. Mencione 3 elementos que hacen parte de un polígono:

Gráfico 2:
Análisis estadístico desempeño pregunta 2 Pre-test Grupo Control



Fuente: elaboración propia

En esta pregunta se indaga sobre los elementos de un polígono y podemos apreciar que únicamente el 29% de los estudiantes los reconocen, quiere decir entonces, que el 71% no lo reconocen.

3. El volumen del cubo de la figura 2. es 64 cm^3, Determinar la medida de la arista a, si se conoce que el volumen de un cubo viene dado por la expresión Matemática: $v = a^3$. Donde $v = Volumen, a = lado\ del\ cubo.$

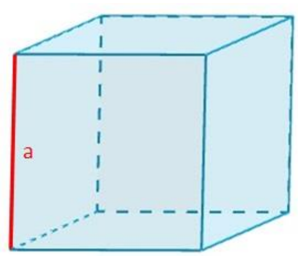
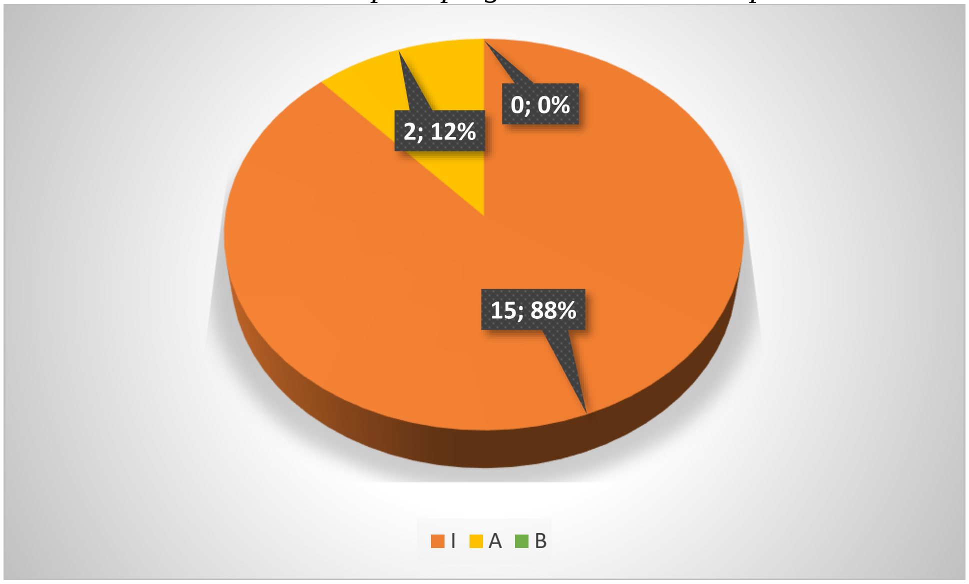


Figura 2

Gráfico 3:
Análisis estadístico desempeño pregunta 3 Pre-test Grupo Control



Fuente: elaboración propia

Se puede observar al analizar los resultados respecto a esta pregunta que el 88% de los estudiantes no tienen la capacidad de asociar los datos a una ecuación y resolverla y esta competencia es muy importante a la hora de resolver problemas de áreas y volúmenes.

4. Supongamos que la esfera de la figura 3. cabe justo en el cubo, es decir, el diámetro de la esfera es igual a la arista del cubo. Determinar el volumen de la esfera y el volumen del cubo si el diámetro es igual 5 cm.

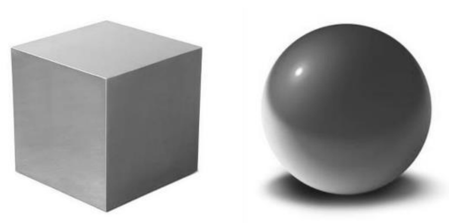
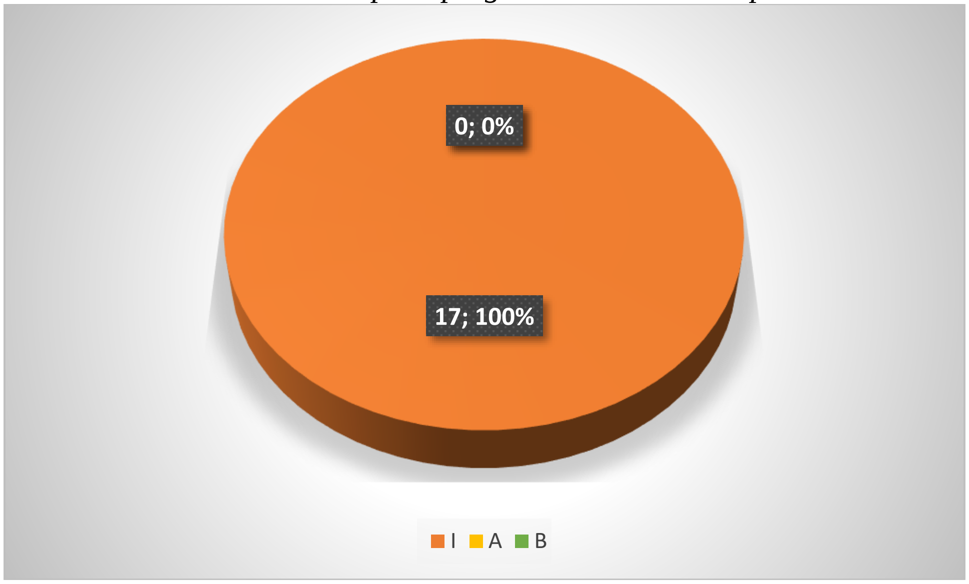


Figura 3

Volumen del cubo: $v = l^3$. Donde $v = Volumen, l = lado\ del\ cubo$.

Volumen de la esfera: $\frac{4\pi r^3}{3}$. Donde $r = Radio\ de\ la\ esfera$.

Gráfico 4:
Análisis estadístico desempeño pregunta 4 Pre-test Grupo Control



Fuente: elaboración propia

Podemos observar que todos los estudiantes presentaron dificultad para identificar los elementos de la esfera y del cubo que permiten el cálculo del volumen de las mismas, ya que el 100% presenta un desempeño insuficiente.

5. La esfera de la figura 4, está inscrita en el cilindro.

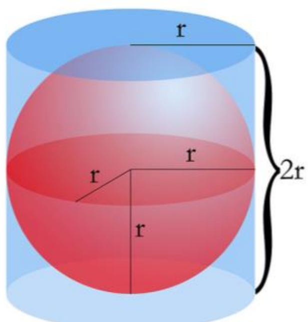
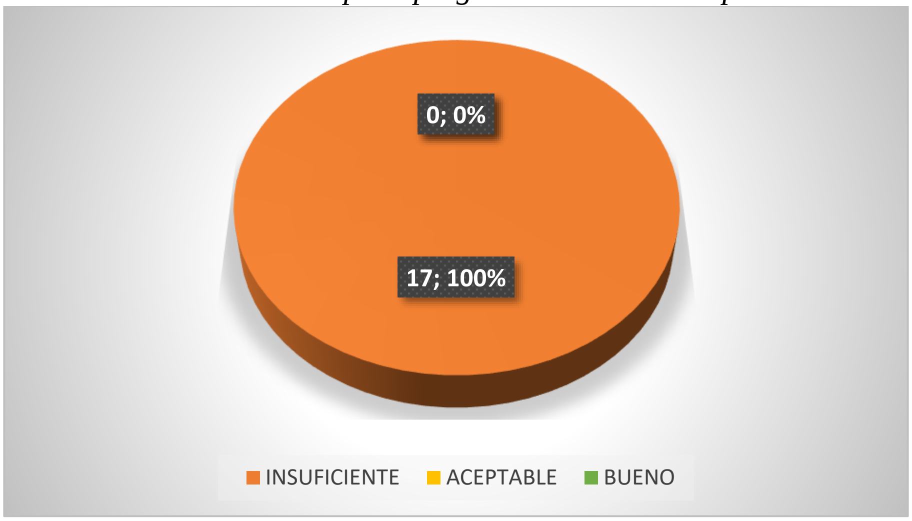


Figura 4.

Tomado de: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Archimedes_Hat_Box_Construction.jpg

Si el volumen de la esfera es $36\ cm^3$, ¿cuál es el volumen del cilindro?. Tener en cuenta que el volumen de una esfera se determina mediante la expresión $\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi r^3}$ y el volumen de un cilindro $\boldsymbol{V = \pi r^2 \times h}$, donde $r = radio\ y\ h = altura\ del\ cilindro.$

Gráfico 5:
Análisis estadístico desempeño pregunta 5 Pre-test Grupo Control

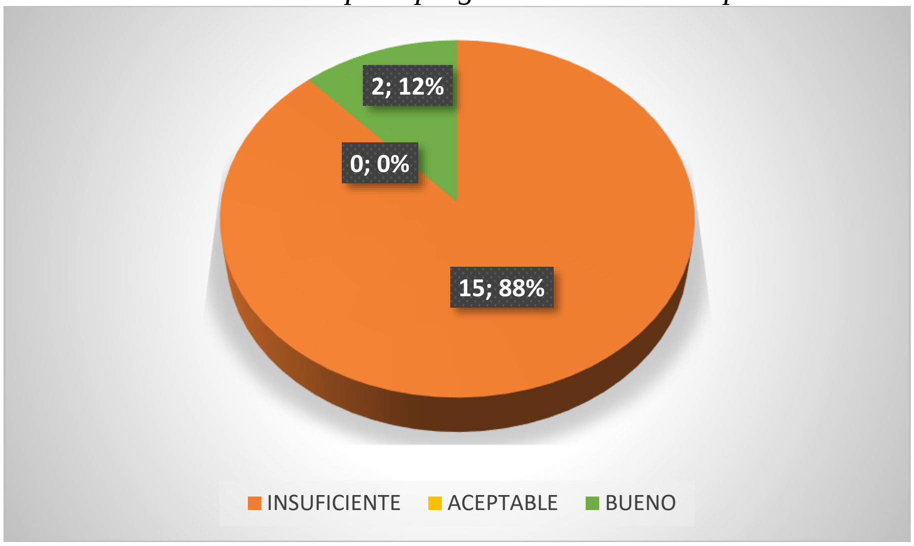


Fuente: elaboración propia

Se evidencia en los resultados de esta pregunta que el total de los estudiantes presenta un desempeño insuficiente respecto al cálculo de volúmenes de cuerpos redondos. Algunos realizan el proceso de manera errada y la mayoría manifiesta no recordar el tema, no haber visto el tema o no entender el tema.

6. Un salón de clases tiene 7 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de alto. Si uno de los papás del salón es pintor y cobra $ 15.000 por pintar un metro cuadrado (m^2). Cuánto cuesta pintar las paredes del salón. (No tenga en cuenta ni el piso del salón ni el techo).

Gráfico 6:
Análisis estadístico desempeño pregunta 6 Pre-test Grupo Control

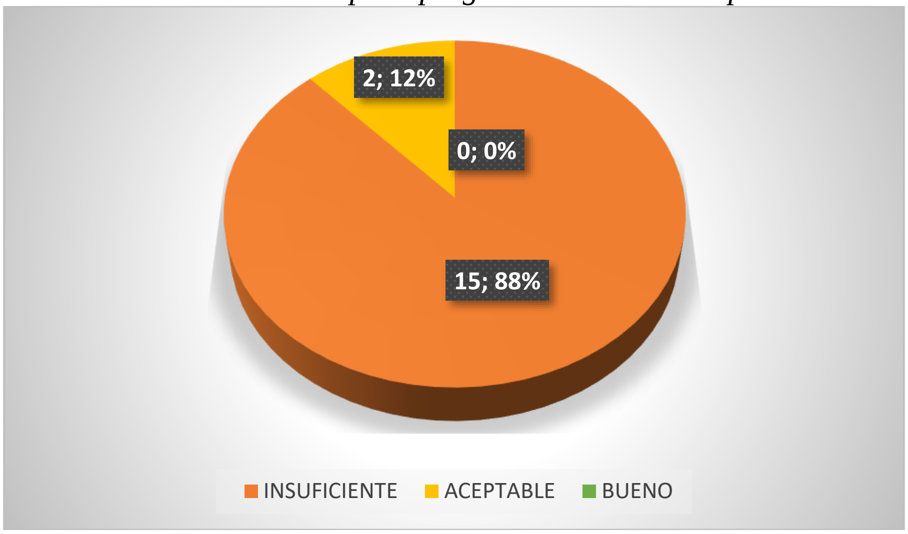


Fuente: elaboración propia

A través de los resultados podemos identificar que solo el 12% de los estudiantes presentan la habilidad para calcular el área y superficie y aplicarlo en situaciones concretas de la cotidianidad y el resto o sea el 88% de ellos presenta un desempeño insuficiente.

7. Teniendo en cuenta el problema anterior y sabiendo que se desea poner en el piso del salón baldosas de 2 m de largo por 1 m de ancho, Determinar la cantidad de baldosas necesarias para cubrir todo el piso del salón.

Gráfico 7:
Análisis estadístico desempeño pregunta 7 Pre-test Grupo Control



Fuente: elaboración propia

Los resultados evidenciados en esta preguntan muestran que el 88% de los estudiantes no está en la capacidad para hacer cálculo de áreas y aplicarlo a situaciones concreta, ya que manifiestan no haber visto el tema, no recordarlo o no entenderlo. Además, en algunos casos se resuelve de manera errada. Solo el 12% de ellos identifican los datos, pero no logran realizar el proceso correspondiente.

8. El rectángulo P Q R S se ha dividido en 8 rectángulos pequeños de igual tamaño, y sobre éstos se ha sombreado un triángulo como se muestra a continuación:

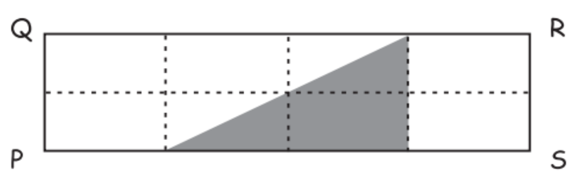
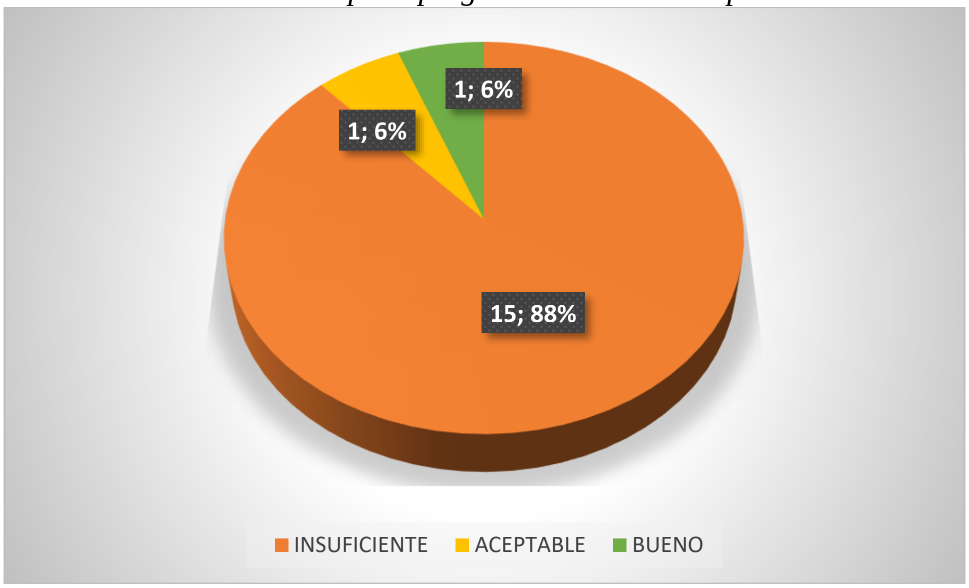


Figura 5.

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/7-matematicas-grado-9c2ba-prueba.pdf

Si la medida del segmento PQ = 4 cm y la medida del segmento PS = 16 cm, determinar el área del triángulo sombreado.

Gráfico 8:
Análisis estadístico desempeño pregunta 8 Pre-test Grupo Control



Fuente: elaboración propia

El resultado de esta pregunta nos permite seguir evidenciando que el 88% de los estudiantes no tienen la habilidad para resolver problemas que involucran el cálculo de áreas, ya que presentan un desempeño insuficiente.

9. En un laboratorio de química se va a realizar un experimento, para lo cual se necesita exactamente la cantidad de líquido que se puede depositar en el recipiente de la figura 6.

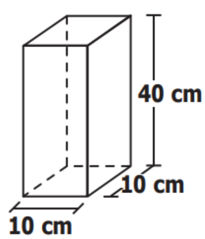


Figura 6.
Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/22-z6-matematica-grado-9-calendario-b-2009.pdf

Indicar qué cantidad de líquido se necesita para realizar el experimento

Gráfico 9:
Análisis estadístico desempeño pregunta 9 Pre-test Grupo Control

Fuente: elaboración propia

Podemos observar que según los resultados mostrados en el análisis estadístico que ninguno de los estudiantes posee los conocimientos para determinar el volumen de un prisma. Todos presentan un desempeño insuficiente.

10. Las figuras 7 y 8 representan dos sólidos rectangulares cuyas bases son cuadrados.

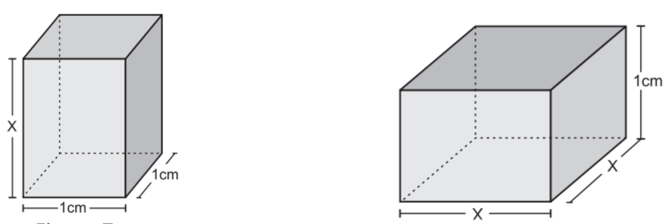
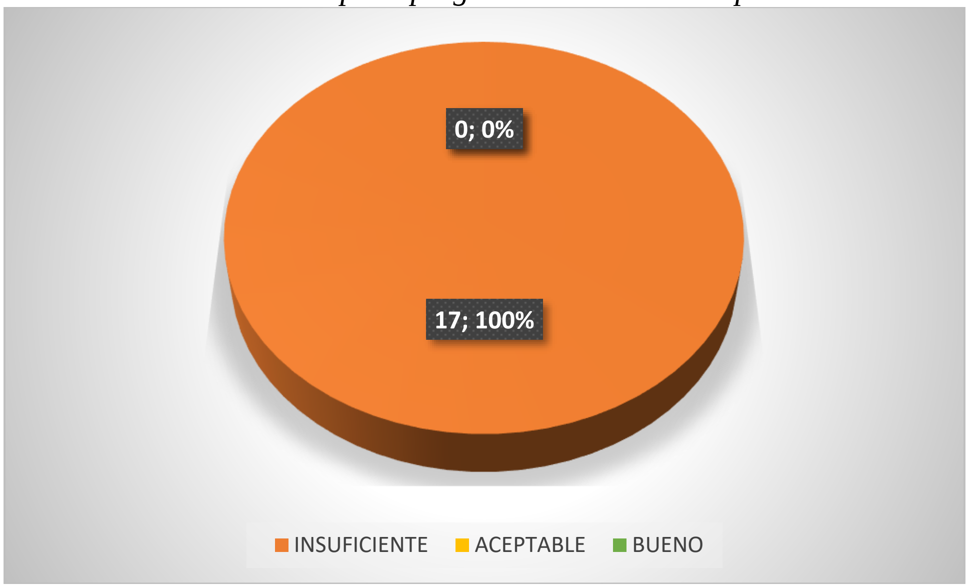


Figura 7. *Figura 8.*

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/7-matematicas-grado-9c2ba-prueba.pdf

Determinar las expresiones que representan los volúmenes de los sólidos de la figura 7 y de la figura 8.

Gráfico 10:
Análisis estadístico desempeño pregunta 10 Pre-test Grupo Control



Fuente: elaboración propia

Se evidencia en los resultados de esta pregunta que el total de los estudiantes presenta no tienen la habilidad o el conocimiento necesario para resolver problemas que involucran el cálculo de volúmenes de los prismas.

Análisis pre-test grupo intervención

1. El perímetro es la longitud que corresponde al contorno de una figura, es decir, es la suma de los lados que forman el polígono. La figura 1 corresponde a un cuadrado de lado L de perímetro igual a $32\,cm$. Determinar el área del cuadrado sombreado de la figura 1, sabiendo que el lado del cuadrado sombreado es L/2

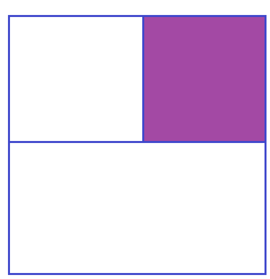
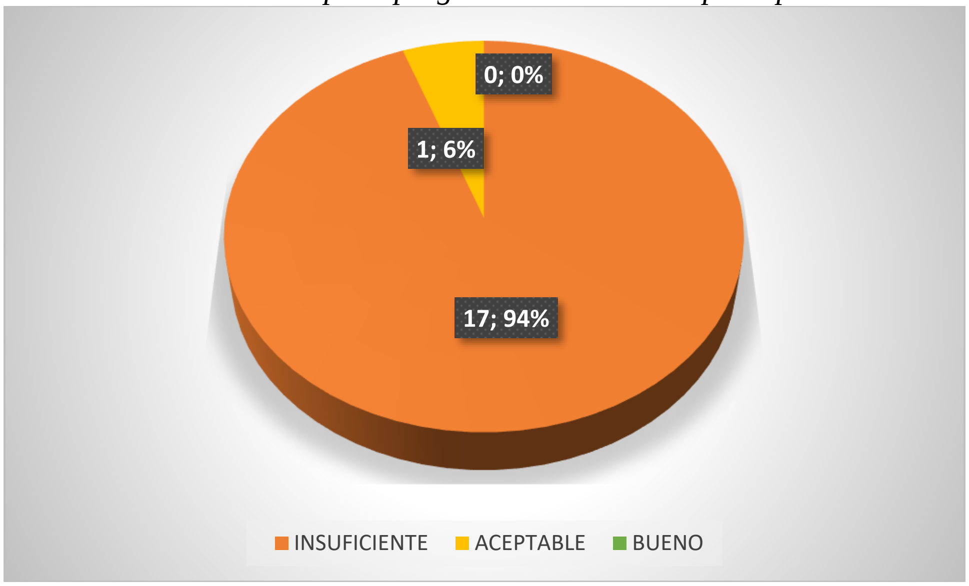


Figura 5

Gráfico 11:
Análisis estadístico desempeño pregunta 1 Pre-test Grupo Experimental

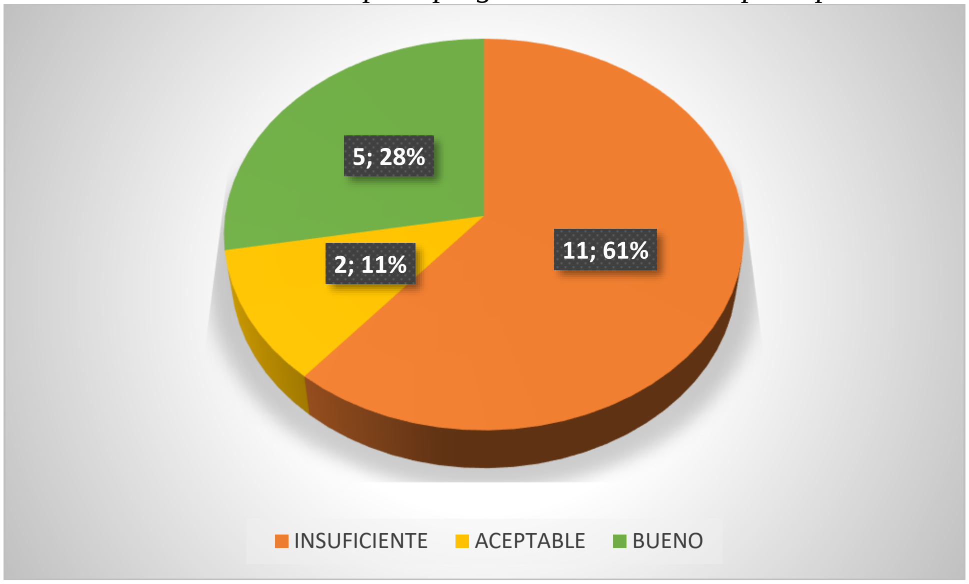


Fuente: elaboración propia

Teniendo en cuenta los conceptos abordados en la pregunta y la información del gráfico podemos evidenciar el 94% de los estudiantes presenta un desempeño insuficiente en la comprensión y el cálculo de perímetro y de área.

2. Un polígono es la superficie plana comprendida dentro de una línea poligonal cerrada. Por ejemplo, el cuadrado, el rectángulo, el triángulo, entre otros. Mencione 3 elementos que hacen parte de un polígono:

Gráfico 12:
Análisis estadístico desempeño pregunta 2 Pre-test Grupo Experimental



Fuente: elaboración propia

En esta pregunta se indaga sobre los elementos de un polígono y podemos apreciar que el 28% de los estudiantes los reconocen, otro 11% de ellos parcialmente y el 61% no los reconocen.

3. El volumen del cubo de la figura 2. es 64 cm^3, Determinar la medida de la arista a, si se conoce que el volumen de un cubo viene dado por la expresión Matemática: $v = a^3$. Donde $v = Volumen, a = lado\ del\ cubo$.

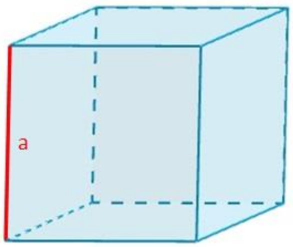
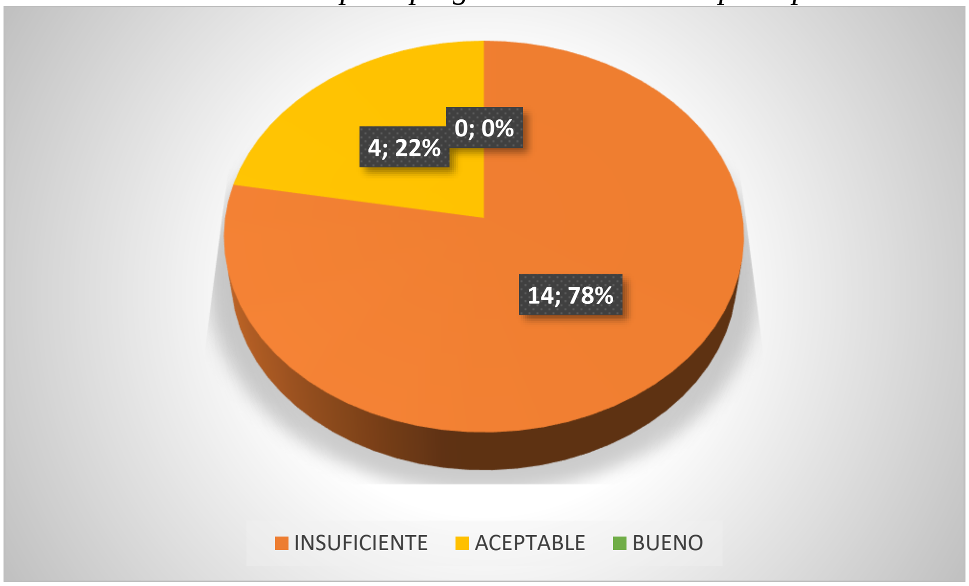


Figura 6

Gráfico 13:
Análisis estadístico desempeño pregunta 3 Pre-test Grupo Experimental



Fuente: elaboración propia

Se puede observar al analizar los resultados respecto a esta pregunta que el 78% de los estudiantes no tienen la capacidad de asociar los datos a una ecuación y resolverla y esta competencia es muy importante a la hora de resolver problemas de áreas y volúmenes.

4. Supongamos que la esfera de la figura 3. cabe justo en el cubo, es decir, el diámetro de la esfera es igual a la arista del cubo. Determinar el volumen de la esfera y el volumen del cubo si el diámetro es igual 5 cm.

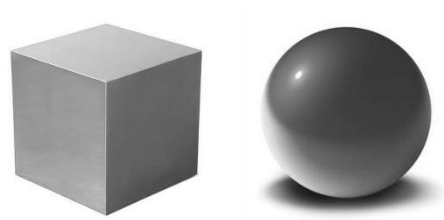


Figura 7

Volumen del cubo: $v = l^3$. Donde $v = Volumen, l = lado\ del\ cubo$.
Volumen de la esfera: $\frac{4\pi r^3}{3}$. Donde $r = Radio\ de\ la\ esfera$.

Gráfico 14:
Análisis estadístico desempeño pregunta 4 Pre-test Grupo Experimental

Fuente: elaboración propia

Podemos observar que todos los estudiantes presentaron dificultad para identificar los elementos de la esfera y del cubo que permiten el cálculo del volumen de las mismas, ya que el 100% presenta un desempeño insuficiente.

5. La esfera de la figura 4, está inscrita en el cilindro.

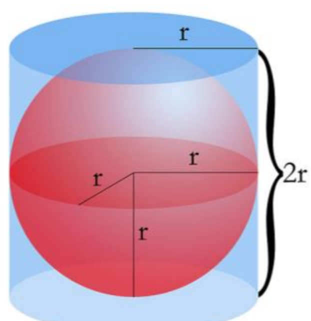


Figura 8.

Tomado de: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Archimedes_Hat_Box_Construction.jpg

Si el volumen de la esfera es $36\ cm^3$, ¿cuál es el volumen del cilindro?. Tener en cuenta que el volumen de una esfera se determina mediante la expresión $\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi r^3}$ y el volumen de un cilindro $\boldsymbol{V = \pi r^2 \times h}$, donde $r = radio\ y\ h = altura\ del\ cilindro.$

Gráfico 15:
Análisis estadístico desempeño pregunta 5 Pre-test Grupo Experimental

Fuente: elaboración propia

Se evidencia en los resultados de esta pregunta que el total de los estudiantes presenta un desempeño insuficiente respecto al cálculo de volúmenes de cuerpos redondos. Algunos realizan el proceso de manera errada y la mayoría manifiesta no recordar el tema, no haber visto el tema o no entender el tema.

6. Un salón de clases tiene 7 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de alto. Si uno de los papás del salón es pintor y cobra $ 15.000 por pintar un metro cuadrado (m^2). Cuánto cuesta pintar las paredes del salón. (No tenga en cuenta ni el piso del salón ni el techo).

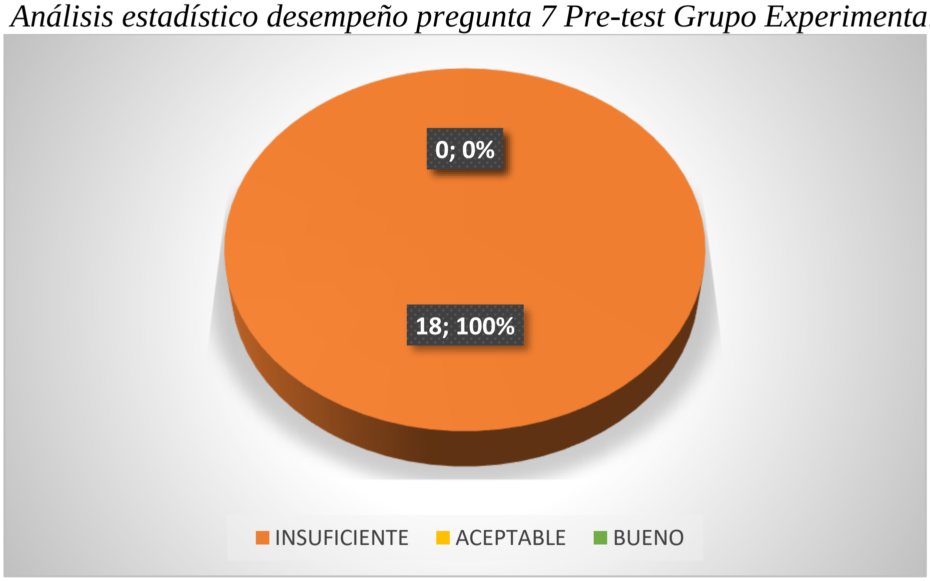
Gráfico 16:
Análisis estadístico desempeño pregunta 6 Pre-test Grupo Experimental

Fuente: elaboración propia

A través de los resultados podemos identificar que ninguno de los estudiantes presenta la habilidad para calcular el área y superficie y aplicarlo en situaciones concretas de la cotidianidad.

7. Teniendo en cuenta el problema anterior y sabiendo que se desea poner en el piso del salón baldosas de 2 m de largo por 1 m de ancho, Determinar la cantidad de baldosas necesarias para cubrir todo el piso del salón.

Gráfico 17:
Análisis estadístico desempeño pregunta 7 Pre-test Grupo Experimental



Fuente: elaboración propia

Los resultados evidenciados en esta preguntan muestran que ninguno de los estudiantes está en la capacidad para hacer cálculo de áreas y aplicarlo a situaciones concreta, ya que manifiestan no haber visto el tema, no recordarlo o no entenderlo. Además, en algunos casos se resuelve de manera errada.

8. El rectángulo P Q R S se ha dividido en 8 rectángulos pequeños de igual tamaño, y sobre éstos se ha sombreado un triángulo como se muestra a continuación:

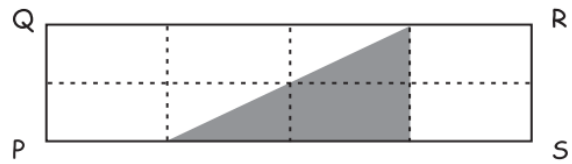
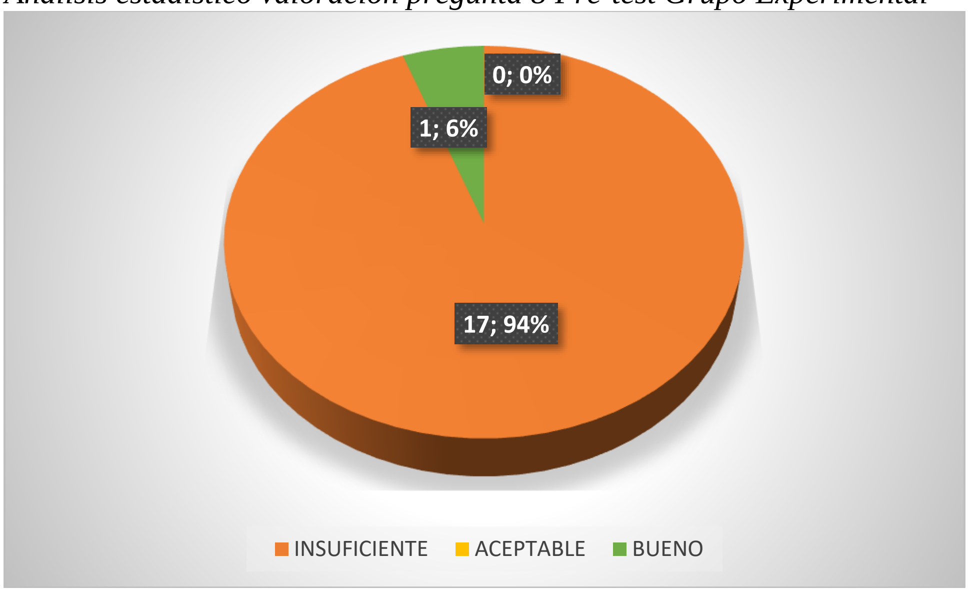


Figura 5.

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/7-matematicas-grado-9c2ba-prueba.pdf

Si la medida del segmento PQ = 4 cm y la medida del segmento PS = 16 cm, determinar el área del triángulo sombreado.

Gráfico 18:
Análisis estadístico valoración pregunta 8 Pre-test Grupo Experimental



Fuente: elaboración propia

El resultado de esta pregunta nos permite seguir evidenciando que el 94% de los estudiantes no tienen la habilidad para resolver problemas que involucran el cálculo de áreas, ya que presentan un desempeño insuficiente.

9. En un laboratorio de química se va a realizar un experimento, para lo cual se necesita exactamente la cantidad de líquido que se puede depositar en el recipiente de la figura 6.

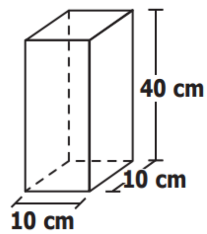
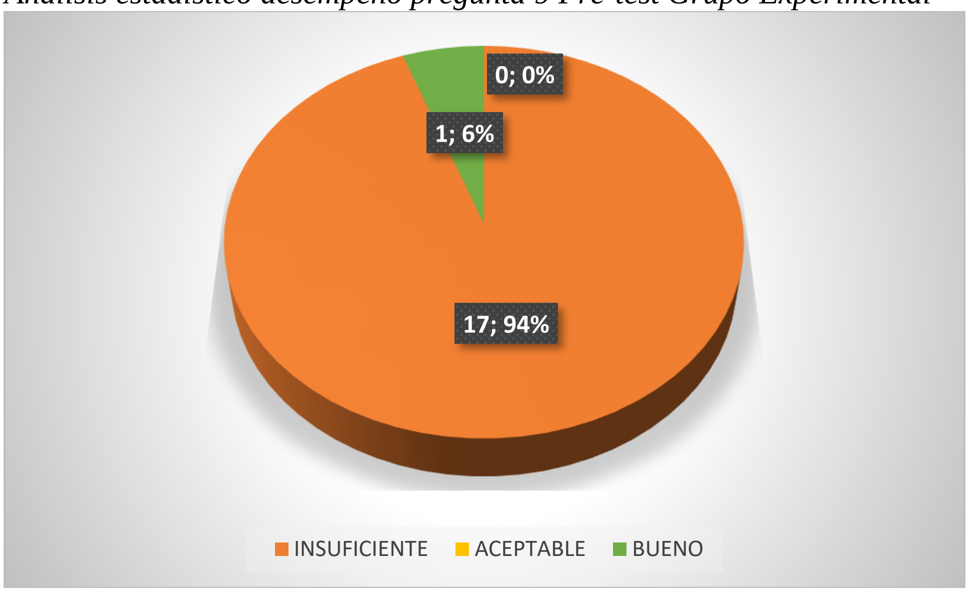


Figura 6.
Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/22-z6-matematica-grado-9-calendario-b-2009.pdf

Indicar qué cantidad de líquido se necesita para realizar el experimento

Gráfico 19:
Análisis estadístico desempeño pregunta 9 Pre-test Grupo Experimental



Fuente: elaboración propia

Podemos observar que según los resultados mostrados en el análisis estadístico el 94% de los estudiantes no posee los conocimientos para determinar el volumen de un prisma. Presentan un desempeño insuficiente.

10. Las figuras 7 y 8 representan dos sólidos rectangulares cuyas bases son cuadrados.

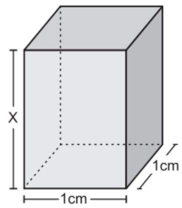


Figura 7.

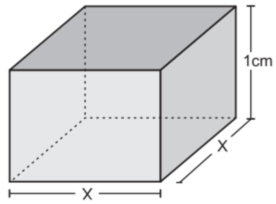
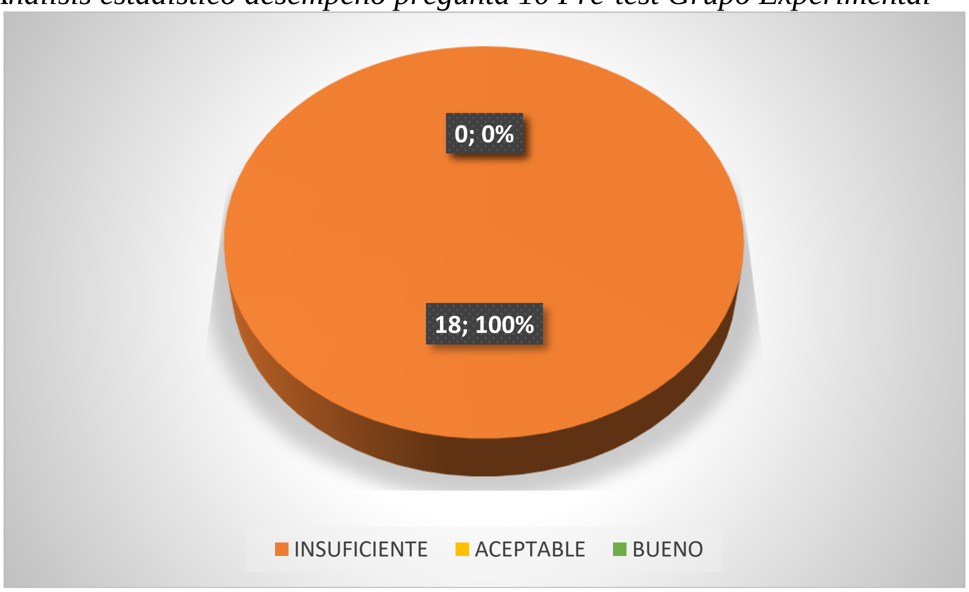


Figura 8.

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/7-matematicas-grado-9c2ba-prueba.pdf

Determinar las expresiones que representan los volúmenes de los sólidos de la figura 7 y de la figura 8.

Gráfico 20:
Análisis estadístico desempeño pregunta 10 Pre-test Grupo Experimental

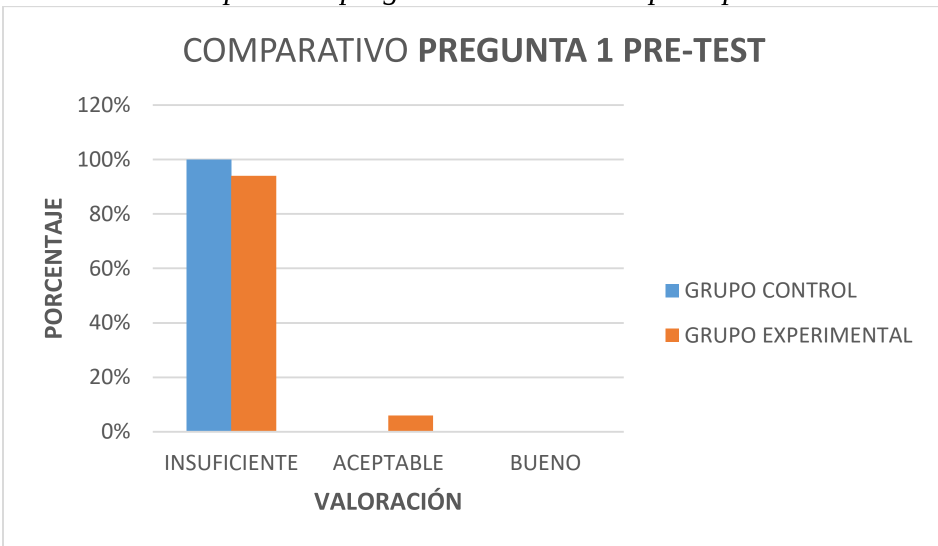


Fuente: elaboración propia

Se evidencia en los resultados de esta pregunta que el total de los estudiantes no tienen la habilidad o el conocimiento necesario para resolver problemas que involucran el cálculo de volúmenes de los prismas.

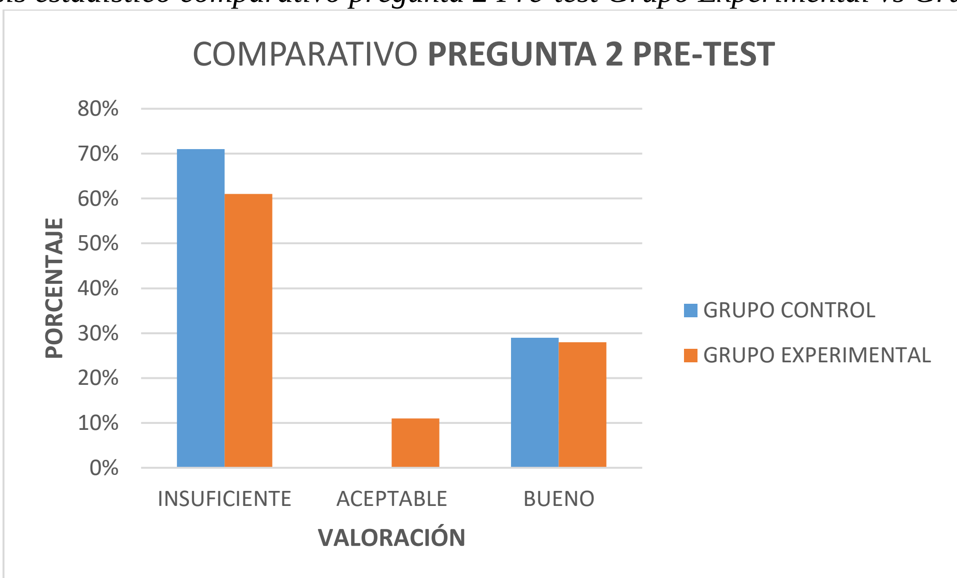
Análisis comparativo

Gráfico 21:
Análisis estadístico comparativo pregunta 1 Pre-test Grupo Experimental vs Grupo Control



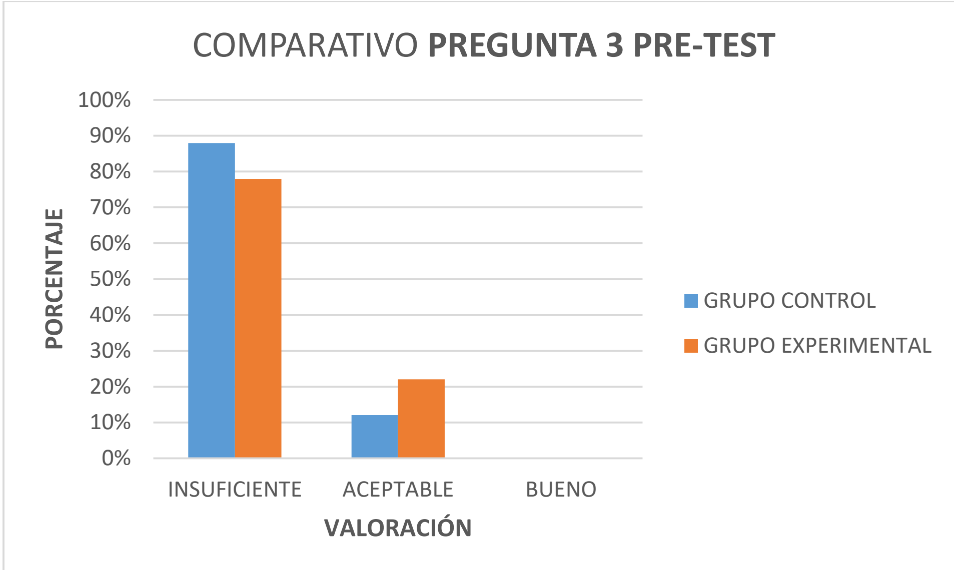
Fuente: elaboración propia

Gráfico 22:
Análisis estadístico comparativo pregunta 2 Pre-test Grupo Experimental vs Grupo Control



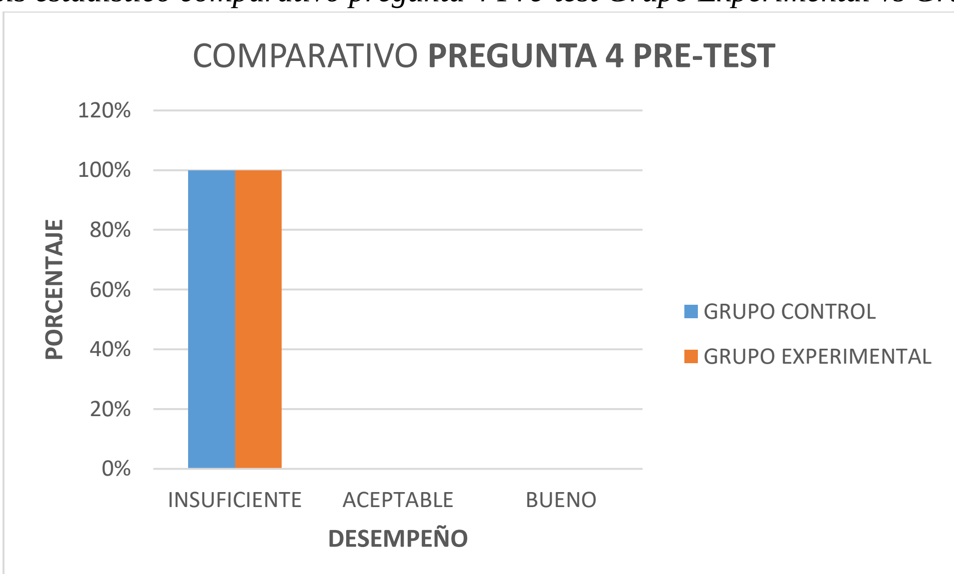
Fuente: elaboración propia

Gráfico 23:
Análisis estadístico comparativo pregunta 3 Pre-test Grupo Experimental vs Grupo Control



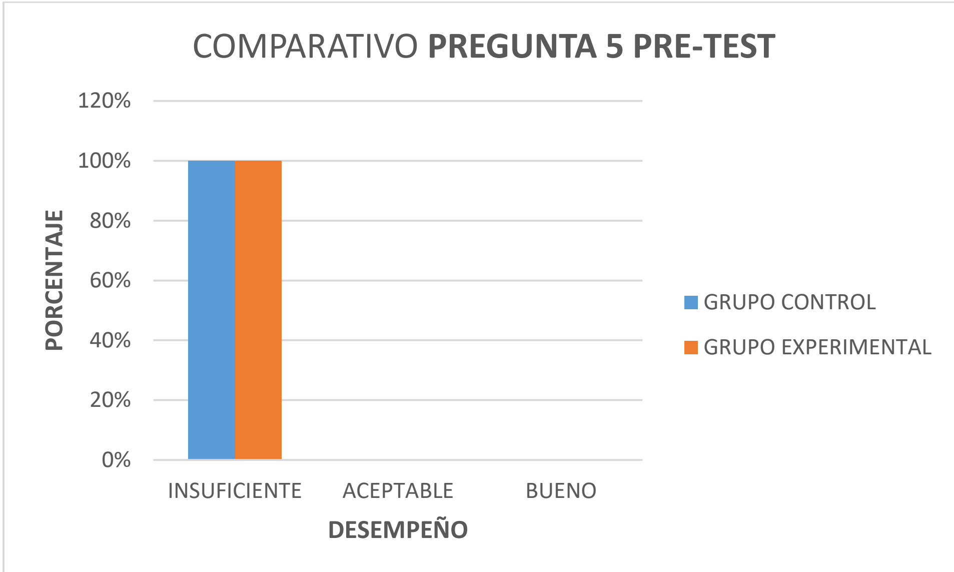
Fuente: elaboración propia

Gráfico 24:
Análisis estadístico comparativo pregunta 4 Pre-test Grupo Experimental vs Grupo Control



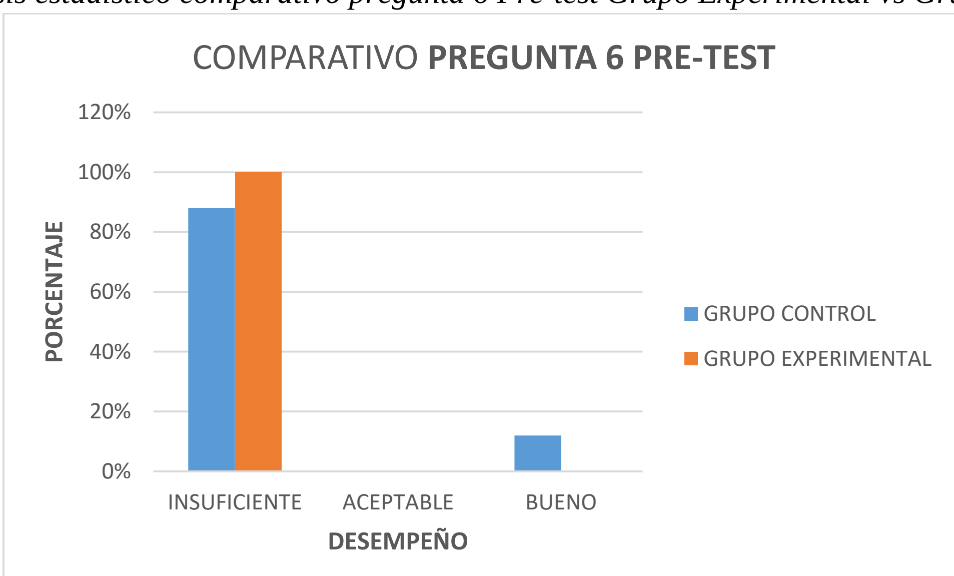
Fuente: elaboración propia

Gráfico 25:
Análisis estadístico comparativo pregunta 5 Pre-test Grupo Experimental vs Grupo Control



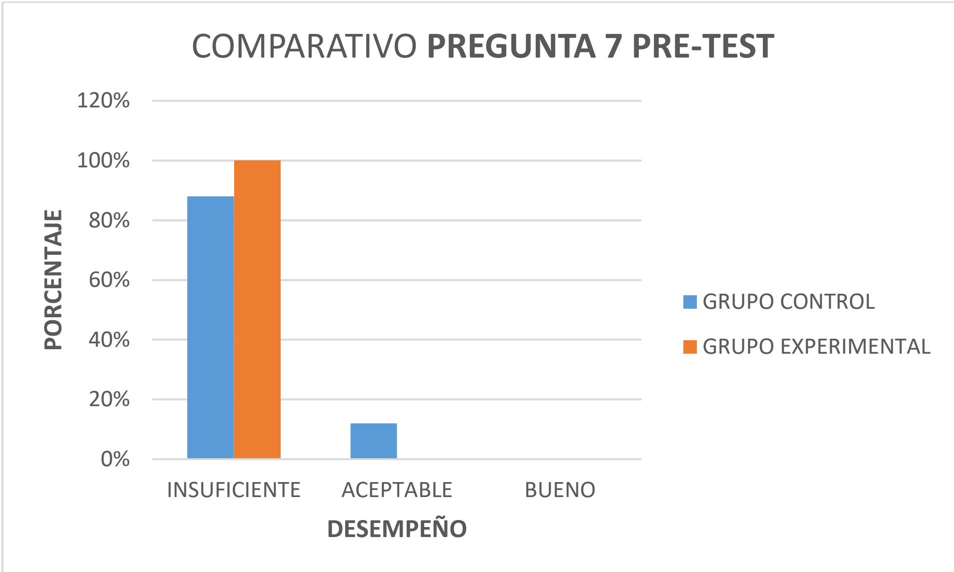
Fuente: elaboración propia

Gráfico 26:
Análisis estadístico comparativo pregunta 6 Pre-test Grupo Experimental vs Grupo Control



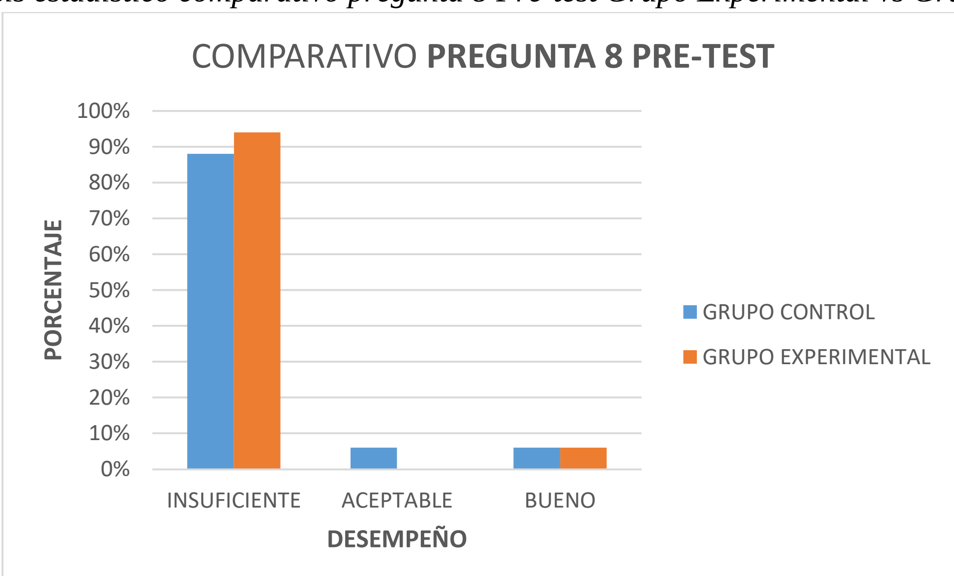
Fuente: elaboración propia

Gráfico 27:
Análisis estadístico comparativo pregunta 7 Pre-test Grupo Experimental vs Grupo Control



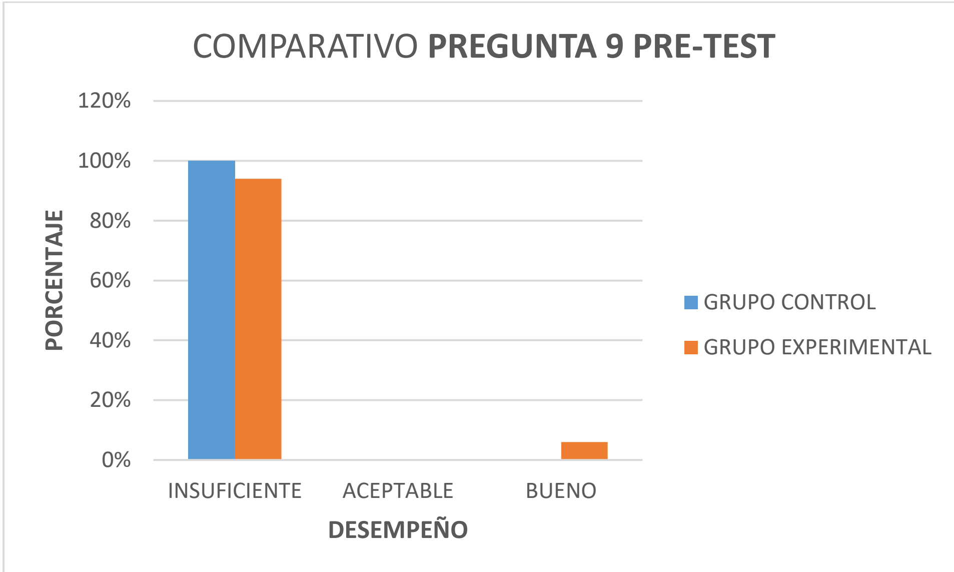
Fuente: elaboración propia

Gráfico 28:
Análisis estadístico comparativo pregunta 8 Pre-test Grupo Experimental vs Grupo Control



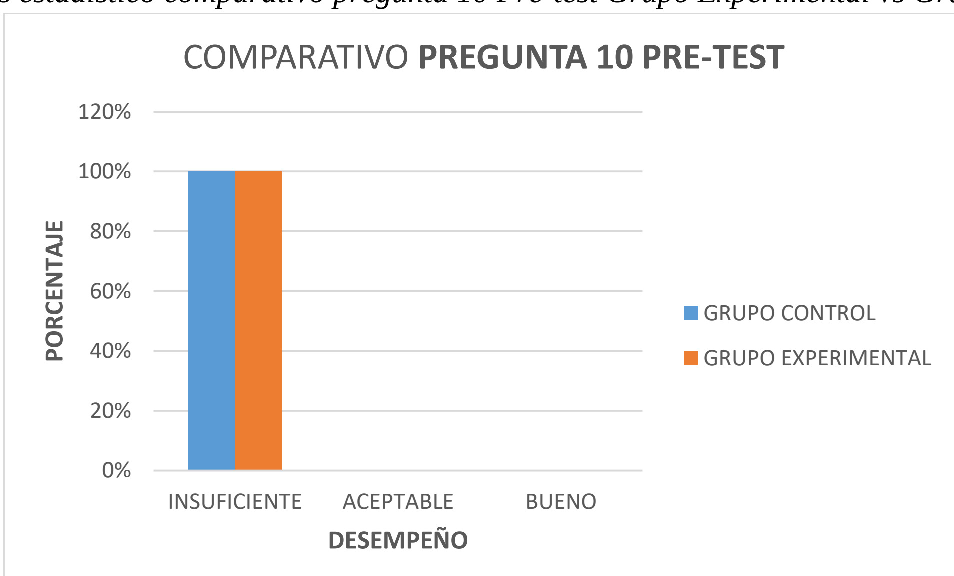
Fuente: elaboración propia

Gráfico 29:
Análisis estadístico comparativo pregunta 9 Pre-test Grupo Experimental vs Grupo Control



Fuente: elaboración propia

Gráfico 30:
Análisis estadístico comparativo pregunta 10 Pre-test Grupo Experimental vs Grupo Control



Fuente: elaboración propia

Se evidencia en el análisis comparativo que tanto el grupo control como el grupo experimental presentan insuficiencia para abordar los conceptos y procesos que corresponden al cálculo de área y volumen de cuerpos geométricos. Se puede observar, además, que son grupos con características similares en cuanto a los conocimientos del tema.

Teniendo en cuenta las dificultades evidenciadas en los estudiantes del grado 9° del Instituto Juan XXIII, grado 9°A (grupo control) y grado 9°B (grupo experimental), se procede a diseñar unidad didáctica para la intervención posterior al pre-test:

Guía didáctica para la enseñanza-aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos con metodología tradicional. Esta unidad didáctica comprende el contenido, objetivos, secuencia de aprendizaje, actividad previa, conceptualización y desarrollo de la temática con ilustración de los cuerpos geométricos, sus elementos, fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes, ejemplos resueltos, actividades de ejercitación y de evaluación utilizando enseñanza tradicional. (Ver anexo C)

Guía didáctica para la enseñanza-aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos con material concreto y el software Geogebra. Esta unidad didáctica comprende el contenido, objetivos, secuencia de aprendizaje, actividad previa, conceptualización y desarrollo de la temática con ilustración de los cuerpos geométricos, sus elementos, fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes, ejemplos resueltos, actividades de ejercitación y de evaluación utilizando material concreto y el software Geogebra. (Ver anexo D)

Luego se hace la implementación y desarrollo de las dos unidades didácticas diseñadas empleando un tiempo de 8 horas con cada grupo. Al grado 9°A (grupo control) se le aplica la *Guía didáctica para la enseñanza-aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos* **con metodología tradicional** y al grado 9° B (grupo experimental) se le aplica la *Guía didáctica para la enseñanza-*

aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos ***con material concreto y el software Geogebra***.

Después de aplicar las unidades didácticas se evalúa el logro alcanzado por los estudiantes tanto del grupo control como del grupo experimental en relación con el cálculo de área y volumen de cuerpos geométricos. Para ello se aplica un pos-test (el mismo pre-test) a los dos grupos.

Seguidamente se hace el análisis de los resultados del pos-test. Para ello se realiza por pregunta un gráfico estadístico que permite comparar los resultados del grupo control y el grupo experimental. Además, se hace interpretación de los resultados tomando como referente el análisis comparativo realizado al pre-test. Con este propósito para dicho análisis por cada pregunta se muestran dos gráficos comparativos. A la izquierda el gráfico que muestra los resultados comparativos del pre-test y a la derecha el gráfico comparativo que muestra los resultados del pos-test.

1. El perímetro es la longitud que corresponde al contorno de una figura, es decir, es la suma de los lados que forman el polígono. La figura 1 corresponde a un cuadrado de lado L de perímetro igual a $32\ cm$. Determinar el área del cuadrado sombreado de la figura 1, sabiendo que el lado del cuadrado sombreado es L/2

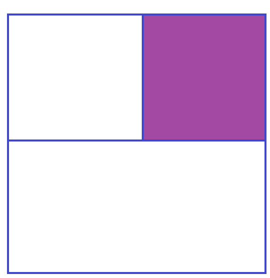
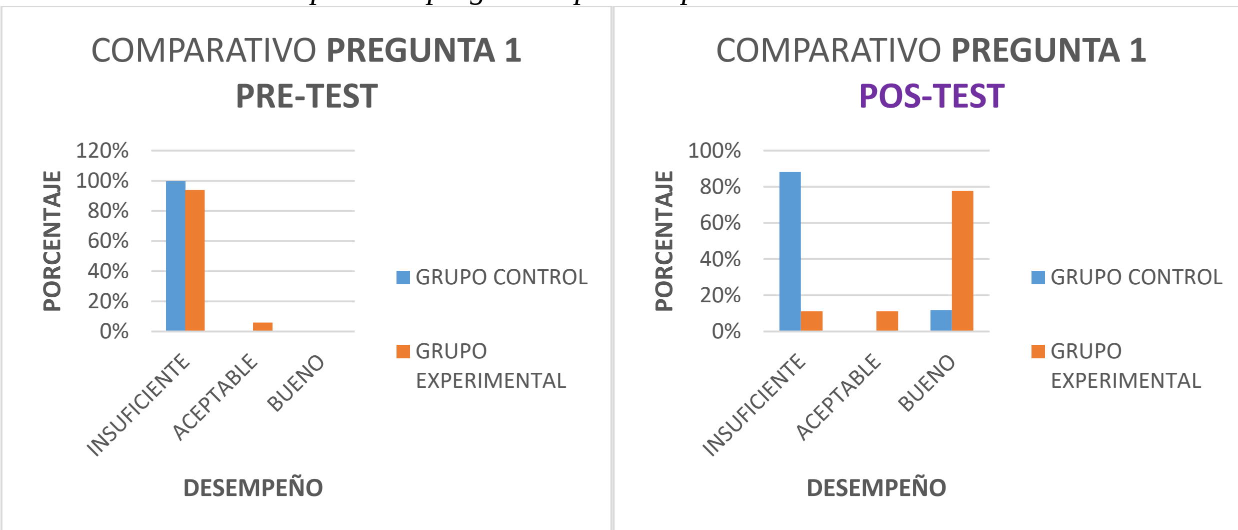


Figura 9

Gráfico 31:
Análisis estadístico comparativo pregunta 1 pre-test/pos-test

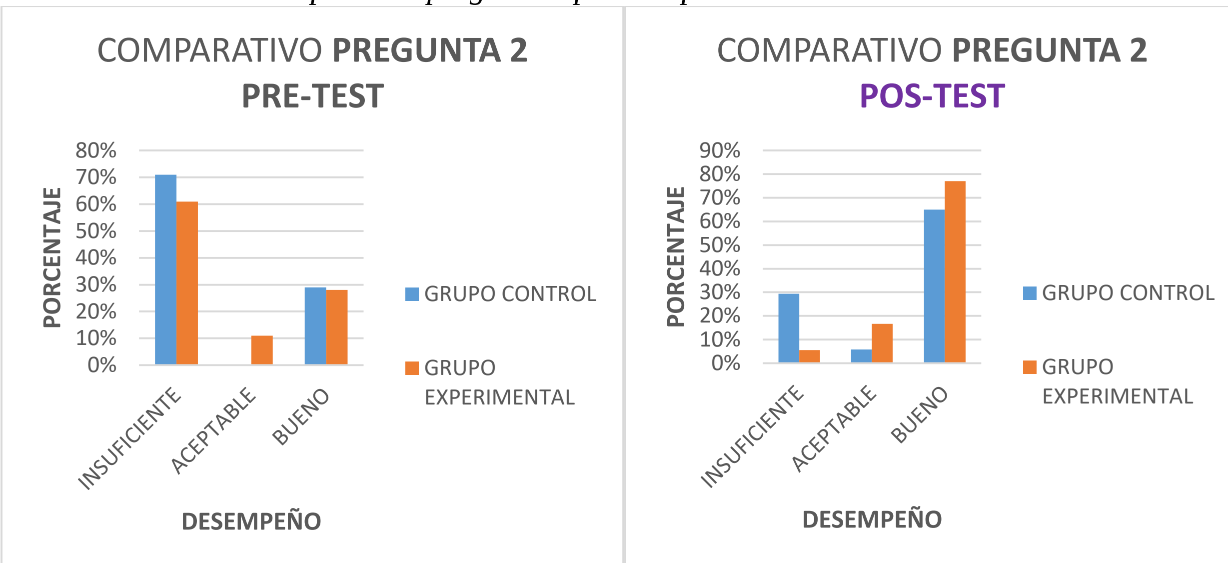


Fuente: elaboración propia

En la información gráfica se muestra que en el pre-test tanto el grupo control como el grupo experimental tiene un alto porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente, 100% y 94% respectivamente. Se evidencia en el pos-test que en esta misma pregunta (que aborda los conceptos de perímetro y área) el porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente para el grupo experimental disminuye de 94% a 11%, mientras que en el grupo control disminuye de 100% a 88%. Además, en el pos-test el grupo experimental tiene el mayor porcentaje (78%) de los estudiantes con desempeño bueno, mientras que el grupo control solo el 12% tiene este desempeño.

2. Un polígono es la superficie plana comprendida dentro de una línea poligonal cerrada. Por ejemplo, el cuadrado, el rectángulo, el triángulo, entre otros. Mencione 3 elementos que hacen parte de un polígono:

Gráfico 32:
Análisis estadístico comparativo pregunta 2 pre-test/pos-test



Fuente: elaboración propia

En la información gráfica se muestra que en el pre-test tanto el grupo control como el grupo experimental tiene el mayor porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente, 71% y 61% respectivamente. Se evidencia en el pos-test que en esta misma pregunta (que indaga si los estudiantes identifican los elementos de un polígono) el porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente para el grupo experimental disminuye de 61% a 6%, mientras que en el grupo control disminuye de 71% a 29%. Además, en el pos-test el grupo experimental comparado con el grupo control tiene mayor porcentaje de estudiantes con desempeño bueno (77%) y el grupo control (65%).

3. El volumen del cubo de la figura 2. es 64 cm^3, Determinar la medida de la arista a, si se conoce que el volumen de un cubo viene dado por la expresión Matemática: $v = a^3$. Donde $v = Volumen, a = lado\ del\ cubo$.

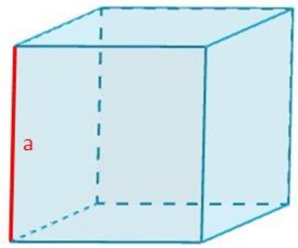
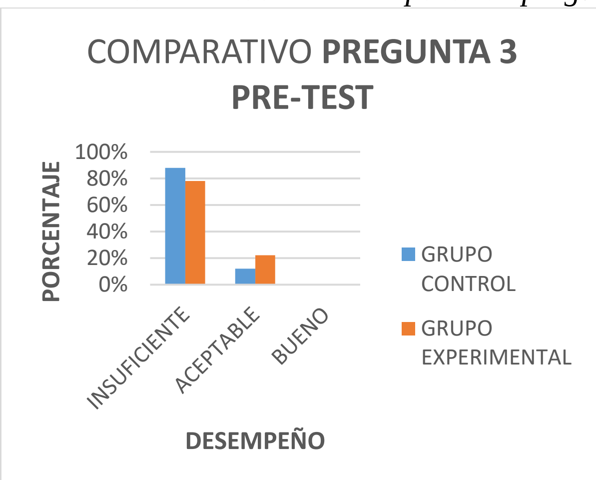
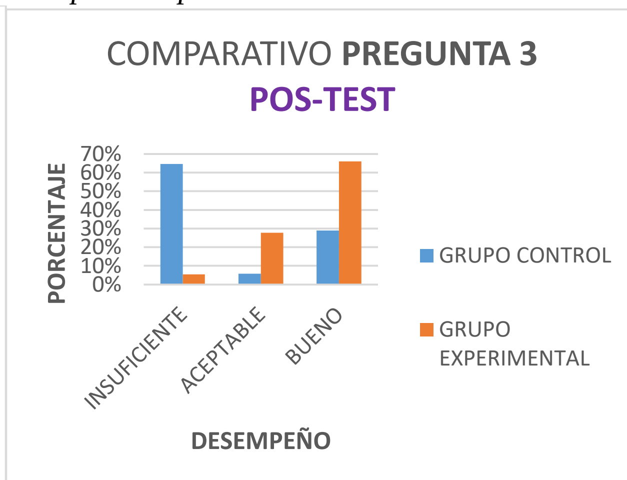


Figura 10

Gráfico 33:
Análisis estadístico comparativo pregunta 3 pre-test/pos-test





Fuente: elaboración propia

En la información gráfica se muestra que en el pre-test tanto el grupo control como el grupo experimental tiene un alto porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente, 88% y 78% respectivamente. Se evidencia en el pos-test que en esta misma pregunta (que aborda el concepto y cálculo de volumen de cuerpos geométricos) el porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente para el grupo experimental disminuye de 78% a 6%, mientras que en el grupo control disminuye de 88% a 65%. Además, en el pos-test el grupo experimental tiene el mayor porcentaje (66%) de los estudiantes con desempeño bueno, mientras que el grupo control solo el 29% tiene este desempeño.

4. Supongamos que la esfera de la figura 3. cabe justo en el cubo, es decir, el diámetro de la esfera es igual a la arista del cubo. Determinar el volumen de la esfera y el volumen del cubo si el diámetro es igual 5 cm.

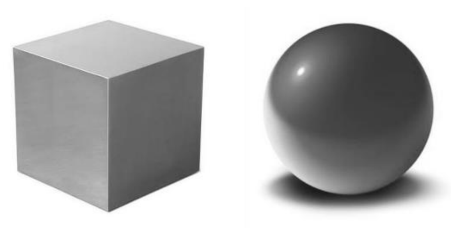
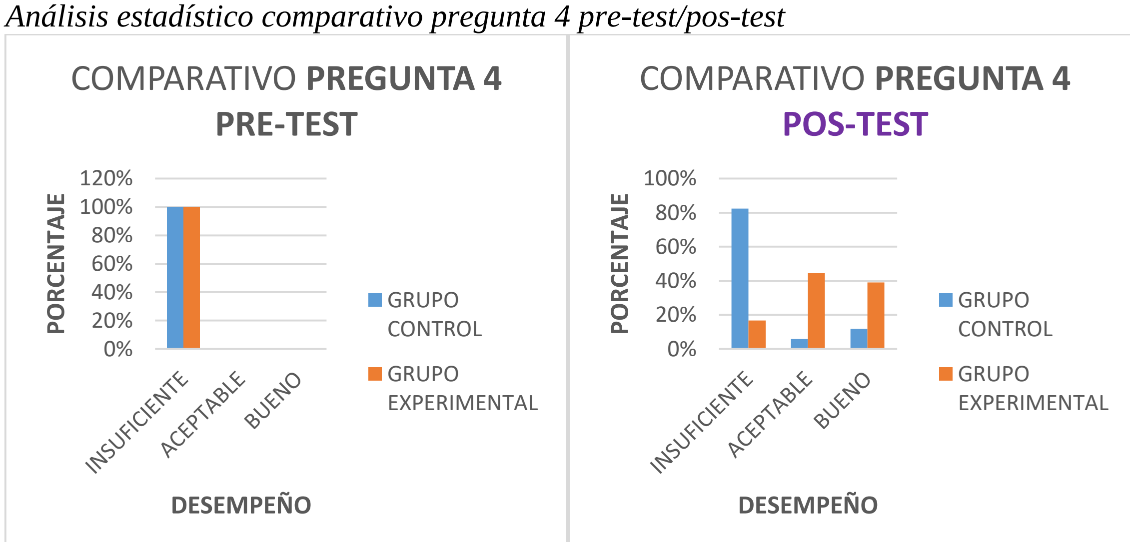


Figura 11

Volumen del cubo: $v = l^3$. Donde $v = Volumen, l = lado\ del\ cubo$.
Volumen de la esfera: $\frac{4\pi r^3}{3}$. Donde $r = Radio\ de\ la\ esfera$.

Gráfico 34:
Análisis estadístico comparativo pregunta 4 pre-test/pos-test



Fuente: elaboración propia

La información gráfica muestra que en el pre-test tanto el grupo control como el grupo experimental tiene el 100% de los estudiantes con desempeño insuficiente. Se evidencia en el pos-test que en esta misma pregunta (que indaga sobre el cálculo de volúmenes) el porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente para el grupo experimental disminuye de 100% a 17%, mientras que en el grupo control disminuye de 100% a 82%. Además, en el pos-test el grupo experimental comparado con el grupo control tiene mayor porcentaje de estudiantes con desempeño bueno (39%) y el grupo control (12%).

5. La esfera de la figura 4, está inscrita en el cilindro.

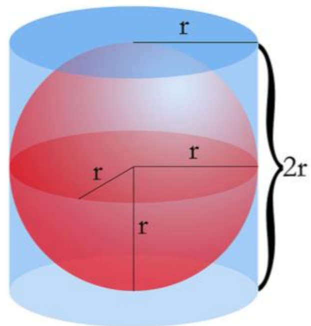
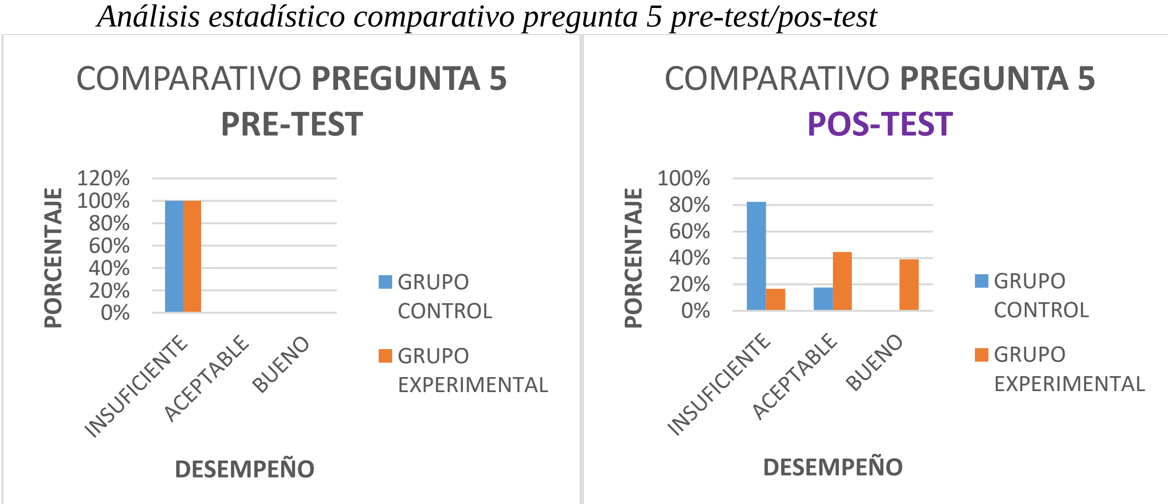


Figura 12.

Tomado de: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Archimedes_Hat_Box_Construction.jpg

Si el volumen de la esfera es $36\ cm^3$, ¿cuál es el volumen del cilindro?. Tener en cuenta que el volumen de una esfera se determina mediante la expresión $\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi r^3}$ y el volumen de un cilindro $\boldsymbol{V = \pi r^2 \times h}$, donde $r = radio\ y\ h = altura\ del\ cilindro.$

Gráfico 35:
Análisis estadístico comparativo pregunta 5 pre-test/pos-test

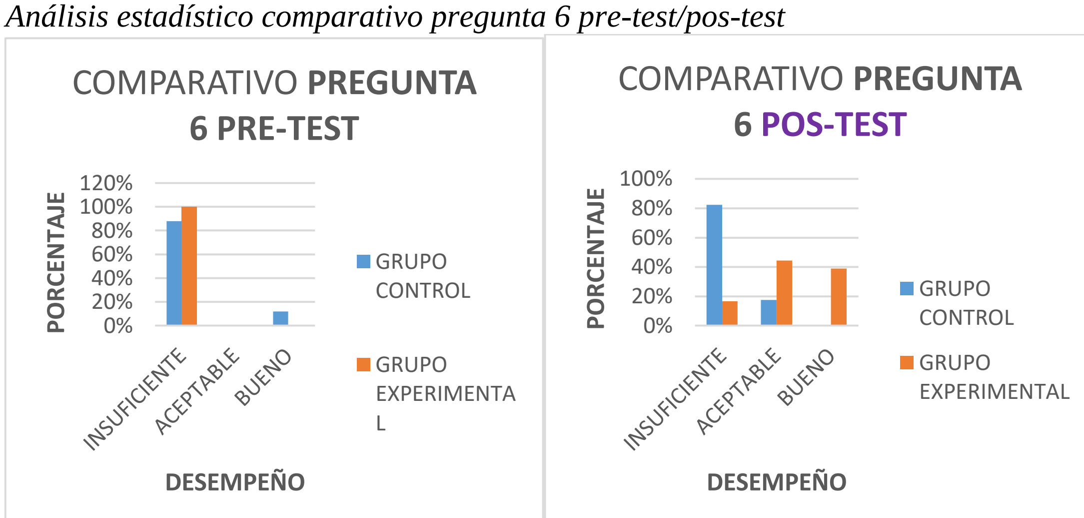


Fuente: elaboración propia

La información gráfica muestra que en el pre-test tanto el grupo control como el grupo intervención tiene el 100% de los estudiantes con desempeño insuficiente. Se evidencia en el pos-test que en esta misma pregunta (que indaga sobre el cálculo de volúmenes) el porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente para el grupo experimental disminuye de 100% a 17%, mientras que en el grupo control disminuye de 100% a 82%. Además, en el pos-test el grupo experimental comparado con el grupo control tiene mayor porcentaje de estudiantes con desempeño bueno (39%) y el grupo control (0%).

6. Un salón de clases tiene 7 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de alto. Si uno de los papás del salón es pintor y cobra $ 15.000 por pintar un metro cuadrado (m^2). Cuánto cuesta pintar las paredes del salón. (No tenga en cuenta ni el piso del salón ni el techo).

Gráfico 36:
Análisis estadístico comparativo pregunta 6 pre-test/pos-test

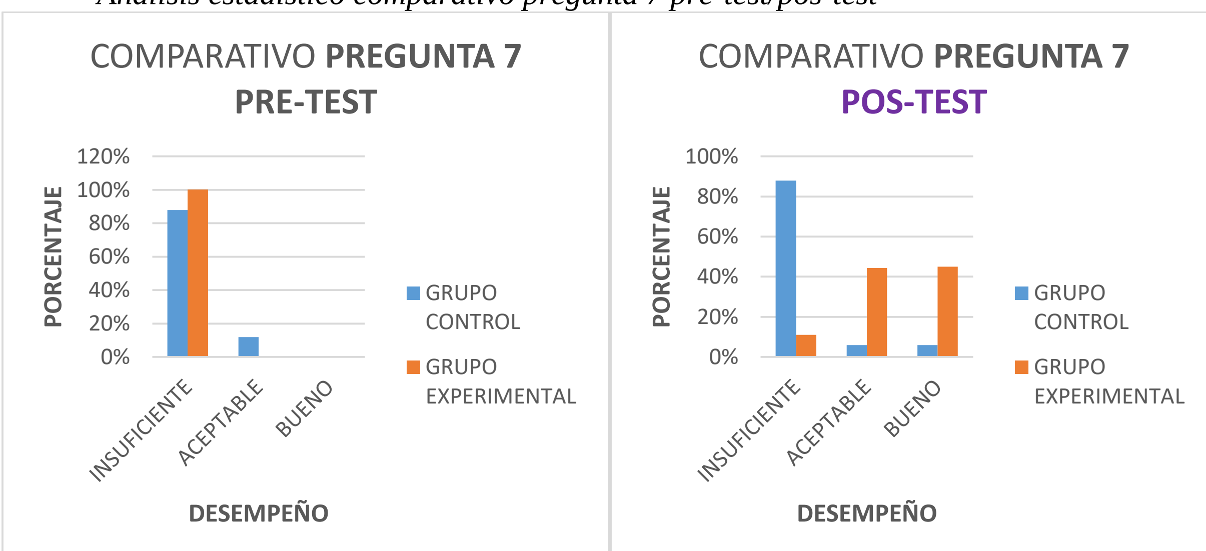


Fuente: elaboración propia

La información gráfica muestra que en el pre-test tanto el grupo control como el grupo experimental tienen un alto porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente: 88% y 100% respectivamente. Se evidencia en el pos-test que en esta misma pregunta (que indaga sobre el cálculo de áreas) el porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente para el grupo experimental disminuye de 100% a 17%, mientras que en el grupo control disminuye de 88% a 82%. Además, en el pos-test el grupo experimental comparado con el grupo control tiene mayor porcentaje de estudiantes con desempeño bueno (39%) y el grupo control (0%).

7. Teniendo en cuenta el problema anterior y sabiendo que se desea poner en el piso del salón baldosas de 2 m de largo por 1 m de ancho, Determinar la cantidad de baldosas necesarias para cubrir todo el piso del salón.

Gráfico 37:
Análisis estadístico comparativo pregunta 7 pre-test/pos-test



Fuente: elaboración propia

La información gráfica muestra que en el pre-test tanto el grupo control como el grupo experimental tienen un alto porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente: 88% y 100% respectivamente. Se evidencia en el pos-test que en esta misma pregunta (que indaga sobre el cálculo de áreas) el porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente para el grupo experimental disminuye de 100% a 11%, mientras que en el grupo control se mantuvo constante en 88%. Además, en el pos-test el grupo experimental comparado con el grupo control tiene mayor porcentaje de estudiantes con desempeño bueno (45%) y el grupo control (6%).

8. El rectángulo P Q R S se ha dividido en 8 rectángulos pequeños de igual tamaño, y sobre éstos se ha sombreado un triángulo como se muestra a continuación:

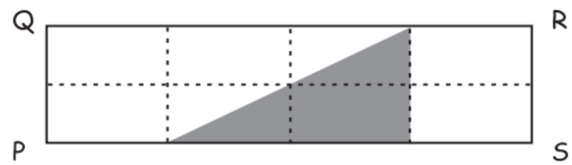
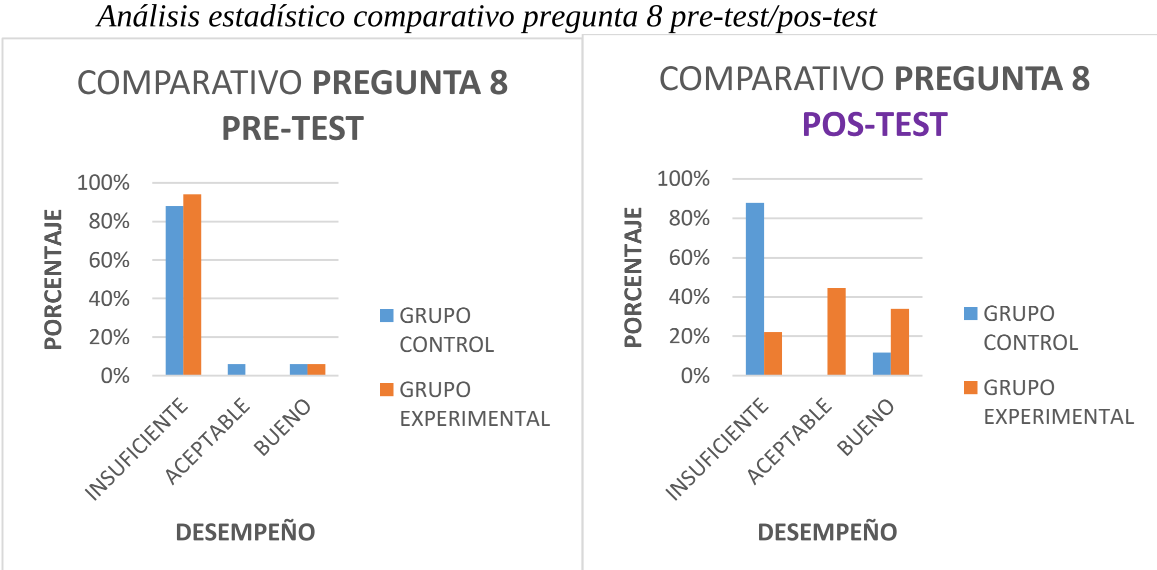


Figura 5.

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/7-matematicas-grado-9c2ba-prueba.pdf

Si la medida del segmento PQ = 4 cm y la medida del segmento PS = 16 cm, determinar el área del triángulo sombreado.

Gráfico 38:
Análisis estadístico comparativo pregunta 8 pre-test/pos-test



Fuente: elaboración propia

La información gráfica muestra que en el pre-test tanto el grupo control como el grupo experimental tienen un alto porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente: 88% y 94% respectivamente. Se evidencia en el pos-test que en esta misma pregunta (que indaga sobre el cálculo de áreas) el porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente para el grupo experimental disminuye de 94% a 22%, mientras que en el grupo control se mantuvo constante en 88%. Además, en el pos-test el grupo experimental comparado con el grupo control tiene mayor porcentaje de estudiantes con desempeño bueno (34%) y el grupo control (12%).

9. En un laboratorio de química se va a realizar un experimento, para lo cual se necesita exactamente la cantidad de líquido que se puede depositar en el recipiente de la figura 6.

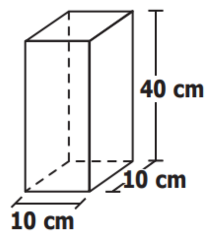
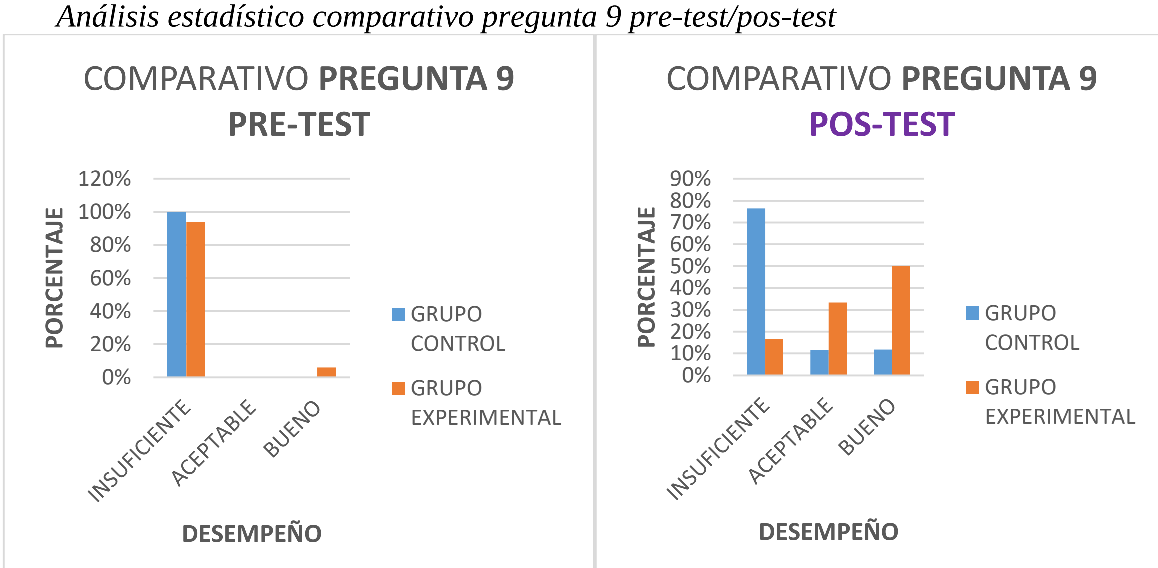


Figura 6.
Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/22-z6-matematica-grado-9-calendario-b-2009.pdf

Indicar qué cantidad de líquido se necesita para realizar el experimento

Gráfico 39:
Análisis estadístico comparativo pregunta 9 pre-test/pos-test



Fuente: elaboración propia

La información gráfica muestra que en el pre-test tanto el grupo control como el grupo experimental tienen un alto porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente: 100% y 94% respectivamente. Se evidencia en el pos-test que en esta misma pregunta (que indaga sobre el cálculo de volúmenes) el porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente para el grupo experimental disminuye de 94% a 17%, mientras que en el grupo control disminuye de 100% a 76%. Además, en el pos-test el grupo experimental comparado con el grupo control tiene mayor porcentaje de estudiantes con desempeño bueno (50%) y el grupo control (12%).

10. Las figuras 7 y 8 representan dos sólidos rectangulares cuyas bases son cuadrados.

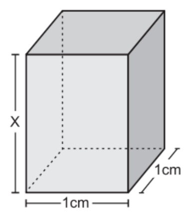


Figura 7.

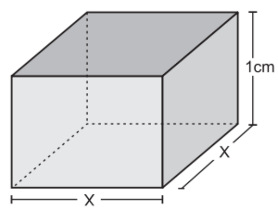
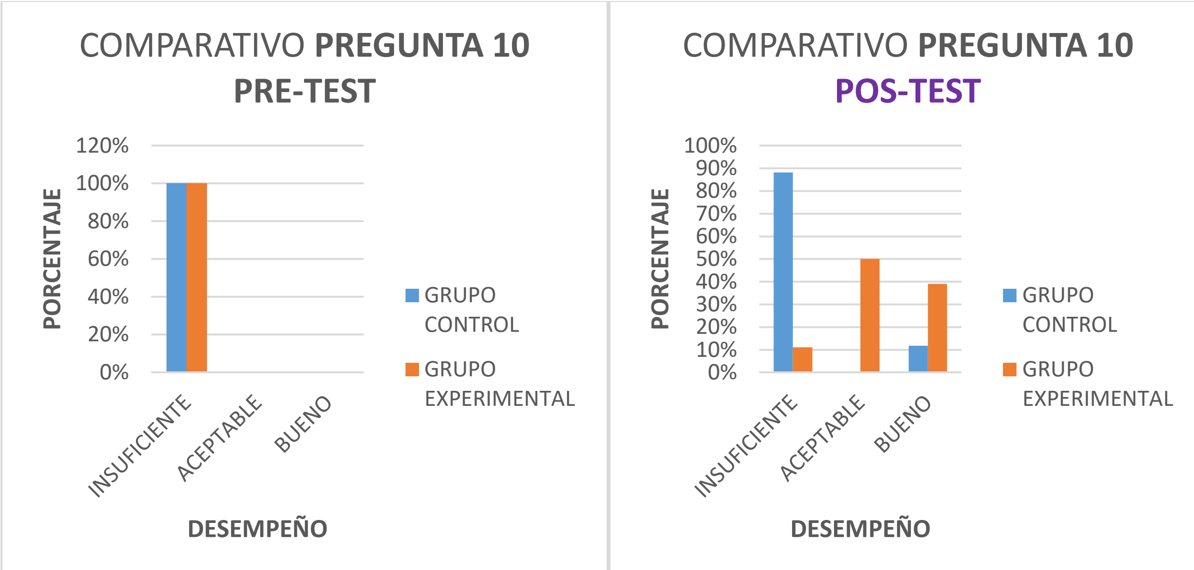


Figura 8.

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/7-matematicas-grado-9c2ba-prueba.pdf

Determinar las expresiones que representan los volúmenes de los sólidos de la figura 7 y de la figura 8.

Gráfico 40:
Análisis estadístico comparativo pregunta 9 pre-test/pos-test



Fuente: elaboración propia

La información gráfica muestra que en el pre-test tanto el grupo control como el grupo experimental tiene el 100% de los estudiantes con desempeño insuficiente. Se evidencia en el pos-test que en esta misma pregunta (que indaga sobre el cálculo de volúmenes) el porcentaje de estudiantes con desempeño insuficiente para el grupo experimental disminuye de 100% a 11%, mientras que en el grupo control disminuye de 100% a 88%. Además, en el pos-test el grupo experimental comparado con el grupo control tiene mayor porcentaje de estudiantes con desempeño bueno (39%) y el grupo control (12%).

4. Propuesta de investigación

A continuación, se describe cada una de las estrategias y actividades diseñadas para resolver el problema planteado y la consecución de los objetivos planteados en la investigación.

Pre-test.

Este instrumento fue diseñado con el propósito de conocer los conocimientos previos que tienen los estudiantes de grado 9° sobre el cálculo de superficies y volúmenes. Consta de 10 preguntas abiertas que permiten evidenciar las habilidades y competencias que tiene los estudiantes para abordar el cálculo de superficies y volúmenes. Se aplicó tanto al grupo control (grado 9°A), como al grupo intervención (grado 9°B). (Ver anexo A)

Documento validación del pre-test*.*

Con el propósito de validar el pre-test, se diseña un documento que permite la validación de expertos del instrumento. Para la validación del pre-test por los expertos se establecen las respuestas en las escalas tipo Likert, evaluando en cada una de las preguntas la adecuación y pertinencia con respecto al objetivo general y al objetivo específico que aborda. Para dicha validación los cuatro expertos debían responder de acuerdo a las siguientes opciones: 1 = Muy en desacuerdo; 2 = En desacuerdo; 3 = Ni de acuerdo ni en desacuerdo; 4 = De acuerdo; 5 = Muy de acuerdo. (Ver anexo B).

Guía didáctica para la enseñanza-aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos con enseñanza tradicional.

El objetivo de esta guía es la enseñanza y aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos con metodología tradicional. Está estructurada de la siguiente manera: identificación, objetivos, secuencia de aprendizaje, actividad previa, conceptualización y ejercitación, empleando para su desarrollo metodología meramente tradicional. Este instrumento es aplicado a los estudiantes del grado 9°A del Instituto Juan XXIII, quienes en la propuesta investigativa son denominados como el grupo control. (Ver anexo C)

Guía didáctica para la enseñanza-aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos con material concreto y el software Geogebra.

El objetivo de esta guía es la enseñanza y aprendizaje de área y volumen de cuerpos geométricos empleando material concreto y el software Geogebra, para de esta manera favorecer proceso educativo fortaleciendo el componente geométrico. Está estructurada de la siguiente manera: identificación, objetivos, secuencia de aprendizaje, actividad previa, conceptualización desarrollada a través de actividades con material concreto y el software Geogebra y ejercitación, empleando una metodología innovadora y motivadora. Este instrumento es aplicado a los estudiantes del grado 9°B del Instituto Juan XXIII, quienes en la propuesta investigativa son denominados como el grupo intervención o experimental. (Ver anexo D)

Pos-test.

Este instrumento se aplica con el propósito de conocer los logros alcanzados por los dos grupos del grado 9°, tanto del grupo control, como del grupo intervención o experimental, después de desarrollar la guía didáctica con enseñanza tradicional con el grupo control y la guía didáctica apoyada con actividades que implican el uso de material concreto y el software Geogebra con el grupo intervención o experimental. (Ver anexo E).

Análisis de la información.

Para el análisis de la información se hace uso de algunas herramientas estadísticas. La primera información analizada corresponde a la validación del instrumento pre-test/pos-test por los expertos. Después de recibir los resultados de la validación de cada experto, esta se organiza en una tabla en la cual se resume la información y se determina el valor promedio para cada pregunta en términos de adecuación y pertinencia de cada pregunta con el objetivo general y el objetivo específico que aborda. Para que el instrumento fuera validado el promedio de cada pregunta en relación adecuación y a pertinencia debía tener una valoración mínimo de 4,0 puntos. (Ver anexo F)

Para el análisis de los resultados se organizan la valoración tanto del pre-test como del pos-test en tablas y luego son representados en gráficos estadísticos comparativos. Dichas herramientas estadísticas permiten resumir y consolidar la información de manera que se puedan hacer los análisis e interpretaciones del caso. (Ver anexo G)

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

- Se logró evidenciar al aplicar el pre-test que los estudiantes del grado 9° del Instituto Juan XXIII de Buenaventura no poseen las competencias mínimas para abordar los conceptos y procesos que corresponden al cálculo de área y volumen de cuerpos geométricos. Los estudiantes, Tanto del grado 9°A (grupo control) como del grado 9°B (grupo experimental) mostraron en un alto porcentaje desempeño insuficiente en la situación problema abordada en cada pregunta.
- El diseño y aplicación de material didáctico con el uso de material concreto y de las TIC, particularmente el software Geogebra sumado a la orientación pedagógica generada por el docente dinamiza y motiva a la participación activa de los estudiantes en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, de manera especial del componente geométrico, porque pueden modelar, representar e identificar elementos, características y figuras geométricas que les permite obtener un conocimiento significativo.
- Los resultados de la investigación permitieron evidenciar que el grupo experimental (estudiantes de grado 9°B del Instituto Juan XXIII) a los cuales se les aplicó la guía didáctica para la enseñanza-aprendizaje del cálculo de área y volumen de cuerpos geométricos diseñada con actividades mediadas por material concreto y el software Geogebra tuvieron una mejor comprensión de la temática que el grupo control (estudiantes de grado 9°A del Instituto Juan XXIII) a los cuales se le aplicó la guía didáctica con enseñanza tradicional.

- La aplicación, análisis y resultados de las actividades diseñadas para el desarrollo de la investigación dan cuenta de que el componente geométrico-métrico se fortalece utilizando material concreto y el software Geogebra para la enseñanza-aprendizaje del cálculo de superficies y volúmenes, ya que al emplear estas estrategias didácticas la actividad académica se vuelve un espacio de compartir, socializar, aprender y de generar conocimiento significativo a través de la experimentación y exploración con las herramientas.

- Se evidencia en los resultados de la investigación que a mayor implementación de actividades diseñadas con material concreto y el software Geogebra para la enseñanza-aprendizaje del cálculo de área y volúmenes de los cuerpos geométricos, se logra mejor comprensión y apropiación del conocimiento, ya que el grupo en el que se utilizaron estas herramientas presenta mejor desempeño que el grupo donde se utilizó metodología de enseñanza tradicional.

5.1 Recomendaciones

- Al implementar y desarrollar actividades de enseñanza-aprendizaje de la geometría con material concreto se sugiere hacer uso del trabajo colaborativo, ya que esta estrategia permite que cada uno de los estudiantes en su grupo de trabajo haga su aporte interactuado con los demás en la construcción, modelación o representación favoreciendo así un aprendizaje significativo y profundo.

- La implementación y desarrollo de las actividades de enseñanza-aprendizaje de la geometría con el software Geogebra se puede hacer de manera individual o grupal, pero dentro lo posible se recomienda a través de un trabajo individual, ya que de esta manera cada estudiante puede tener mayor interacción con el software y esto posibilita que todos tengan el mayor acercamiento en la construcción, modelación y representación de elementos, características y figuras geométricas.

- Para mejorar el desempeño de los estudiantes en el componente geométrico se debe implementar en la práctica docente y enseñanza-aprendizaje de la geometría estrategias didácticas que estén medidas por el uso de material concreto y las TIC, en las cuales el software Geogebra es de gran utilidad.

- Se requiere que los docentes hagan un aporte indispensable para mejorar el desempeño de los estudiantes en el componente geométrico. Inicialmente deben fortalecer sus habilidades y competencias a través de la capacitación, formación y cualificación con respecto al manejo de recursos y herramientas tecnológicas. Finalmente deben estar abiertos y dispuestos a transformar la práctica educativa implementando estas estrategias en su quehacer pedagógico.

- Las instituciones educativas deben contar con los recursos pedagógicos, didácticos y tecnológicos necesarios para implementar estas estrategias, de tal forma que el proceso educativo se pueda desarrollar con eficiencia y calidad y de esta manera lograr un impacto positivo que se vea reflejado en un mejoramiento de los resultados académicos.

Referencias

Alzamora Caicedo, J. Caracterización de los niveles de Van Hiele en los estudiantes del grado séptimo uno (7-1) de la institución educativa técnica industrial Gerardo Valencia Cano del distrito de Buenaventura. caso: implementación de un ambiente de geometría dinámica en el reconocimiento de las propiedades de los cuadriláteros (Doctoral dissertation).

De Educación, L. G. (1994). Ministerio de educación nacional. Bogotá, Colombia

de Educación, S. (2017). Plan Nacional Decenal de Educación 2016–2026.

Gonzalez Ortiz, G. A. Aplicación del software Geogebra para fortalecer los procesos del pensamiento geométrico-métrico, en estudiantes del grado noveno del colegio Bilingüe Reino Unido, de la ciudad de Bogotá, Colombia.

Hernández, E. F. (2016). Estrategia para la enseñanza de los conceptos de área y de volumen, Utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las Tecnologías digitales (Doctoral dissertation, Maestría en Educación Matemática-Universidad de Medellín).

Lecanda, R. Q., & Garrido, C. C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. Revista de psicodidáctica

López, J. O. (2004). Constitución política de Colombia. Plaza y Janes Editores Colombia sa.

Moncerrate Giler, K. L. (2015). El geoplano como material concreto en la enseñanza de la geometría básica para obtener áreas y perímetros de polígonos regulares.

Murillo Obregón, B. A., Ruiz Montaño, M., & Caicedo Colorado, C. A. Implementación del software Geogebra: en la enseñanza de la Simetría axial en el grado noveno cinco (9º-5) de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes del Distrito de Buenaventura [recurso electrónico] (Doctoral dissertation).

Pita Fernández, S., & Pértegas Díaz, S. (2002). Investigación cuantitativa y cualitativa. Cad aten primaria, 9, 76-78.

Vallejo Ochoa, V. V. (2014). Implementación y aplicación de software educativo y material concreto en el aprendizaje de las ecuaciones de las cónicas en geometría analítica plana de los estudiantes del tercer año de bachillerato del colegio Manuel J. Calle.

Vidal, R. (2009). La Didáctica de las Matemáticas y la Teoría de Situaciones.

Anexos

A continuación, se presentan algunos anexos.

Anexo A.

PRE-TEST

Nombres y apellidos: Grado:
Fecha:

OBJETIVO:

Este cuestionario está diseñado con el propósito de conocer los conocimientos previos que tienen los estudiantes de grado 9° sobre el cálculo de superficies y volúmenes.

- El perímetro es la longitud que corresponde al contorno de una figura, es decir, es la suma de los lados que forman el polígono. La figura 1 corresponde a un cuadrado de lado L de perímetro igual a $32\, cm$. Determinar el área del cuadrado sombreado de la figura 1, sabiendo que el lado del cuadrado sombreado es L/2

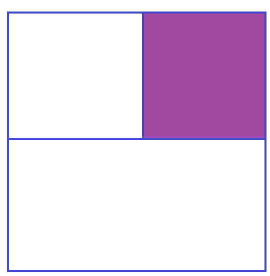


Figura 13

- Un polígono es la superficie plana comprendida dentro de una línea poligonal cerrada. Por ejemplo, el cuadrado, el rectángulo, el triángulo, entre otros. Mencione 3 elementos que hacen parte de un polígono:

- El volumen del cubo de la figura 2. es $64\ cm^3$, Determinar la medida de la arista a, si se conoce que el volumen de un cubo viene dado por la expresión Matemática: $v = a^3$. Donde $v = Volumen, a = lado\ del\ cubo$.

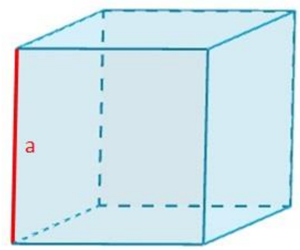


Figura 14

4. Supongamos que la esfera de la figura 3. cabe justo en el cubo, es decir, el diámetro de la esfera es igual a la arista del cubo. Determinar el volumen de la esfera y el volumen del cubo si el diámetro es igual 5 cm.

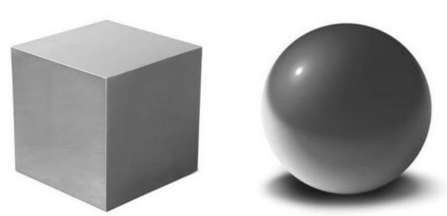


Figura 15

Volumen del cubo: $v = l^3$. Donde $v = Volumen, l = lado\ del\ cubo$.
Volumen de la esfera: $\frac{4\pi r^3}{3}$. Donde $r = Radio\ de\ la\ esfera$.

5. La esfera de la figura 4, está inscrita en el cilindro.

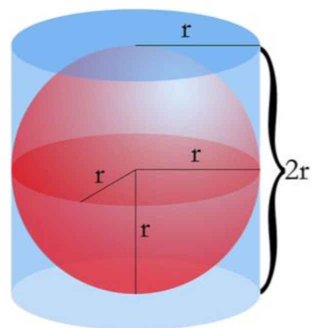


Figura 16.

Tomado de: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Archimedes_Hat_Box_Construction.jpg

Si el volumen de la esfera es $36\ cm^3$, ¿cuál es el volumen del cilindro?. Tener en cuenta que el volumen de una esfera se determina mediante la expresión $\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi r^3}$ y el volumen de un cilindro $\boldsymbol{V = \pi r^2} \times \boldsymbol{h}$, donde $r = radio\ y\ h = altura\ del\ cilindro$.

6. Un salón de clases tiene 7 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de alto. Si uno de los papás del salón es pintor y cobra \$ 15.000 por pintar un metro cuadrado (m^2). Cuánto cuesta pintar las paredes del salón. (No tenga en cuenta ni el piso del salón ni el techo).

7. Teniendo en cuenta el problema anterior y sabiendo que se desea poner en el piso del salón baldosas de 2 m de largo por 1 m de ancho, Determinar la cantidad de baldosas necesarias para cubrir todo el piso del salón.

8. El rectángulo P Q R S se ha dividido en 8 rectángulos pequeños de igual tamaño, y sobre éstos se ha sombreado un triángulo como se muestra a continuación:

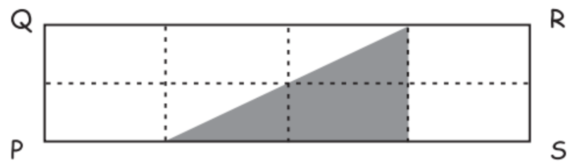


Figura 5.

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/7-matematicas-grado-9c2ba-prueba.pdf

Si la medida del segmento PQ = 4 cm y la medida del segmento PS = 16 cm, determinar el área del triángulo sombreado.

9. En un laboratorio de química se va a realizar un experimento, para lo cual se necesita exactamente la cantidad de líquido que se puede depositar en el recipiente de la figura 6.

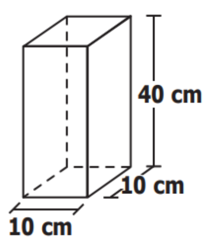


Figura 6.

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/22-z6-matematica-grado-9-calendario-b-2009.pdf

Indicar qué cantidad de líquido se necesita para realizar el experimento

____
____
____
____
____

10. Las figuras 7 y 8 representan dos sólidos rectangulares cuyas bases son cuadrados.

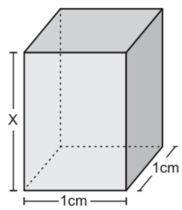


Figura 7.

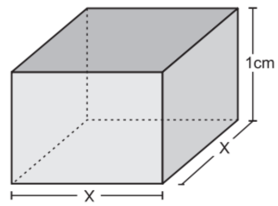


Figura 8.

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/7-matematicas-grado-9c2ba-prueba.pdf

Determinar las expresiones que representan los volúmenes de los sólidos de la figura 7 y de la figura 8.

____
____
____
____
____
____
____

Anexo B

Validación Cuestionario Pre-Test

Con el presente documento se solicita su valiosa colaboración para la validación en calidad de experto del instrumento pre-test que fue elaborado con el fin de conocer los conocimientos previos que tienen estudiantes de grado 9° sobre el cálculo de superficies y volúmenes.

En las siguientes páginas usted evalúa el cuestionario para poder validarlo.

En las respuestas de las escalas tipo Likert, por favor, marque con una X la respuesta escogida de entre las cinco opciones que se presentan en los casilleros, siendo:

1 = Muy en desacuerdo
2 = En desacuerdo

3 = Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4 = De acuerdo
5 = Muy de acuerdo

Pregunta n.º 1

El perímetro es la longitud que corresponde al contorno de una figura, es decir, es la suma de los lados que forman el polígono. La figura 1 corresponde a un cuadrado de perímetro igual a $32\ cm$. Determinar el área del cuadrado sombreado de la figura 1.

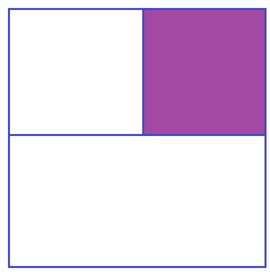


Figura 17

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = ni de acuerdo ni en desacuerdo; **4** = de acuerdo; **5** =muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a evaluar)**:**					
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación					

Identificar las dificultades que presentan los estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 1:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Pregunta n.º 2

Mencione los elementos que hacen parte de un polígono.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = ni de acuerdo ni en desacuerdo; **4** = de acuerdo; **5** =muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a evaluar)**:**					
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: “Superficies y Volúmenes” a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación Identificar las dificultades que presentan los estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 2:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Pregunta n.º 3

El volumen del cubo de la figura 2. es $64\ cm^3$, Determinar la medida de la arista a, si se conoce que el volumen de un cubo viene dado por la expresión Matemática: $v = a^3$. Donde $v = Volumen, a = lado\ del\ cubo.$

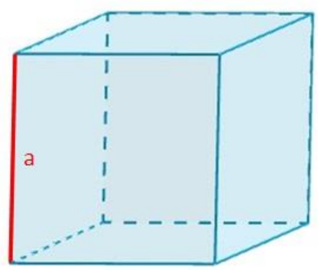


Figura 18

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = ni de acuerdo ni en desacuerdo; **4** = de acuerdo; **5** =muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a evaluar)**:**					
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: “Superficies y Volúmenes” a través del uso de las Tics y					

	1	2	3	4	5
material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 2 de la investigación Diseñar una unidad didáctica, mediada por las TIC y material concreto, teniendo en cuenta las dificultades encontradas en los estudiantes de grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 3:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Pregunta n.º 4

Supongamos que la esfera de la figura 3. cabe justo en el cubo, es decir, el diámetro de la esfera es igual a la arista del cubo. Determinar el volumen de la esfera y el volumen del cubo si el diámetro es igual 5 cm.

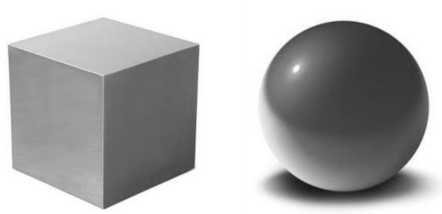


Figura 19

Volumen del cubo: $v = l^3$. Donde $v = Volumen, l = lado\ del\ cubo$.

Volumen de la esfera: $\frac{4\pi r^3}{3}$. Donde $r = Radio\ de\ la\ esfera$.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = ni de acuerdo ni en desacuerdo; **4** = de acuerdo; **5** =muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**

ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a evaluar)**:**					
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: “Superficies y Volúmenes” a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 2 de la investigación Diseñar una unidad didáctica, mediada por las TIC y material concreto, teniendo en cuenta las dificultades encontradas en los estudiantes de grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 4:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Pregunta n.º 5

. La esfera de la figura 4, está inscrita en el cilindro.

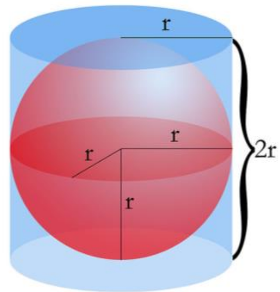


Figura 20.
Tomado de: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Archimedes_Hat_Box_Construction.jpg

Si el volumen de la esfera es 36 cm^3, ¿cuál es el volumen del cilindro?. Tener en cuenta que el volumen de una esfera se determina mediante la expresión $\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi r^3}$ y el volumen de un cilindro $\boldsymbol{V = \pi r^2 \times h}$, donde $r = radio\ y\ h = altura\ del\ cilindro$

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = ni de acuerdo ni en desacuerdo; **4** = de acuerdo; **5** =muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a evaluar)**:**					
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 2 de la investigación Diseñar una unidad didáctica, mediada por las TIC y material concreto, teniendo en cuenta las dificultades encontradas en los estudiantes de grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 5:

Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Pregunta n.º 6

Un salón de clases tiene 7 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de alto. Si uno de los papas del salón es pintor y cobra $ 15.000 por pintar un metro cuadrado (m^2). Cuánto cuesta pintar las paredes del salón. (No tenga en cuenta ni el piso del salón ni el techo).

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = ni de acuerdo ni en desacuerdo; **4** = de acuerdo; **5** =muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a evaluar)**:**					
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: “Superficies y Volúmenes” a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación Identificar las dificultades que presentan los estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 6:

Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Pregunta n.º 7

Teniendo en cuenta el problema de la pregunta 6 y sabiendo que se desea poner en el piso del salón baldosas de 2 m de largo por 1 m de ancho, Determinar la cantidad de baldosas necesarias para cubrir todo el piso del salón.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = ni de acuerdo ni en desacuerdo; **4** = de acuerdo; **5** =muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a evaluar)**:**					
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación Identificar las dificultades que presentan los estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 7:

Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Pregunta n.º 8

El rectángulo P Q R S se ha dividido en 8 rectángulos pequeños de igual tamaño, y sobre éstos se ha sombreado un triángulo como se muestra a continuación:

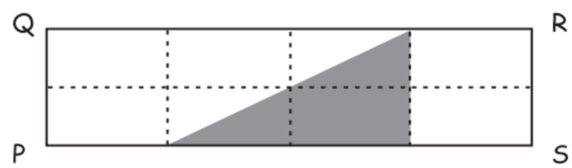


Figura 5.
Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/7-matematicas-grado-9c2ba-prueba.pdf

Si la medida del segmento PQ = 4 cm y la medida del segmento PS = 16 cm, determinar el área del triángulo sombreado.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = ni de acuerdo ni en desacuerdo; **4** = de acuerdo; **5** =muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a evaluar)**:**					
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.					

• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 1 de la investigación Identificar las dificultades que presentan los estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 8:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Pregunta n.º 9

En un laboratorio de química se va a realizar un experimento, para lo cual se necesita exactamente la cantidad de líquido que se puede depositar en el recipiente de la figura 6.

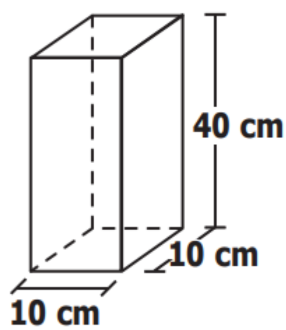


Figura 6.

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/22-z6-matematica-grado-9-calendario-b-2009.pdf

Indicar qué cantidad de líquido se necesita para realizar el experimento

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = ni de acuerdo ni en desacuerdo; **4** = de acuerdo; **5** =muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**

ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a evaluar)**:**					
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 2 de la investigación Diseñar una unidad didáctica, mediada por las TIC y material concreto, teniendo en cuenta las dificultades encontradas en los estudiantes de grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 9:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Pregunta n.º 10

Las figuras 7 y 8 representan dos sólidos rectangulares cuyas bases son cuadrados.

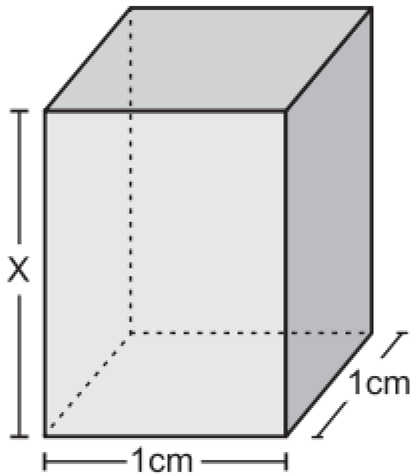


Figura 7.

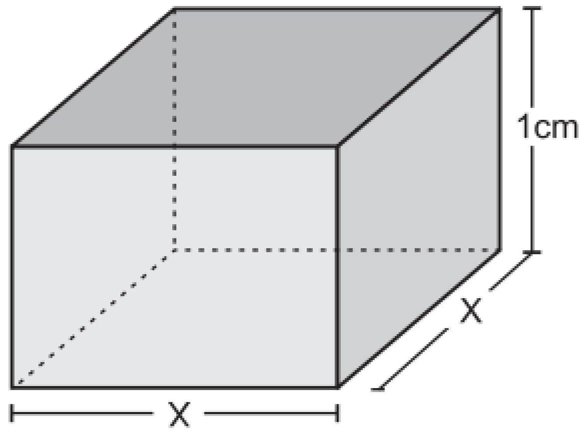


Figura 8.

Tomado de: https://matematicasievg.files.wordpress.com/2012/09/7-matematicas-grado-9c2ba-prueba.pdf

Determinar las expresiones que representan los volúmenes de los sólidos de la figura 7 y de la figura 8.

Indique su grado de acuerdo frente a las siguientes afirmaciones: (**1** = muy en desacuerdo; **2** = en desacuerdo; **3** = ni de acuerdo ni en desacuerdo; **4** = de acuerdo; **5** =muy de acuerdo)	**Grado de acuerdo**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
ADECUACIÓN (adecuadamente formulada para los destinatarios que vamos a evaluar)**:**					
• La pregunta se comprende con facilidad (clara, precisa, no ambigua, acorde al nivel de información y lenguaje del encuestado)					
PERTINENCIA (contribuye a recoger información relevante para la investigación)**:**					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO GENERAL de la investigación Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través del uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura.					
• Es pertinente para lograr el OBJETIVO ESPECÍFICO n.º 2 de la investigación Diseñar una unidad didáctica, mediada por las TIC y material concreto, teniendo en cuenta las dificultades encontradas en los estudiantes de					

grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura en relación con el cálculo de áreas y volúmenes.					

Observaciones y recomendaciones en relación a la pregunta n.º 10:	
Motivos por los que se considera no adecuada	
Motivos por los que se considera no pertinente	
Propuestas de mejora (modificación, sustitución o supresión)	

Datos del experto

Nombres y apellidos:

____

Profesión: ____

Correo electrónico:

____

Validez: Aplicable____ No Aplicable _____

Firma: ____

Anexo C.

GUÍA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE ÁREA Y VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

IDENTIFICACIÓN .

Institución Educativa: **Instituto Juan XXIII**
Área: **Matemáticas**
Asignatura: **Geometría.**
Grado: **Noveno A**
Tema General: **Superficie y volumen de cuerpos geométricos.**

Estándar:
Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos.

Contenido.

- Los cuerpos geométricos (Poliedros)
- Área y volumen del prisma
- Área y volumen de la pirámide
- Los cuerpos geométricos (Cuerpos redondos)
- Área y volumen del cilindro
- Área y volumen del cono
- Área y volumen de la esfera

Duración de la Guía.

- Tiempo: **08 horas**
- Número de sesiones: **04**

Docente.
Fredy Arrechea Grueso

OBJETIVOS.

Con esta guía didáctica o de aprendizaje se pretende que los estudiantes de grado Noveno al finalizar alcancen los siguientes objetivos.

❖ OBJETIVO GENERAL:

Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: a través del cálculo de “Superficies y Volúmenes”

❖ OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Determinar características de diferentes cuerpos geométricos
- Clasificar poliedros en regulares e irregulares.

- Identificar el número de caras, aristas y vértices de un poliedro
- Construir cuerpos geométricos, a partir de modelos
- Hallar el área lateral de cuerpos geométricos
- Calcular el área total de cuerpos geométricos
- Hallar el volumen de cuerpos geométricos
- Plantear expresiones que permitan el cálculo del área y volumen de cuerpos geométricos
- Participar de forma adecuada en el desarrollo de las actividades

SECUENCIA DE APRENDIZAJE.

Para favorecer el aprendizaje de superficie y volúmenes a través de este guía se deben tener en cuenta las siguientes orientaciones generales.

1. Se debe desarrollar la actividad previa de manera individual y luego hacer una socialización con todos los estudiantes para recordar conceptos importantes sobre el perímetro y área de figuras planas.
2. Después se desarrollará el tema de superficies y volúmenes de cuerpos geométricos, explicando los conceptos y representaciones geométricas pertinentes. Después de haber propiciado la comprensión del tema se deben explicar los ejemplos resueltos donde este se aplica a situaciones matemáticas, hipotéticas y de la vida cotidiana.
3. Seguidamente se presentan actividades para ser desarrolladas por los estudiantes donde podrán comprobar por si solos el avance de su proceso de aprendizaje y luego ser retroalimentado por el docente.
4. Finalmente, se propone una evaluación para verificar el aprendizaje logrado por los estudiantes.

ACTIVIDAD PREVIA.

A través de la actividad previa se pretende profundizar sobre conceptos que se deben conocer para abordar el aprendizaje de superficie y volumen de cuerpos geométricos.

Perímetro de figuras planas.
La palabra perímetro proviene de: *Peri* que significa borde y *Metron* que significa medida. El perímetro de cualquier figura geométrica es la medida de su borde. En los polígonos se calcula como la suma de las medidas de sus lados.

Para indicar perímetros, se utiliza como unidad de medida el metro y todos sus múltiplos y submúltiplos.

Ejemplo: En un cuadrado de lado 5 cm

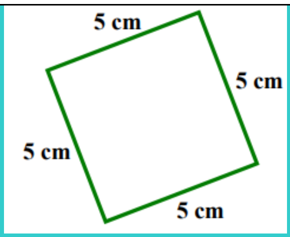


Figura 1

Tomado de: https://mep.go.cr/sites/default/files/recursos/recursos-interactivos/educ_abierta/mate_primaria/areas/geometria/perimetro.pdf

El perímetro es igual a:
P = 5 cm + 5 cm + 5 cm + 5 cm = 20 cm.

Ejercitación.
Pablo debe poner una cerca en el contorno (borde) de su granja que tiene forma rectangular, para delimitar la zona que cultivará ese año. Él desea saber con exactitud la cantidad de alambre que usará para cercar su granja. Para esto, toma las medidas de cada lado y el resultado es como se muestra en la figura.

Figura 2

Tomado de:
https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_6/M/SM/SM_M_G06_U02_L05.pdf

Determinar la cantidad de alambre que usará pablo para cercar su granja.

Área de Figuras Planas

Cuando se habla de área se hace referencia a una magnitud bidimensional que se asocia a la superficie que ocupa una figura o un desarrollo plano. Para calcular el área de figuras conocidas como un triángulo, un cuadrado, un rectángulo o un círculo, por ejemplo, se han deducido algunas fórmulas.

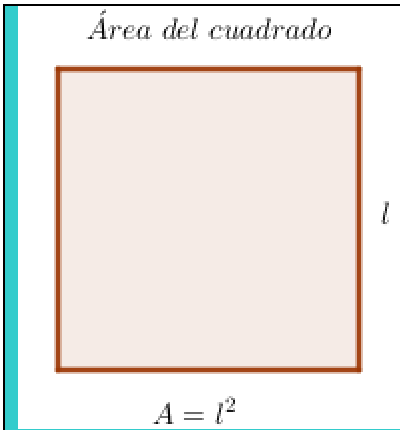


Figura 3

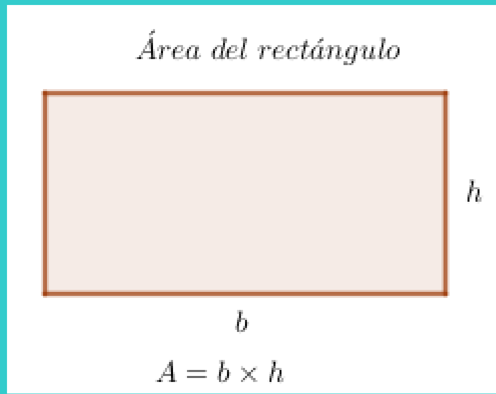


Figura 4

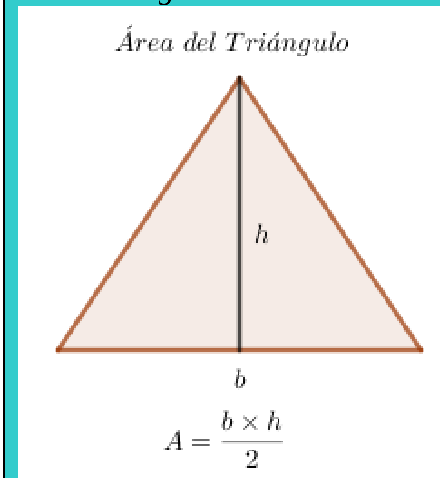


Figura 5

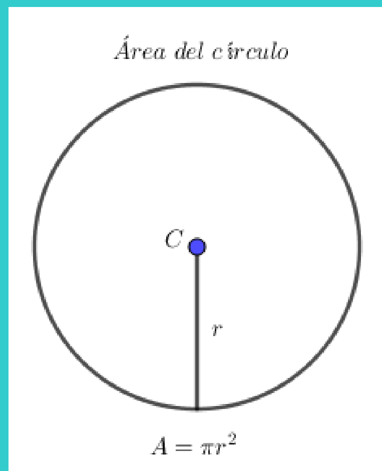


Figura 6

Convenciones
A: área
l: lado del cuadrado
b: base del rectángulo o del triángulo
h: altura del rectángulo o del triángulo
r: radio del círculo

Ejemplo: hallar el área de las siguientes figuras.

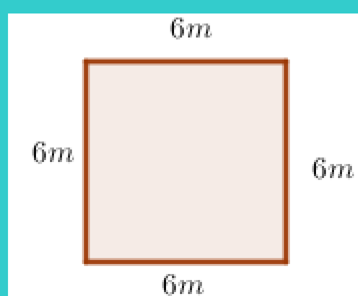


Figura 7

Como la figura corresponde a un cuadrado aplicamos la formula correspondiente para hallar el área:
$A = l^2$

De acuerdo a la información que proporciona la figura podemos decir que $l = 6m$, por tanto:
$A = l^2$
$A = (6m)^2$
$A = 36m^2$

El área del cuadrado es de $36m^2$

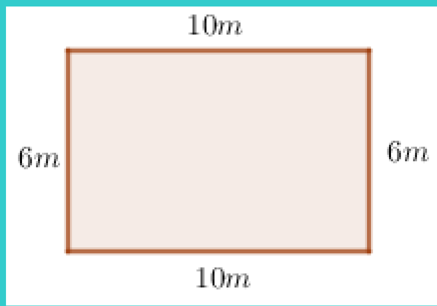


Figura 8

Aplicamos la fórmula del rectángulo para hallar el área de la figura.
$A = b \times h$
A partir de la información de la figura se determina que:
$b = 10m$ y $h = 6m$
Remplazando en la ecuación tenemos:

$A = 10m \times 6m$
$A = 60m^2$

El área de la figura es $60m^2$

<u>Ejercitación.</u>

1. El señor Jaime desea embaldosar el suelo de la habitación de su hija Claudia que mide 6m de ancho por 8,4m de largo. Las baldosas que usará miden 30 cm^2

,
¿Cuántas baldosas necesita?

2. Determinar el área de la región sombreada de la siguiente figura.

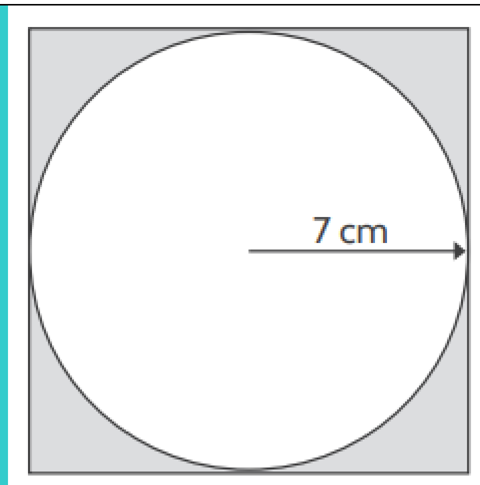


Figura 9

CONCEPTUALIZACIÓN:

SUPERFICIE Y VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS.

Los cuerpos geométricos.

Un sólido o cuerpo geométrico es una figura geométrica de tres dimensiones (largo, ancho y alto), que ocupa un lugar en el espacio y en consecuencia tiene un volumen.

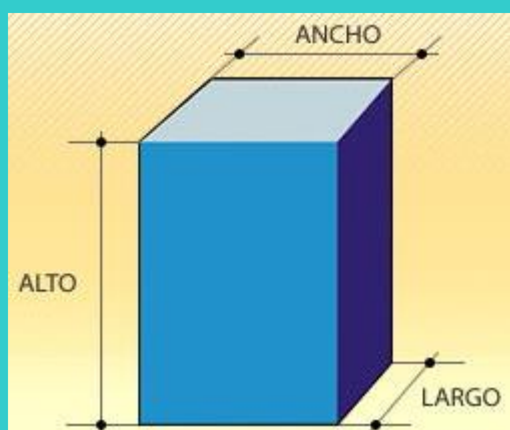


Figura 10

Tomado de: https://www.portaleducativo.net/sexto-basico/410/Cuerpos-geometricos

Los cuerpos geométricos pueden ser: Poliedros y Cuerpos Redondos.

Poliedros: son aquellos cuerpos geométricos que tienen todas sus caras planas. Los elementos de un poliedro caras, aristas y vértices.

Área y volumen de un prisma.

Un prisma es un poliedro limitado por polígonos congruentes que se conocen como **bases** y varios paralelogramos llamados **caras laterales**. Se clasifican en rectos y oblicuos. Un **prisma recto** se caracteriza porque sus caras laterales son perpendiculares a las bases mientras que, en un **prisma oblicuo**, las caras laterales no son perpendiculares a las bases.

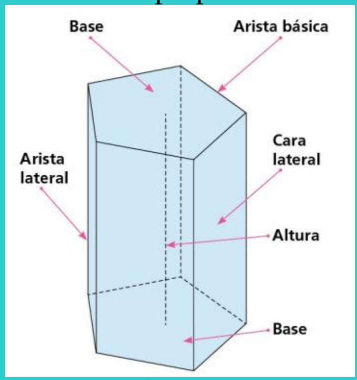


Figura 11

Tomado de: https://www.abc.com.py/edicion-impresa/suplementos/escolar/geometria-del-espacio-prismas-630886.html

El **área lateral** (A_L) de un prisma se halla calculando la suma de las áreas de las caras laterales. En un prisma recto, el área lateral se calcula multiplicando la longitud de la altura (h) por el perímetro de la polígono de la base P_B.

$$A_L = P_B \times h$$

El **área total** (A_T) de un prisma se halla con la suma del área lateral más la suma de las áreas de las bases, en el caso del prisma recto

$$A_T = A_L + 2A_B$$

El **volumen** de un prisma es la cantidad de unidades cúbicas que caben en su interior. El volumen de un **prisma recto** cualquiera se puede obtener mediante el producto de su área basal y su altura.

$$V = A_B \times h$$

Ejemplo resuelto:

Calcula el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 4 dm y su altura es de 11 dm.

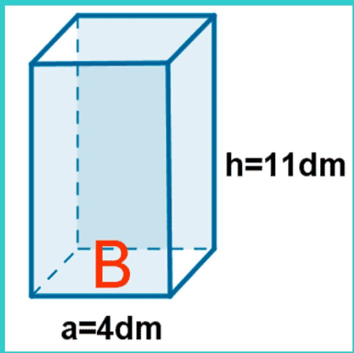


Figura 12

Tomado de:
https://calculo.cc/temas/temas_trigonometria/trian_semejante/problemas/p_area_vol_1.html

Solución.
Para determinar el área del prisma procedemos así:
$A_T = A_L + 2A_B$

$A_L = P_B \times h$

$h = 11\ dm$
$P_B = 4dm \times 4 = 16\ dm$

$A_L = P_B \times h$
$\boldsymbol{A_L} = 16dm \times 11dm = \mathbf{176}\boldsymbol{dm^2}$

$\boldsymbol{A_B} = (4dm)^2 = \mathbf{16}\boldsymbol{dm^2}$

Área total
$\boldsymbol{A_T} = A_L + 2A_B$
$A_T = 176dm^2 + 2(16dm^2)$
$A_T = 176dm^2 + 32dm^2 = \mathbf{208}\boldsymbol{dm^2}$

El área del prisma es $\mathbf{208}\boldsymbol{dm^2}$

Ahora, determinamos el volumen del prisma así:
$V = A_B \times h$
$h = 11\ dm$
$A_B = (4dm)^2 = 16dm^2$

$V = A_B \times h$
$\boldsymbol{V} = 16dm^2 \times 11dm = \mathbf{176}\boldsymbol{dm^3}$

El volumen del prisma es de $\mathbf{176}\boldsymbol{dm^3}$

<u>Ejercitación.</u>
Calcula el área y el volumen de un prisma recto de altura 3 m y que tiene por base un triángulo equilátero de 2 m de arista.

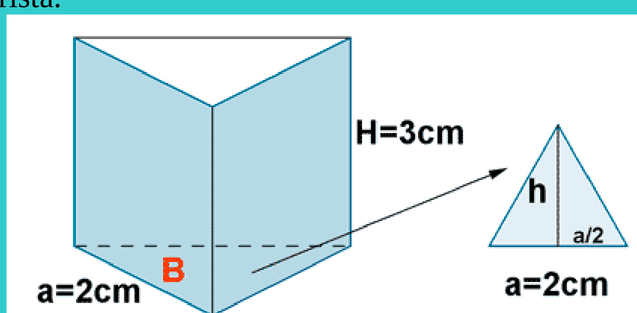


Figura 13

Tomado de:
https://calculo.cc/temas/temas_trigonometria/trian_semejante/problemas/p_area_vol_1.html

Área y volumen de la pirámide

Una pirámide es un poliedro limitado por una base poligonal y varias caras laterales en forma triangular que tiene un vértice en común. Las pirámides se clasifican según el polígono de la base. Si la base es un triángulo es una pirámide triangular, cuando los triángulos de la base y las caras laterales son congruentes, la pirámide corresponde a un tetraedro. Si la base es un cuadrado es una pirámide cuadrangular; si es un pentágono es una pirámide pentagonal y así sucesivamente.

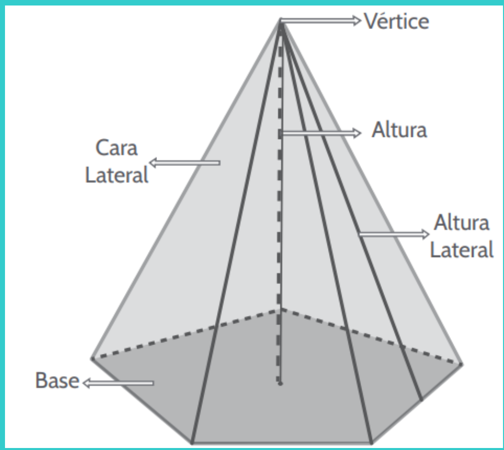


Figura 14

Tomado de: https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U02_L04.pdf

Cada pirámide consta de los siguientes elementos:

Base**:** es el polígono que delimita a la pirámide, cuyos vértices no coinciden con en el vértice de la pirámide.
Caras laterales: cada uno de los triángulos laterales que delimitan a la pirámide, y que al menos un vértice coincide con el de la pirámide.
Aristas**:** son los lados de la base o de las caras laterales. Las aristas de la base se llaman aristas básicas y las aristas que concurren en el vértice superior aristas laterales.
Vértices**:** son los puntos en donde se encuentran las aristas
Altura**:** es el segmento perpendicular a la base, que une la base con el vértice o ápice de la pirámide.
Altura lateral: es la altura de cualquiera de sus caras laterales.
Apotema: es la distancia entre el centro de la base a cualquiera de sus lados.

Para conocer **el área total de una pirámide** se consideran dos partes: la primera corresponde al área de la base (área basal) y la segunda, al área lateral, que es la suma de las áreas de todas las caras laterales.

El área de una cara lateral se calcula usando la arista de la base y la apotema. Si la base de la pirámide es un polígono regular, todas las caras laterales son triángulos congruentes y el número de caras laterales depende de la cantidad de lados que tenga el polígono.

El área lateral de una pirámide (A_L) es la suma de las áreas de cada una de las caras laterales, las cuales corresponden a triángulos.

$$A_L = \frac{P_B \times ap}{2}$$

Donde P_B es el perímetro de la base y ap la apotema de la pirámide.

El área total de una pirámide es la suma del área lateral y el área de la base.

$$A_T = A_L + A_B$$

El **volumen de una pirámide** es igual a un tercio del volumen de un prisma con igual área basal y altura que la pirámide.

$$V = \frac{1}{3} A_B \times h$$

Donde A_B es área de la base y h es la altura.

Ejemplo resuelto:
Encuentre el área y el volumen de una pirámide cuadrada regular con lados de base de 10 cm y altura de 18 cm.

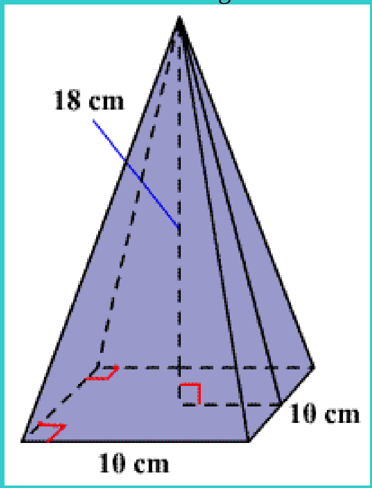


Figura 15

Tomado de: https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics/volume-of-a-pyramid

Solución.
Primero, calculamos el área lateral. Para eso, calculamos la longitud de la apotema de la pirámide, es decir, la hipotenusa del triángulo rectángulo que resalta en la imagen de la figura.

$$ap^2 = (18cm)^2 + (5cm)^2$$
$$ap^2 = 324cm^2 + 25cm^2$$
$$ap^2 = 349cm^2$$
$$\boldsymbol{ap} = \sqrt{349cm^2} = \mathbf{18,68}\boldsymbol{cm}$$

Calculamos también el perímetro de la base (P_B)

$$P_B = 4 \times 10cm = 40cm$$

Calculamos el área lateral:

$$A_L = \frac{P_B \times ap}{2}$$

$$\boldsymbol{A_L} = \frac{40cm \times 18,68cm}{2} = \frac{747,2cm^2}{2} = \mathbf{373,6}\boldsymbol{cm^2}$$

Segundo, hallamos el área de la base. En este caso, la base es un cuadrado, entonces:

$$\boldsymbol{A_B} = (10cm)^2 = \mathbf{100}\boldsymbol{cm^2}$$

Finalmente, calculamos el área total:

$$\boldsymbol{A_T} = A_L + A_B = 373,6cm^2 + 100cm^2 = \mathbf{473,6}\boldsymbol{cm^2}$$

El área total de la pirámide es $\mathbf{473,6}\boldsymbol{cm^2}$

Para calcular el **volumen de la pirámide** procedemos simplemente a remplazar los datos conocidos del área de la base (A_B) y de la altura de la pirámide (h) en la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{3} A_B \times h$$

$$V = \frac{1}{3}(100cm^2)(18cm) = \frac{1800cm^3}{3} = \boldsymbol{600cm^3}$$

El volumen de la pirámide es de $\boldsymbol{600cm^3}$

Ejercitación.

Calcular el área y el volumen de una pirámide cuadrangular de 10 cm de arista básica y 12 cm de altura.

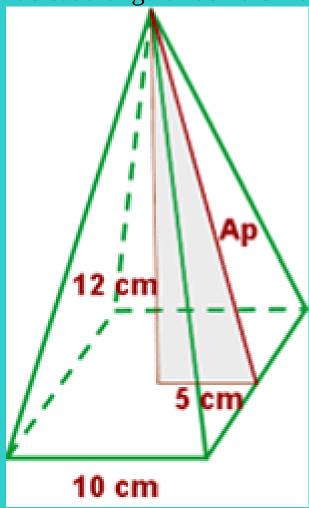


Figura 16

Tomado de: https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/geometria/volumen-piramide.html

Cuerpos redondos: son aquellos cuerpos geométricos que tienen al menos una cara curva.

Área y volumen del cilindro.

El **cilindro** es el cuerpo que se genera al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados. Sus bases son dos círculos paralelos cuyos centros pertenecen a un segmento perpendicular a las bases.

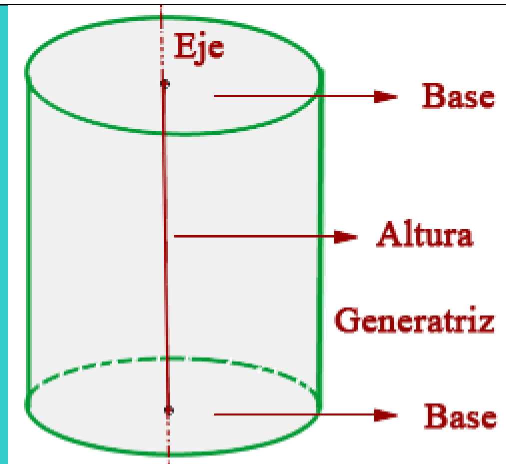


Figura 17

Tomado de:
https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/espacio/elementos-del-cilindro.html

El ancho del rectángulo corresponde a la altura del cilindro y su largo es el perímetro de la base. Luego, el área del cilindro está determinada por el área del rectángulo más dos veces el área del círculo de la base.
El **área lateral** $(\boldsymbol{A_L})$ es el área del rectángulo que compone el cilindro. Está dada por la expresión:

$A_L = 2\pi r.h$, con **r** radio de la base y **h** altura del cilindro.

El **área total** (A_T) es la suma del área lateral y el área de las dos bases del cilindro. Está dada por la expresión:
$A_T = 2\pi r(h + r)$, con **r** radio de la base y **h** altura del cilindro.

El **volumen del cilindro** se halla mediante la expresión:

$$V_{cilindro} = A_B.h$$
$$V_{cilindro} = \pi r^2.h$$

Ejemplo resuelto.

Halla la altura y el área de un cilindro cuyo diámetro(D) es 8 cm y su volumen es de 603,18 cm^3
Solución.

Calculamos el radio (r) a partir del diámetro (D). Así:

$$r = \frac{D}{2} = \frac{8cm}{2} = 4cm$$

Como ya conocemos el volumen y el radio del cilindro, despejamos de la fórmula del volumen la altura (h), así:

$$V_{cilindro} = \pi r^2 . h$$
$$\frac{V_{cilindro}}{\pi r^2} = h$$

$$h = \frac{V_{cilindro}}{\pi r^2} = \frac{603{,}18cm^3}{\pi(4cm)^2} = \frac{603{,}18cm^3}{16\pi cm^2} = 12cm$$

La altura es aproximadamente 12 cm.

Para determinar **el área del cilindro** remplazamos los datos ya conocidos en la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{A_T} = 2\pi r(h + r)$$
$$A_T = 2\pi(4cm)(12cm + 4cm) = 2\pi(4cm)(16cm) = \mathbf{402{,}12cm^2}$$

<u>Ejercitación.</u>

Calcular el área y el volumen de un cilindro de radio 3 cm y de altura 80 mm.

Área y volumen del cono.

El **cono** es un cuerpo redondo que se genera al rotar un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos. La hipotenusa del triángulo que nos permite generar el cono se denomina generatriz y la base del cono es su única cara plana.

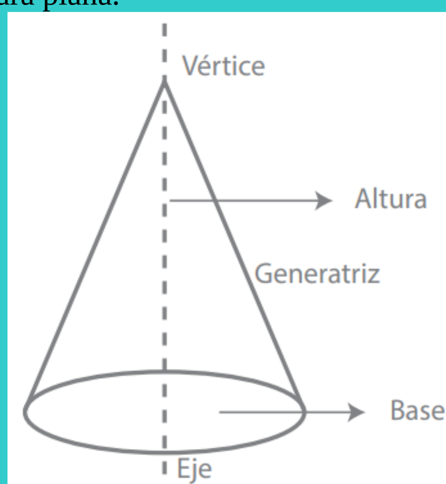


Figura 18

Tomado de: https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U02_L02.pdf

Algunos elementos de un cono son:

Eje: es el cateto fijo alrededor del cual gira el triángulo.
Base**:** es el círculo que forma el otro cateto.
Altura**:** es la distancia del vértice a la base.

***Generatriz*:** es la hipotenusa del triángulo rectángulo.

El **área de la superficie de un cono** corresponde a la suma del sector circular que lo compone y el área del círculo que componen su base.

Área lateral $(A_L) = \pi \cdot r \cdot g$
Área total $(A_T) = \pi \cdot r(g + r)$
De donde **r** es el radio de la base y **g** es la generatriz.

El **volumen de un cono recto** (V) de radio r y altura h, equivale a un tercio del volumen de un cilindro con la misma altura y radio, es decir:

$$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

Ejemplo resuelto.

Calcular el área lateral, el área total y el volumen del siguiente cono:

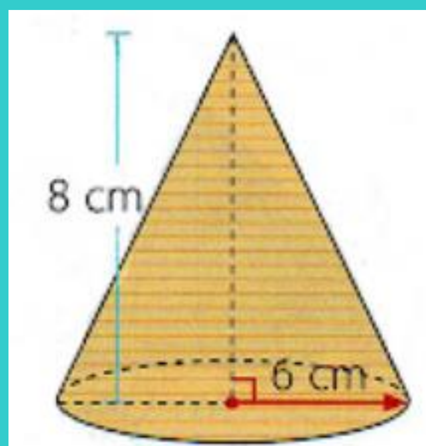


Figura 19

Tomado de: https://epamatematicas.blogspot.com/2017/11/area-y-volumen-de-conos.html

Solución.

Área lateral.
$A_L = \pi \cdot r \cdot g$

Primero calculamos la generatriz del cono aplicando el teorema de Pitágoras:
$g^2 = (8cm)^2 + (6cm)^2$
$g^2 = 64cm^2 + 36cm^2$
$g^2 = 100cm^2$
$g = \sqrt{100cm^2}$
$g = 10\ cm$

Aplicando la fórmula encontramos el **área lateral** del cono:
$\boldsymbol{A_L} = \pi \cdot r \cdot g = \pi(6cm)(10cm) = \mathbf{188{,}45}\boldsymbol{cm^2}$

El área lateral del cono es $\mathbf{188,45cm^2}$

Ahora encontramos el **área total**.

$\boldsymbol{A_T} = \pi \cdot r(g + r)$

$A_T = \pi \cdot 6cm(10cm + 6cm) = \pi \cdot 6cm(16cm) = \mathbf{301,59\ cm^2}$

El área total del cono es $\mathbf{301,59\ cm^2}$

Volumen.

Para calcular el **volumen del cono** remplazamos los datos conocidos en la fórmula correspondiente.

$$\boldsymbol{V_{cono}} = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi \cdot (6cm)^2 \cdot (8cm) = \frac{1}{3}\pi \cdot (36cm^2) \cdot (8cm) = \mathbf{301,59cm^3}$$

Ejercitación.

Encuentra el volumen del cono mostrado en la figura, si su radio mide 5 cm.

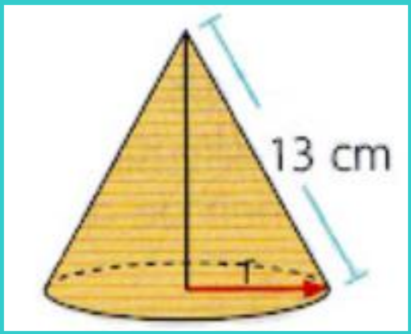


Figura 20

Tomado de: https://epamatematicas.blogspot.com/2017/11/area-y-volumen-de-conos.html

Área y volumen de la esfera.

La **esfera** es un cuerpo redondo limitado solo por una superficie curva cuyos puntos equidistan de un punto fijo llamado **centro**. La distancia del centro C a un punto P de la superficie de la esfera se denominada **radio** y la intersección entre la esfera y el plano que contiene el centro se denomina **círculo máximo.**

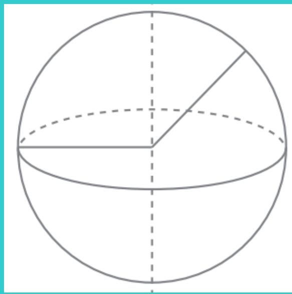


Figura 21

Tomado de:
https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U02_L03.pdf

Aunque este solido no se obtiene de un desarrollo plano, si es posible calcular su área y su volumen.

Para determinar el **volumen de la esfera** podemos sumar los volúmenes de las infinitas pirámides triangulares congruentes, cuyas bases están inscritas en la esfera y cuyos vértices están en el centro de la esfera. Así el volumen de la esfera queda determinado por la expresión:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

La suma de las bases de todas las pirámides equivale al **área total de la esfera** y h, en este caso, es igual a r, el radio de la esfera. Esta área total de la esfera equivale a cuatro veces el área del círculo máximo. Así:

$$A = 4\pi r^2$$

Ejemplo resuelto.
Hallar el volumen y área de una esfera cuyo diámetro es igual a 10 m.

Solución.
Determinamos primero el radio r de la esfera a partir de su diámetro D.

$$\boldsymbol{r} = \frac{D}{2} = \frac{10m}{2} = \boldsymbol{5m}$$

Ahora aplicando la fórmula del volumen obtenemos:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(5m)^3 = \frac{4}{3}\pi(125m^3) = 523{,}6\ m^3$$

El volumen de la esfera es $\boldsymbol{523{,}6\ m^3}$

Finalmente aplicamos la fórmula correspondiente al **área de la esfera**. Así:

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi(5m)^2 = 4\pi(25m^2) = 314{,}16m^2$$

El área de la esfera es $\boldsymbol{314{,}16m^2}$

<u>Ejercitación.</u>

Con la información presentada en la figura, calcular el área y el volumen de la esfera inscrita en el cilindro de 4m de altura.

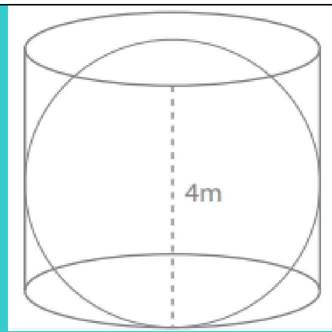


Figura 22

Tomado de:
https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U02_L03.pdf

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Soluciona problemas donde aplica el cálculo de superficie y volumen
- Interactúa en el aula favoreciendo el trabajo colaborativo y la discusión para lograr un aprendizaje significativo
- Cumple con las actividades propuestas en la guía y entrega las evidencias de su aprendizaje de forma oportuna.
- Demuestra el manejo de conceptos básicos y habilidades necesarias en la realización de las actividades.

BIBLIOGRAFÍA / WEBGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA:

✓ Libro "Desafíos Matemáticas 9", Editorial Santillana

WEBGRAFÍA:

✓ https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/menu_M_G09_U02_L01/index.html

✓ https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/menu_M_G09_U02_L02/index.html

✓ https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/menu_M_G09_U02_L03/index.html

✓ https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/menu_M_G09_U02_L04/index.html

Anexo D.

GUÍA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE ÁREA Y VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS CON MATERIAL CONCRETO Y EL SOFTWARE GEOGEBRA

IDENTIFICACIÓN .

Institución Educativa: **Instituto Juan XXIII**
Área: **Matemáticas**
Asignatura: **Geometría.**
Grado: **Noveno B**
Tema General: **Superficie y volumen de cuerpos geométricos.**

Estándar:
Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos.

Contenido.

- Los cuerpos geométricos (Poliedros)
- Área y volumen del prisma
- Área y volumen de la pirámide
- Los cuerpos geométricos (Cuerpos redondos)
- Área y volumen del cilindro
- Área y volumen del cono
- Área y volumen de la esfera

Duración de la Guía.

- Tiempo: **08 horas**
- Número de sesiones: **04**

Docente.
Fredy Arrechea Grueso

OBJETIVOS.

Con esta guía didáctica o de aprendizaje se pretende que los estudiantes de grado Noveno al finalizar alcancen los siguientes objetivos.

- OBJETIVO GENERAL:

Fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: a través del cálculo de "Superficies y Volúmenes" mediado por el software Geogebra y el uso de material concreto

- OBJETIVOS ESPECÍFICOS:
    - Determinar características de diferentes cuerpos geométricos

- Clasificar poliedros en regulares e irregulares.
- Identificar el número de caras, aristas y vértices de un poliedro
- Construir cuerpos geométricos, a partir de modelos, utilizando material concreto y el software Geogebra
- Hallar el área lateral de cuerpos geométricos
- Calcular el área total de cuerpos geométricos
- Hallar el volumen de cuerpos geométricos
- Plantear expresiones que permitan el cálculo del área y volumen de cuerpos geométricos
- Participar de forma adecuada en el desarrollo de las actividades

SECUENCIA DE APRENDIZAJE.

Para favorecer el aprendizaje de superficie y volúmenes a través de este guía se deben tener en cuenta las siguientes orientaciones generales.

5. Se debe desarrollar la actividad previa de manera individual y luego hacer una socialización con todos los estudiantes para recordar conceptos importantes sobre el perímetro y área de figuras planas.
6. Después se desarrollará el tema de superficies y volúmenes de cuerpos geométricos, explicando los conceptos y representaciones geométricas pertinentes, utilizando material concreto y el Software Geogebra. Después de haber propiciado la comprensión del tema se deben explicar los ejemplos resueltos donde este se aplica a situaciones matemáticas, hipotéticas y de la vida cotidiana.
7. Seguidamente se presentan actividades para ser desarrolladas por los estudiantes donde podrán comprobar por si solos el avance de su proceso de aprendizaje y luego ser retroalimentado por el docente.
8. Finalmente, se propone una evaluación para verificar el aprendizaje logrado por los estudiantes.

ACTIVIDAD PREVIA.

A través de la actividad previa se pretende profundizar sobre conceptos que se deben conocer para abordar el aprendizaje de superficie y volumen de cuerpos geométricos.

Perímetro de figuras planas.
La palabra perímetro proviene de: *Peri* que significa borde y *Metron* que significa medida. El perímetro de cualquier figura geométrica es la medida de su borde. En los polígonos se calcula como la suma de las medidas de sus lados.

Para indicar perímetros, se utiliza como unidad de medida el metro y todos sus múltiplos y submúltiplos.

Ejemplo: En un cuadrado de lado 5 cm

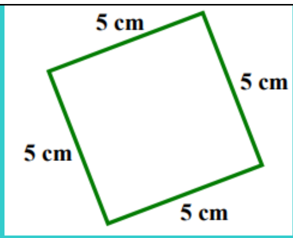


Figura 1

Tomado de: https://mep.go.cr/sites/default/files/recursos/recursos-interactivos/educ_abierta/mate_primaria/areas/geometria/perimetro.pdf

El perímetro es igual a:
P = 5 cm + 5 cm + 5 cm + 5 cm = 20 cm.

Ejercitación.
Pablo debe poner una cerca en el contorno (borde) de su granja que tiene forma rectangular, para delimitar la zona que cultivará ese año. Él desea saber con exactitud la cantidad de alambre que usará para cercar su granja. Para esto, toma las medidas de cada lado y el resultado es como se muestra en la figura.

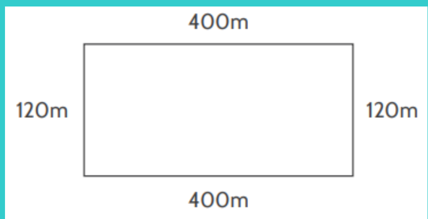


Figura 2

Tomado de:
https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_6/M/SM/SM_M_G06_U02_L05.pdf

Determinar la cantidad de alambre que usará pablo para cercar su granja.

Área de Figuras Planas

Cuando se habla de área se hace referencia a una magnitud bidimensional que se asocia a la superficie que ocupa una figura o un desarrollo plano. Para calcular el área de figuras conocidas como un triángulo, un cuadrado, un rectángulo o un círculo, por ejemplo, se han deducido algunas fórmulas.

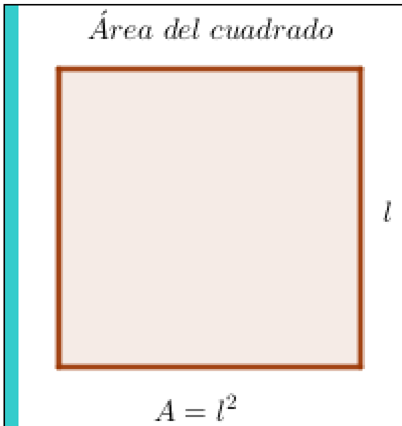


Figura 3

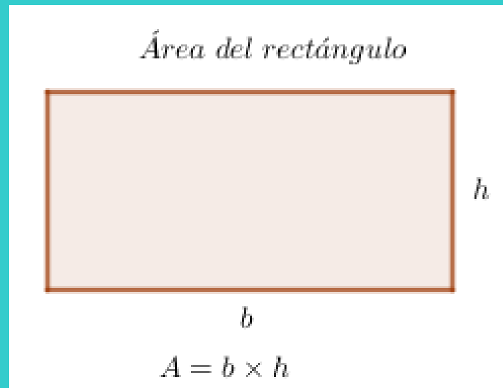


Figura 4

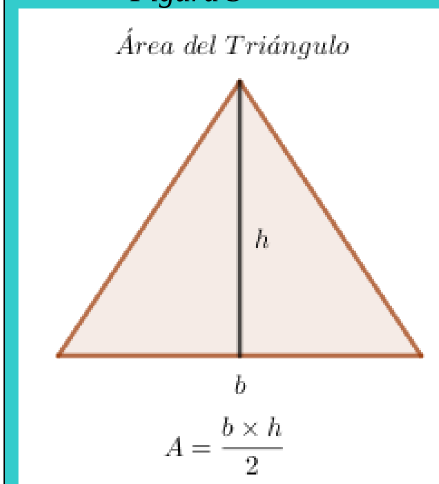


Figura 5

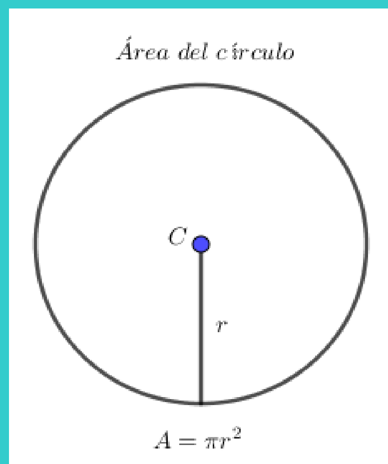


Figura 6

Convenciones
A: área
l: lado del cuadrado
b: base del rectángulo o del triángulo
h: altura del rectángulo o del triángulo
r: radio del círculo

Ejemplo: hallar el área de las siguientes figuras.

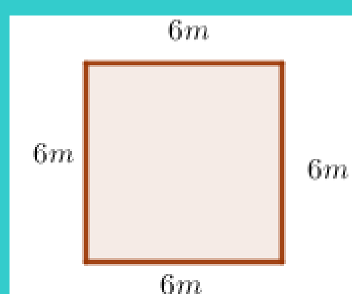


Figura 7

Como la figura corresponde a un cuadrado aplicamos la formula correspondiente para hallar el área:
$A = l^2$

De acuerdo a la información que proporciona la figura podemos decir que $l = 6m$, por tanto:
$A = l^2$
$A = (6m)^2$
$A = 36m^2$

El área del cuadrado es de $36m^2$

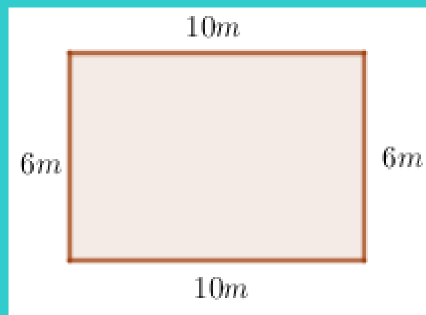


Figura 8

Aplicamos la fórmula del rectángulo para hallar el área de la figura.
$A = b \times h$
A partir de la información de la figura se determina que:
$b = 10m$ y $h = 6m$
Remplazando en la ecuación tenemos:

$A = 10m \times 6m$
$A = 60m^2$

El área de la figura es $60m^2$

<u>Ejercitación.</u>

3. El señor Jaime desea embaldosar el suelo de la habitación de su hija Claudia que mide 6m de ancho por 8,4m de largo. Las baldosas que usará miden 30 cm^2

,
¿Cuántas baldosas necesita?

4. Determinar el área de la región sombreada de la siguiente figura.

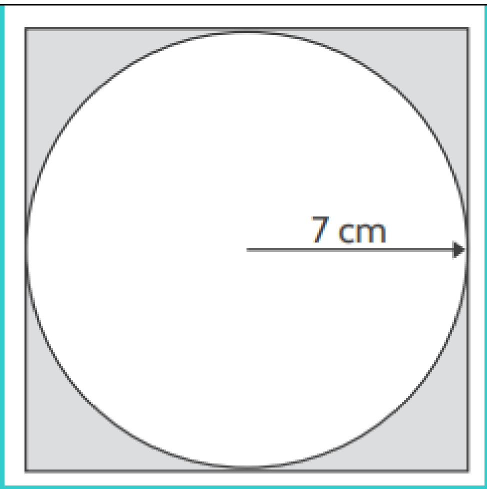


Figura 9

CONCEPTUALIZACIÓN:

SUPERFICIE Y VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS.

Los cuerpos geométricos.

Un sólido o cuerpo geométrico es una figura geométrica de tres dimensiones (largo, ancho y alto), que ocupa un lugar en el espacio y en consecuencia tiene un volumen.

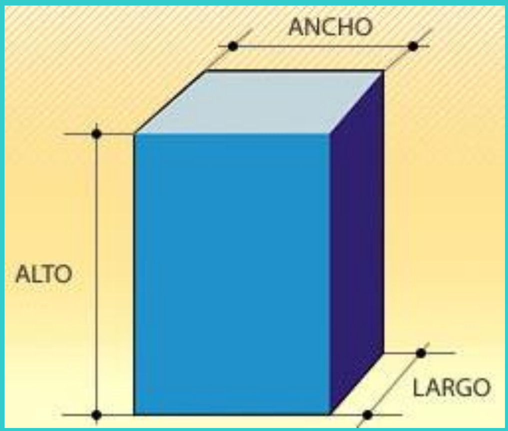


Figura 10

Tomado de: https://www.portaleducativo.net/sexto-basico/410/Cuerpos-geometricos

Los cuerpos geométricos pueden ser: Poliedros y Cuerpos Redondos.

POLIEDROS: son aquellos cuerpos geométricos que tienen todas sus caras planas. Los elementos de un poliedro caras, aristas y vértices.

Área y volumen de un prisma.

Un prisma es un poliedro limitado por polígonos congruentes que se conocen como **bases** y varios paralelogramos llamados **caras laterales**. Se clasifican en rectos y oblicuos. Un **prisma recto** se caracteriza porque sus caras laterales son perpendiculares a las bases mientras que, en un **prisma oblicuo**, las caras laterales no son perpendiculares a las bases.

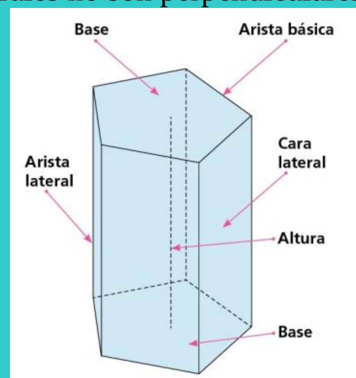


Figura 11

Tomado de: https://www.abc.com.py/edicion-impresa/suplementos/escolar/geometria-del-espacio-prismas-630886.html

<u>Actividades de aprendizaje.</u>

Actividad 1: construcción de prismas con material concreto.
Se pretende con esta actividad que los estudiantes reconozcan y clasifiquen los prismas según la forma de la base y sus caras, utilizando material concreto.
Materiales.

- Palillos
- Plastilina

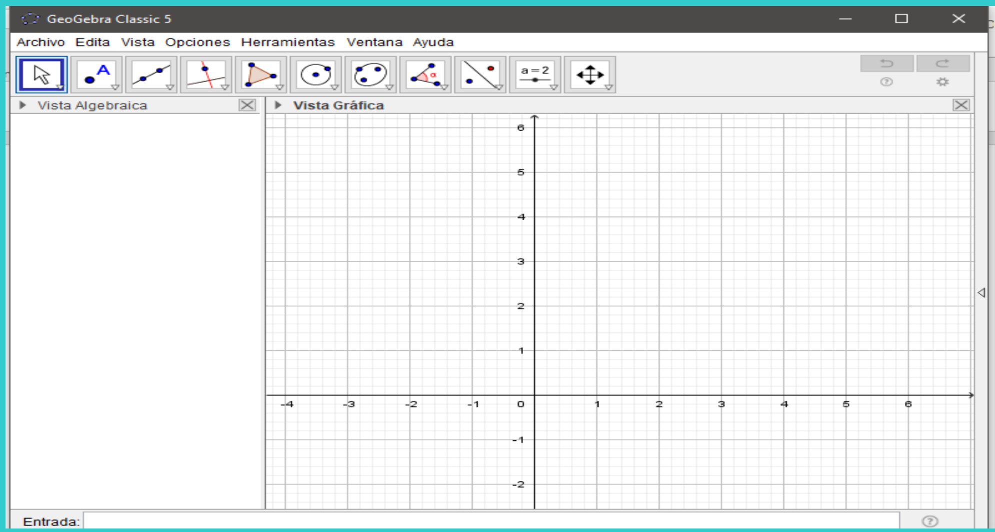
Descripción actividad: con las indicaciones del docente utiliza los palillos y la plastilina para construir el prisma que corresponde según el polígono de la base que se indica y completa la tabla. Después responde lo indicado en “aplico lo aprendido”.

Polígono que tiene como bases	*Caras*			*Vértices*	*Aristas*	*Nombre del prisma*
	Laterales	*Bases*	*Total*			
Triángulo						
Cuadrilátero						
Pentágono						
Hexágono						
Heptágono						

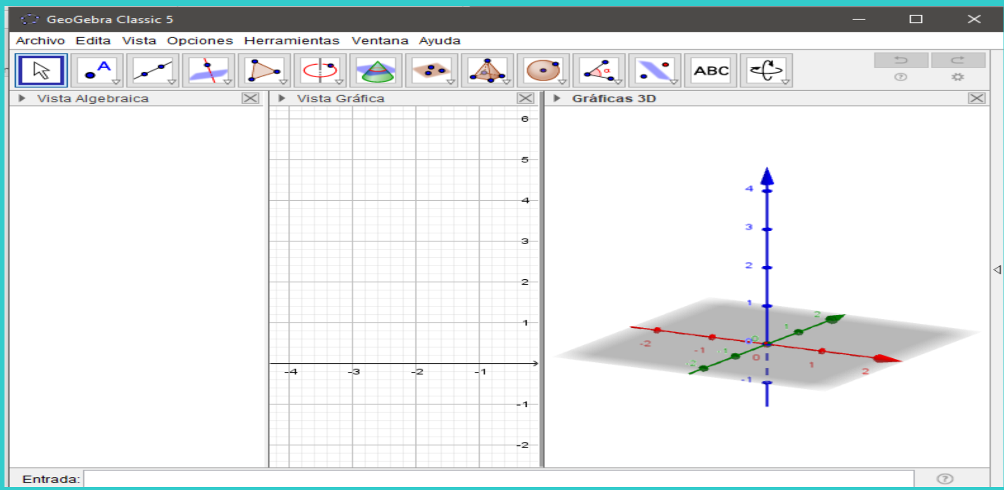
Aplico lo aprendido.
Un prisma tiene 9 caras. ¿Qué tipo de prisma es? ¿Cuántas aristas tiene? ¿Cuántos vértices tiene?

Actividad 2: construcción de prismas con Geogebra.
Se pretende con esta actividad que los estudiantes modelen o representen con el software Geogebra los primas construidos en la actividad 1 para reforzar y profundizar lo aprendido.

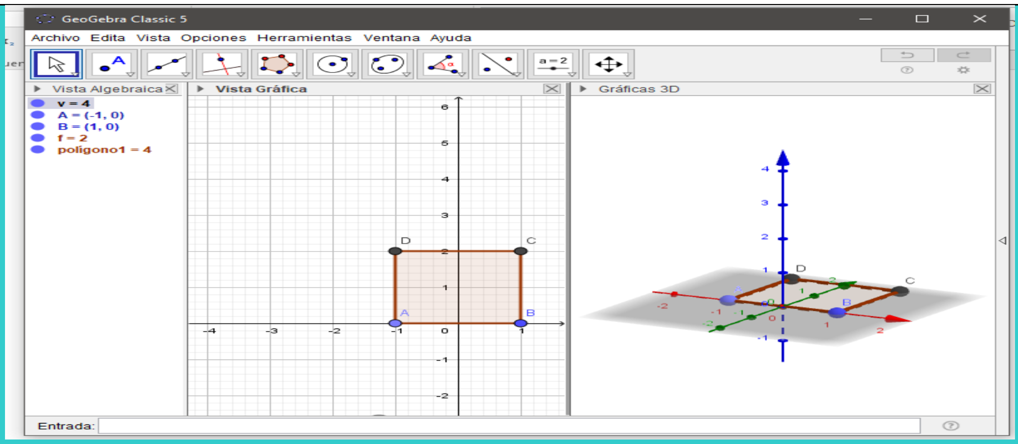
Descripción actividad: con las indicaciones del docente ingrese al software Geogebra.



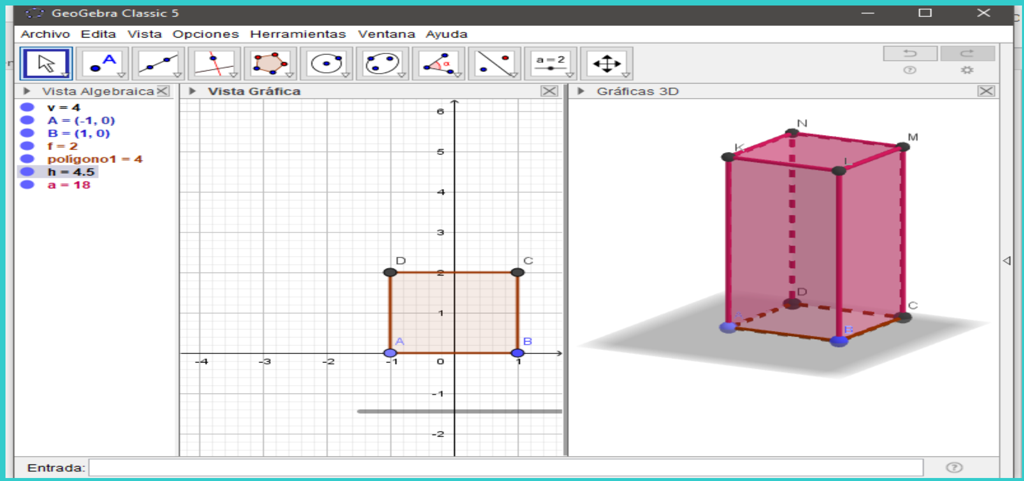
Activar la vista gráfica 3D, dando clic en la viñeta vista y luego seleccionando el botón gráfica 3D.



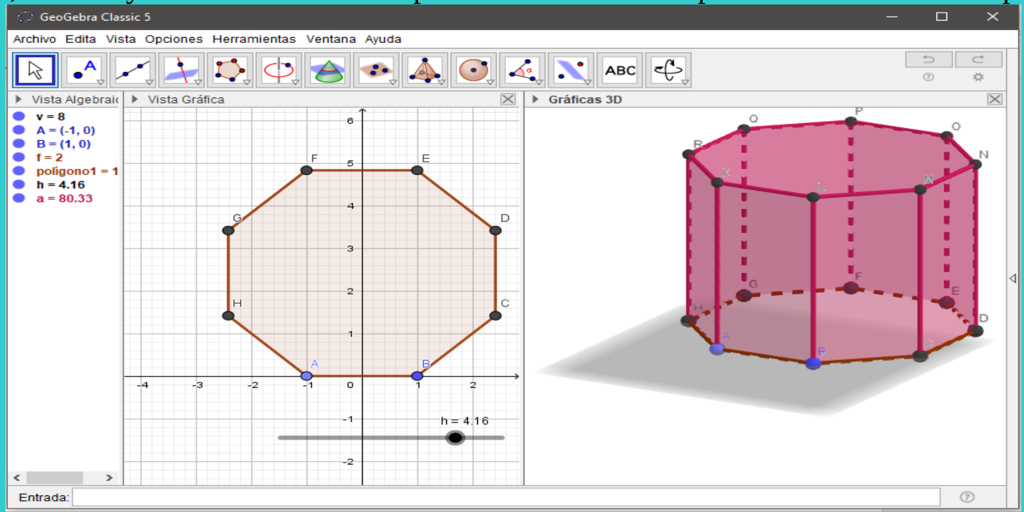
Activando de nuevo la vista 2D, luego dando click en el botón polígono y seleccionando la opción polígona regular construimos el polígono que tendrá como base el prisma.



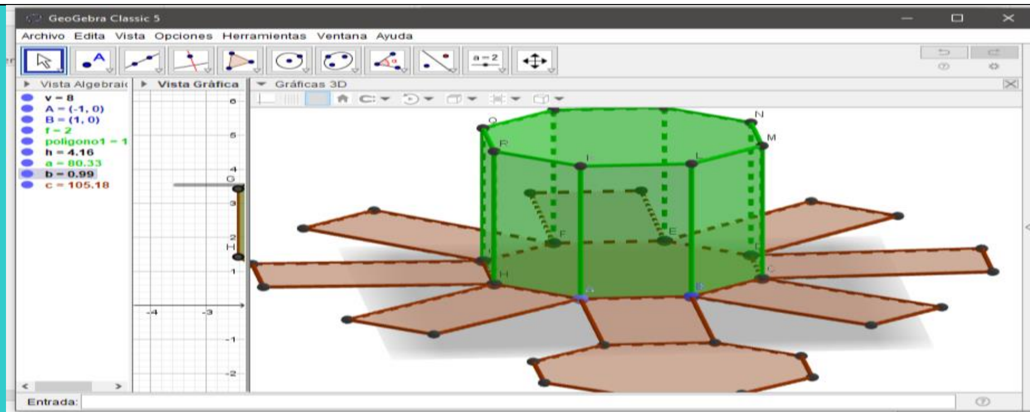
Activando la vista 3D y seleccionando la opción prisma o cilindro desde su base construimos el prisma.



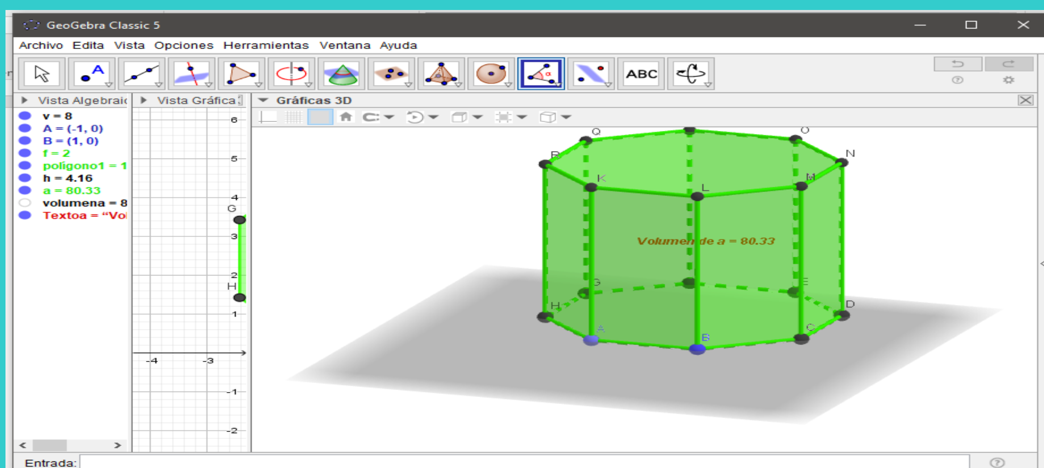
Además, con la ayuda de un deslizador podemos modelar o representar los diferentes prismas.



Activando la vista gráfica 3D y seleccionando la opción desarrollo podemos observar el desarrollo plano del poliedro, en este caso del prisma.



Con la vista gráfica 3D activada, dando click en el botón ángulos y seleccionando la opción volumen podemos determinar el volumen del cuerpo geométrico, en este caso del prisma.



El **área lateral** (A_L) de un prisma se halla calculando la suma de las áreas de las caras laterales. En un prisma recto, el área lateral se calcula multiplicando la longitud de la altura (h) por el perímetro de la polígono de la base P_B.

$$A_L = P_B \times h$$

El **área total** (A_T) de un prisma se halla con la suma del área lateral más la suma de las áreas de las bases, en el caso del prisma recto

$$A_T = A_L + 2A_B$$

El **volumen** de un prisma es la cantidad de unidades cúbicas que caben en su interior. El volumen de un **prisma recto** cualquiera se puede obtener mediante el producto de su área basal y su altura.

$$V = A_B \times h$$

Ejemplo resuelto:

Calcula el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 4 dm y su altura es de 11 dm.

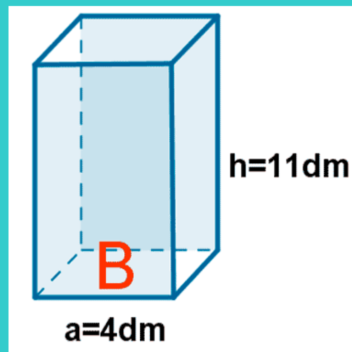


Figura 12

Tomado de:
https://calculo.cc/temas/temas_trigonometria/trian_semejante/problemas/p_area_vol_1.html

Solución.
Para determinar el área del prisma procedemos así:

$A_T = A_L + 2A_B$

$A_L = P_B \times h$

$h = 11\ dm$
$P_B = 4dm \times 4 = 16\ dm$

$A_L = P_B \times h$
$\boldsymbol{A_L} = 16dm \times 11dm = \boldsymbol{176dm^2}$

$\boldsymbol{A_B} = (4dm)^2 = \boldsymbol{16dm^2}$

Área total
$\boldsymbol{A_T} = A_L + 2A_B$
$A_T = 176dm^2 + 2(16dm^2)$
$A_T = 176dm^2 + 32dm^2 = \boldsymbol{208dm^2}$

El área del prisma es $\boldsymbol{208dm^2}$

Ahora, determinamos el volumen del prisma así:
$V = A_B \times h$
$h = 11\ dm$
$A_B = (4dm)^2 = 16dm^2$

$V = A_B \times h$
$\boldsymbol{V} = 16dm^2 \times 11dm = \boldsymbol{176dm^3}$

El volumen del prisma es de $\boldsymbol{176dm^3}$

Ejercitación.

Calcula el área y el volumen de un prisma recto de altura 3 m y que tiene por base un triángulo equilátero de 2 m de arista.

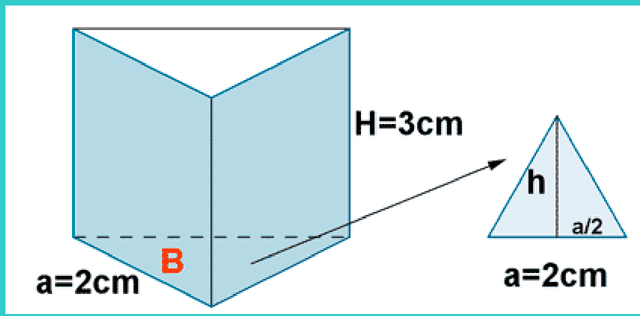


Figura 13

Tomado de:
https://calculo.cc/temas/temas_trigonometria/trian_semejante/problemas/p_area_vol_1.html

Área y volumen de la pirámide.

Para iniciar, a modo de introducción los estudiantes verán un vídeo que nos presenta algunas imágenes de la forma de una pirámide, en el siguiente link:
https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/
G_9/M/M_G09_U02_L04/M/M_G09_U02_L04/M_G09_U02_L04_01_01.html

Una pirámide es un poliedro limitado por una base poligonal y varias caras laterales en forma triangular que tiene un vértice en común. Las pirámides se clasifican según el polígono de la base. Si la base es un triángulo es una pirámide triangular, cuando los triángulos de la base y las caras laterales son congruentes, la pirámide corresponde a un tetraedro. Si la base es un cuadrado es una pirámide cuadrangular; si es un pentágono es una pirámide pentagonal y así sucesivamente.

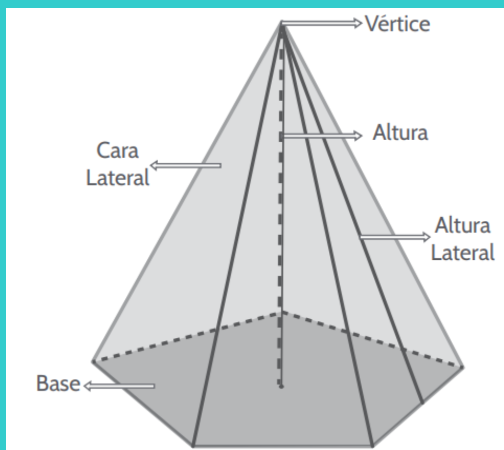


Figura 14

Tomado de: https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U02_L04.pdf

Cada pirámide consta de los siguientes elementos:

Base**:** es el polígono que delimita a la pirámide, cuyos vértices no coinciden con en el vértice de la pirámide.
Caras laterales: cada uno de los triángulos laterales que delimitan a la pirámide, y que al menos un vértice coincide con el de la pirámide.
Aristas**:** son los lados de la base o de las caras laterales. Las aristas de la base se llaman aristas básicas y las aristas que concurren en el vértice superior aristas laterales.
Vértices**:** son los puntos en donde se encuentran las aristas

Altura**:** es el segmento perpendicular a la base, que une la base con el vértice o ápice de la pirámide.
Altura lateral: es la altura de cualquiera de sus caras laterales.
Apotema: es la distancia entre el centro de la base a cualquiera de sus lados.

Actividades de aprendizaje.

Actividad 1: construcción de pirámides con material concreto.
Se pretende con esta actividad que los estudiantes reconozcan las superficies planas de una pirámide y la forma de sus caras. Además, que clasifiquen las pirámides según la forma de su base.

Materiales.

- Palillos
- Plastilina

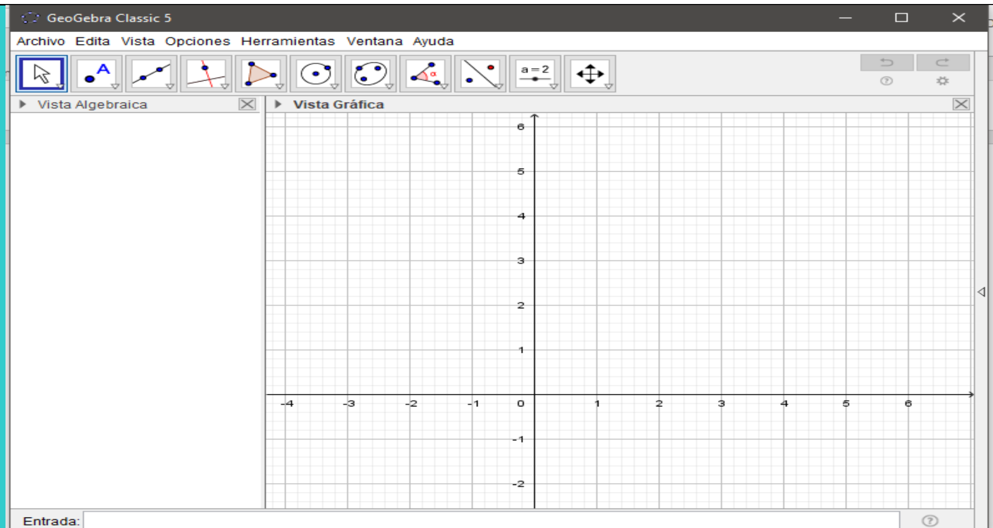
Descripción actividad: con las indicaciones del docente utiliza los palillos y la plastilina para construir la pirámide que corresponde según el polígono de la base que se indica y completa la tabla. Después responde lo indicado en "aplico lo aprendido".

Polígono que tiene como base	*Caras*			*Vértices*	*Aristas*	*Nombre de la pirámide*
	Laterales	*Bases*	*Total*			
Triángulo						
Cuadrilátero						
Pentágono						
Hexágono						
Heptágono						

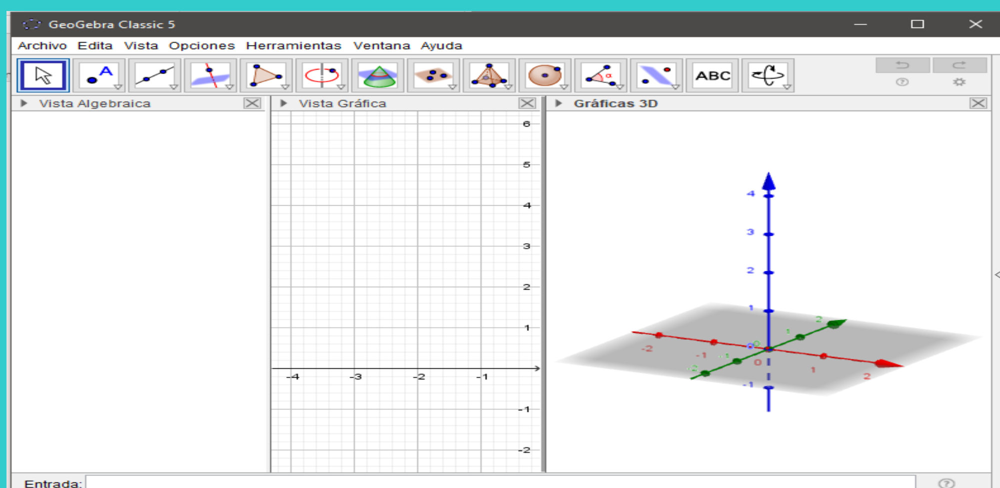
Aplico lo aprendido.
¿Cuántas caras laterales tiene una pirámide heptagonal? ¿Cuántos vértices tiene una pirámide octagonal? ¿Cuántas caras ha de tener una pirámide como mínimo?

Actividad 2: construcción de piramides con Geogebra.
Se pretende con esta actividad que los estudiantes modelen o representen con el software Geogebra las pirámides construidas en la actividad 1 para reforzar y profundizar lo aprendido.

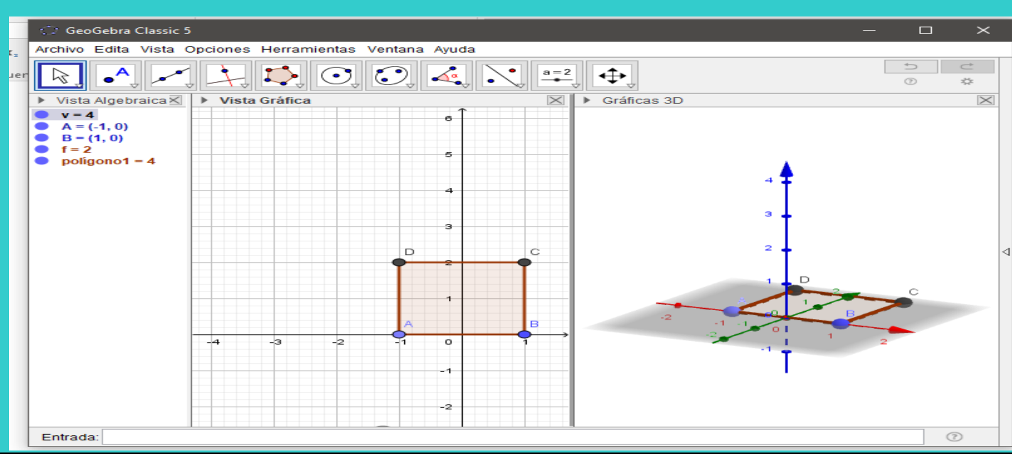
Descripción actividad: con las indicaciones del docente ingrese al software Geogebra.



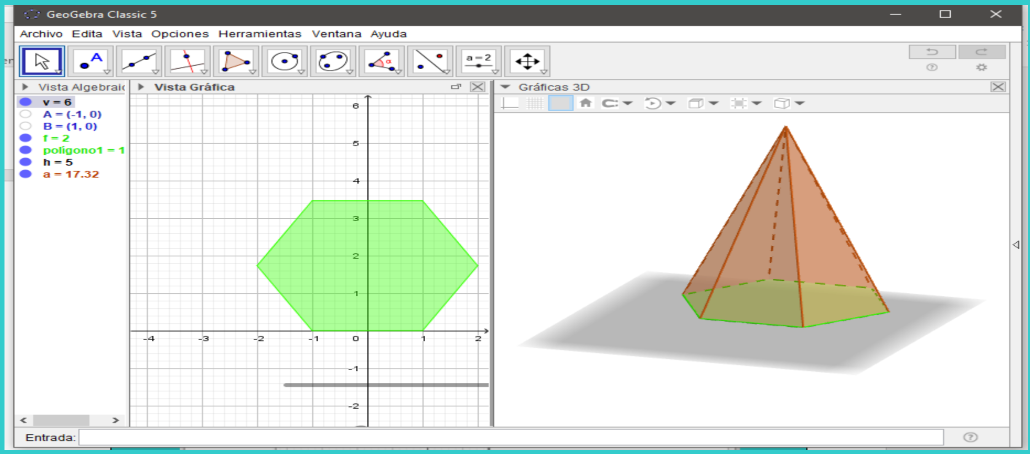
Activar la vista gráfica 3D, dando clic en la viñeta vista y luego seleccionando el botón gráfica 3D.



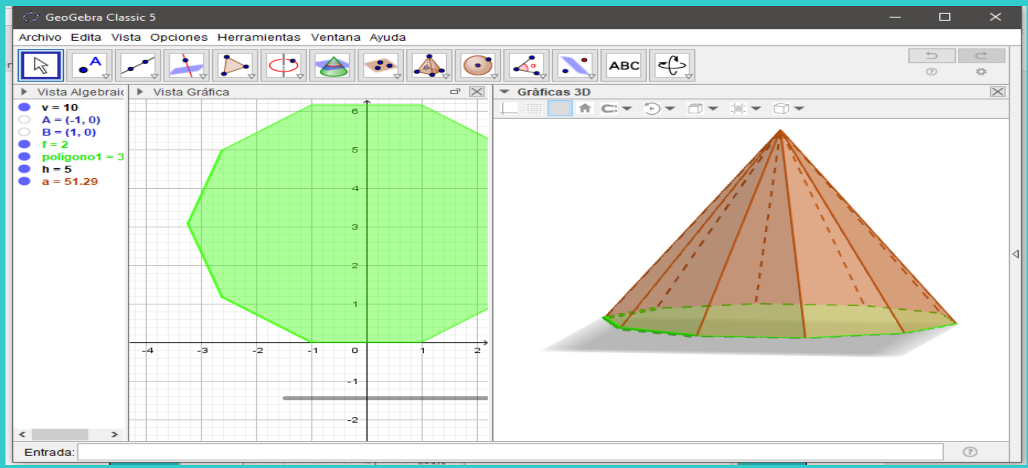
Activando de nuevo la vista 2D, luego dando click en el botón polígono y seleccionando la opción polígona regular construimos el polígono que tendrá como base la pirámide.



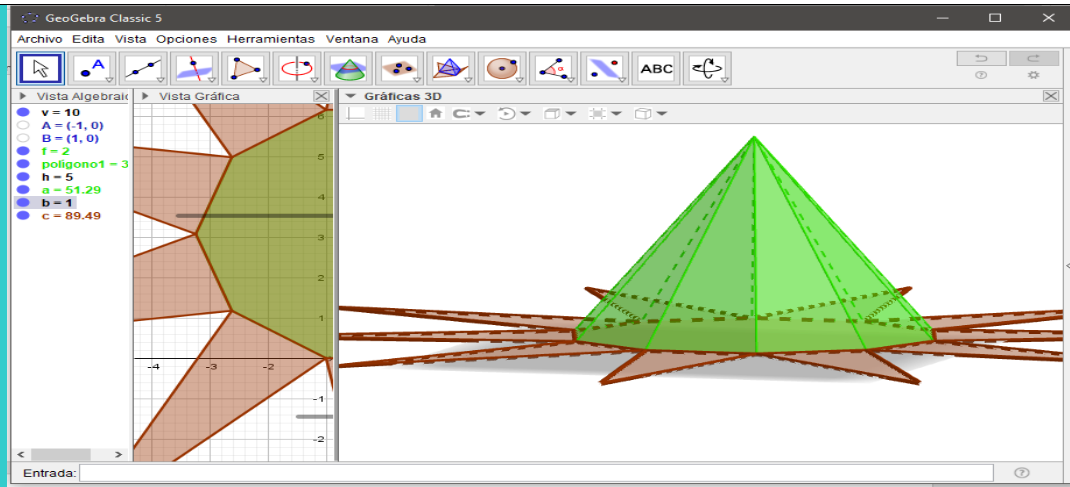
Activando la vista 3D y seleccionando la opción pirámide o cono desde su base construimos la pirámide.



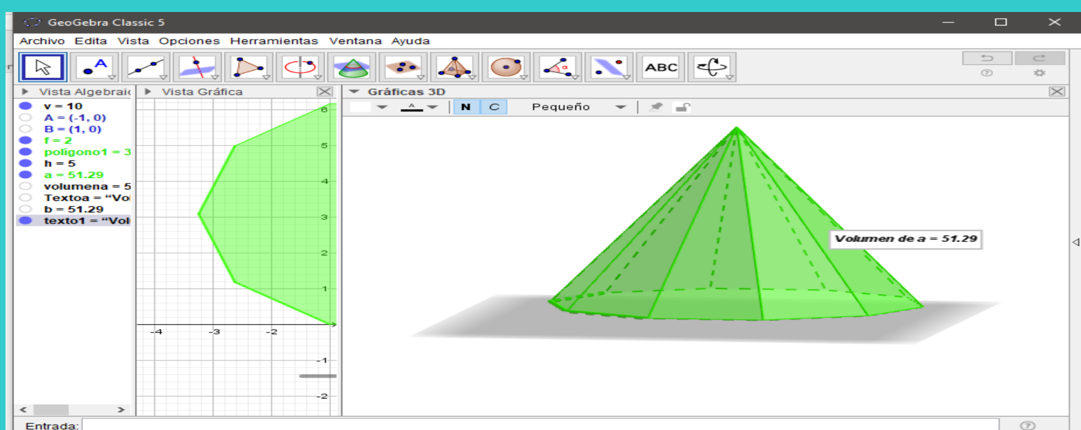
Además, con la ayuda de un deslizador podemos modelar o representar las diferentes pirámides.



Activando la vista gráfica 3D y seleccionando la opción desarrollo podemos observar el desarrollo plano del poliedro, en este caso de la pirámide.



Con la vista gráfica 3D activada, dando click en el botón ángulos y seleccionando la opción volumen podemos determinar el volumen del cuerpo geométrico, en este caso de la pirámide.



Para conocer **el área total de una pirámide** se consideran dos partes: la primera corresponde al área de la base (área basal) y la segunda, al área lateral, que es la suma de las áreas de todas las caras laterales.

El área de una cara lateral se calcula usando la arista de la base y la apotema. Si la base de la pirámide es un polígono regular, todas las caras laterales son triángulos congruentes y el número de caras laterales depende de la cantidad de lados que tenga el polígono.

El área lateral de una pirámide (A_L) es la suma de las áreas de cada una de las caras laterales, las cuales corresponden a triángulos.

$$A_L = \frac{P_B \times ap}{2}$$

Donde P_B es el perímetro de la base y ap la apotema de la pirámide.

El área total de una pirámide es la suma del área lateral y el área de la base.

$$A_T = A_L + A_B$$

El **volumen de una pirámide** es igual a un tercio del volumen de un prisma con igual área basal y altura que la pirámide.

$V = \frac{1}{3} A_B \times h$

Donde A_B es área de la base y h es la altura.

Ejemplo resuelto:

Encuentre el área y el volumen de una pirámide cuadrada regular con lados de base de 10 cm y altura de 18 cm.

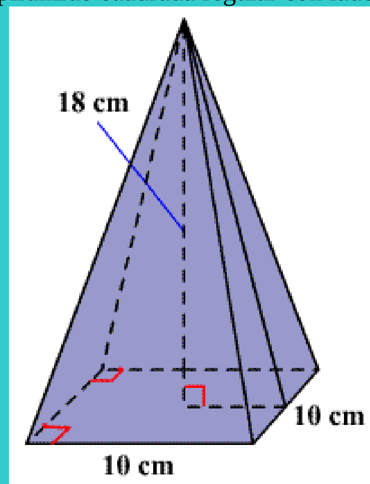


Figura 15

Tomado de: https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics/volume-of-a-pyramid

Solución.

Primero, calculamos el área lateral. Para eso, calculamos la longitud de la apotema de la pirámide, es decir, la hipotenusa del triángulo rectángulo que resalta en la imagen de la figura.

$ap^2 = (18cm)^2 + (5cm)^2$

$ap^2 = 324cm^2 + 25cm^2$

$ap^2 = 349cm^2$

$\boldsymbol{ap} = \sqrt{349cm^2} = \mathbf{18,68}\boldsymbol{cm}$

Calculamos también el perímetro de la base (P_B)

$P_B = 4 \times 10cm = 40cm$

Calculamos el área lateral:

$A_L = \frac{P_B \times ap}{2}$

$\boldsymbol{A_L} = \frac{40cm \times 18{,}68cm}{2} = \frac{747{,}2cm^2}{2} = \mathbf{373,6}\boldsymbol{cm^2}$

Segundo, hallamos el área de la base. En este caso, la base es un cuadrado, entonces:

$\boldsymbol{A_B} = (10cm)^2 = \mathbf{100}\boldsymbol{cm^2}$

Finalmente, calculamos el área total:

$\boldsymbol{A_T} = A_L + A_B = 373{,}6cm^2 + 100cm^2 = \mathbf{473,6}\boldsymbol{cm^2}$

El área total de la pirámide es $\mathbf{473,6}\boldsymbol{cm^2}$

Para calcular el **volumen de la pirámide** procedemos simplemente a remplazar los datos conocidos del área de la base (A_B) y de la altura de la pirámide (h) en la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{3} A_B \times h$$

$$V = \frac{1}{3}(100cm^2)(18cm) = \frac{1800cm^3}{3} = \boldsymbol{600cm^3}$$

El volumen de la pirámide es de $\boldsymbol{600cm^3}$

Ejercitación.
Calcular el área y el volumen de una pirámide cuadrangular de 10 cm de arista básica y 12 cm de altura.

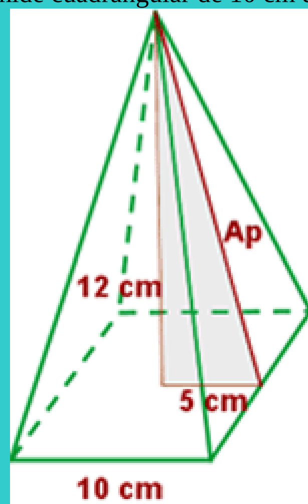


Figura 16
Tomado de: https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/geometria/volumen-piramide.html

CUERPOS REDONDOS: son aquellos cuerpos geométricos que tienen al menos una cara curva. El **cilindro,** el **cono** y la **esfera** son cuerpos geométricos con superficies curvas.

Actividades de aprendizaje.

Actividad 1: construcción y análisis de los cuerpos redondos con material concreto.
Se pretende con esta actividad que los estudiantes identifiquen las superficies curvas y planas de los cuerpos redondos, diferencien entre el cilindro y el cono y reconozcan los elementos de una esfera.

Materiales.
- Cartulina
- Pegamento
- Bisturí
- Escuadra o regla
- Lápiz
- Bola de icopor

Descripción actividad: con las indicaciones del docente utiliza la cartulina, la escuadra, el lápiz, el bisturí y el pegamento para la construcción del cilindro y el cono. Utiliza la bola de icopor para identificar los elementos de una esfera y completa la tabla. Después responde lo indicado en "aplico lo aprendido".

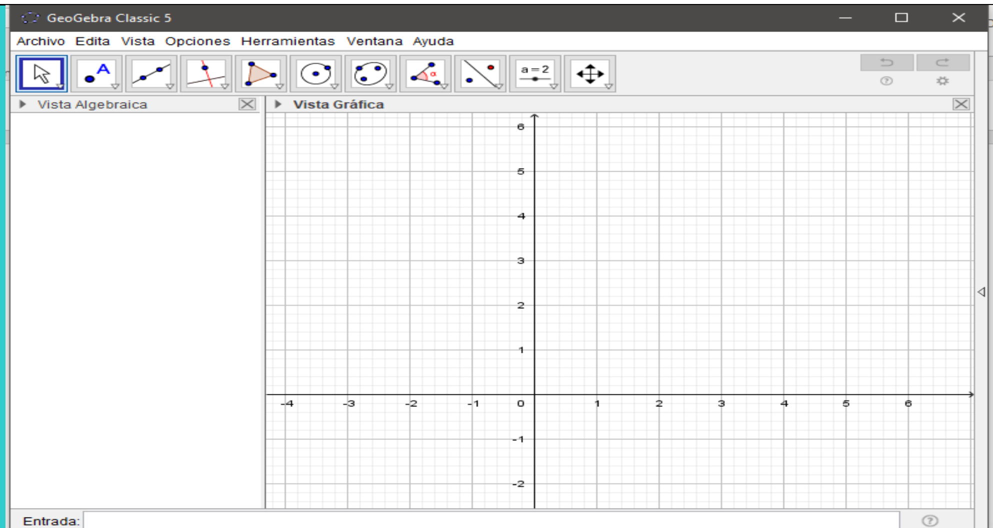
Cuerpo redondo	Forma de la base	Nro. de Vértices	Nro. de Aristas	Nro. de Superficies planas	Nro. de superficies curvas
Cono					
Cilindro					
Esfera					

Aplico lo aprendido.
Responde al frente de cada una de las siguientes opciones **V** si el enunciado es **verdadero** o responde **F** si el enunciado es **falso.**

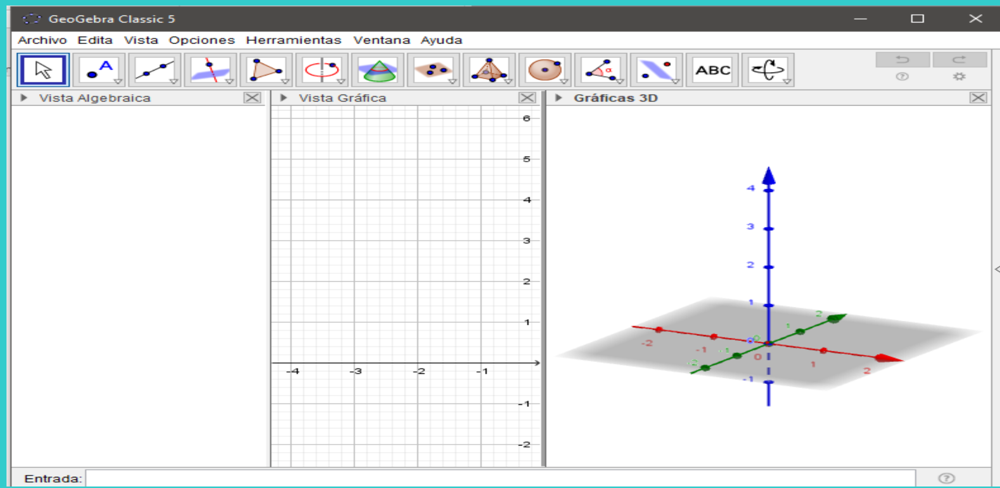
a. El cilindro tiene dos vértices__________
b. El cono tiene una superficie curva________
c. El cono tiene un vértice_______
d. El cono tiene solo una base, que es un círculo______
e. El cilindro tiene bases circulares_______
f. La esfera no tiene ninguna superficie plana________
g. El cono tiene dos vértices_________
h. La esfera no tiene vértices_________
i. La esfera tiene una base circular_______
j. El cilindro no tiene superficies planas_______

Actividad 2: construcción de cuerpos redondos con Geogebra.
Se pretende con esta actividad que los estudiantes modelen o representen con el software Geogebra los cuerpos redondos construidos en la actividad 1 para reforzar y profundizar lo aprendido.

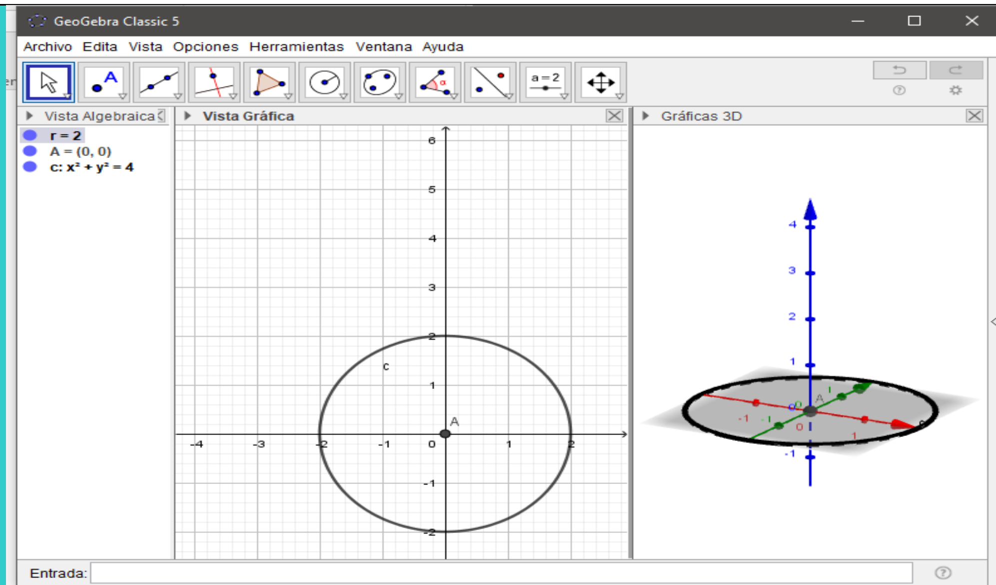
Descripción actividad: con las indicaciones del docente ingrese al software Geogebra.



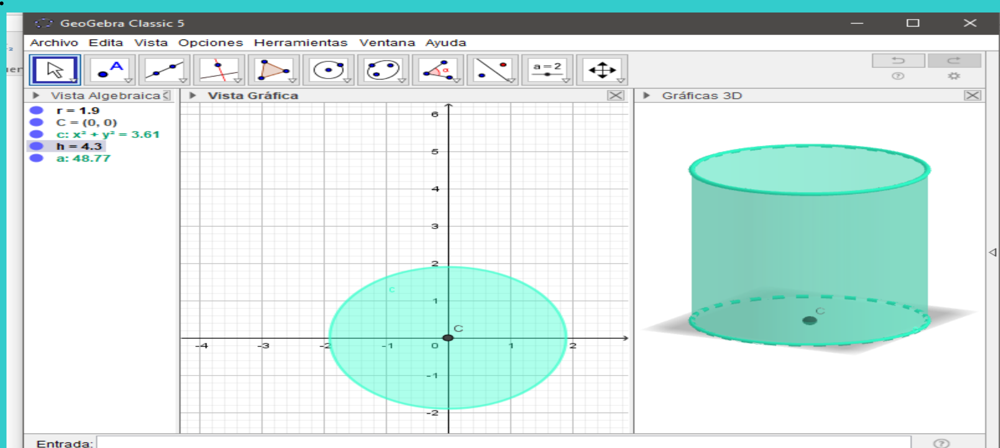
Activar la vista gráfica 3D, dando clic en la viñeta vista y luego seleccionando el botón gráfica 3D.



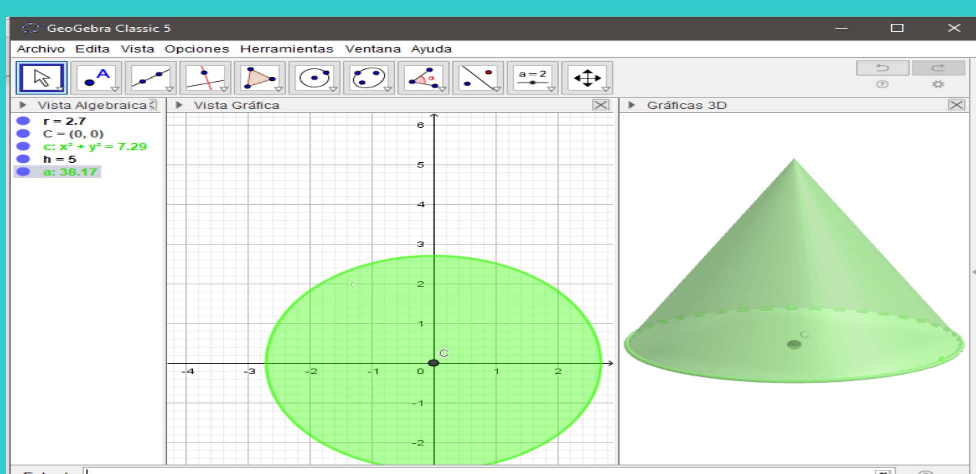
Activando de nuevo la vista 2D, luego dando click en el botón circunferencia y seleccionando la opción circunferencia de centra y radio construimos la circunferencia que tendrá como base el cilindro o el cono.



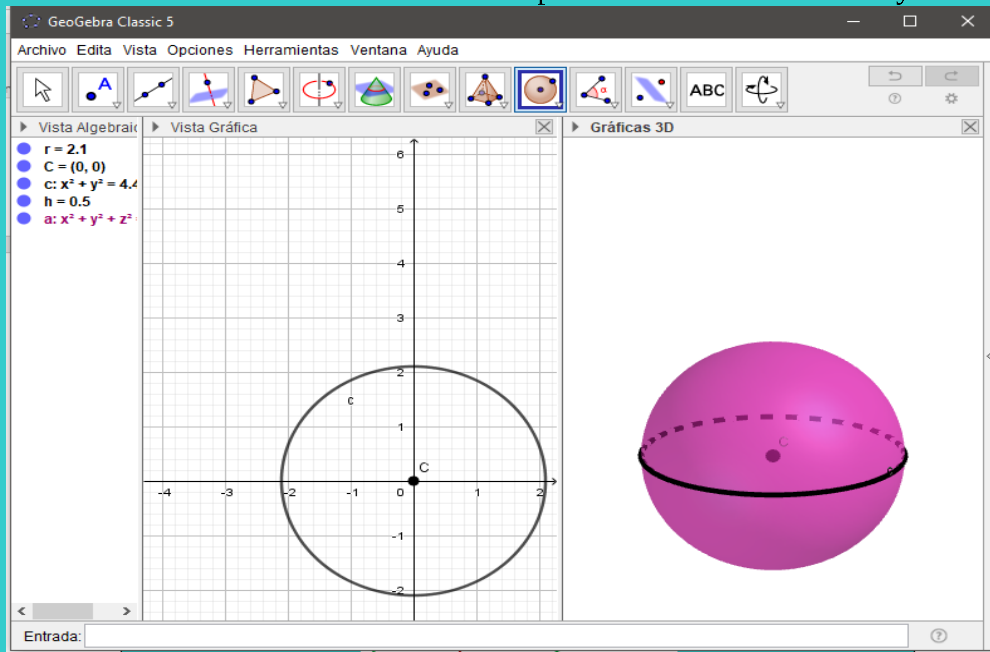
Activando la vista 3D y seleccionando la opción prisma o cilindro desde su base construimos el cilindro.



Para la construcción del cono se selecciona la opción pirámide o cono desde su base.



Para la construcción de la esfera se selecciona la opción esfera dado su centro y su radio.



Área y volumen del cilindro.

El **cilindro** es el cuerpo que se genera al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados. Sus bases son dos círculos paralelos cuyos centros pertenecen a un segmento perpendicular a las bases.

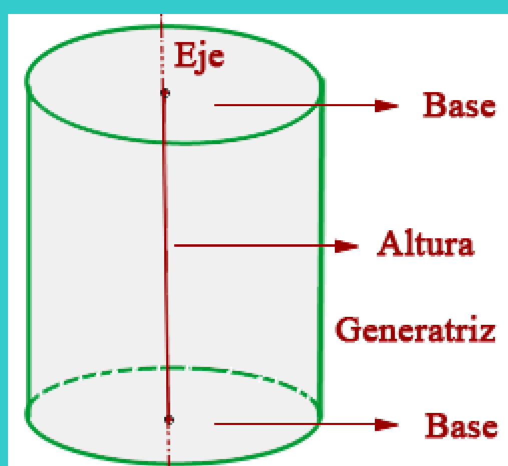


Figura 17

Tomado de: https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/espacio/elementos-del-cilindro.html

El ancho del rectángulo corresponde a la altura del cilindro y su largo es el perímetro de la base. Luego, el área del cilindro está determinada por el área del rectángulo más dos veces el área del círculo de la base.

El **área lateral** ($\boldsymbol{A_L}$) es el área del rectángulo que compone el cilindro. Está dada por la expresión:

$A_L = 2\pi r.h$, con **r** radio de la base y **h** altura del cilindro.

El **área total** (A_T) es la suma del área lateral y el área de las dos bases del cilindro. Está dada por la expresión:
$A_T = 2\pi r(h + r)$, con **r** radio de la base y **h** altura del cilindro.

El **volumen del cilindro** se halla mediante la expresión:

$$V_{cilindro} = A_B.h$$
$$V_{cilindro} = \pi r^2.h$$

Ejemplo resuelto.

Halla la altura y el área de un cilindro cuyo diámetro(D) es 8 cm y su volumen es de 603,18 cm^3
Solución.

Calculamos el radio (r) a partir del diámetro (D). Así:

$$r = \frac{D}{2} = \frac{8cm}{2} = 4cm$$

Como ya conocemos el volumen y el radio del cilindro, despejamos de la fórmula del volumen la altura (h), así:

$$V_{cilindro} = \pi r^2.h$$
$$\frac{V_{cilindro}}{\pi r^2} = h$$

$$h = \frac{V_{cilindro}}{\pi r^2} = \frac{603{,}18cm^3}{\pi(4cm)^2} = \frac{603{,}18cm^3}{16\pi cm^2} = 12cm$$

La altura es aproximadamente 12 cm.

Para determinar **el área del cilindro** remplazamos los datos ya conocidos en la siguiente expresión:
$\boldsymbol{A_T} = 2\pi r(h + r)$
$A_T = 2\pi(4cm)(12cm + 4cm) = 2\pi(4cm)(16cm) = \boldsymbol{402{,}12cm^2}$

<u>Ejercitación.</u>
Calcular el área y el volumen de un cilindro de radio 3 cm y de altura 80 mm.

Área y volumen del cono.

El **cono** es un cuerpo redondo que se genera al rotar un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos. La hipotenusa del triángulo que nos permite generar el cono se denomina generatriz y la base del cono es su única cara plana.

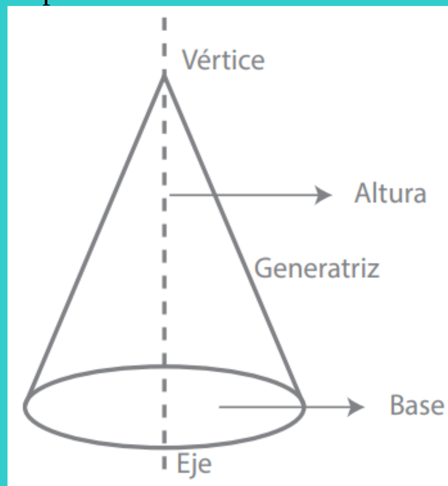


Figura 18

Tomado de:
https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U02_L02.pdf

Algunos elementos de un cono son:

Eje: es el cateto fijo alrededor del cual gira el triángulo.
***Base*:** es el círculo que forma el otro cateto.
***Altura*:** es la distancia del vértice a la base.
***Generatriz*:** es la hipotenusa del triángulo rectángulo.

El **área de la superficie de un cono** corresponde a la suma del sector circular que lo compone y el área del círculo que componen su base.

Área lateral $(A_L) = \pi \cdot r \cdot g$
Área total $(A_T) = \pi \cdot r(g + r)$
De donde **r** es el radio de la base y **g** es la generatriz.

El **volumen de un cono recto** (V) de radio r y altura h, equivale a un tercio del volumen de un cilindro con la misma altura y radio, es decir:

$$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$$

Ejemplo resuelto.

Calcular el área lateral, el área total y el volumen del siguiente cono:

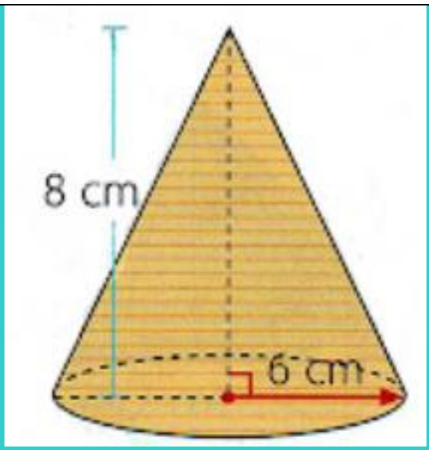


Figura 19

Tomado de: https://epamatematicas.blogspot.com/2017/11/area-y-volumen-de-conos.html

Solución.

Área lateral.
$A_L = \pi \cdot r \cdot g$

Primero calculamos la generatriz del cono aplicando el teorema de Pitágoras:
$g^2 = (8cm)^2 + (6cm)^2$
$g^2 = 64cm^2 + 36cm^2$
$g^2 = 100cm^2$
$g = \sqrt{100cm^2}$
$g = 10\ cm$

Aplicando la fórmula encontramos el **área lateral** del cono:
$\boldsymbol{A_L} = \pi \cdot r \cdot g = \pi(6cm)(10cm) = \mathbf{188,45}\boldsymbol{cm^2}$

El área lateral del cono es $\mathbf{188,45}\boldsymbol{cm^2}$

Ahora encontramos el **área total**.
$\boldsymbol{A_T} = \pi \cdot r(g + r)$
$A_T = \pi \cdot 6cm(10cm + 6cm) = \pi \cdot 6cm(16cm) = \mathbf{301,59}\ \boldsymbol{cm^2}$
El área total del cono es $\mathbf{301,59}\ \boldsymbol{cm^2}$

Volumen.
Para calcular el **volumen del cono** remplazamos los datos conocidos en la fórmula correspondiente.

$\boldsymbol{V_{cono}} = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$
$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi \cdot (6cm)^2 \cdot (8cm) = \frac{1}{3}\pi \cdot (36cm^2) \cdot (8cm) = \mathbf{301,59}\boldsymbol{cm^3}$

Ejercitación.

Encuentra el volumen del cono mostrado en la figura, si su radio mide 5 cm.

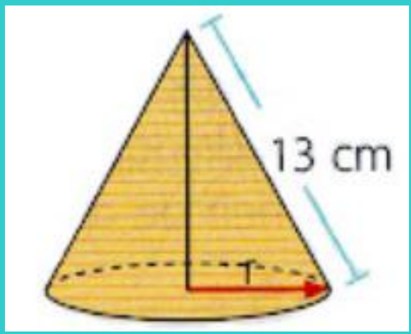


Figura 20

Tomado de: https://epamatematicas.blogspot.com/2017/11/area-y-volumen-de-conos.html

Área y volumen de la esfera.

La **esfera** es un cuerpo redondo limitado solo por una superficie curva cuyos puntos equidistan de un punto fijo llamado **centro**. La distancia del centro C a un punto P de la superficie de la esfera se denominada **radio** y la intersección entre la esfera y el plano que contiene el centro se denomina **círculo máximo.**

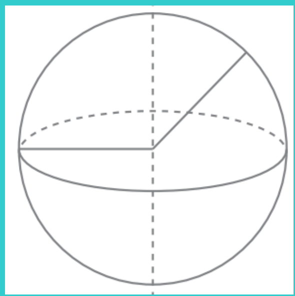


Figura 21

Tomado de: https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U02_L03.pdf

Aunque este solido no se obtiene de un desarrollo plano, si es posible calcular su área y su volumen.

Para determinar el **volumen de la esfera** podemos sumar los volúmenes de las infinitas pirámides triangulares congruentes, cuyas bases están inscritas en la esfera y cuyos vértices están en el centro de la esfera. Así el volumen de la esfera queda determinado por la expresión:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

La suma de las bases de todas las pirámides equivale al **área total de la esfera** y h, en este caso, es igual a r, el radio de la esfera. Esta área total de la esfera equivale a cuatro veces el área del círculo máximo. Así:

$$A = 4\pi r^2$$

Ejemplo resuelto.
Hallar el volumen y área de una esfera cuyo diámetro es igual a 10 m.

Solución.
Determinamos primero el radio r de la esfera a partir de su diámetro D.

$$\boldsymbol{r} = \frac{D}{2} = \frac{10m}{2} = \mathbf{5}\boldsymbol{m}$$

Ahora aplicando la fórmula del volumen obtenemos:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(5m)^3 = \frac{4}{3}\pi(125m^3) = 523{,}6\ m^3$$

El volumen de la esfera es $\mathbf{523{,}6}\ \boldsymbol{m}^{\mathbf{3}}$

Finalmente aplicamos la fórmula correspondiente al **área de la esfera**. Así:

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi(5m)^2 = 4\pi(25m^2) = 314{,}16m^2$$

El área de la esfera es $\mathbf{314{,}16}\boldsymbol{m}^{\mathbf{2}}$

<u>Ejercitación.</u>

Con la información presentada en la figura, calcular el área y el volumen de la esfera inscrita en el cilindro de 4m de altura.

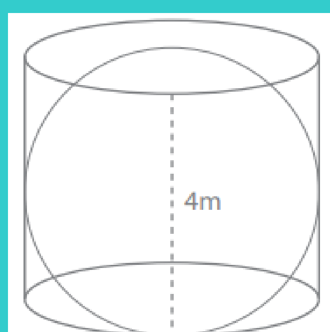


Figura 22

Tomado de:
https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/SM/SM_M_G09_U02_L03.pdf

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Soluciona problemas donde aplica el cálculo de superficie y volumen
- Interactúa en el aula favoreciendo el trabajo colaborativo y la discusión para lograr un aprendizaje significativo

- Cumple con las actividades propuestas en la guía y entrega las evidencias de su aprendizaje de forma oportuna.
- Demuestra el manejo de conceptos básicos y habilidades necesarias en la realización de las actividades.

BIBLIOGRAFÍA / WEBGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA:

✓ Libro "Desafíos Matemáticas 9", Editorial Santillana

WEBGRAFÍA:

✓ https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/menu_M_G09_U02_L01/index.html

✓ https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/menu_M_G09_U02_L02/index.html

✓ https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/menu_M_G09_U02_L03/index.html

✓ https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_9/M/menu_M_G09_U02_L04/index.html

Anexo E.

Corresponde al mismo anexo A, pero con el nombre de POS-TEST

Anexo F.

Consolidado validación pre-tets / pos-test

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Fortalecimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través de uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura

CUESTIONARIO………… PRE - TEST

PREGUNTA		PUNTUACIÓN EXPERTOS									VALIDACIÓN[2] pregunta (SÍ/NO
n.º	Evaluación	1[1]	2[1]	3[1]	4[1]				SUMA puntuaciones	PROMEDIO puntuaciones	
1	Adecuación	5	4	5	4				18	4,5	SI
	Pertinencia	5	5	4	4				18	4,5	
2	Adecuación	4	4	4	4				16	4,0	SI
	Pertinencia	5	3	4	4				16	4,0	
3	Adecuación	3	5	5	4				17	4,25	SI
	Pertinencia	3	5	4	4				16	4,0	
4	Adecuación	5	5	5	4				19	4,75	SI
	Pertinencia	5	5	4	4				18	4,5	

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE MANIZALES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Fortalecimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje del componente geométrico: "Superficies y Volúmenes" a través de uso de las Tics y material concreto con estudiantes del grado noveno del Instituto Juan XXIII de Buenaventura

CUESTIONARIO………… PRE - TEST

PREGUNTA		PUNTUACIÓN EXPERTOS									VALIDACIÓN [2] pregunta (SÍ/NO
n.º	Evaluación	1 [1]	2 [1]	3 [1]	4 [1]				SUMA puntuaciones	PROMEDIO puntuaciones	
5	Adecuación	5	5	5	4				19	4,75	SI
	Pertinencia	5	5	4	4				18	4,5	
6	Adecuación	5	5	4	4				18	4,5	SI
	Pertinencia	5	3	4	4				16	4,0	
7	Adecuación	5	3	4	4				16	4,0	SI
	Pertinencia	5	3	4	4				16	4,0	
8	Adecuación	5	5	5	5				20	5,0	SI
	Pertinencia	5	5	4	5				19	4,75	
9	Adecuación	5	5	5	4				19	4,75	SI
	Pertinencia	5	5	5	4				19	4,75	
10	Adecuación	3	5	5	5				18	4,5	SI
	Pertinencia	3	5	4	5				17	4,25	

Anexo G.

Consolidado resultado pre-test y pos-test: grupo control y grupo intervención

PREGUNTA			VALORACIÓN POR ESTUDIANTES PRE-TEST GRUPO CONTROL																	TOTAL
N°	*CONCEPTO*	*VALORACIÓN*	*E1*	*E2*	*E3*	*E4*	*E5*	*E6*	*E7*	*E8*	*E9*	*E10*	*E11*	*E12*	*E13*	*E14*	*E15*	*E16*	*E17*	
1	Perímetro y Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	17
		ACEPTABLE (A)																		0
		BUENO (B)																		0
2	Elementos de un polígono	INSUFICIENTE(I)	X	X		X	X	X	X	X		X	X	X	X		X			12
		ACEPTABLE (A)																		0
		BUENO (B)			X						X					X		X	X	5
3	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X		X	15
		ACEPTABLE (A)										X						X		2
		BUENO (B)																		0
4	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	17
		ACEPTABLE (A)																		0
		BUENO (B)																		0
5	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	17
		ACEPTABLE (A)																		0
		BUENO (B)																		0
6	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X		15
		ACEPTABLE (A)																		0
		BUENO (B)														X			X	2
7	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X		X	15
		ACEPTABLE (A)														X		X		2
		BUENO (B)																		0
8	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X		X	15
		ACEPTABLE (A)																X		1
		BUENO (B)														X				1

PREGUNTA			VALORACIÓN POR ESTUDIANTES PRE-TEST GRUPO CONTROL																	TOTAL
N°	*CONCEPTO*	*VALORACIÓN*	*E1*	*E2*	*E3*	*E4*	*E5*	*E6*	*E7*	*E8*	*E9*	*E10*	*E11*	*E12*	*E13*	*E14*	*E15*	*E16*	*E17*	
9	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	17
		ACEPTABLE (A)																		0
		BUENO (B)																		0
10	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	17
		ACEPTABLE (A)																		0
		BUENO (B)																		0

PREGUNTA			VALORACIÓN POR ESTUDIANTES PRE-TEST GRUPO INTERVENCIÓN																		TOTAL
N°	*CONCEPTO*	*VALORACIÓN*	*E1*	*E2*	*E3*	*E4*	*E5*	*E6*	*E7*	*E8*	*E9*	*E10*	*E11*	*E12*	*E13*	*E14*	*E15*	*E16*	*E17*	*E18*	
1	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	17
		ACEPTABLE (A)		X																	1
		BUENO (B)																			0
2	Elementos de un polígono	INSUFICIENTE(I)				X		X	X	X	X		X	X	X	X		X	X		11
		ACEPTABLE (A)			X															X	2
		BUENO (B)	X	X			X					X					X				5
3	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X			X		X	X	14
		ACEPTABLE (A)							X						X	X		X			4
		BUENO (B)																			0
4	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	18
		ACEPTABLE (A)																			0
		BUENO (B)																			0
5	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	18
		ACEPTABLE (A)																			0
		BUENO (B)																			0
6	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	18
		ACEPTABLE (A)																			0
		BUENO (B)																			0
7	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	18
		ACEPTABLE (A)																			0
		BUENO (B)																			0
8	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	17
		ACEPTABLE (A)																			0
		BUENO (B)	X																		1
9	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	17
		ACEPTABLE (A)																			0
		BUENO (B)														X					1
10	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	18
		ACEPTABLE (A)																			0
		BUENO (B)																			0

PREGUNTA			VALORACIÓN POR ESTUDIANTES POS-TEST GRUPO CONTROL																	TOTAL
N°	*CONCEPTO*	*VALORACIÓN*	*E1*	*E2*	*E3*	*E4*	*E5*	*E6*	*E7*	*E8*	*E9*	*E10*	*E11*	*E12*	*E13*	*E14*	*E15*	*E16*	*E17*	
1	Perímetro y Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		15
		ACEPTABLE (A)																		0
		BUENO (B)													X				X	2
2	Elementos de un polígono	INSUFICIENTE(I)	X	X							X		X	X						5
		ACEPTABLE (A)							X											1
		BUENO (B)			X	X	X	X		X		X			X	X	X	X	X	11
3	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X		X	15
		ACEPTABLE (A)																X		1
		BUENO (B)													X					1
4	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X		14
		ACEPTABLE (A)													X					1
		BUENO (B)														X			X	2
5	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X		X		X	14
		ACEPTABLE (A)										X				X		X		3
		BUENO (B)																		0
6	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X			14
		ACEPTABLE (A)																	X	1
		BUENO (B)													X			X		2
7	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X	15
		ACEPTABLE (A)														X				1
		BUENO (B)													X					1
8	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X	15
		ACEPTABLE (A)																		0
		BUENO (B)													X	X				2
9	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X			X		X	13
		ACEPTABLE (A)											X					X		2
		BUENO (B)													X	X				2
10	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X	15
		ACEPTABLE (A)																		0
		BUENO (B)													X	X				2

PREGUNTA			VALORACIÓN POR ESTUDIANTES POS-TEST GRUPO INTERVENCIÓN																		TOTAL
N°	*CONCEPTO*	*VALORACIÓN*	*E1*	*E2*	*E3*	*E4*	*E5*	*E6*	*E7*	*E8*	*E9*	*E10*	*E11*	*E12*	*E13*	*E14*	*E15*	*E16*	*E17*	*E18*	
1	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)				X								X							2
		ACEPTABLE (A)		X																X	2
		BUENO (B)	X		X		X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X		14
2	Elementos de un polígono	INSUFICIENTE(I)		X																	1
		ACEPTABLE (A)			X								X		X						3
		BUENO (B)	X			X	X	X	X	X	X	X		X		X	X	X	X	X	14
3	Volumen	INSUFICIENTE(I)				X															1
		ACEPTABLE (A)		X	X									X			X			X	5
		BUENO (B)	X				X	X	X	X	X	X	X		X	X		X	X		12
4	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X		X															3
		ACEPTABLE (A)			X				X	X	X	X	X				X		X		8
		BUENO (B)					X	X						X	X	X		X		X	7
5	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X					X												3
		ACEPTABLE (A)						X		X	X	X	X	X	X		X				8
		BUENO (B)			X	X	X									X		X	X	X	7
6	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)		X	X	X															3
		ACEPTABLE (A)	X						X	X	X		X	X		X	X				8
		BUENO (B)					X	X				X			X			X	X	X	7
7	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)		X		X															2
		ACEPTABLE (A)			X					X	X	X	X			X	X			X	8
		BUENO (B)	X				X	X	X					X	X			X	X		8
8	Superficie (Área)	INSUFICIENTE(I)	X	X	X	X															4
		ACEPTABLE (A)							X	X	X	X	X	X		X	X				8
		BUENO (B)					X	X							X			X	X	X	6

PREGUNTA			VALORACIÓN POR ESTUDIANTES POS-TEST GRUPO INTERVENCIÓN																		TOTAL
N°	*CONCEPTO*	*VALORACIÓN*	*E1*	*E2*	*E3*	*E4*	*E5*	*E6*	*E7*	*E8*	*E9*	*E10*	*E11*	*E12*	*E13*	*E14*	*E15*	*E16*	*E17*	*E18*	
9	Volumen	INSUFICIENTE(I)	X	X		X															3
		ACEPTABLE (A)							X	X	X	X		X	X						6
		BUENO (B)			X		X	X					X			X	X	X	X	X	9
10	Volumen	INSUFICIENTE(I)		X		X															2
		ACEPTABLE (A)	X		X				X	X	X	X		X	X		X				9
		BUENO (B)					X	X					X			X		X	X	X	7

Anexo H.

Aplicación pre-test estudiantes 9° A (grupo control)

Anexo I.

Aplicación pre-test estudiantes 9° B (grupo experimental)

Anexo J.

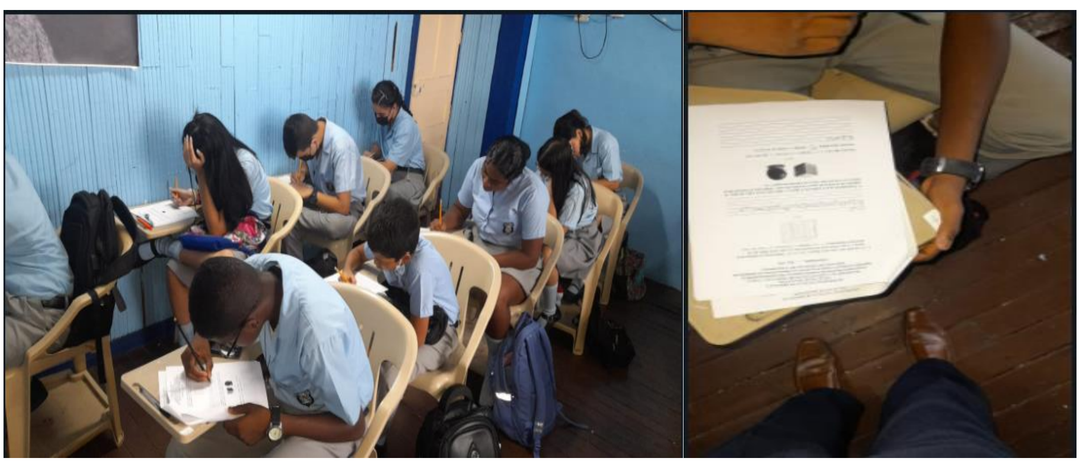
Estudiantes 9°A (grupo control) desarrollando la guía de didáctica para la enseñanza-aprendizaje de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos con la metodología tradicional.

Anexo K.

Estudiantes 9°B (grupo experimental) desarrollando la guía de didáctica para la enseñanza-aprendizaje de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos utilizando material concreto y el software Geogebra.

Anexo L.

Aplicación pos-test estudiantes 9° A (grupo control)



Anexo M.

Aplicación pos-test estudiantes 9° B (grupo experimental)