



LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

# ENSEÑANZA DE LOS PRODUCTOS NOTABLES EN RELACIÓN CON LA FACTORIZACIÓN A TRAVÉS DE USO DE LAS TIC

NATHALIA ROCÍO RAMÍREZ AMAYA



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

VIGILADA Mineducación

Obra de Iglesia  
de la Congregación



Hermanas de la Caridad  
Dominicas de La Presentación  
de la Santísima Virgen

Enseñanza De Los Productos Notables En Relación Con La Factorización A Través De Uso De  
Las Tic

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de licenciatura en Matemáticas y  
física

Autora:

Nathalia Rocío Ramírez Amaya

Asesora:

Paula Andrea Osorio Gutiérrez

Universidad Católica de Manizales

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas y Física

Febrero de 2023

### **Dedicatoria o agradecimientos**

Dedico este trabajo y este logro al ser más maravilloso, mi razón de cada día, quien le da sentido a mi vida, mi fiel compañía, aquella personita que siempre está orgullosa de mí y de quien obtengo un continuo aprendizaje: mi hija.

Agradezco a la profesora Paula Andrea Osorio por su dedicación, tantos conocimientos compartidos y por transmitir a los estudiantes esa bonita energía y hacer que valga la pena esta bella profesión.

A Dios por indicarme siempre el camino y no desampararme.

Y a William por ser tan incondicional.

## Resumen

La presente investigación pretende mejorar la comprensión de los temas relacionados con la factorización en los estudiantes de grado octavo por medio de su relación con los productos notables. Para esto se realizará inicialmente una prueba diagnóstica en la cual se recolecta la información para identificar las principales dificultades de los estudiantes y basados en estos resultados se diseñarán unas guías de trabajo apoyadas en el uso de las Tic para la enseñanza de los productos notables y su relación con la factorización, se implementará la estrategia en el aula y por último se valida la efectividad de este material para la enseñanza de matemáticas de grado 8.

La metodología de la propuesta investigativa tiene un enfoque cualitativo de tipo descriptivo, el cual permite la interpretación de los resultados arrojados en dos grupos de octavo donde se intervino con la estrategia del manual para el aprendizaje del álgebra, obteniendo resultados positivos, los cuales han sido constatados con una triangulación desde la aplicación y la teoría de autores que facilita la comprensión de la factorización a partir de la relación que se da con los productos notables.

***Palabras claves:*** Enseñanza, Aprendizaje Activo, Productos notables, Factorización

### **Abstract**

This research aims to improve the understanding of issues related to factoring in eighth grade students through their relationship with notable products. For this, a diagnostic test will initially be carried out in which information is collected to identify the main difficulties of the students and based on these results, work guides will be designed, supported by the use of ICTs for the teaching of notable products and their use. In relation to factoring, the strategy will be implemented in the classroom and finally the effectiveness of this material for teaching mathematics in grade 8 is validated.

The methodology of the research proposal has a qualitative approach of a descriptive type, which allows the interpretation of the results obtained in two groups of eighth grade where the strategy of the manual for learning algebra was intervened, obtaining positive results, which have been verified with a triangulation from the application and the theory of authors that facilitates the understanding of the factorization from the relationship that occurs with the notable products.

***Keywords:*** *Teaching, Active Learning, Notable Products, Factoring*

**Tabla de contenido**

Tablas .....	7
Figuras.....	8
Introducción .....	9
1. Planteamiento del problema.....	13
1.1 Contextualización con pruebas estandarizadas .....	13
1.1.1 Evaluaciones nacionales.....	13
1.1.2 Evaluaciones Internacionales .....	17
1.2 Descripción del Escenario.....	20
1.2.1 Entorno Sociocultural .....	22
1.3 Justificación.....	23
1.4 Objetivos .....	24
1.4.1 Objetivo general .....	24
1.4.2 Objetivos específicos .....	25
1.5 Delimitación del problema .....	25
1.5.1 Pregunta de investigación.....	26
1.5.2 Preguntas auxiliares .....	26
2. Marco referencial .....	28
2.1 Introducción .....	28
2.2 Antecedentes .....	28
2.3 Marco legal.....	34
2.4 Marco conceptual .....	35
3. Diseño metodológico .....	46
3.1 Introducción .....	46
3.2 Descripción general del estudio .....	46

3.3 Identificación de los sujetos de investigación .....	47
3.4. Estructura metodológica.....	49
3.5 Fases de investigación.....	53
4. Análisis de resultados .....	55
4.1 Desarrollo de la prueba diagnóstica .....	55
4.2 Descripción del manual: Relacionando productos notables y factorización.....	59
4.3 Análisis de las actividades del manual .....	61
4.4 Análisis de evaluación final .....	70
4.5 Análisis de validación cuestionario.....	72
5. Conclusiones .....	74
Referencias Bibliográficas .....	77
Apéndices.....	80

### **Tablas**

Tabla 1. Niveles de desempeño en escala valorativa de la institución Educativa.....	16
Tabla 2. Resultados pruebas PISA 2012.....	17
Tabla 3. Resultados de la guía diagnóstica .....	50



**Figuras**

Figura 1. Puntajes del área de matemáticas a nivel del plantel .....	14
Figura 2. Desempeño por materias .....	15
Figura 3. Nivel de desempeño por materias.....	16
Figura 4. Resultados de Colombia en 2015 y 2018 .....	18
Figura 5 Promedio OCDE Vs Resultados Colombia 2018 .....	19
Figura 6 Fachada Liceo Mayor Andino .....	21
Figura 7. Esquema metodológico de la investigación.....	47
Figura 8. Operacionalización de la variable de investigación.....	48
Figura 9. Desarrollo de prueba diagnóstica .....	55
Figura 10. Registro fotográfico relación lenguaje algebraico .....	57
Figura 11. Material de instrucción para el desarrollo gráficamente.....	61
Figura 12. Evidencia fotográfica productos notables $a + b^2$ .....	62
Figura 13. Evidencias fotográficas del uso de recursos Tic.....	64
Figura 14. Evidencias fotográficas del uso de material en concreto.....	65
Figura 15. Examen final.....	71

## Introducción

La presente investigación está diseñada en 5 capítulos, los cuales se desglosan a continuación:

El capítulo 1 habla sobre el planteamiento del problema en donde se evidencia a partir de las pruebas externas realizadas en el colegio Liceo Mayor Andino el nivel que tienen los estudiantes de grado octavo en el área de matemáticas, se realiza un contraste con las pruebas nacionales e internacionales en donde se observa que esta problemática no solo se evidencia en ese plantel, sino que es a nivel general en todo el país y viene de muchos años atrás según se observa en los resultados de las pruebas PISA en donde Colombia se mantiene en un nivel muy básico y no se observan cambios importantes con el paso de los años sino por el contrario empeoró después de la fase de educación en virtual a causa de la pandemia. Teniendo en cuenta lo anterior se realiza la justificación del problema que afecta como tal al Liceo Mayor Andino, que tiene que ver con las estrategias utilizadas para abordar las temáticas correspondientes para grado octavo y se plantean unos objetivos para desarrollar la propuesta de incluir las TICs y material concreto en el desarrollo de los temas que corresponden a productos notables y factorización en este curso.

El capítulo 2 hace referencia al marco teórico, donde las teorías que se plasman y apoyan el trabajo investigativo, el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe (Ausubel 1983). Partiendo de los conocimientos previos del estudiante se contribuye a un aprendizaje significativo que a su vez para el caso del algebra requiere un aprendizaje por diferenciación progresiva ya que los conceptos que se aprenden dependen de otros ya establecidos para hacer la conexión adecuada.

Las estrategias que utilizamos para enseñar-aprender están relacionadas con las dificultades en el aprendizaje. Metacognición (Flavell 1976) mencionado por Osses y Jaramillo (2008) Entonces la metacognición en este caso refiere la importancia del papel de los docentes en el aprendizaje dado a que las estrategias de aprendizaje están más ligadas de lo que pensábamos a la formación de estudiantes autónomos y conscientes de sus aprendizajes, es posible que la manera de ver y entender las matemáticas se haga de una manera más fácil con el uso de aplicaciones tecnológicas que están creadas, pues motivan a los estudiantes y son una estrategia totalmente válida de presentar los mismos conceptos que se abordaban hace unos años de manera tradicional y que mostraban tantas dificultades en nuestros estudiantes.

Los esquemas son organizaciones del pensamiento derivadas de las propias actividades del aprendiente que puede sufrir modificaciones al combinarse con otros esquemas o pueden extenderse, ampliarse a razón de nuevas experiencias, generándose así el aprendizaje (Piaget, 1956). El concepto de subsumidor es necesario para que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo. Si no se tiene, el proceso de aprendizaje será lento y con muchas dificultades.

El capítulo 3 hace referencia al diseño metodológico donde el enfoque de investigación que se desarrolla es cualitativo, ya que permite por medio de la recolección de datos y su análisis cuestionarse todo el tiempo y mejorar o perfeccionar las preguntas que se hacen dentro de la investigación, nos permite descubrir nuevos temas de investigación mientras se están solucionando cuestiones iniciales. Por esta razón desde un principio la metodología en la presente investigación se planeó con una prueba diagnóstica de la cual se derivaron grandes interrogantes y estrategias a proponer con el fin de obtener los mejores resultados de acuerdo a los objetivos propuestos así como la oportunidad de realizar modificaciones de acuerdo a la observación y a los resultados obtenidos en cada etapa, según Sampiere: La acción indagatoria se mueve de

manera dinámica en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación, y resulta un proceso más bien “circular” en el que la secuencia no siempre es la misma, pues varía con cada estudio (Sampiere 2014)

Se considera que el enfoque cualitativo permite que se pueda tener instrumentos no estructurados, por ello, la investigación que se aborda, tendrá sus propios instrumentos que caracterizan la actividad investigativa a desarrollar.

En el capítulo 4 se realiza el análisis de los resultados obtenidos, en donde se puede apreciar que los estudiantes presentaron mayores dificultades en algunas guías y actividades interactivas de los productos notables y además en los temas de factorización por presentar vacíos conceptuales en temas como descomposición factorial y conceptos aritméticos básicos. Estos análisis se realizaron con base al desarrollo de las guías interactivas las cuales contaban con un tiempo máximo para hallar la respuesta a los ejercicios y con la fase de entrenamiento en la cual se pretendía que los estudiantes se familiarizaran con las reglas de los productos notables y factorización.

Por último, en el capítulo 5 se abordan las conclusiones obtenidas después la aplicación del instrumento y la evaluación de las actividades realizadas se encontró que los estudiantes mostraron motivación frente a las actividades del manual de actividades ya que estaban familiarizados con el uso de plataformas interactivas, las actividades generaron un ambiente competitivo entre los niños lo cual favorecía la elaboración adecuada de las actividades de la fase de entrenamiento. Se observa la importancia de manejar cuidadosamente los tiempos pues sobre todo para las últimas guías los espacios de clase se vieron afectados por las actividades de cierre del año escolar, de manera que es posible que por esta razón el desempeño obtenido en la elaboración de las guías de factorización tuviese un nivel de desempeño básico.

De manera general en los dos cursos se observó dificultad al relacionar los productos notables y la factorización ya que los procesos cognitivos de asociación entre los conceptos y su aplicación se limitan y no son conscientes de la aplicación de dos conceptos distintos aplicados a un mismo problema.

## **1. Planteamiento del problema**

En la presente investigación, el capítulo 1 se enfoca en la descripción del escenario, donde se pretende desarrollar los procesos de investigación en el grado octavo de bachillerato, también se da a conocer la problematización que se tiene con pruebas estandarizadas, internas y externas, teniendo como referente la prueba PISA (Programa Internacional de Evaluación de Alumnos de la OCDE) y la prueba PENSAR realizada por la empresa Milton Ochoa,

### **1.1 Contextualización con pruebas estandarizadas**

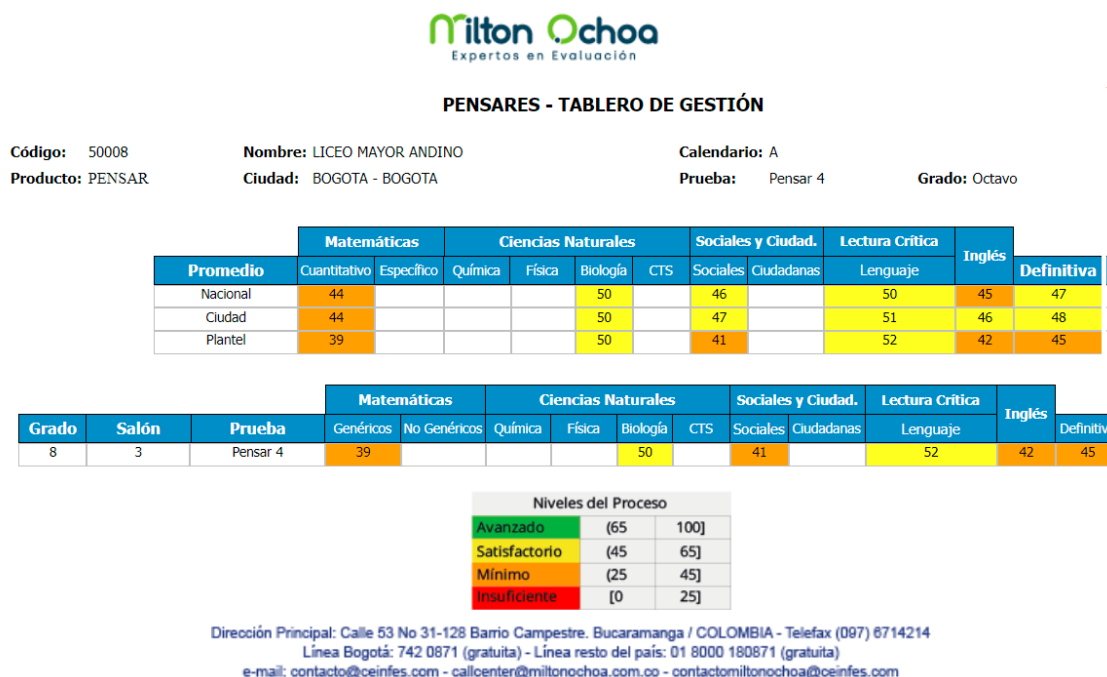
#### ***1.1.1 Evaluaciones nacionales***

Las pruebas Milton Ochoa están orientadas para realizar preguntas por competencias, las cuales han sido de gran interés por las instituciones de educación básica y media con el fin de mejorar los desempeños en las pruebas estandarizadas nacionales desarrolladas por el ICFES, conocidas por las pruebas saber 11.

A partir de esta información, se relaciona a continuación los resultados obtenidos durante las aplicaciones de las pruebas PENSAR en la institución Educativa Liceo Mayor Andino

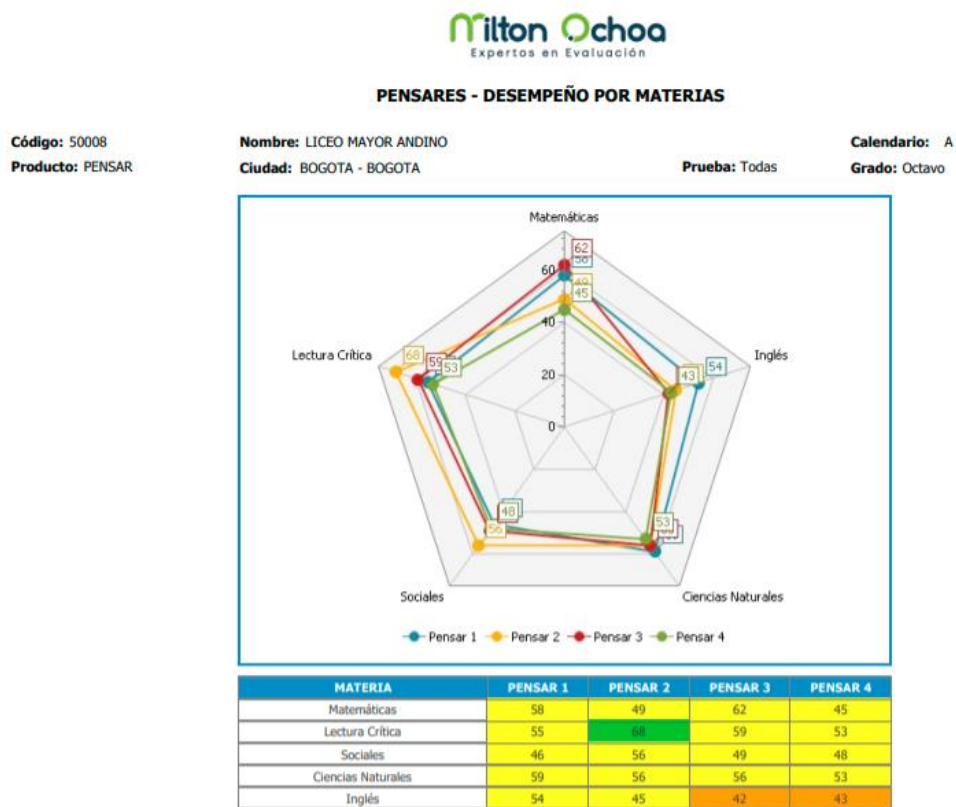
En la que se observa en la figura 1, que el puntaje del área de matemáticas a nivel plantel se ubica en un rango muy básico y sobre todo ha decaído después del regreso a clases presenciales luego de la pandemia. En cuanto al nivel por cursos se pueden observar variaciones según el curso, sin embargo, el que nos interesa y es objeto de la investigación que es el grado octavo presenta bastantes dificultades.

Figura 1. Puntajes del área de matemáticas a nivel del plantel



En la figura 2, se observa la prueba de la entidad Milton Ochoa en la que se evidencia que el promedio es el mínimo tanto a nivel plantel, como ciudad y nacional. Este indicador es un ejemplo del nivel de los estudiantes de grado octavo para el momento de la prueba en el año 2021 y es importante resaltar que no solamente es en el área de matemáticas sino también en otras áreas en la que los estudiantes no alcanzan sino hasta el nivel satisfactorio, pero no encontramos ninguna en nivel avanzado.

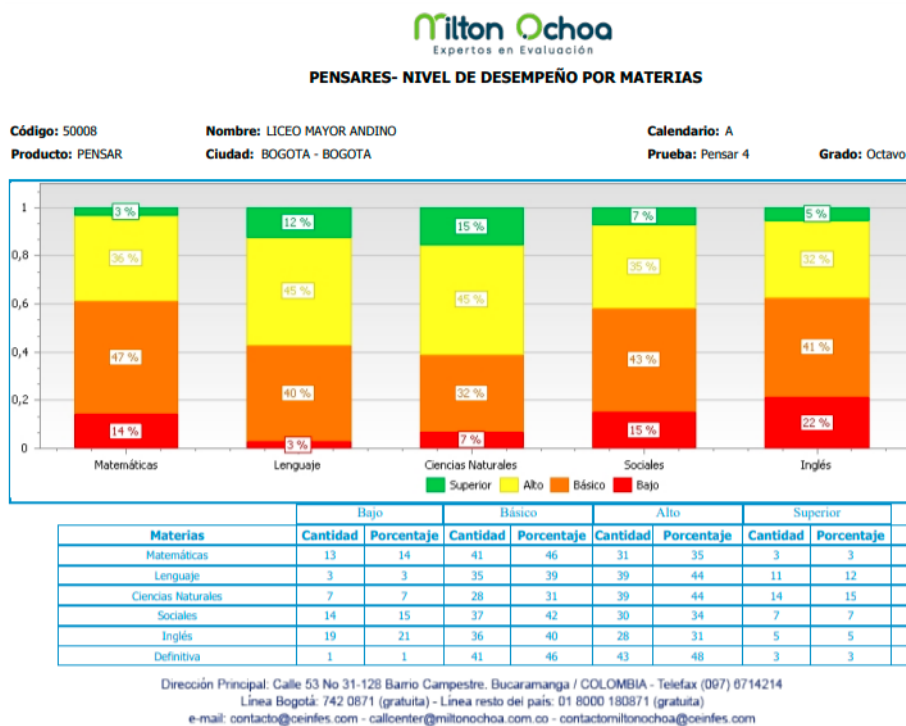
Figura 2. Desempeño por materias



En la figura 3, se observa el desempeño por materias en el año 2022 en el cual el nivel de matemáticas ha mejorado notablemente alcanzando un nivel satisfactorio durante las cuatro pruebas realizadas.



Figura 3. Nivel de desempeño por materias



Por último, en la tabla 1, se evidencia el nivel de desempeño por materias nos muestra el porcentaje de cada estudiante en cada nivel bajo, básico, alto y superior que son los desempeños utilizados en la escala valorativa de la institución así:

Tabla 1. Niveles de desempeño en escala valorativa de la institución Educativa

<b>DESEMPEÑO</b>	<b>VALOR</b>
Bajo	0 - 3.4
Básico	3.5 – 4.0
Alto	4.1 – 4.5
Superior	4.6 – 5.0

Se puede observar que la mayoría de los estudiantes se encuentran en un nivel básico y alto mientras que porcentajes muy pequeños se encuentran en el nivel bajo y superior.

### *1.1.2 Evaluaciones Internacionales*

El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés), evalúa el desarrollo de las habilidades y conocimientos de los estudiantes a través de tres pruebas principales: lectura, matemáticas y ciencias. La Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) aplica este examen estandarizado cada tres años, desde el año 2000, y en cada una de las aplicaciones profundiza en las tres áreas mencionadas lectura, matemáticas y ciencias. (*Mineducación, 2020*)

Para el año 2012, la prueba se enfocó en las habilidades de matemáticas, la cuales determinan la habilidad de los estudiantes para formular, usar e interpretar las matemáticas como herramienta para explicar y predecir eventos relacionados con la vida real. La prueba constaba de indicadores matemáticos, plan lector y ciencias. (*Borrero 2020*)

*Tabla 2. Resultados pruebas PISA 2012*

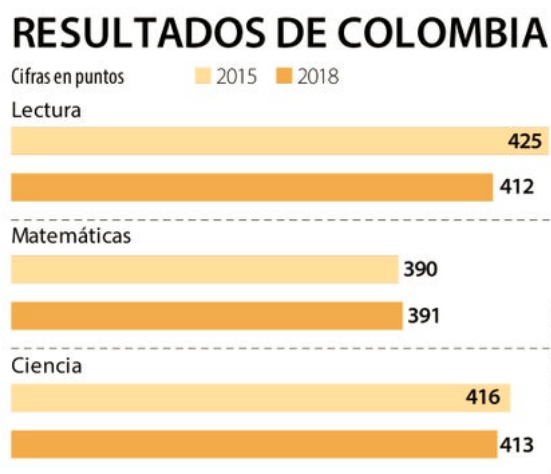
Países	PROMEDIO		
	Matemáticas	Lectura	Ciencias
Chile	423	441	445
México	413	424	415
Uruguay	409	411	416
Costa Rica	407	441	429
Brasil	391	410	405
Argentina	388	396	406
<b>Colombia</b>	<b>376</b>	<b>403</b>	<b>399</b>
Perú	368	384	373
<b>Promedio OCDE</b>	<b>494</b>	<b>496</b>	<b>501</b>
Shanghái	613	570	580

Nota: Esta tabla es el consolidado de los resultados de las pruebas PISA en Latinoamérica en el año 2012. (*Borrero 2020*)

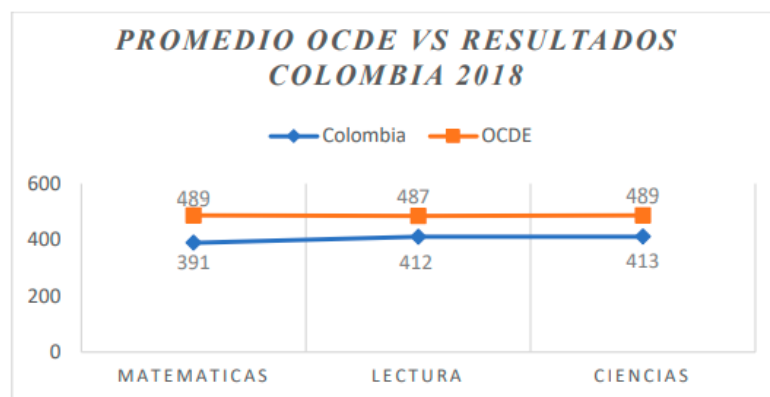
De acuerdo a la tabla anterior Colombia se encuentra muy por debajo del promedio de la OCDE, con 376 puntos y el promedio establecido por la OCDE es de 490 alcanzó el 76% del promedio mínimo requerido lo cual es un poco preocupante ya que este promedio establecido es el mínimo, podemos deducir nuestros estudiantes desde hace ya bastante tiempo se encontraban en una situación bastante compleja a nivel de pruebas.

En la figura 4, se observan los resultados obtenidos en un comparativo del año 2015 y 2018 en tres áreas fundamentales, matemáticas que es la de nuestro interés no muestra cambios muy importantes en un rango de tiempo de tres años de diferencia entre prueba y prueba.

Figura 4. Resultados de Colombia en 2015 y 2018



El promedio en matemáticas para Colombia fue de 391, un punto más que en el 2015 y el promedio establecido por la OCDE es de 490, la cual puede verse los resultados comparativos con el 2018 en la figura 5, lo que nos lleva a deducir que el país únicamente alcanzó el 80% del promedio mínimo requerido en estos años y el hecho que no presente una mejora significativa es muy desconcertante.

*Figura 5 Promedio OCDE Vs Resultados Colombia 2018*

En este comparativo del promedio OCDE y los resultados observamos que el promedio más alejado lo tiene el área de matemáticas y que se mantiene en la misma puntuación que obtuvo tres años atrás en el 2015; en realidad es este cambio el que más preocupa y da lugar a muchos interrogantes con relación no solo a el bajo promedio en las pruebas sino a esta invariabilidad en los resultados, como si no se generaran nuevas estrategias con los años y las ayudas tecnológicas y herramientas que se desarrollan para la educación día a día no se tomaran en cuenta en los adolescentes colombianos para aprender matemáticas.

Ya en la actualidad y con el retorno a la presencialidad después de lo que se vivió en 2020 y 2021, los profesores se encuentran frente a un panorama desolador con respecto a las competencias en matemáticas de los estudiantes de bachillerato pues se observa los estudiantes han ‘olvidado’ la gran mayoría de los conceptos y además no se tienen las mismas destrezas y habilidades para la solución de problemas, operaciones combinadas e interpretación de situaciones. Por otra parte, se puede evidenciar que, también los estudiantes han adquirido otro tipo de competencias donde se ha facilitado la capacidad de interactuar con herramientas digitales que involucran diversas plataformas y la disposición de comprender conceptos que

permitan la realización de simulaciones o animaciones que expliquen las situaciones o conceptos que se abordan.

De los anterior y teniendo en cuenta las condiciones en las que se encontraban los estudiantes aún pre pandemia ya que según el MEN el nivel en matemáticas desde antes ya era preocupante y no solo por los requerimientos algebraicos sino en gran parte también por la deficiente comprensión lectora en los estudiantes y que se le agrega que en el curso octavo por ser el cambio de matemáticas al algebra se muestran grandes dificultades de aprendizaje que obedecen a una mayor exigencia y un nivel más alto de análisis y no procesos mecánicos de aritmética como lo vienen haciendo en los cursos anteriores.

De modo que teniendo en cuenta todas estas complejidades y aprovechando el reciente uso de TIC que se volvió necesario para dar continuidad a la escuela, surge la necesidad de tratar de cambiar un poco este panorama y de diseñar algunas estrategias que pueden ayudar a los estudiantes en esta transición tan importante, a comprender mejor la factorización por medio de su relación con los productos notables haciendo uso de Tic.

## **1.2 Descripción del Escenario**

El Liceo Mayor Andino está ubicado en la ciudad de Bogotá DC, barrio Castilla en la Diagonal 10B N 78-04 entre Avenida Boyacá y Avenida ciudad de Cali de oriente a occidente y entre Avenida Centenario-Calle 13 y Avenida las Américas de sur a norte.

*Figura 6 Fachada Liceo Mayor Andino*

**PEI:** Tenemos como propósito en nuestro P.E.I formar personas íntegras con un alto grado de Liderazgo que influyan positivamente en la transformación social y así: aprendan a liderarse a sí mismos, entablen relaciones sanas y armónicas con los demás. interioricen valores que orienten la toma de sus decisiones y perfilen su ejercicio profesional. De esta manera, el grado de bachiller en nuestro colegio es el cierre del ciclo de vida más importante P.E.I. para la estructuración de su proyecto de vida.

**MISION:** Formar niños, niñas y jóvenes de manera integral, fortaleciendo y complemento de valores, mediante la construcción de un conocimiento de calidad, brindando herramientas que permitan el desarrollo de las competencias necesarias para participar activamente en el desarrollo de una sociedad equitativa y próspera.

**VISION:** Nos proyectamos como una institución educativa innovadora, con gran reconocimiento a nivel nacional por la permanente búsqueda de la excelencia, mediante la formación de hombres y mujeres responsables capaces de transformar una sociedad para beneficio de todos.

***Número de estudiantes:*** 1100 prescolar a undécimo. Primaria y secundaria 3 cursos por nivel

***Espacios deportivos:*** Dos aulas múltiples una en cada sede (primaria y bachillerato) lugar en el que se realizan las clases de Danzas. Para deportes se utilizan dos parques que están en la mitad de las dos sedes y pertenecen a la comunidad.

***Equipos y laboratorios:*** Dos aulas de informática una para cada sede, un laboratorio de Bioquímica y un laboratorio de Física dotados con los materiales básicos. Laboratorio de Robótica dotado con materiales básicos,

***Ayudas educativas:*** Cada salón cuenta con: Modem de internet. tv pantalla plana con cable DHMI, conexión de red y conexión a video beam, video beam, telón, a cada docente se le entrega computador portátil y cargador.

También acceso a plataformas Santillana, classroom, Pruebas de Cambridge, Milton Ochoa, Richmond y apoyo para lectoescritura My on.

### ***1.2.1 Entorno Sociocultural***

El liceo mayor andino es una institución de carácter privado por su ubicación y PEI está dirigido a población de estratos 3-4 y su nivel cultural aplica para formación bilingüe y énfasis en emprendimiento y económicamente la comunidad cuenta con recursos propios para el desarrollo de actividades pertinentes a la academia, la recreación y el deporte.

### 1.3 Justificación

De acuerdo a los lineamientos curriculares para la enseñanza de las matemáticas establecidos por el MEN y los resultados de las pruebas pensar que se realizan en el colegio, pruebas diseñadas por la entidad Milton Ochoa a los estudiantes de grado 8 del Liceo Mayor Andino, se hace necesario diseñar estrategias que faciliten el aprendizaje de la factorización relacionándola con los productos notables a través de las TIC ya que este aprendizaje es necesario e importante para los siguientes conceptos de grados superiores, pues son la base e incluso estructura las bases básicas más importantes en algebra lo que contribuye a superar dificultades y facilitar el aprendizaje de las matemáticas de cursos posteriores e incluso en la educación universitaria.

Se evidencia que en el aula actualmente y sobre todo en virtualidad (los dos años anteriores) una enseñanza tradicional, siguiendo un texto de editorial Santillana que promete ser innovador ya que se estructura en base a los pensamientos requeridos por el Liceo pero que realmente gira sobre el mismo entorno tradicional de mostrar en los capítulos el texto correspondiente a la teoría, un ejemplo y ejercicios de aplicación, por otra parte los dos cursos anteriores (6 y 7) los estudiantes recibieron clases virtuales lo que fortaleció su manejo de herramientas interactivas pero también crearon una dependencia a la calculadora y a la búsqueda de respuestas en línea, para lo cual se evidencia que desarrollaron una incapacidad para realizar operaciones básicas sencillas mentalmente como lo son sumas, restas, tablas de multiplicar y divisiones sin ayuda de calculadora.

Los mayores beneficiados con este proyecto serán los siguientes actores:

- Los estudiantes porque independientemente de las capacidades que no se fortalecieron en este tiempo van a tener herramientas como material concreto y con TICS que les



permitirán aprender con ayudas con las que se sienten cómodos y que al mismo tiempo ejercitarán y fortalecerán las habilidades que se habían perdido.

- Los docentes del Liceo Mayor Andino, ya que este material quedará recopilado en un manual básico con el cual se pueden abordar estos conceptos y realizar modificaciones de acuerdo a los avances y a los requerimientos de la población de estudiantes de cada curso al llegar a grado 8.
- Los resultados de las pruebas internas y externas pues serán más asertivas para el desarrollo de competencias de los estándares nacionales y de la misma institución.
- Docentes investigadores en didáctica porque esto es una herramienta que no se ve generalmente en las instituciones por la elaboración de material (manual) o falta de recursos tecnológicos en las instituciones como por ejemplo una sala de informática en la que se puedan realizar los laboratorios, de acuerdo a los cambios que se realizaron por la pandemia, la alternancia, los modelos híbridos y demás estrategias generadas con la reactivación, observamos que hoy en día en una institución promedio existe por los menos una herramienta tecnológica como un televisor, computador o pantalla por salón, lo cual facilita la aplicación de los recursos que se van a elaborar entorno a esta investigación. De no contar con los recursos, la aplicación se puede realizar desde el equipo portátil del profesor.

## **1.4 Objetivos**

### ***1.4.1 Objetivo general***

Diseñar una estrategia didáctica que facilite el aprendizaje de los productos notables y su relación con la factorización a través de uso de las Tic y material en concreto.

#### ***1.4.2 Objetivos específicos***

- Revisar los conocimientos previos con los que cuentan los estudiantes para el desarrollo de productos y cocientes en operaciones algebraicas.
- Diseñar un manual de trabajo apoyado en el uso de las Tic a través de ejercicios interactivos para la enseñanza de los productos notables y su relación con la factorización.
- Implementar la estrategia en el aula de clase para la enseñanza de los productos notables y su relación con la factorización tomando como guía el manual.
- Validar el material propuesto para su futura implementación en el campo del álgebra a estudiantes del grado 8°.

#### **1.5 Delimitación del problema**

La intención de esta investigación y de acuerdo a las dificultades que se han descrito anteriormente en los estudiantes por diversos factores, es la de promover estrategias diferentes para la enseñanza de la factorización, para esto se hace necesario hacer un trabajo puntual en la presentación de los productos notables a los niños ya que el manejo adecuado de estos procedimientos les permiten abordar de una manera más amigable la factorización y sobre todo superar falencias en la parte de procesos.

Teniendo en cuenta la importancia de la visualización como un proceso clave en el razonamiento, según Torregrosa y Quesada (2007), una figura se puede representar mediante una

configuración geométrica que se compone de otras figuras con subconfiguraciones geométricas más simples, de dimensión geométrica menor o igual que la original, las cuales también están vinculadas a afirmaciones matemáticas; de modo que la comprensión de la parte geométrica de algunos productos notables ayudan al estudiante a comprender exactamente qué es lo que se está buscando y lo que se está desarrollando en el proceso algebraico cuando resolvemos un producto notable.

Aprovechando los beneficios obtenidos y las habilidades tecnológicas que los estudiantes y los profesores adquirimos en el proceso de virtualidad, se implementa el uso de las TIC ya que este tipo de estrategias motivan al estudiante en las clases y también promueven el uso de los REA (Recursos educativos abiertos) recursos y materiales educativos gratuitos y disponibles libremente en Internet y la World Wide Web (como texto, audio, video, herramientas de software, y multimedia, entre otros), con licencias libres para la producción, distribución y uso en beneficio de la comunidad educativa mundial (Celaya Ramírez 2010), como herramientas de apoyo al docente enfocadas en mejorar y facilitar la enseñanza de las matemáticas.

### ***1.5.1 Pregunta de investigación***

¿Cómo diseñar una estrategia didáctica que facilite el aprendizaje de los productos notables y su relación con la factorización a través de uso de las Tic y material en concreto a estudiantes del grado 8°?

### ***1.5.2 Preguntas auxiliares***

- ¿Cómo un estudiante relaciona conceptos de un producto notable gráficamente?
- ¿De qué manera los estudiantes identifican e interpretan situaciones reales que involucren procedimientos matemáticos de productos notables?

- ¿Cuál es la evolución de los estudiantes al momento de relacionar los productos notables con la factorización?

## **2. Marco referencial**

### **2.1 Introducción**

Durante este capítulo, se pretende dar a conocer el apoyo de los autores que involucran momentos didácticos y disciplinares, así como las teorías que involucran la enseñanza y aprendizaje para relacionar los productos notables con la factorización.

### **2.2 Antecedentes**

Para llevar a cabo esta investigación se consultaron diferentes investigaciones que tuvieran relación con lo que se pretende lograr en la ejecución de este proyecto. Durante el rastreo bibliográfico, se tendrán en cuenta trabajos de tipo internacional, nacional y regional.

Se revisaron diferentes autores entre los cuales se destaca el proyecto de investigación denominado: “Una propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje de algunos casos de factorización mediante el uso de herramientas tics” Triana (2016), se creó una plataforma virtual de contenidos como estrategia didáctica para apoyar la comprensión y aplicación de algunos casos de factorización de polinomios, mediante un LMS (Learning management system), este trabajo tuvo como objetivo diseñar una propuesta didáctica para los estudiantes de grado octavo del Colegio Bilingüe San Juan de Ávila que aportó a la comprensión y aplicación de algunos casos de factorización de polinomios mediante un LMS.

El diseño metodológico fue elaborado para un número de 18 estudiantes por salón Las actividades se trabajaron en seis sesiones, de dos horas cada una, con una actividad inicial de diagnóstico y después la elaboración de una página virtual, gratuita, mediante wix.com, en donde se presentaron videos elaborados con el programa Powtoon con los casos de factorización y guías de trabajo de aula.

Los resultados arrojados en esta investigación fueron bastante satisfactorios pues se evidencia que los estudiantes mostraban interés y reforzaban sus conocimientos con ayuda de los videos los cuales si era necesario pausaban para entender y repetir las instrucciones, utilizaron diferentes escenarios como lo son el aula de informática y el aula de clase habitual en donde se resolvían dudas e inquietudes con respecto a los productos notables trabajados en cada una de las sesiones, en su gran mayoría resolvieron las actividades propuestas de forma correcta, también desde el punto de vista geométrico se reforzaron temas de áreas de figuras y construcción de las mismas para comprender situaciones que involucran productos notables.

Concluye que la aplicación de la propuesta deja en claro que en efecto existen bastantes dificultades por parte de los estudiantes en el estudio de la factorización debido a las practicas docentes y otras con relación a los conceptos previos sobre algebra con respecto a los procesos matemáticos y la necesidad de realizar guías de trabajo previas a las sesiones interactivas, también concluye que el uso de herramientas tecnológicas mejora la actitud de los estudiantes y el interés frente a las clases.

El proyecto: “Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM” año 2015, Martha Eugenia Ospina propone la implementación de una guía didáctica enmarcada en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, para la comprensión de la factorización usando material concreto, su objetivo fue diseñar una guía didáctica para el aprendizaje de la factorización, en el marco de las teorías del aprendizaje significativo.

La metodología de esta investigación estuvo relacionada con la elaboración de material concreto para explicar los productos notables, la autora diseño una guía didáctica de un paso a paso para elaborar el material a modo de fichas en la que se explica de forma geométrica los la construcción de cada uno de los productos y luego los relaciona con la factorización. El análisis

presentado en la investigación es más pedagógico ya que estudia la forma como aprenden los niños con esta estrategia, pero también da cuenta de sus actitudes y otras habilidades del pensamiento tales como la resolución de problemas y destreza en la elaboración del material, posteriormente revisa aprendizajes y analiza casos particulares de participantes que ella seleccionó con el fin de realizar estudios particulares, los separó en tres grupos como lo son los estudiantes que resuelven satisfactoriamente los problemas, los que tienen algunas dificultades y los que no logran resolver algún problema.

Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM investigación de Martha Eugenia Ospina Sepúlveda, en donde la autora hace uso de material didáctico y diseños geométricos para abordar los conceptos de algebra, realiza una guía didáctica en la que se encuentran los pasos para que los estudiantes realicen las actividades correspondientes a cada producto notable. Esta investigación es pertinente en este proyecto en la medida que se quiere realizar trabajo también con material concreto al tiempo que se trabaja con TICS, según la autora el uso de este material fortalece en los estudiantes el trabajo en equipo y colaborativo, es entretenido y facilita en los estudiantes el aprendizaje de fórmulas, la interpretación y facilita el razonamiento de conceptos que por lo general a los niños a simple vista se ven aburridos, la autora concluye que con el uso del material concreto facilita el aprendizaje de los estudiantes, favorece el trabajo en grupo y les permite entender mejor el lenguaje y los conceptos matemáticos. Por último, la autora expresa que relacionar conceptos permite un mejor aprendizaje pues se enlazan los conceptos adquiridos con los saberes previos.

La propuesta de investigación “Estrategias para potenciar el aprendizaje significativo en los casos de productos notables, cocientes notables y factorización en los estudiantes de grado octavo del Colegio Cooperativo de San Gil” Héctor H. Quiroga en el 2018 diseñó una estrategia

pedagógica basada en el método de combinaciones por medio de mapas conceptuales para desarrollar habilidades y destrezas en la solución de problemas que implica en uso de productos notables y factorización en estudiantes de grado octavo, de acuerdo a investigaciones sustentadas en pruebas internas y externas realizadas a los alumnos el autor propone una estrategia para que los estudiantes interioricen los conceptos y logren un aprendizaje significativo con la aplicación de talleres de juegos didácticos y mapas conceptuales que buscan cambiar las estrategias tradicionales para interiorizar y aplicar las fórmulas necesarias para desarrollar los procesos.

La estrategia utilizada para esta investigación se llevó a cabo en cuatro fases en las cuales se abordan los diferentes momentos como el diagnóstico primera fase en la que se realiza una observación detallada de la población y las herramientas que se tienen en la institución para elaborar un plan de acción; la segunda fase de planificación en la que se determina las herramientas que se van a utilizar para realizar las combinaciones es decir los mapas conceptuales; la tercera fase corresponde a la ejecución de la planeación en la cual se implementa la estrategia y se observa el proceso de cada uno de los estudiantes de manera que integren de manera satisfactoria la estrategia y se realiza una prueba final con la cual se determinará si la herramienta es efectiva; por último la cuarta es la fase de reflexión en la cual con ayuda de métodos estadísticos que relacionan los resultados de la prueba diagnóstica y la prueba final se determina de manera satisfactoria la efectividad de la herramienta.

Esta investigación es pertinente para el proyecto en desarrollo porque a la luz de que todos los estudiantes no aprenden de la misma manera, tienen necesidades diferentes, ritmos diferentes y habilidades diferentes es importante utilizar estrategias variadas para llegar a cada uno de ellos y conseguir el objetivo principal que es que los jóvenes aprendan productos notables y factorización, si bien el material concreto no permite desarrollar o fortalecer ciertas



habilidades, se puede lograr mejores resultados con esquemas mentales diseñados por ellos mismos a su ritmo de aprendizaje y teniendo en cuenta sus alcances. El autor concluye que el método de combinaciones promueve el aprendizaje de productos notables y factorización en los estudiantes y mejoraron el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos en sus competencias, también se implementaron estrategias digitales para la elaboración de la estrategia lo cual motivó a los estudiantes y se logró participación y trabajo colaborativo.

El artículo “Dificultades en la práctica de productos notables y factorización” de la revista del Instituto de Matemáticas y Física de la universidad de Talca, la autora Teresita Méndez Olave, aborda las problemáticas más frecuentes de los niños en el estudio de la factorización y los productos notables, presenta como un fenómeno didáctico complejo el hecho de que los estudiantes no tienen éxito al resolver los problemas ni realizan los procedimientos correctos para encontrar la solución. Realiza los cambios de registro como estrategia para solucionar esta problemática elaborando diferentes categorías de los productos notables y factorización dividiendo el conocimiento en etapas de forma gradual para ayudar al estudiante a comprender estos conceptos abordando las tareas matemáticas y cognitivas que deben superar los estudiantes para la comprensión de este tema.

Basada en el enfoque de la enseñanza de las matemáticas del Dr. Raymond Duval, la autora aborda la investigación desde un punto de vista matemático y cognitivo en el cual evalúa las dificultades presentadas en cada uno de los procesos para resolver los productos notables notando que los niños solamente retienen algunas partes de las fórmulas y olvidan el resto, aparentemente esto se debe a diversos factores entre ellos el hecho de que los niños transforman las representaciones usando reglas propias y no la técnica que se les enseña para realizar el proceso. De acuerdo al enfoque cognitivo de R. Duval el aprendizaje de conceptos matemáticos

se ve impactado por la articulación de diferentes registros de expresión del objeto representado. En matemática hay diferentes formas de representación semiótica, cada una de ellas determina un sistema semiótico, ligado a signos y símbolos (en lenguaje verbal, algebraico, gráficos, otros), que Raymond Duval llama registro de expresión o de representación. Estos pueden ser convertidos en representaciones equivalentes en otro sistema semiótico, pudiendo tomar significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza.

Se concluye que los alumnos modifican los modelos en la medida que perciben que un resultado es correcto cuando no se les presenta el ejercicio de forma tradicional, cuando se presenta por ejemplo un cuestionario, también se concluye en la investigación que los estudiantes por lo general no articulan los conceptos de algebra con los modelos de representación ya que consideran que factorizar es solamente buscar el factor común, sin embargo se considera que conviene el ejercicio de convertir objetos algebraico y números en objetos geométricos porque permite al estudiante inferir, razonar y deducir.

El artículo “Estrategias didácticas en la enseñanza de los productos notables y la factorización en la telesecundaria” de la revista iberoamericana para la investigación y el desarrollo de la educación, Enrique Gómez Segura propone diversas actividades entre ellas una secuencia didáctica para el autor pretende realizar el ejercicio de que los estudiantes comprendan los productos notables y la factorización como procesos inversos apoyándose en procedimientos geométricos y razonamiento lógico matemático.

La metodología utilizada para llevar a cabo esta estrategia se basó en utilizar guías de trabajo que se realizaron de manera lúdica llamada: método de combinaciones en las cuales se realizaron diferentes actividades con el objetivo de que los estudiantes identificaran cada combinación de los productos notables, cocientes notables y los casos de factorización como una

operación inversa. Los resultados obtenidos son muy interesantes ya que estas estrategias permitieron a los estudiantes condensar mejor la información y retener los conceptos, no fue necesario mecanizar tanto a la hora de estudiar para el examen y aparentemente sienten agrado por esta estrategia de enseñanza, las encuestas y la pruebas muestran que los estudiantes reconocen los procesos necesarios para la resolución de problemas, interpretar y usar expresiones algebraicas, realizar operaciones y factorizar.

El autor concluye que los alumnos reconocieron los procesos aplicados a productos notables como de ida y vuelta con la factorización alcanzando los objetivos propuestos y resalta la importancia de las guías de trabajo y la exploración de los conceptos previos de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, también los estudiantes alcanzaron las competencias matemáticas al realizar de manera adecuada la representación geométrica de los productos notables y considera fundamental contrastar los conocimientos previos con lo que aprenden los estudiantes o con el tema a abordar. Resalta la importancia de realizar este tipo de actividades en la escuela ya que los alumnos son creadores de su propio conocimiento y le aporta al desarrollo del razonamiento lógico y la capacidad de trabajar de manera individual y en colaboración.

### **2.3 Marco legal**

Desde el MEN se tienen los lineamientos curriculares que implica un aprendizaje basado en evidencias como lo expone el ICFES, donde permiten diseñar los planes de estudio para lograr una coherencia entre los contenidos y las competencias específicas del área, que finalmente generan aprendizajes significativos para los estudiantes.

Como primera instancia, se considera necesario los Derechos Básicos de Aprendizaje DBA, los cuales están diseñados en la versión 2 del año 2017, en el que se fundamenta las evidencias que deben lograr o alcanzar los estudiantes para la adquisición de competencias

comunicativas, de razonamiento y de solución de problemas, lo cual da un engranaje con los contenidos y los Estándares Básicos de competencia EBC.

### **DBA 3**

- Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones.
- Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos.

#### **PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS**

- Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

### **2.4 Marco conceptual**

#### ***Transformando conocimientos***

Durante la época escolar los estudiantes experimentan un sin fin de cambios no solo físicos sino también conceptuales y cognitivos, sobre todo cuando hablamos del estudio de las matemáticas observamos que en la mayoría de estudiantes hay una predisposición ya programada que en la mayoría de los casos es la razón por la que nuestros estudiantes no obtienen los mejores resultados ya sea en clases o en pruebas generalizadas, es por esto que es tan importante tomar parte de las teorías que implican métodos de enseñanza eficaces y estrategias para lograr un

aprendizaje significativo en los estudiantes. En el caso de los productos notables es muy necesario tener en cuenta lo que el estudiante conoce producto de años de cursos de matemáticas en su ciclo de primaria y bachillerato, pues a pesar de que se diseñen diferentes estrategias para la comprensión de este tema si no se tienen clara ciertas nociones va a ser difícil que se dé un aprendizaje significativo, como lo dijo (Ausubel, 1983, p.2) “Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe”

Si partimos de lo que el estudiante ya sabe y es consecuente con lo que vamos a enseñar estaremos en el punto exacto para iniciar nuestra nueva etapa de lo contrario será imprescindible diseñar otras estrategias que permitan nivelar al o los estudiantes que no cuentan con las bases mínimas para abordar un tema como los son los productos notables, si tengo claros los conceptos necesarios para comprender el tema y parto de ellos para crear mas conocimiento se alcanzara un aprendizaje significativo porque cognitivamente el estudiante relacionara las ideas y anclará los conceptos al nuevo tema, por el contrario si parto de una instancia en donde hay vacíos conceptuales o errados de los que voy a retomar para generar nuevo conocimiento no se va a dar como tal este tipo de aprendizaje sino que la brecha será cada vez más y amplia y posiblemente en el momento el estudiante comprenderá la mecánica de la operación pero no interiorizará el concepto ni la razón por la cual es importante el uso de los productos notables en el algebra.

De modo que, después de observar estas dificultades se desarrolla esta estrategia de aprendizaje con la que obedeciendo a las nuevas tecnologías y sacando provecho del hecho de que estas tecnologías se fortalecieron los últimos años, esta propuesta pretende hacer uso de estas aplicaciones para mostrar de una manera más clara y comprensible la relación de los productos notables y la factorización.

Es claro que las matemáticas se han limitado por lo general a estudios que obedecen a la educación tradicional con la cual estudiaron miles de personas, entre ellas los mejores científicos y matemáticos pero es importante tener en cuenta el hecho de que la humanidad ha ido evolucionando y así como en un principio la pedagogía se desprende de la filosofía para dar lugar a la nueva escuela, también es posible que cambiemos la manera como enseñamos y teniendo en cuenta que como lo dice Flórez Ochoa (2005) en su libro pedagogía del conocimiento el estudio de las ciencias requiere la presencia de modelos pedagógicos ya que estos buscan relacionar conceptos y crear nuevas teorías, de aquí que los modelos son como construcciones mentales y que dependen de una serie de episodios históricos (en la historia de cada persona) que definen el modelo con el cual se pueden efectuar estas construcciones pero que de ninguna manera el modelo que se vaya a usar permita que el estudiante sea un espectador sino que se reconozca como una parte activa del proceso de enseñanza en el cual el docente cumple una función de orientador y de guía en el proceso de aprendizaje.

De acuerdo a lo anterior y a las herramientas que nos proporcionan las investigaciones podemos entonces concluir que no todas las personas aprenden de la misma manera, luego una sola estrategia en el aula no es lo más adecuado y más aún cuanto se quiere explicar un tema en relación a otro pues esto hace necesario el hecho de indagar y de reconocer de donde nacen estas relaciones y cómo es posible construir un concepto con base en estas de modo que Flavell citado en el artículo Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas Mato-Vásquez (2017), menciona el concepto de metacognición en el cual resalta que muchas veces las dificultades con el aprendizaje están relacionadas con las estrategias que utilizamos para aprender que no necesariamente son las que nos imparten en el aula sino que de manera individual podemos ejercer cierto control en nuestra forma de aprender, es más como conocernos

a nosotros mismos, interiormente puedo medir mi conocimiento y reconozco hasta donde puedo llegar con los que sé, de la misma manera en el rol de docente podemos desarrollar la capacidad para reconocer estas habilidades en los estudiantes y diseñar estrategias que les permitan superar las dificultades y lograr un aprendizaje significativo.

Entonces la metacognición en este caso tiene un papel importante pues según Osses y Jaramillo (2008) el papel del docente es clave dado que la metacognición y las estrategias de aprendizaje están más ligadas de lo que pensábamos hacia la formación de estudiantes autónomos y conscientes de sus aprendizajes, es posible que la manera de ver y entender las matemáticas se haga de una manera más fácil sumado a el uso de aplicaciones tecnológicas que están creadas motivan a los estudiantes y son una estrategia totalmente valida de presentar los mismos conceptos que se abordaban hace unos años de manera tradicional y que mostraban tantas dificultades en nuestros estudiantes.

### ***El ambiente de aprendizaje***

La didáctica de las matemáticas es una disciplina de investigación reciente que surge de la necesidad de construir modelos que permitieran explicar estrategias y métodos de enseñar matemáticas de acuerdo a las prioridades de cada nivel y sobre todo de generar un ambiente propicio para facilitar en los estudiantes el aprendizaje, según D'Amore (2006) la didáctica de la matemática es el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo, considerándolo para cualquier sujeto el cual es capaz de experimentar una serie de cambios y comportamientos puesto que el uso de las matemáticas implica transformar el lenguaje, el pensamiento y las ideas. La importancia de este ambiente que D'Amore llamó "Milieu" que significa medio o ambiente y que el docente debe ser quien debe promover estos comportamientos en el estudiante de acuerdo a estos ambientes para

que más adelante lo haga de manera autónoma, el ,milieu es bien conocido por el docente y debe preparar al estudiante para responder justamente a las necesidades solicitadas por el entorno propuesto, de otra forma que: “El arte del docente está entonces en la organización de una relación entre alumno y milieu”, con el fin que el estudiante se cuestione y por sí mismo pueda solucionar estas cuestiones de manera que el docente es parte fundamental en este proceso ya es quien según las necesidades, establece el grado de incertidumbre y forma el vínculo entre el sujeto y el medio para poder entender las matemáticas.

### ***La importancia de las matemáticas en el contexto del aula***

Para el aprendizaje del algebra existen variedad de herramientas y estrategias que se pueden implementar y que facilitan la apropiación de los saberes por parte del estudiante el uso de guías didácticas, por ejemplo, están diseñadas para que los estudiantes se motiven por el aprendizaje de un concepto matemático siguiendo un paso a paso de instrucciones detalladas que favorece la comprensión del mismo.

Según Duval (1993) Las cuestiones relativas a los contenidos, tanto en el aula como a escala más amplia, y la elaboración de los programas han abierto campos de investigación específicos. Las estrategias didácticas entonces, se han elaborado de distintas maneras con el fin de mejorar y facilitar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes llegando a la conclusión que para comprender con concepto matemático se debe realizar una representación de algún tipo, así como los números se pueden representar con cantidades, con el símbolo arábigo, romano, etc. de la misma forma los procesos matemáticos sugieren algún tipo de representación y a la vez una transformación que permita establecer la relación de la actividad algebraica con el contexto real o la situación que se está abordando.



Por esta razón es tan importante buscar las herramientas necesarias para facilitar estos procesos de representación y transformación que los estudiantes deben interiorizar cuando están aprendiendo algebra y sobre todo el papel fundamental del docente en un proceso de aprendizaje orientado por TICS ya que pueden existir obstáculos relacionados con la operación de la aplicación o el manejo de la herramienta por eso es tan importante la pertinencia del recurso respecto al tema y al uso que se le quiera orientar, según Godino (2006), el recurso puede ayudar a crear un contexto rico para apoyar el diálogo del profesor con los alumnos a propósito de unas tareas que son específicas, y que ponen en juego los conocimientos matemáticos pretendidos.

### ***Productos notables y factorización***

Los productos notables son multiplicaciones entre polinomios que deben cumplir reglas específicas de tal manera que su resultado puede ser escrito o comprobado sin necesidad de realizar todo el proceso algebraico, teniendo en cuenta las reglas que se deben aplicar los productos notables se clasifican así:

- **Cuadrado de un binomio**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- **Suma por diferencia**

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

- **Cubo de un binomio**

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

- **Trinomio al cuadrado**

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

- **Suma de cubos**

$$a^3 + b^3 = (a + b) (a^2 - ab + b^2)$$

- **Diferencia de cubos**

$$a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + ab + b^2)$$

- **Producto de dos binomios que tienen un término común**

$$(x + a) (x + b) = x^2 + (a + b) x + ab$$

La factorización consiste en utilizar reglas para transformar una expresión algebraica en una multiplicación simplificando expresiones complejas y facilitando así su solución. Sin embargo, es uno de los procesos más difíciles de comprender por los estudiantes de la educación secundaria, llegando a no reconocer la necesidad de emplearla o la posibilidad de aplicarla, pero al mismo tiempo, es una de las herramientas más empleadas en el trabajo matemático para (transformar) una expresión algebraica de manera conveniente, para resolver algún problema. (Ramirez Viatela & Medina, 2017)

Entonces, la factorización es la técnica que utilizada para descomponer en factores una expresión algebraica en donde los factores son las expresiones que se están multiplicando entre sí de tal manera que si la factorización es correcta se puede comprobar si multiplicando dichos factores se obtiene nuevamente a la expresión algebraica inicial. Los casos de factorización mas utilizados son:

- **Factor común**

$$ab + ac = a(b + c)$$

- **Factor común por agrupación**

$$ax + bx + ay + by = (a + b)(x + y)$$

- **Diferencia de cuadrados**

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

- **Suma o diferencia de cubos perfectos**

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

- **Trinomio cuadrado perfecto**

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

- **Trinomio de la forma  $x^2 + bx + c$**

- **Trinomio de la forma  $ax^2 + bx + c$**

Puede entenderse la factorización y los productos notables como un proceso inverso entre sí, de ahí su relación y la importancia de comprender y aplicar correctamente las reglas de los productos notables pues a pesar de que indican un proceso para solucionar o expresar factores no tiene un orden determinado así que, se debe practicar para poder identificar las características y poder transformar (factorizar) expresiones complejas con ayuda de los productos notables.

### ***Aprendizaje significativo***

Comúnmente el aprendizaje en los estudiantes se desarrolla por etapas en donde se pueden evidenciar los procesos o avances que se obtienen en determinado tema, un aprendizaje es significativo cuando los estudiantes relacionan los conocimientos que van a aprender con lo

que ellos ya saben, estas ideas se relacionan con algún aspecto existente y específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel, 1983, 18)

En este caso la guía didáctica está basada en la teoría del aprendizaje significativo en donde su aplicación pretende generar un cambio conceptual y facilitar la comprensión de la factorización y los productos notables haciendo uso de la geometría por medio de las TICS. Piaget, menciona cómo los procesos del pensamiento se dan cuando se usan los conocimientos previos de los estudiantes a la hora de abordar nuevos conceptos matemáticos, los esquemas son organizaciones del pensamiento derivadas de las propias actividades del aprendiente que puede sufrir modificaciones al combinarse con otros esquemas o pueden extenderse, ampliarse a razón de nuevas experiencias, generándose así el aprendizaje”, (Piaget, 1956).

En el proceso de aprendizaje, se deben tener presentes los conocimientos previos o subsumidores como lo llaman Ausubel y Moreira (1997), este concepto es abordado por los docentes a la hora de enseñar, pero no lo hacen de una manera consciente. El subsumidor es necesario para que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo, si no se tiene, el proceso de aprendizaje será lento y con muchas dificultades. Estos subsumidores obedecen a una regla de no arbitrariedad que quiere decir que los que los conceptos significativos no se relacionan con cualquier concepto en sí, sino que, por el contrario, estos conceptos previos son como un tipo de matriz a los que se anclan conocimientos relacionados precisamente con ese aprendizaje.

Según Ausubel citado en Aruana A. (1997), la estructura cognitiva tiende a organizarse jerárquicamente en términos de nivel de abstracción, generalidad e inclusividad de sus contenidos, de manera tal que los nuevos conocimientos adquiridos se complementan con los que se encontraban previamente para complementarse, modificarse o transformarse en un concepto

más claro y más organizado y lo denominó *Aprendizaje Superordenado*, que se espera ocurra específicamente con el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de acuerdo a los conocimientos adquiridos cada nivel pues de cierto modo se trabajan los temas como el modelo de aprendizaje superordenado de Ausubel, ya que se hace referencia a los mismos temas en distintos niveles pero con niveles de complejidad diferentes.

En el tema de la factorización es necesario dicho modelo de aprendizaje significativo para resolver expresiones algebraicas, pues es la reunión de todos los conceptos matemáticos vistos hasta el momento por los estudiantes ya que se debe tener claridad en: operaciones con números enteros, potenciación, agrupación de términos, aplicación de teoremas, geometría de área, volumen para luego poder asociarlos y combinarlos para convertirlos en una expresión algebraica.

### ***Importancia de las TIC en la enseñanza de las matemáticas***

El manejo del mundo digital es cada vez más necesario en cualquier campo de formación pues se trata de que las nuevas generaciones saquen provecho del material elaborado y así mismo mejoren los procesos de enseñanza mediante el uso de la información y las herramientas interactivas que se encuentran a disposición del público y de las instituciones educativas para facilitar el aprendizaje de conceptos que en otra instancia eran abstractos o difíciles de comprender.

Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), en la actualidad son herramientas muy importantes y clave en la formación ya que a través de ellas las personas y específicamente las personas que conforman el sector educativo pueden tener acceso a un abundante rango de posibilidades por medio de un dispositivo electrónico como por ejemplo

información, investigación, elementos prácticos, remotos interactivos como laboratorios, redes para interactuar con otras personas, formación académica, entre otras.

Según Rodríguez y Romero (2017), la implementación de las TIC en la educación de los países en desarrollo es primordial para el logro la permanencia de los estudiantes en la educación básica, esto implica que los docentes también adquieran destrezas en el manejo de herramientas tecnológicas y así las puedan implementar en las aulas facilitando el aprendizaje y la comprensión de los conceptos, inicialmente en las aulas se evidenciaba el uso de herramientas destinadas a la reproducción de videos pero con las exigencias de los avances tecnológicos y las necesidades presentadas por diferentes contextos se ha hecho indispensable el uso de herramientas más complejas y más eficientes para producción y educación.

### **3. Diseño metodológico**

#### **3.1 Introducción**

Este trabajo se va a realizar con los estudiantes de grado 8 del Liceo Mayor Andino colegio privado, son dos cursos en el nivel, cada curso está conformado por 30 estudiantes y la intensidad horaria es de 5 horas semanales con cada curso.

Se planeó realizar las actividades propuestas en las sesiones con bloque ya que cada hora es de 45 minutos. Se dio inicio aplicando una guía de presaberes para realizar el diagnóstico de los conocimientos previos de álgebra adquiridos por los estudiantes hasta el momento, como por ejemplo términos semejantes, lenguaje algebraico, operaciones básicas y algunos conceptos geométricos. De acuerdo al horario de clases en cada sesión se trabajaron cada una de las guías del *Manual Relacionando Productos notables y la factorización*, en la que se encuentra el material teórico necesario para abordar cada tema, así como tips y las reglas que se deben seguir para solucionar los ejercicios propuestos de ejercitación para luego pasar a la fase de juegos propuesta en cada guía.

#### **3.2 Descripción general del estudio**

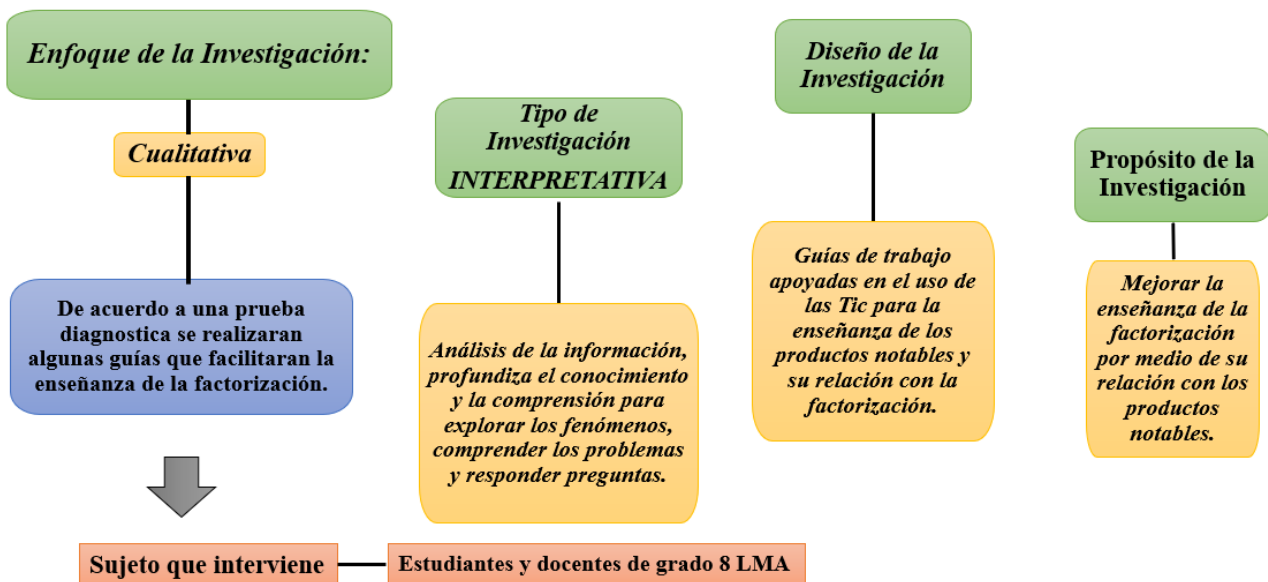
##### **Enfoque:**

El enfoque de investigación que se desarrolla es cualitativo, ya que permite por medio de la recolección de datos y su análisis cuestionarse todo el tiempo y mejorar o perfeccionar las preguntas que se hacen dentro de la investigación, nos permite descubrir nuevos temas de investigación mientras se están solucionando cuestiones iniciales. Por esta razón desde un principio la metodología en la presente investigación se planeó con una prueba diagnóstica de la cual se derivaron grandes interrogantes y estrategias a proponer con el fin de obtener los mejores resultados de acuerdo a los objetivos propuestos, así como la oportunidad de realizar

modificaciones de acuerdo a la observación y a los resultados obtenidos en cada etapa. La acción indagatoria se mueve de manera dinámica en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación, y resulta un proceso más bien “circular” en el que la secuencia no siempre es la misma, pues varía con cada estudio (Sampiere 2014)

En la figura 7, se considera un esquema metodológico de la investigación, también se considera que el enfoque cualitativo permite que se pueda tener instrumentos no estructurados, por ello, la investigación que se aborda, tendrá sus propios instrumentos que caracterizan la actividad investigativa a desarrollar.

Figura 7. Esquema metodológico de la investigación



Nota: Diseñado por autoría propia

### 3.3 Identificación de los sujetos de investigación

Los estudiantes que participan en la investigación, son estudiantes de grado octavo del colegio Liceo Mayor Andino.



El colegio es mixto y tiene tres cursos por nivel, los estudiantes están entre los 13 y 14 años, no se cuenta con niños caracterizados oficialmente, pero si con algunos casos especiales en los que se debe tener en cuenta el proceso del estudiante al momento de realizar la valoración de las actividades pues solo tienen diagnósticos por parte de la psicóloga del colegio y se encuentran en proceso con psicología en la EPS a la que se encuentran afiliados.

De acuerdo a la propuesta de investigación se realizó la implementación del manual en los cursos asignados aproximadamente 65 estudiantes y teniendo en cuenta que la aplicación se desarrolló durante las horas de clase no se clasificaron los estudiantes por grupos de aprendizaje o de acuerdo a alguna característica en particular, los niños a los que se realiza diferente proceso por instrucción de coordinación académica se le aplicó las guías de manera normal, pero hasta cierta parte del proceso de acuerdo a la operacionalización de la variable como se muestra en la figura 8:

*Figura 8. Operacionalización de la variable de investigación*

Operacionalización de la variable en la investigación.		
Variable	Dimensiones	Indicadores
Aprendizaje de la factorización	Conversión del lenguaje natural al lenguaje algebraico	Relacionar los elementos del lenguaje natural con los del lenguaje algebraico
		Comprender como se convierten situaciones cotidianas en expresiones algebraicas
		Solucionar situaciones que implican sustituir el lenguaje natural por lenguaje algebraico
	Interpretación de registros geométricos a registros algebraicos	Expresar áreas en términos de expresiones algebraicas
		Resolver problemas de área asignando valor numérico dentro de las expresiones algebraicas
	Solución de expresiones algebraicas	Operaciones básicas entre monomios y polinomios
		Factorizar polinomios
Relacionar los productos notables con la factorización		

De manera que a los estudiantes (2 en total) que se requiere realizar proceso diferente para evaluar se les tuvo en cuenta solo algunos indicadores en cada una de las dimensiones.

### **3.4. Estructura metodológica**

En el diseño metodológico, se pretende desarrollar cada objetivo a partir de unos instrumentos que hacen la organización de dicha investigación. Para ello, se implementan unos instrumentos que se ajustan a los avances que intervienen en el aula, para que se pueda dar respuesta a la problemática identificada durante el desarrollo de la presente investigación.

Inicialmente, se propone el primer objetivo específico *revisar los conocimientos previos con los que cuentan los estudiantes para el desarrollo de productos y cocientes en operaciones algebraicas*, para ello se cuenta con una guía diagnóstica (ver apéndice A), la que dará cuenta el desarrollo de conocimientos adquiridos, los cuales son indispensables al momento de abordar temáticas de productos notables y factorización. La valoración se tendrá a partir de una escala cualitativa de 1 a 3, siendo 1 el criterio más bajo, 2 un criterio medio y 3 el criterio más alto. Se obtendrá la información como lo muestra la tabla 3, donde el criterio de BAJO hace referencia a los estudiantes que no tienen conocimientos claros en la temática establecida, por lo que sus saberes previos no son los que se esperan para dar inicio a las temáticas relacionadas con productos notables y factorización y según el reglamento en el manual de convivencia es necesario enviar una guía de nivelación en la que el estudiante aborda por cuenta propia los temas en los que tiene dificultades y se compromete a nivelarse; el criterio básico se toma a partir de que los estudiantes identifican algunos conceptos, pero no es suficiente para el desarrollo de competencias esperado, sin embargo pueden superar las dificultades en el transcurso de bimestre sin necesidad de hacer guía de nivelación; mientras que el criterio alto,

corresponde a los estudiantes que obtuvieron un desempeño adecuado, los cuales identifican los conceptos necesarios para iniciar las temáticas relacionadas con productos notables y posteriormente factorización para poder avanzar en el aprendizaje del álgebra.

*Tabla 3. Resultados de la guía diagnóstica*

<i>BAJO (1)</i>	<i>BÁSICO (2)</i>	<i>ALTO (3)</i>
<b>2</b>	<b>8</b>	<b>55</b>

Nota: Escala valorativa empleada por el SIEE de la Institución Liceo Mayor Andino

Para el segundo objetivo específico planteado *diseñar un manual de trabajo apoyado en el uso de las Tic a través de ejercicios interactivos para la enseñanza de los productos notables y su relación con la factorización*. Con este objetivo, se pretende diseñar y estructurar un material equivalente a un manual de apoyo para el aprendizaje del álgebra, donde se relacionan los productos notables y la factorización, teniendo unas guías de trabajo sencillas que pueden visualizarse en el apéndice B, las cuales se encuentran organizadas con una rúbrica didáctica empleando el modelo educativo institucional, tomando como referencia la guía de saberes previos posteriormente se empiezan a desarrollar las guías en el siguiente orden: guía #1 que corresponde a la introducción a los productos notables, la guía #2 Cuadrado de un binomio, guía #3 Suma por diferencia de dos cantidades, guía #4 Cubo de un binomio, guía #5 Suma o diferencia de cubos, guía #6 Producto de dos binomios con un término en común, guía #7 Introducción a la factorización, guía #8 Factor común, guía #9 Factorización - Binomios, guía #10 Factorización – Trinomios guía # 11 Relación de productos notables y la factorización.

HABLAR DE LAS ACTIVIDADES CON EL USO DE LAS TIC, CUALES TIC SE USARON,  
SOLO INDICAR EL nombre y para qué sirve la aplicación

Las actividades con el uso de las TIC usadas en las guías son las siguientes:

Actividad	Descripción	Enlace	Guía
<i>Lenguaje algebraico al lenguaje común</i>	Permite al estudiante establecer la relación de expresiones algebraicas con el lenguaje común.	<a href="#">Ver actividad</a>	Saberes Previos
<i>Quiniela algebraica</i>	Permite al estudiante establecer la relación de expresiones algebraicas con el lenguaje común.	<a href="#">Ver actividad</a>	Saberes Previos
<i>Multiplicación de expresiones algebraicas</i>	Permite al estudiante hallar el resultado de diferentes operaciones algebraicas dentro de un tiempo límite establecido.	<a href="#">Ver actividad</a>	1
<i>Persecución en laberinto</i>	Permite al estudiante seleccionar entre distintos resultados a una operación algebraica, mientras evita obstáculos en el camino hacia la respuesta correcta.	<a href="#">Ver actividad</a>	1
<i>Cuadrado de binomio</i>	Cuestionario de opción múltiple, con límite de tiempo, líneas de vida y rondas de bonus.	<a href="#">Ver actividad</a>	2
<i>Binomio al cuadrado</i>	Permite al estudiante relacionar binomios con su respectivo desarrollo.	<a href="#">Ver actividad</a>	2
<i>Suma por su diferencia</i>	Permite al estudiante resolver productos de binomios en un tiempo límite.	<a href="#">Ver actividad</a>	3
<i>Producto de la suma por la diferencia de dos expresiones</i>	Permite al estudiante desarrollar productos de binomios y relacionar cada producto con su respectivo desarrollo.	<a href="#">Ver actividad</a>	3
<i>Cubo de la Suma de un Binomio. Representación geométrica.</i>	Permite al estudiante ver de manera ilustrativa la relación geométrica (sobre un objeto tridimensional) el cubo de la suma de un binomio.	<a href="#">Ver actividad</a>	4
<i>Cuadrado y cubo de binomio</i>	Permite al estudiante seleccionar entre distintos resultados a una operación algebraica, mientras evita obstáculos en el camino hacia la respuesta correcta.	<a href="#">Ver actividad</a>	4
<i>Cubo de un binomio</i>	Permite relacionar un binomio elevado al cubo con su correspondiente desarrollo	<a href="#">Ver actividad</a>	4
<i>Factorización Suma o Diferencia de Cubos</i>	Permite relacionar una suma o diferencia 2 términos elevados al cubo con su correspondiente desarrollo.	<a href="#">Ver actividad</a>	5
<i>adición y diferencia de cubos 271</i>	Permite al estudiante ver los valores de una ecuación al manipular los controles dispuestos en la interfaz de usuario.	<a href="#">Ver actividad</a>	5
<i>Suma y Diferencia de cubos</i>	Permite relacionar la suma o diferencia de cubos con su respectivo desarrollo. Existe un contador de tiempo y errores para la definición del puntaje final.	<a href="#">Ver actividad</a>	5
<i>Binomio con factor común</i>	Permite al estudiante seleccionar cuál es la respuesta correcta para productos de binomios. Existen 3 niveles de dificultad y un contador de tiempo.	<a href="#">Ver actividad</a>	6
<i>Factorización</i>	Ejercicios de descomposición de números en factores primos, multiplicación algebraica y una sopa de letras.	<a href="#">Ver actividad</a>	7
<i>Factor común</i>	Permite encontrar los diferentes factores que componen las expresiones algebraicas dadas.	<a href="#">Ver actividad</a>	8
<i>Factorización FC y FCA</i>	Permite la selección de la respuesta correcta al aplicar método de factorización por factor común (monomio, polinomio) y por agrupación de términos.	<a href="#">Ver actividad</a>	8

<i>Diferencia de cuadrados</i>	Permite al estudiante relacionar cada diferencia de cuadrados con su factorización correspondiente.	<a href="#">Ver actividad</a>	9
<i>Factorización Suma o Diferencia de Cubos</i>	Permite al estudiante relacionar cada suma o diferencia de cubos con su respectiva factorización.	<a href="#">Ver actividad</a>	9
<i>Juego de trinomio cuadrado perfecto</i>	Permite relacionar un trinomio cuadrado perfecto con su respectiva factorización dentro de un tiempo límite.	<a href="#">Ver actividad</a>	10
<i>Trinomio de la forma <math>x^2+bx+c</math></i>	Permite relacionar un trinomio de la forma $x^2+bx+c$ con su respectiva factorización.	<a href="#">Ver actividad</a>	10
<i>Trinomio de la forma <math>ax^2+bx+c</math></i>	Permite relacionar un trinomio de la forma $ax^2+bx+c$ con su respectiva factorización, completar los términos de un proceso de factorización y la aplicación de este tipo de trinomios en un problema.	<a href="#">Ver actividad</a>	10

Las actividades interactivas se buscaron preferiblemente en línea como juegos y páginas de quices de tal manera que los estudiantes pudieran realizar trabajo en clase y también en casa donde las respuestas llegan directamente al correo de la docente.

Para un tercer objetivo *se busca implementar la estrategia en el aula de clase para la enseñanza de los productos notables y su relación con la factorización tomando como guía el manual*, cada uno de los estudiantes aplica el material propuesto por la investigadora en el que se pretende tener una relación entre los productos notables y la factorización.

Se puede evidenciar a través de registros fotográficos en el análisis de resultados, la implementación de las estrategias en línea en la que los estudiantes participaron utilizando tres computadores y compitiendo entre sí por los puntajes obtenidos. Una vez aplicadas las guías de trabajo, entonces, cada una de las guías busca que el estudiante desarrolle competencias de resolución de problemas, de comunicación y razonamiento. Por lo que, cada una de ellas se analizará a través de la información suministrada en el manual y el uso de Tic y material en concreto.

En un cuarto objetivo específico, se menciona *validar el material propuesto para su futura implementación en el campo del álgebra a estudiantes del grado 8°*, en cual cuenta con un cuestionario que valide la información y puede observarse en el apéndice C. Cuestionario de validación

Para el desarrollo de toda la investigación, se dispone del consentimiento informado (Ver apéndice D) a los padres de familia para la participación de sus hijos en esta investigación.

### **3.5 Fases de investigación**

**Fase inicial:** En esta fase se realizó un rastreo bibliográfico en el cual se buscaron trabajos de aula similares al que se pretende realizar con esta investigación en los cuales estuviera presente aplicación de estrategias diferentes a las convencionales para el aprendizaje de los productos notables y la factorización, como, por ejemplo, material concreto, applets, juegos en línea, etc.

**Fase de diseño:** De acuerdo a los objetivos que se quieren alcanzar para llevar a cabo la investigación se diseñaron las guías de trabajo iniciando con la guía diagnóstica la cual es parte fundamental para la siguiente parte del proceso que es la aplicación del *Manual relacionando los productos notables y la factorización*.

Las guías que conforman el manual se diseñaron cuidadosamente dividiéndolas en tres grandes momentos: momento inicial, momento de ejercitación y momento de práctica.

Para el momento inicial se adiciona el contenido teórico correspondiente a cada producto notable o caso de factorización, exponiendo de manera visual y llamativa de qué trata y que se va a trabajar en el contenido de la guía por ejemplo la regla a aplicar y ayudas visuales del paso a paso de la solución de cada producto notable; para el momento de ejercitación se busca realizar

un proceso de ejercitación donde se proponen una serie de ejercicios en los cuales de manera tradicional se realizan a modo de taller y en el cuaderno cada uno de los ejercicios con el fin de que los estudiantes interioricen la regla y hagan las preguntas necesarias con respecto al proceso o al desarrollo del producto notable y se explican varios de los ejercicios propuestos de manera pausada y sin omitir ningún proceso aritmético. Por último, para el momento de práctica quienes hayan realizado completamente el momento anterior pueden seguir con la parte práctica que se propone desarrollar por medio de unos links interactivos, encontrados en la web y cuidadosamente seleccionados en los cuales por medio de juegos de laberinto, show de preguntas y herramientas de quices los estudiantes compiten entre ellos por puntaje encontrando la solución de diferentes ejercicios en un tiempo determinado, si las respuestas son correctas gana el estudiante que tardó menos tiempo en responder.

**Fase de implementación:** De acuerdo a la fase de diseño se implementaron las guías en el orden descrito en las respectivas clases de matemáticas, la guía será proyectada por medio del videobeam en el tablero y los niños tomarán apuntes de la parte teórica diseñada en el momento inicial, luego se sugiere tener hojas de block cuadrículadas para el momento de ejercitación ya que la realización de los ejercicios propuestos es requisito para pasar al siguiente momento que es el momento de práctica en el equipo portátil de la maestra y otros dos equipos proporcionados por coordinación académica.

**Fase final:** Validación del instrumento. Se realizaron unas preguntas finales a los estudiantes a partir de lo visto, y lo experiencial realizado, también una actividad interactiva sobre las actividades propuesta desde el manual.

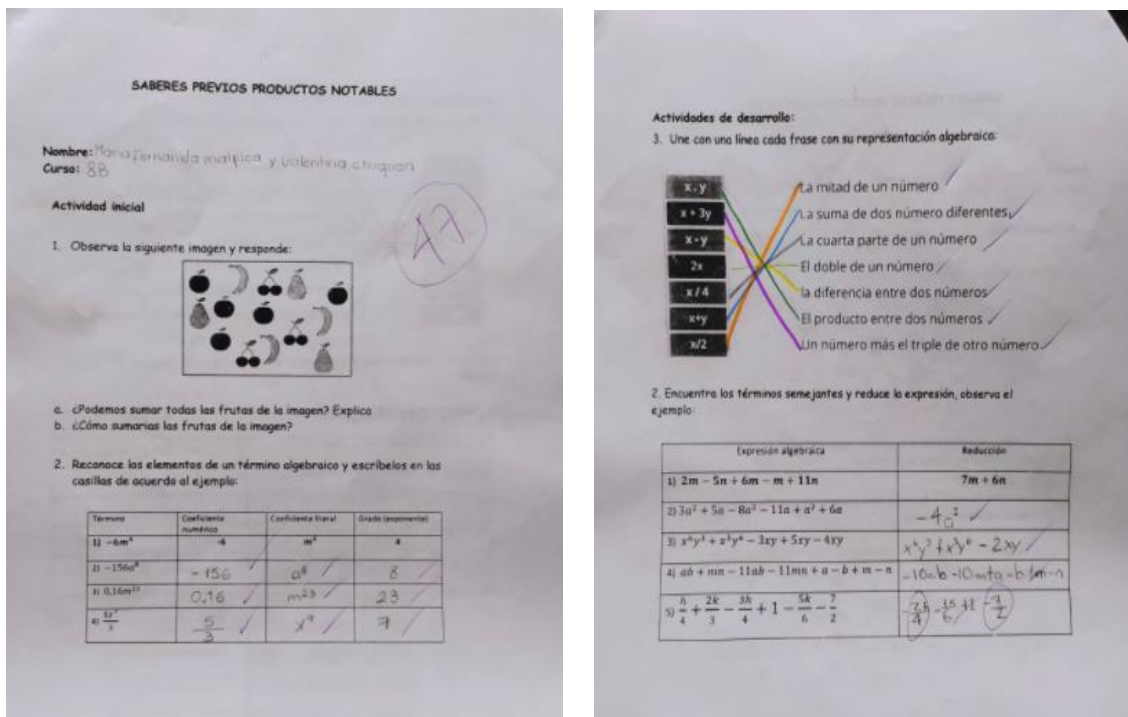
### 4. Análisis de resultados

#### 4.1 Desarrollo de la prueba diagnóstica

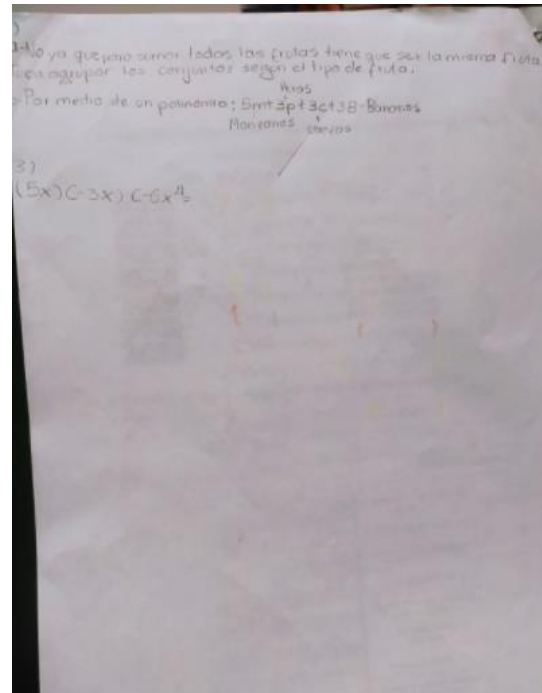
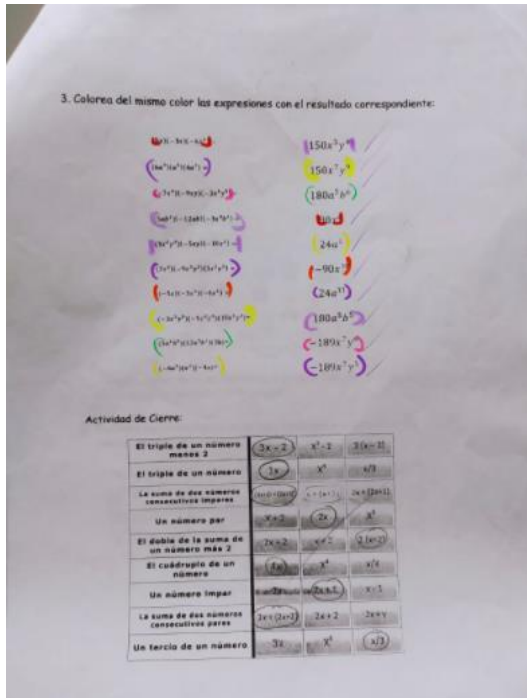
Para el desarrollo de la guía diagnóstica los estudiantes se ubicaron por parejas con el fin de que pudieran realizar un trabajo colaborativo y así mismo debatir y contrastar sus puntos de vista, pues por ser una prueba diagnóstica no se realizó acompañamiento por parte de la docente.

El análisis tiene como fin determinar el manejo de los conceptos previos (subsumidores) como lo son términos semejantes, elementos de un término algebraico, lenguaje algebraico y operaciones con términos semejantes (monomios). En la figura 9, se puede ver el registro fotográfico del desarrollo de la prueba diagnóstica inicial.

Figura 9. Desarrollo de prueba diagnóstica







Los estudiantes en general trabajaron de manera colaborativa, debatían los conceptos y se dividían los puntos para realizarlos y luego socializaban los resultados, en la actividad inicial todos coincidieron en la imposibilidad de sumar frutas diferentes, en sus respuestas resaltaban que solo podían sumar aquellas que fueran iguales: manzanas con manzanas, bananos con bananos, etc. En la figura 10, puede observarse la solución de un apareamiento que permite verificar la información relacionada con el lenguaje algebraico.

Figura 10. Registro fotográfico relación lenguaje algebraico

3. Colorea del mismo color las expresiones con el resultado correspondiente:

Actividad de Guerra:

El triple de un número menos 2	$3x-2$	$x^2-2$	$3(x-2)$
El triple de un número	$3x$	$x^3$	$x/3$
La suma de dos números consecutivos impares	$2n+1+2n+3$	$x(x+1)$	$2x+2n+1$
Un número par	$x+2$	$2x$	$x^2$
El doble de la suma de un número más 2	$2(x+2)$	$x+7$	$2(x+2)$
El cuádruplo de un número	$4x$	$x^4$	$x/4$
Un número impar	$2x+1$	$2x+1$	$x-1$
La suma de dos números consecutivos pares	$2x+2n+2$	$x+7$	$2x+y$
Un tercio de un número	$3x$	$x^3$	$x/3$

En la actividad de elementos de un término algebraico una minoría tuvo inconvenientes conceptuales confundiendo el coeficiente con el grado “*coeficiente es el numero grande porque el exponente es el pequeño*” de manera que ellos mismos solucionaban de manera autónoma las inquietudes que se generaban a medida de avanzaban en el desarrollo de la prueba.

En el caso del lenguaje algebraico, se observaba en algunos grupos que ellos mismos se hacían aclaraciones con respecto a las palabras como “la cuarta parte de un número” o “el triple de un número”, ya que algunos no entendían cuando la frase indicaba multiplicación o fracción.

Las operaciones con términos semejantes no presentaron ningún inconveniente en el caso de sumas y restas pues había claridad en los conceptos de sumar solo los que son iguales, por lo que la mayoría de los grupos realizó bien las operaciones alcanzando el objetivo de reducir las


expresiones que era lo que se requería en la segunda actividad de la fase de desarrollo de la prueba.

**SABERES PREVIOS PRODUCTOS NOTABLES**

Nombre: Algod Angel Acuña Benzo - Nicolás Pachón P. media  
 Curso: 8º A

**Actividad inicial**

1. Observe la siguiente imagen y responda:



30

a. ¿Podemos sumar todas las frutas de la imagen? Explica.  
 b. ¿Cómo agruparías las frutas de la imagen?

2. Reconoce los elementos de un término algebraico y escríbelos en las casillas de acuerdo al ejemplo:

Término	Coefficiente numérico	Coefficiente literal	Grado (exponente)
$3x - 4m^2$	4	$m^2$	2
$2x - 13ax^2$	-13a	$x^2$	2
$8R10a^2$	8	$10a^2$	2
$4 \frac{12}{3}$	$\frac{12}{3}$		

**Actividades de desarrollo:**

1. Une con una línea cada frase con su representación algebraica:

$x \cdot y$	La mitad de un número.
$x + 3y$	La suma de dos números diferentes.
$x - y$	La cuarta parte de un número.
$2x$	El doble de un número.
$x/4$	La diferencia entre dos números.
$x + y$	El producto entre dos números.
$x/2$	Un número más el triple de otro número.

2. Encuentre los términos semejantes y reduce la expresión, observe el ejemplo:

Expresión algebraica	Reducción
1) $2m - 5n + 6m - m + 11n$	$7m + 6n$
2) $3a^2 + 5a - 8a^2 - 11a + a^2 + 6a$	$-4a^2$
3) $x^2y^3 + x^2y^2 - 3xy + 5xy - 4xy$	$x^2y^3 + x^2y^2 - 2xy$
4) $ab + 2b - 11ab - 11m + a - b + m - a$	$-10ab + m - 10m$
5) $\frac{3x}{4} + \frac{2x}{3} - \frac{3x}{4} + 1 - \frac{2x}{3} - \frac{1}{2}$	$\frac{3x}{2} + \frac{1x}{3} + \frac{1}{2}$

3. Colorear de mismo color las expresiones con el resultado correspondiente:

$7 + 11 = 6$   
 $5 + 13 = 9$   
 $4 + 11 = 15/2$   
 $1 + 11 = 12$   
 $2 + 11 = 13$   
 $3 + 11 = 14$   
 $4 + 11 = 15$   
 $5 + 11 = 16$   
 $6 + 11 = 17$   
 $7 + 11 = 18$   
 $8 + 11 = 19$   
 $9 + 11 = 20$

$150x^2y^4$   
 $150xy^4$   
 $180x^2y^5$   
 $90x^2y^5$   
 $24x^2y^5$   
 $90x^2y^5$   
 $180x^2y^5$   
 $180x^2y^5$   
 $180x^2y^5$   
 $180x^2y^5$

**Actividad de Cierre:**

El triple de un número menos 2	$3x - 2$	$x^2 + 2$	$3(x - 2)$
El triple de un número	$3x$	$x^3$	$x/3$
La suma de dos números consecutivos impares	$(2n - 1) + (2n + 1)$	$x + (x + 1)$	$2x + (2x + 1)$
Un número par	$x + 2$	$2x$	$x^2$
El doble de la suma de un número más 2	$2(x + 1) + 2$	$x + 2$	$2(x + 1)$
El cuádruplo de un número	$4x$	$x^4$	$x/8$
Un número impar	$2x$	$2x + 1$	$x - 1$
La suma de dos números consecutivos pares	$(2x + 2) + (2x + 4)$	$2x + 2$	$2x + y$
Un tercio de un número	$3x$	$x^3$	$x/3$

**Solución**

a. No, porque no son las mismas frutas:  
 5 manzanas / 3 Bananas / 2 ciruelas / 3 peras

b. agrupando por medio de representación algebraica.

Aunque se solucionaron de manera correcta las sumas y restas de números enteros, en algunos grupos se evidenció dificultad cuando llegaron a la parte de fracciones, en la que no realizaban correctamente los cálculos o se confundían con los signos.

Para el caso de multiplicación de expresiones una parte importante de los grupos inicialmente no recordaba qué se hacía con los exponentes cuando realizamos multiplicación, debido a que la actividad a desarrollar fue diseñada de correspondencia y no encontraban los resultados analizaron que debían sumar los exponentes de los coeficientes literales.

En socialización de la actividad después de ser entregada los estudiantes manifestaron que los ejercicios fueron importantes para recordar algunos conceptos y que las actividades fueron diferentes y entretenidas. Como retroalimentación se resolvieron algunas dudas o se aclararon términos o conceptos con los que mostraban confusión.

#### **4.2 Descripción del manual: Relacionando productos notables y factorización**








El manual fue elaborado para permitir tanto a los docentes de grado octavo como a estudiantes, apoyar los procesos de aprendizaje de la factorización y los productos notables, relacionándolos como una operación inversa. Los contenidos están basados en los lineamientos curriculares orientados por el Ministerio de Educación Nacional MEN, tomando como referencia los Estándares Básicos de Competencias EBC y los Derechos Básicos de Aprendizaje

El objetivo de este manual es facilitar a través de estrategias didácticas que favorezcan el aprendizaje a partir del uso del material en concreto y las Tic, con el fin de garantizar aprendizajes significativos en los estudiantes.

El manual está compuesto por una secuencia didáctica, la cual permite tener un rigor académico para llevar a cabo el acercamiento al conocimiento y posteriormente aplicar esos

conceptos a situaciones problema, es una herramienta para apoyar la enseñanza de los temas de productos notables y factorización. Se diseñó de manera que el estudiante entendiera inicialmente el concepto de la temática que se iba a tratar, seleccionando ejemplos que fueran de fácil comprensión, ejercicios que permitieran familiarizarse con la temática y actividades interactivas sencillas de entender y acordes a lo tratado en los ejercicios desarrollados.

Adicionalmente, tiene ciertas claves (tips) que proporcionan algún consejo útil a la hora de resolver los ejercicios de la temática y desde el punto de vista de diseño proporciona elementos visuales que le ayudaran a identificar el tipo de información que va a recibir, por eso los iconos, y la información organizada en los recuadros, con párrafos cortos y muy específicos, algunos de los elementos son:

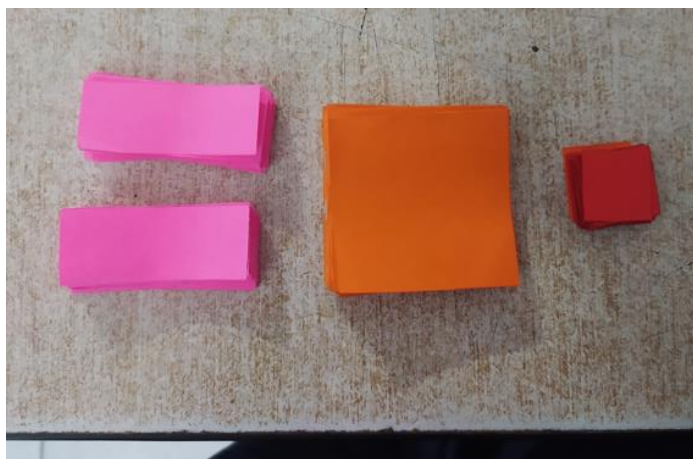
	Actividad para desarrollar de manera física, en el cuaderno o en hoja para entregar
	Actividad interactiva haciendo uso de la web
	Conceptos y formulas
	Ejemplos
	Explicación geométrica
	Tips o trucos para resolver ejercicios
	Procedimiento por pasos

### 4.3 Análisis de las actividades del manual

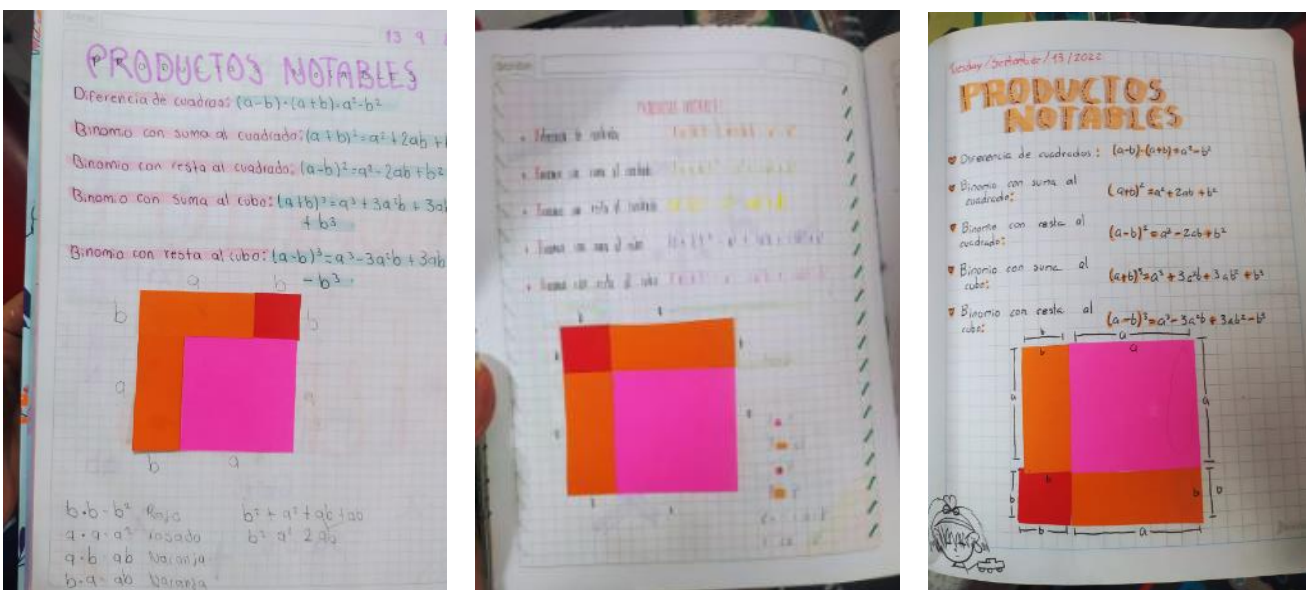
La estructura del manual está conformada por un total de 11 guías en las cuales se abordan las temáticas de productos notables, los métodos principales de factorización y su relación, cada una de estas guías de trabajo está diseñada facilitar el aprendizaje por medio de actividades interactivas y otras prácticas.

Para la sesión de introducción a productos notables, se cortaron tiras de papel iris de diferentes colores de acuerdo con cada área, en la figura 9 se puede ver que se entregaron a los estudiantes con la instrucción de realizar un cuadrado con las 4 figuras entregadas:

*Figura 11. Material de instrucción para el desarrollo gráficamente*



La gran mayoría de los estudiantes formaron el cuadrado de forma rápida, En la figura 10, se puede evidenciar el trabajo realizado por estudiantes, donde un porcentaje muy pequeño no comprendió la instrucción y dos estudiantes no lograron formar la figura:

Figura 12. Evidencia fotográfica productos notables  $(a + b)^2$ 

Se solicitó anotar las dimensiones de los lados del cuadrado de acuerdo a los colores:

Figura Roja:  $b \times b$

Figura Rosada:  $a \times a$

Figura Naranja (2):  $a \times b$

Para este proceso no se realizó instrucción con ejemplo en el tablero o se dio la indicación de en qué lado exactamente se debía colocar la medida, se dejó al estudiante inferir a partir de las dimensiones de la figura roja (fue la primera que se proporcionó) en donde se debían ubicar los rótulos de las demás figuras



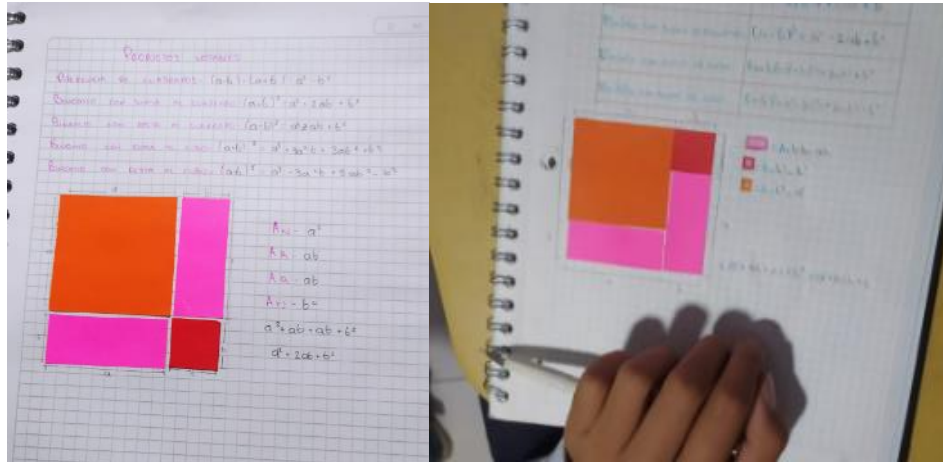


Figura Roja:  $b \times b$

Figura Naranja:  $a \times a$

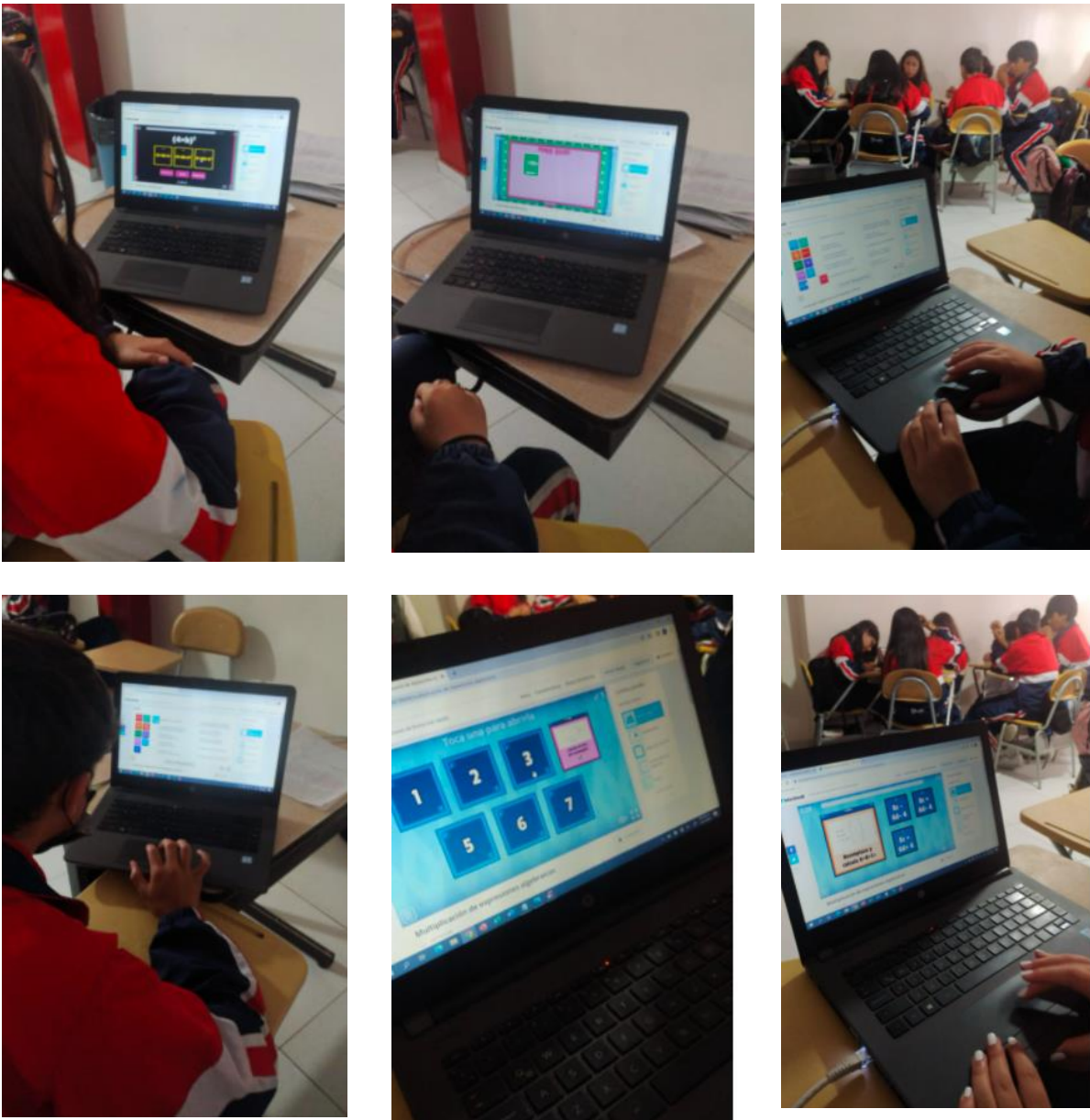
Figura Rosada (2):  $a \times b$

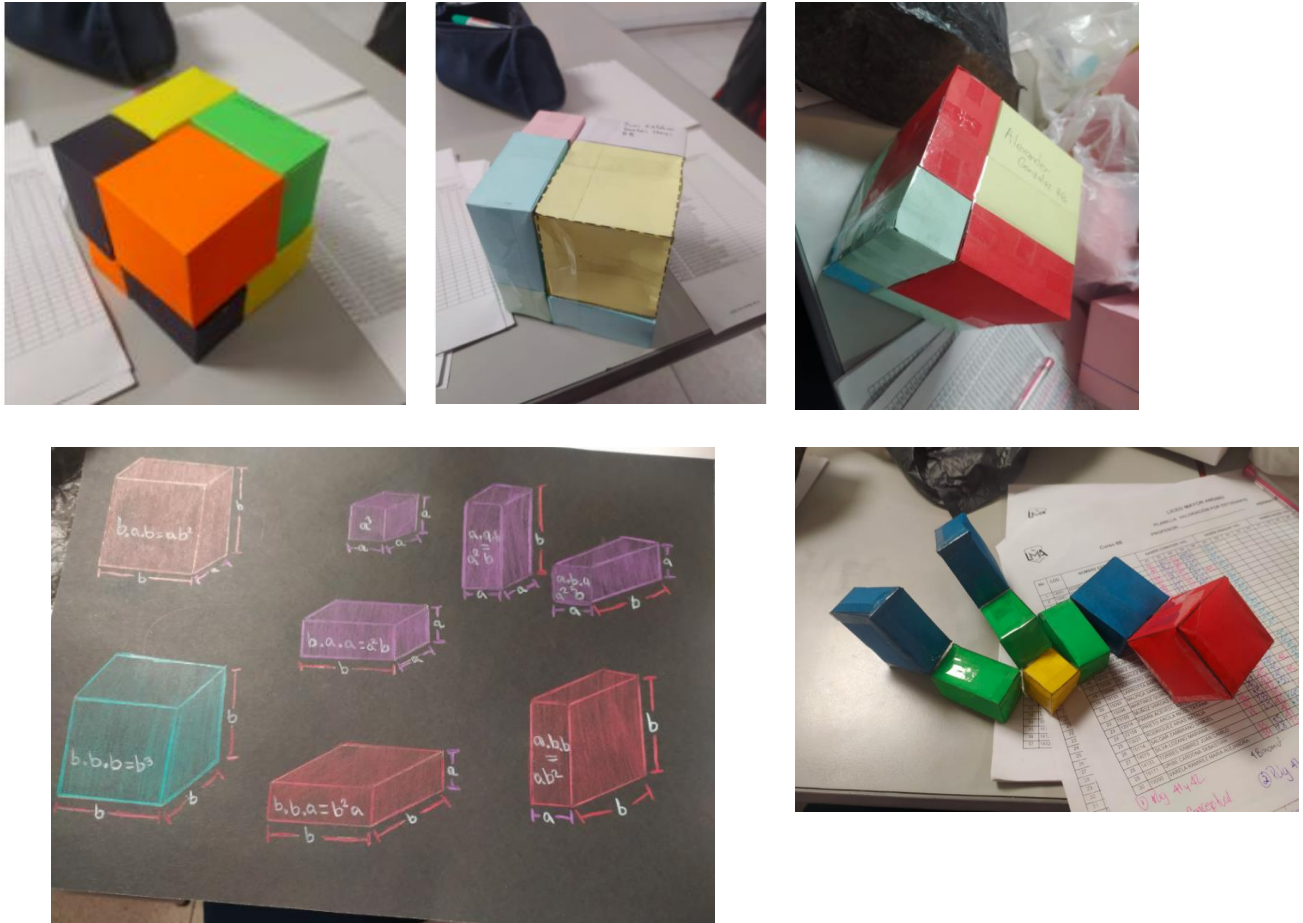
Haciendo uso de material concreto como papel iris de diferentes colores se va a realizar la explicación geométrica de algunos productos notables con la intención de que los estudiantes descubran por sí mismos que es lo que estamos representando al desarrollar ese producto notable en particular. En la figura 11 y 12, se puede observar el uso e implementación de las Tic y la



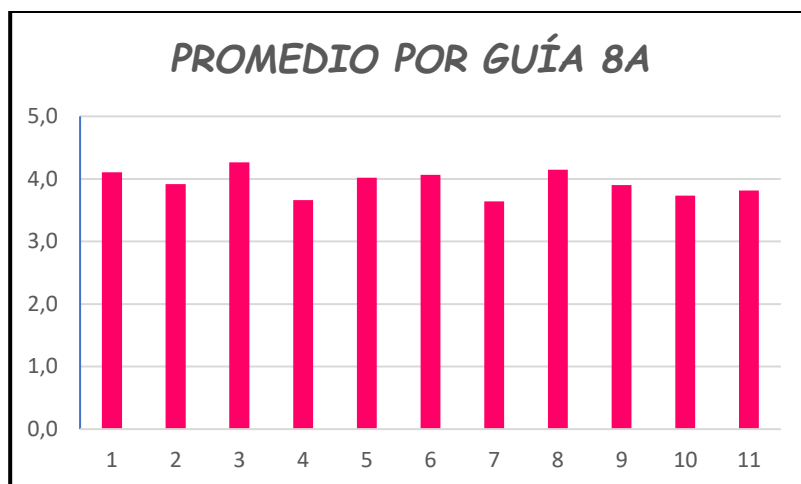
manipulación de material en concreto, lo cual permite obtener resultados satisfactorios, donde el estudiante comprende, interpreta y argumenta el aprendizaje desde los productos notables enseñados.

*Figura 13. Evidencias fotográficas del uso de recursos Tic*

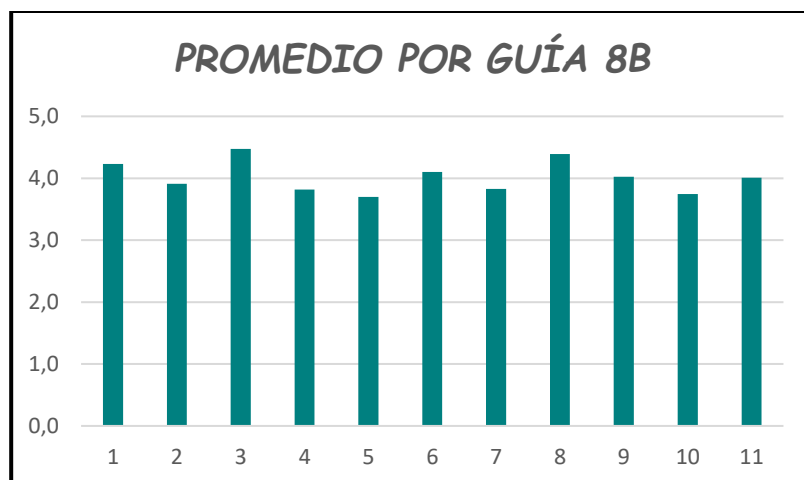


*Figura 14. Evidencias fotográficas del uso de material en concreto*

Además, se tiene la aplicación del manual y las guías que lo componen, de acuerdo a la información obtenida del proceso evaluativo de las mismas, en el siguiente gráfico se puede observar el promedio obtenido en cada guía por los estudiantes de cada curso:



En el caso del curso 8A, se observa un promedio básico en el desarrollo de las guías, sin embargo, las guías 4, 7 y 10 tienen el promedio más bajo pues la mayoría de los estudiantes alcanzó el puntaje mínimo agotando las oportunidades proporcionadas por las aplicaciones sin intentar mejorar los puntajes anteriores. Las actividades propuestas para estas guías, tienen que ver con los temas *cubo de un binomio*, en donde los estudiantes tuvieron dificultades al aplicar la regla ya que se confundían con la secuencia de los exponentes de los términos del medio y al realizar la actividad interactiva requerían de más tiempo del proporcionado por la aplicación para encontrar la respuesta correcta. En el tema *introducción a la factorización* se plantearon actividades de repaso relacionadas con descomposición en factores primos, multiplicación y repaso de productos notables, en la cual se observó que los estudiantes presentaron dificultades con la descomposición factorial y al identificar la forma general del producto notable para hallar la respuesta. En el caso de los *trinomios* se identificó que les cuesta trabajo identificar la forma general de cada trinomio para hallar su factorización.



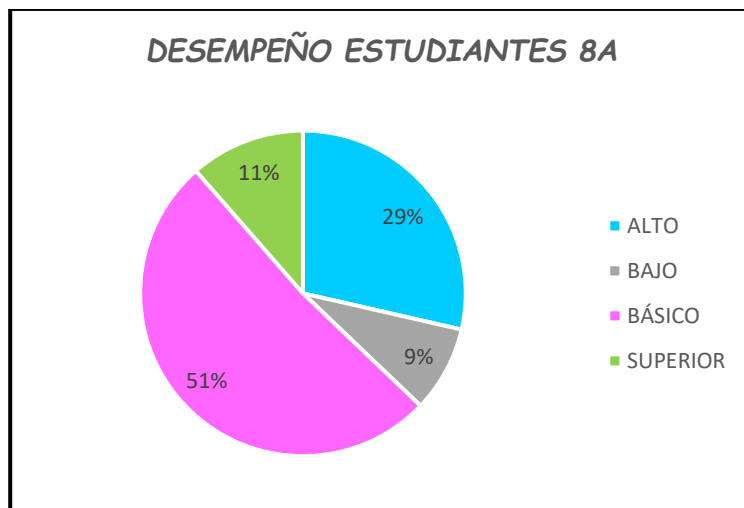
En el mismo estudio de promedio por guía, para el curso 8B se observan promedios básicos tendiendo a altos en la mayoría de las guías, en el caso de las guías 1, 3, 6 y 8 la mayoría de los estudiantes alcanzaron un promedio alto en el desarrollo de las mismas pues se esforzaron notablemente por mejorar los puntajes obtenidos en cada uno de los intentos.

Por último, en el análisis de la relación de los productos notables y la factorización (guía 11) se observó que tuvieron algunas dificultades a la hora de relacionar el método de factorización con su respectivo producto notable ya que se debe hacer uso de mas de una regla para solucionar un solo ejercicio de factorización.

De acuerdo a lo anterior, es preciso determinar el desempeño de los estudiantes por curso de una manera cualitativa como parte de los estándares de evaluación de la institución educativa obteniendo los siguientes resultados:

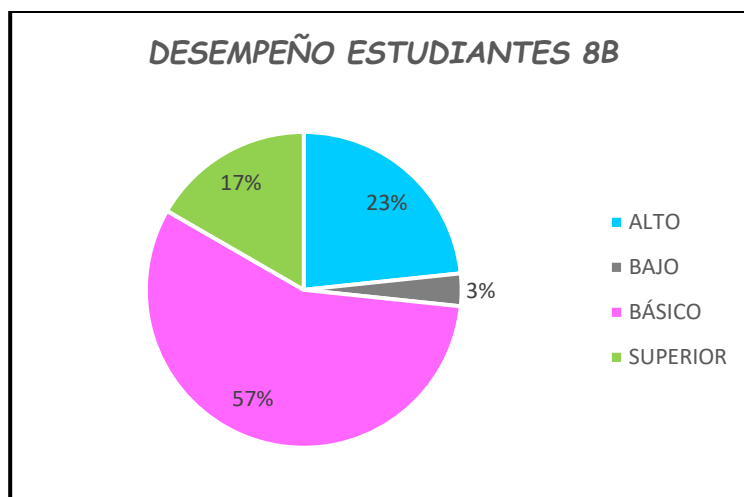
Etiquetas de fila	Cuenta de DESEMPEÑO
ALTO	10
BAJO	3
BÁSICO	18
SUPERIOR	4
<b>Total general</b>	<b>35</b>

Datos a partir de los cuales se genera la siguiente gráfica:



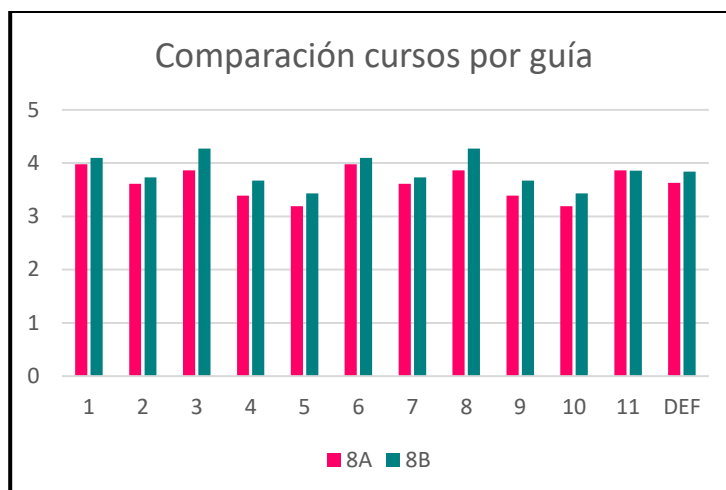
De esta manera se puede observar que en el curso 8A aproximadamente la mitad de los estudiantes se encuentra en un nivel básico, lo que da cuenta de la capacidad de trabajo de los estudiantes, pero hace falta un poco más de compromiso o esfuerzo para mejorar y no conformarse con la valoración mínima de aprobación. También, la cantidad de estudiantes en nivel alto es mínima con respecto a los integrantes del curso y es similar al porcentaje del nivel bajo; aun así, estos niveles de desempeño se consideran satisfactorios para la institución de acuerdo a los parámetros de rendimiento mínimos esperados por las directivas.

Etiquetas de fila ▾	Cuenta de DESEMPEÑO
ALTO	7
BAJO	1
BÁSICO	17
SUPERIOR	5
<b>Total general</b>	<b>30</b>



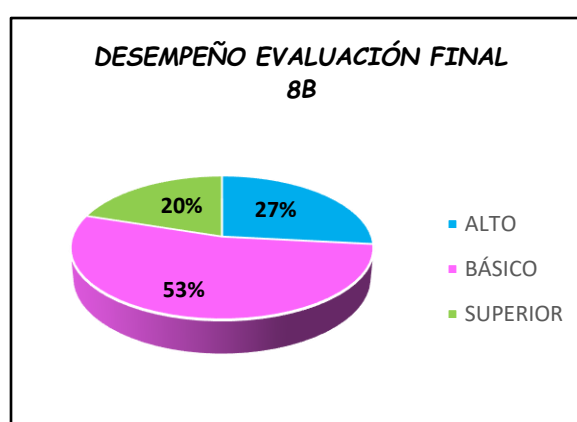
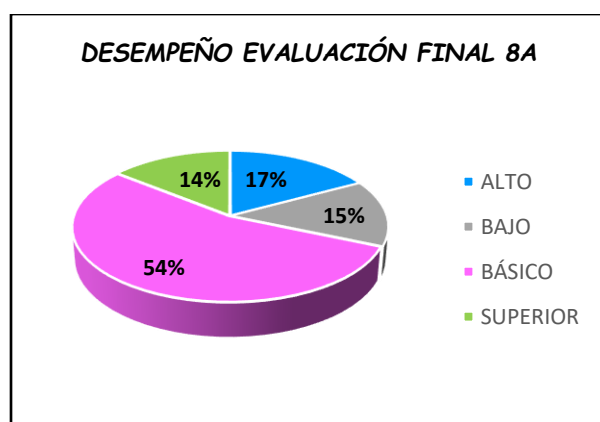
En cuanto al desempeño de los estudiantes del curso 8B un poco más de la mitad de los niños encuentran en un nivel básico, de igual manera se identifica en parte el interés de los estudiantes por el proceso valorativo y no tanto la intención de mejorar su desempeño. Con respecto al otro curso hay una cantidad más considerable en nivel alto y nivel superior y una minoría de los estudiantes en un nivel bajo, se consideran entonces a ellos casos particulares que por razones diferentes presentan este nivel de desempeño

Los análisis estadísticos comparativos realizados muestran que en los dos cursos se observan similitudes con respecto al desempeño y no se encuentran diferencias significativas en la valoración de las actividades, de manera que no hay una variación importante que amerite ser considerada para realizar actividades de refuerzo en algunas de las temáticas puntualmente porque el rendimiento corresponde al rendimiento académico típico de los estudiantes de octavo grado para esta institución como se puede apreciar en la siguiente gráfica:



#### 4.4 Análisis de evaluación final

La evaluación final de forma escrita como lo indican los parámetros de la institución para el área de matemáticas se realizó de manera conjunta para todo el nivel de octavo, de acuerdo al análisis estadístico y a lo que se observó en la revisión los estudiantes de grado 8B tuvieron un mejor desempeño general promedio con un nivel alto, mientras que el curso 8A tiene un desempeño general promedio nivel básico.



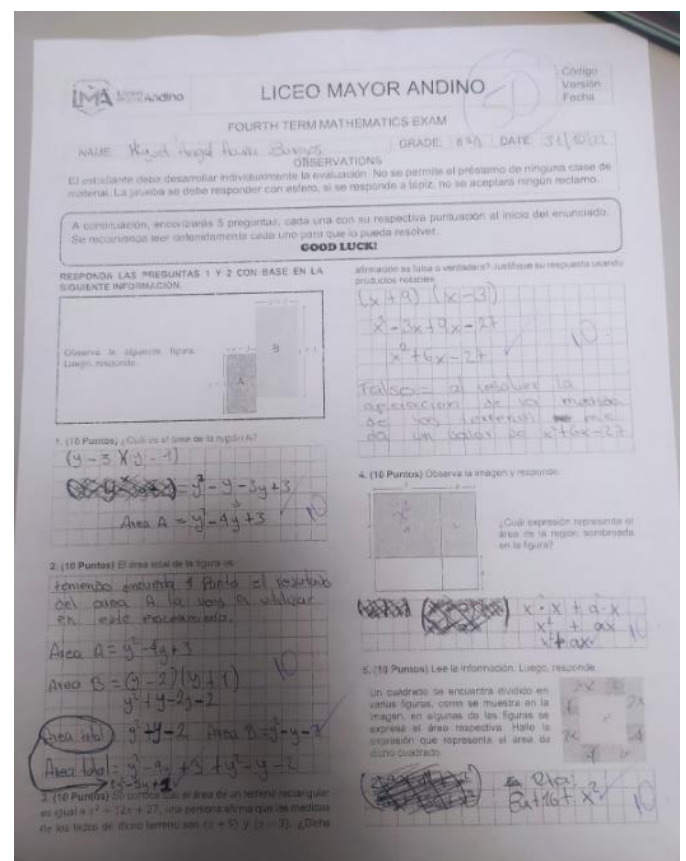
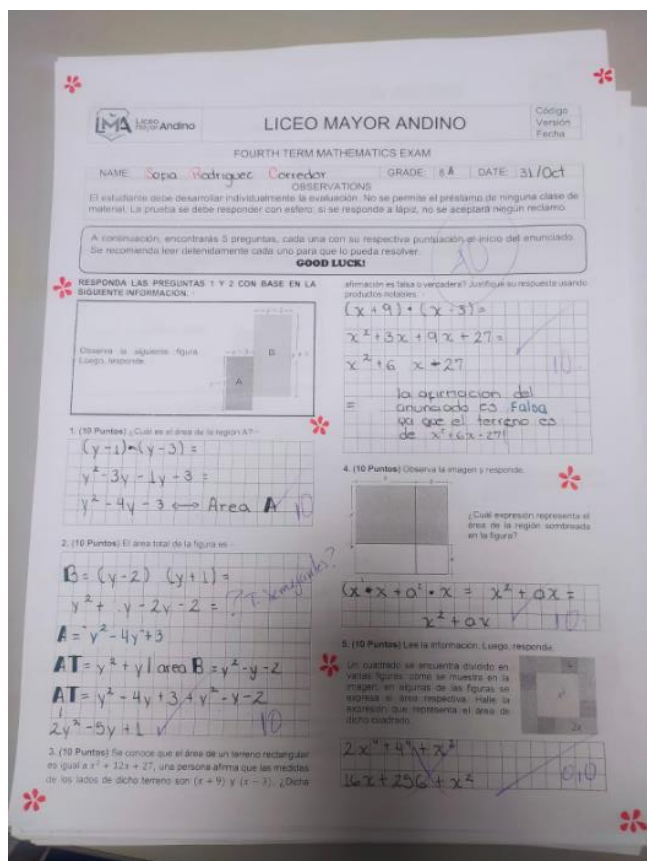
Los valores obtenidos con los datos de la valoración cuantitativa, deben verse reflejados en el rango de nivel de desempeño para identificar el nivel de cada estudiante y del curso en general, de manera que en cuanto al nivel de desempeño básico en los dos cursos se observa que



tienen un rango similar, pero en los niveles de desempeño posteriores varía de manera notoria los porcentajes de estudiantes que en su evaluación alcanzaron un desempeño alto y superior. Por otra parte en nivel bajo solo se ubicaron estudiantes del curso 8A, por lo que según el manual de convivencia de la institución fue necesario que presentaran actividades de recuperación de esta actividad evaluativa quienes por promedio general no lograran alcanzar el mínimo para aprobar la asignatura.

Las actividades de recuperación se realizaron con actividades del manual por petición de los estudiantes del curso y aprobación del coordinador académico.

Figura 15. Examen final





#### **4.5 Análisis de validación cuestionario**

*Pregunta 1. ¿Las actividades desarrolladas con el material en concreto, le permiten comprender mejor los contenidos temáticos expuestos por la docente?*

Para la pregunta numero uno, los estudiantes manifestaron agrado por las actividades desarrolladas y las estrategias con el material concreto, pues afirman que les ayuda a comprender mejor y es una manera distinta de abordar los temas.

*2. ¿Las actividades desarrolladas con recursos Tic, le permiten comprender mejor los contenidos temáticos expuestos por la docente y su forma de evaluarlo?*

La pregunta sobre las actividades TIC genero bastante participación ya que los estudiantes consideran que son formas de salir de la rutina, ya que están aprendiendo mientras están jugando, algunos sugieren que las actividades no tengan un tiempo límite, mientras que otros afirman que es una manera divertida de trabajar porque les exige pensar de manera rápida.

*3. ¿Qué aprendizaje le ha generado esta experiencia a partir de la relación de los temas de productos notables y factorización?*

Esta pregunta fue necesario repetirla algunas veces, algunos estudiantes comentaron que se les hace muy difícil a pesar de que entendieron todos los temas, pero otros niños aseguran haber aprendido a seguir las reglas para la solución de una problema y además llenaron vacíos conceptuales que tenían con respecto a operaciones con exponentes, radicales y descomposición en factores primos.

*4. ¿Los recursos utilizados por la docente en el instrumento fueron fáciles de comprender y de manipular?*

En cuanto a los recursos manifiestan que el manual es visualmente agradable y las explicaciones y ejemplos eran entendibles pues se observaba por medio de video beam, pero

sugieren para una nueva oportunidad poder usar la sala de sistemas o tener mas equipos para poder realizar las actividades, pues ellos querían participar en los juegos y a veces debían esperar su turno un tiempo considerable.

*5. ¿Los ejemplos y las explicaciones propuestas en el manual facilitan la resolución de las actividades propuestas?*

Consideran que muchas veces no quedaban dudas puesto que los ejemplos y las explicaciones por ejemplo de las reglas eran muy claras y los ejemplos complementaban de manera precisa las explicaciones. Al momento de realizar las actividades se sentían motivados pues algunas veces lo realizaban sin ayuda.

*6. ¿Considera que la metodología implementada para abordar las temáticas de productos notables y factorización despertaron su interés hacia el aprendizaje de los temas vistos?*

La mayoría de los estudiantes respondió que les gustó la metodología implementada pues es diferente a lo que se trabaja comúnmente que es realizar solo ejercicios y talleres, argumentan que se sienten cansados del uso del texto físico y que con esas estrategias les gusta participar más en la clase ya que pueden interactuar con las aplicaciones y competir entre ellos con los puntajes.

*7. ¿Le gustaría que en otras temáticas de la asignatura se implementaran estas estrategias de enseñanza?*

Están de acuerdo y les gustaría que se implementaran en todos los temas, pero son conscientes de que no es una idea viable pues no hay suficientes equipos para realizar las actividades y esta situación puede generar dificultades en las clases por falta de herramientas tecnológicas.

## 5. Conclusiones

De acuerdo a la investigación preliminar, los estudiantes muestran dificultades importantes en el estudio de los casos de factorización y productos notables principalmente por las estrategias de enseñanza proporcionadas por los docentes dentro del marco didáctico impuesto por las instituciones educativas en su PEI o también por las mallas curriculares que se diseñan y modifican todos los años. Sin embargo, cualquier variación en la didáctica de estos temas es aceptado por los estudiantes.

Para implementar la estrategia que se propone en esta investigación se hizo necesario realizar un repaso completo de todos los temas en matemáticas desde primaria, este requerimiento como se mencionó en otros capítulos se hizo necesario teniendo en cuenta que el año de aplicación del proyecto fue el primer año de presencialidad en todo el territorio nacional con respecto a educación y otros ámbitos, de manera que los estudiantes habían olvidado muchos procesos aritméticos necesarios para abordar temas de factorización. Fue necesario implementar algunas guías de repaso y de apoyo para los estudiantes con más dificultades.

El uso del material concreto y de las estrategias en línea para el estudio de los productos notables y factorización tuvo una respuesta muy positiva por parte de los estudiantes ya que se veían más interesados en los temas y en comprender las reglas de operación de cada uno de los productos y casos para no equivocarse en los juegos propuestos en la etapa de ejercitación.

Teniendo en cuenta el periodo de virtualidad y los recesos escolares se hizo necesario realizar más de una actividad de repaso antes de abordar los temas de productos notables y factorización pues desde la semana de diagnóstico al inicio del año se evidenciaron dificultades importantes en los saberes previos de los niños.

Sin embargo, los estudiantes mostraron motivación frente a las actividades del manual ya que estaban familiarizados con el uso de plataformas interactivas y los mismos estudiantes generaron un ambiente competitivo entre ellos lo cual favorecía la elaboración adecuada de las actividades de la fase de entrenamiento.

Del mismo modo es importante para la aplicación del manual manejar cuidadosamente los tiempos pues para las últimas guías estos espacios se vieron afectados por las actividades de cierre del año escolar, de manera que es posible que por esta razón el desempeño obtenido en la elaboración de estas guías fue un nivel básico.

De manera general en los dos cursos se observó dificultad al relacionar los productos notables y la factorización ya que los procesos cognitivos de asociación entre los conceptos y su aplicación se limitan y no son conscientes de la aplicación de dos conceptos distintos aplicados a un mismo problema.

## **5.1 respuesta a la pregunta central**

¿Cómo diseñar una estrategia didáctica que facilite el aprendizaje de los productos notables y su relación con la factorización a través de uso de las Tic y material en concreto a estudiantes del grado 8°?

### **5.1.1 Respuesta a las preguntas auxiliares**

¿Cómo un estudiante relaciona conceptos de un producto notable gráficamente?

Cuando los estudiantes trabajan material concreto o representaciones geométricas para relacionar los conceptos de los productos notables se está facilitando el conocimiento al estudiante ya que estas estrategias permiten hacer de manera más adecuada y sencilla para ellos

la relación entre el pensamiento geométrico-métrico y variacional pues cuando comprenden de manera visual la representación de cada producto notable cambia la percepción de la regla y la solución de los ejercicios. La relación geométrica con el área y el volumen, por ejemplo, es una forma visual de que ellos comprendan la forma de la regla y de manera lógica puedan sugerir una respuesta en términos de esa magnitud.

¿De qué manera los estudiantes identifican e interpretan situaciones reales que involucren procedimientos matemáticos de productos notables?

¿Cuál es la evolución de los estudiantes al momento de relacionar los productos notables con la factorización?

La relación entre los productos notables y la factorización para los estudiantes se entiende de diferentes maneras, como un proceso inverso, una forma de comprobación, una regla de asociación, etc. Cuando se inicia con los temas de factorización como tal, los estudiantes relacionan de manera satisfactoria los casos de factorización con los productos notables cuando son evidentes y sencillos, pero mostraron dificultades cuando se requería la aplicación de varios desarrollos en un solo ejercicio por lo que fue necesario incluir una tabla de productos notables y factorización en la que ellos pudieran inicialmente buscar el caso o la regla correspondiente a los resultados obtenidos.

Después de algunos ejemplos y actividades de entrenamiento algunos estudiantes lograban identificar de manera rápida el producto notable que debía aplicarse al proceso sin revisar la tabla.

### Referencias Bibliográficas

- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1(1-10), 1-10.
- Borrero Forero, O. F. (2020). Análisis del nivel de calidad educativo en Colombia, a partir de los resultados de las pruebas PISA en el periodo 2012-2018.
- Cobos, L. F. G., Vivas, Á. M., & Jaramillo, E. S. (2018). El aprendizaje significativo y su relación con los estilos de aprendizaje. In *Revista Anales* (Vol. 1, No. 376, pp. 231-248).
- D'Amore, B., Laborde, C., Romero, L. R., Puga, A. B., Brousseau, G., & Pinilla, M. I. F. (2006). *Didáctica de la matemática*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- D'amore, B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. *Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática)*, 17(1), 87-106.
- Gómez Segura, E. (2022). Estrategias didácticas en la enseñanza de los productos notables y la factorización en la telesecundaria. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 12(24).
- Mato-Vázquez, D., Espiñeira, E., & López-Chao, V. A. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. *Perfiles educativos*, 39(158), 91-111.
- Monge, M., Dávila, H. O., Aguilar, I. G., & Solano, K. S. (2013). Factores metodológicos en la enseñanza-aprendizaje de los casos de factorización. *Universidad y Ciencia, UNAN-Managua*, 7(11).
- Moreira, M. A. (2017). Aprendizaje significativo como un referente para la organización de la enseñanza. *Archivos de Ciencias de la Educación*, 11(12).

- Olave, T. M., & Curicó, L. L. C. M. (2008). Dificultades en la práctica de productos notables y factorización. *Revista del Instituto de Matemática y Física. Año, 11(15)*.
- Ospina Sepulveda, M. E. (2015). Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM. *Facultad de Ciencias*.
- Quiroga Ariza, H. H. (2018). Estrategias para potenciar el aprendizaje significativo en los casos de productos notables, cocientes notables y factorización en los estudiantes de octavo grado del colegio cooperativo de san gil.
- Ramírez Viatela, K. J., & Medina, A. F. (2017). *Recursos Didácticos Para Afianzar Los Casos De Factorización* (Doctoral dissertation, UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA).
- Rivera, E. M. C., Puente, S. M., & Calderón, L. A. R. (2020). Diseño y aplicación de estrategias metacognitivas para mejorar la comprensión lectora en estudiantes de secundaria. *Ciencias Sociales y Educación, 9(17)*, 203-231.
- Sánchez, M. J., Fernández, M., & Diaz, J. C. (2021). Técnicas e instrumentos de recolección de información: análisis y procesamiento realizado por el investigador cualitativo. *Revista científica UISRAEL, 8(1)*, 107-121.
- Triana Cordero, W. A. (2017). Una propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje de algunos casos de factorización mediante el uso de herramientas TICS. *Facultad de Ciencias Humanas*.
- Villalonga, P., González, S. E., Marcilla, M., Mercáu, S., & Holgado, L. (2012). Material curricular: actividades para promover la metacognición y la autorregulación del aprendizaje del cálculo.

Villarraga Tovar, M. A., Garzón Moya, D. B., & Rodríguez García, J. R. (2019). Efectividad en el uso de herramientas que favorezcan el aprendizaje del álgebra en los estudiantes de grado octavo II de la Institución Educativa Departamental Atanasio Girardot del municipio de Girardot, Cundinamarca, Colombia a través de la utilización de juegos de conocimiento diseñados en ambientes tecnológicos.



## Apéndices

### Apéndice A. Guía diagnóstica

#### SECUENCIA DIDACTICA SABERES PREVIOS PRODUCTOS NOTABLES

**Asignatura:** Matemáticas

**Unidad temática:** Conceptos previos productos notables

**Tema general:** Productos notables

**Contenidos:** Lenguaje algebraico-Suma, resta y multiplicación de términos semejantes-ley de signos-potenciación.

**Duración:** 2 sesiones 90 minutos

**Nombre del docente:** Nathalia Ramírez Amaya

#### Objetivos:

- Realizar un diagnóstico de los conocimientos previos de los estudiantes sobre las temáticas vistas.
- Detectar las falencias de los estudiantes en temas específicos y reforzarlos para evitar dificultades en el tema.
- Repasar los conceptos necesarios para iniciar el tema de productos notables.

#### Orientaciones generales para la evaluación:

En esta secuencia didáctica reforzaremos algunos conceptos que son clave para el tema de productos notables.

Se deben leer muy bien las instrucciones, las explicaciones y usar como guía los ejemplos propuestos en cada punto.

Al final encontrarán una serie de actividades que con las que evaluaremos los presaberes y nos ayudarán a saber si estamos listos para iniciar el tema.

**Introducción:**

El algebra es un ejercicio mental, pues abre la mente, encuadra el pensamiento y ejercita el cerebro para poder resolver problemas de cualquier índole en nuestra vida cotidiana como algoritmos con pasos a seguir y analizar a detalle cualquier situación, haciendo lo complicado más simple.

**Actividad inicial**

1. Observa la siguiente imagen y responde:



- ¿Podemos sumar todas las frutas de la imagen? Explica
- ¿Cómo sumarias las frutas de la imagen?

2. Reconoce los elementos de un término algebraico y escríbelos en las casillas de acuerdo al ejemplo:

Término	Coficiente numérico	Coficiente literal	Grado (exponente)
1) $-6m^4$	-6	$m^4$	4
2) $-156a^8$			
3) $0,16m^{23}$			
4) $\frac{5x^7}{3}$			

**Actividades de desarrollo:**

Las expresiones algebraicas combinan números y letras con las operaciones aritméticas para representar situaciones generales, que se particularizan a casos concretos al asignar valores numéricos a las letras.

Diagrama de la expresión algebraica  $X + 4X \cdot 2^2 - (3/X)$  con etiquetas de sus partes:

- variable:  $X$
- coeficiente:  $4$
- exponente:  $2$
- operadores:  $+$ ,  $\cdot$ ,  $-$ ,  $/$
- paréntesis:  $( )$

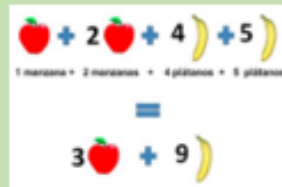
3. Une con una línea cada frase con su representación algebraica:

$x \cdot y$	La mitad de un número
$x + 3y$	La suma de dos número diferentes
$x - y$	La cuarta parte de un número
$2x$	El doble de un número
$x / 4$	la diferencia entre dos números
$x \cdot y$	El producto entre dos números
$x/2$	Un número más el triple de otro número

**solamente los términos semejantes se pueden sumar o restar**

Los términos semejantes tienen exactamente la misma parte literal, es decir las mismas letras incluidos los exponentes.

- Para realizar las operaciones primero se agrupan los términos semejantes.
- Después se suman o restan los coeficientes (parte numérica)
- Por último, se escribe la parte literal, anteponiendo el signo resultante.



2. Encuentra los términos semejantes y reduce la expresión, observa el ejemplo:

Expresión algebraica	Reducción
1) $2m - 5n + 6m - m + 11n$	$7m + 6n$
2) $3a^2 + 5a - 8a^2 - 11a + a^2 + 6a$	
3) $x^4y^3 + x^3y^4 - 3xy + 5xy - 4xy$	
4) $ab + mn - 11ab - 11mn + a - b + m - n$	
5) $\frac{h}{4} + \frac{2k}{3} - \frac{3h}{4} + 1 - \frac{5k}{6} - \frac{7}{2}$	

Para multiplicar términos semejantes se deben tener en cuenta los signos y se deben realizar operaciones básicas de suma y resta como lo vimos anteriormente, seguimos los siguientes pasos:

- Multiplicar los signos
- Multiplicar las coeficiente o números.
- Multiplicar la parte literal sumando sus exponentes. Si una letra no tiene exponente, su exponente es uno.
- Se simplifica, si nos quedan términos semejantes.

	SIGNO	SIGNO	RESULTADO
SIGNOS IGUALES	+	+	+
	-	-	+
SIGNOS DIFERENTES	+	-	-
	-	+	-

$$3x(4x + 7y) = 12x^2 + 21xy$$

$$5b(2a + 3b) = 10ab + 15b^2$$

3. Colorea del mismo color las expresiones con el resultado correspondiente:

$(5x)(-3x)(-6x^4) =$	$150x^5y^4$
$(6a^2)(a^2)(4a^3) =$	$150x^7y^9$
$(-7x^4)(-9xy)(-3x^2y^5) =$	$180a^5b^6$
$(5ab^2)(-12ab)(-3a^2b^2) =$	$90x^6$
$(3x^2y^3)(-5xy)(-10x^2) =$	$24a^6$
$(7x^2)(-9x^2y^2)(3x^2y^2) =$	$-90x^{10}$
$(-5x)(-3x^9)(-6x^4) =$	$24a^{11}$
$(-3x^2y^3)(-5x^2y^4)(10x^2y^2) =$	$180a^5b^5$
$(5a^2b^3)(12a^3b^2)(3b) =$	$-189x^7y^6$
$(-6a^3)(a^2)(-4a) =$	$-189x^7y^5$

Actividades de Cierre:

- Selecciona la expresión que corresponde al enunciado

El triple de un número menos 2	$3x - 2$	$x^3 - 2$	$3(x - 2)$
El triple de un número	$3x$	$x^3$	$x/3$
La suma de dos números consecutivos impares	$(2x+1) + (2x+3)$	$x + (x+1)$	$2x + (2x+1)$
Un número par	$x + 2$	$2x$	$x^2$
El doble de la suma de un número más 2	$2x + 2$	$x + 2$	$2(x+2)$
El cuádruplo de un número	$4x$	$x^4$	$x/4$
Un número impar	$2x$	$2x + 1$	$x - 1$
La suma de dos números consecutivos pares	$2x + (2x+2)$	$2x + 2$	$2x + y$
Un tercio de un número	$3x$	$x^3$	$x/3$

- Realiza las siguientes operaciones entre monomios

$3x + 2x =$	<input type="text"/>	$4x + x =$	<input type="text"/>	$5x + 6x =$	<input type="text"/>
$8x + 9x =$	<input type="text"/>	$3x^2 + 2x^2 =$	<input type="text"/>	$5x^2 + 4x^2 =$	<input type="text"/>
$6x + 2x + 5x =$	<input type="text"/>	$3x + 2x + x =$	<input type="text"/>	$4x + 8x + 2x =$	<input type="text"/>
$6x - 3x =$	<input type="text"/>	$8x - 5x =$	<input type="text"/>	$11x - x =$	<input type="text"/>
$5x - 8x =$	<input type="text"/>	$9x - 6x =$	<input type="text"/>	$3x - 5x =$	<input type="text"/>
$4x^2 - 9x^2 =$	<input type="text"/>	$7x^2 - 10x^2 =$	<input type="text"/>	$x^2 - 5x^2 =$	<input type="text"/>
$3x + 6x - 4x =$	<input type="text"/>	$2x - 5x - 4x =$	<input type="text"/>	$x - 3x - 4x =$	<input type="text"/>
$2x^2 + 5x^2 =$	<input type="text"/>	$3x \cdot 4x^2 =$	<input type="text"/>	$5x \cdot 3x^4 =$	<input type="text"/>
$4a^3 \cdot 5a^3 =$	<input type="text"/>	$3a^4 \cdot 6a^2 =$	<input type="text"/>	$2b^4 \cdot 3b^4 =$	<input type="text"/>

Apéndice B. Manual: Relacionando productos notables y factorización

[https://drive.google.com/file/d/1GZuap3vUBgglTj127zn-tO98S3yZjeBN/view?usp=share\\_link](https://drive.google.com/file/d/1GZuap3vUBgglTj127zn-tO98S3yZjeBN/view?usp=share_link)





## Apéndice C.

## Cuestionario de validación

A través de este cuestionario, se preguntó a unos estudiantes del aula, que opinión tuvieron sobre el trabajo realizado sobre las estrategias usadas y empleadas en el diseño de las actividades del manual, con el uso de herramientas Tic y material en concreto

## Test de validación del instrumento

A continuación encontrarán una serie de preguntas sobre las actividades y clases realizadas, por favor respondan desde su punto de vista y de manera objetiva las siguientes preguntas.

 [nathalia.ramirez@ucm.edu.co](mailto:nathalia.ramirez@ucm.edu.co) (no compartidos)   
[Cambiar de cuenta](#)

1. ¿Las actividades desarrolladas con el material en concreto, le permiten comprender mejor los contenidos temáticos expuestos por la docente?

Tu respuesta \_\_\_\_\_

2. ¿Las actividades desarrolladas con recursos Tic, le permiten comprender mejor los contenidos temáticos expuestos por la docente y su forma de evaluarlo?

Tu respuesta \_\_\_\_\_



3. ¿Qué aprendizaje le ha generado esta experiencia a partir de la relación de los temas de productos notables y factorización?

Tu respuesta

---

4. ¿Los recursos utilizados por la docente en el instrumento fueron fáciles de comprender y de manipular?

Tu respuesta

---

5. ¿Los ejemplos y las explicaciones propuestas en el manual facilitan la resolución de las actividades propuestas?

Tu respuesta

---

6. ¿Considera que la metodología implementada para abordar las temáticas de productos notables y factorización despertaron su interés hacia el aprendizaje de los temas vistos?

Tu respuesta

---

7. ¿Le gustaría que en otras temáticas de la asignatura se implementaran estas estrategias de enseñanza?

Tu respuesta

---

Enviar

Borrar formulario

Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.

Este formulario se creó en Universidad Católica de Manizales. [Notificar uso inadecuado](#)

Google Formularios

## Apéndice D.

## Consentimiento informado

Bogotá, septiembre de 2022

Señores

**PADRES DE FAMILIA**

Liceo Mayor Andino

Reciban un cordial saludo,

Por medio de la presente me permito solicitar su autorización y consentimiento para la participación de su hijo(a) en el proyecto de investigación llamado *Enseñanza de los productos notables en relación con la factorización a través de uso de las Tic*, a cargo de la docente del Liceo Mayor Andino Nathalia Ramírez Amaya.

El objetivo de esta investigación es: *Diseñar métodos de enseñanza de los productos notables en relación con la factorización a través de uso de las Tic*, se aplicarán diferentes actividades que buscan mejorar la comprensión de la factorización por parte de los estudiantes de grado octavo.

Agradezco su atención,

---

Nathalia Ramírez Amaya  
Docente e investigadora  
Liceo Mayor Andino

---

**CONSENTIMIENTO INFORMADO**

Yo: \_\_\_\_\_, identificado(a) con la cédula de ciudadanía número \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_, en calidad de padre de familia o tutor legal autorizo a mi hijo(a) la participación en el proyecto de investigación *Enseñanza de los productos notables en relación con la factorización a través de uso de las Tic*.

Nombre: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

CC: \_\_\_\_\_



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

VIGILADA MINEDUCACIÓN

*Obra de Iglesia  
de la Congregación*



Hermanas de la Caridad  
*Dominicas de La Presentación*  
de la Santísima Virgen

*Universidad Católica de Manizales*  
Carrera 23 # 60-63 Av. Santander / Manizales - Colombia  
PBX (6)8 93 30 50 - [www.ucm.edu.co](http://www.ucm.edu.co)