



LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

**ESTUDIO DE LA FUNCIÓN LINEAL EN  
LA MODELACIÓN DE SITUACIONES  
PROBLEMA A TRAVÉS DEL  
SOFTWARE GEOGEBRA**

EDWER NEIL ALZATE LONDOÑO



Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

VIGILADA MINEDUCACIÓN

*Obra de Iglesia  
de la Congregación*



Hermanas de la Caridad  
*Dominicas de La Presentación*  
de la Santísima Virgen

Estudio De La Función Lineal En La Modelación De Situaciones Problema A Través Del  
Software Geogebra En El Grado Clei Cinco De La Institución Educativa Rafael Uribe Uribe De  
La Pintada, Antioquia

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título licenciatura en matemáticas y  
Física

Autor:

Edwer Neil Alzate Londoño

Asesora:

Mg. Paula Andrea Osorio Gutiérrez<sup>1</sup>

Universidad Católica de Manizales

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas y Física

Manizales

2023

---

<sup>1</sup> ORCID 0000-0003-4824-0292

## **Dedicatoria**

**“A la persona más luchadora y fuerte que puedo conocer: yo”**

## Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi profundo agradecimiento a Dios, por iluminar cada paso de este camino académico y brindarme la motivación necesaria para superar cada desafío.

En segundo lugar, mi reconocimiento especial se dirige a dos pilares fundamentales en mi vida: mi querida madre, M<sup>o</sup> Lucelia Londoño, y mi hermano, Eric Alzate. Su apoyo incondicional, amor constante y aliento han sido mi fuerza motriz a lo largo de este viaje. Cada logro alcanzado es también su logro, y por eso les estoy eternamente agradecido.

No puedo pasar por alto la invaluable contribución de mi tutora, Paula Andrea Osorio. Su guía experta, paciencia infinita y dedicación han sido elementos clave en el desarrollo y éxito de este trabajo. Agradezco sinceramente su compromiso y orientación, que han enriquecido significativamente mi experiencia académica.

A todas las personas que, de una manera u otra, han formado parte de este proceso, les extiendo mi gratitud. Este logro no habría sido posible sin el respaldo de cada uno de ustedes.

## **Resumen**

La importancia de este tema radica en la demostración de cómo aplicaciones como GeoGebra pueden enriquecer el proceso de aprendizaje de los estudiantes, proporcionando a los docentes una valiosa alternativa didáctica para la enseñanza. Esto se traduce en un avance significativo en la calidad de la educación. Esta investigación tiene como propósito es fortalecer el estudio de la función lineal como herramienta para modelar situaciones problemáticas a través del software GeoGebra. El diseño metodológico adoptado se basa en un enfoque de aprendizaje activo, donde los estudiantes interactúan directamente con la aplicación GeoGebra.

Los resultados obtenidos revelaron un notorio mejoramiento tanto en las calificaciones de los estudiantes como en su comprensión de los conceptos relacionados con funciones lineales. Este avance se evidenció claramente a través de los talleres implementados en el proceso de enseñanza. Los hallazgos de la investigación indican la necesidad de que la institución brinde capacitaciones a los docentes para que estén más preparados en la utilización de herramientas como GeoGebra. Además, se recomienda que se realice una inversión en instalaciones adecuadas, lo que permitirá a los estudiantes contar con un entorno propicio para un aprendizaje más efectivo y significativo. Estas medidas contribuirán a mejorar la calidad de la educación en la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe y a fortalecer la comprensión de conceptos fundamentales como las funciones lineales.

**Palabras claves:** Enseñanza función lineal, Aprendizaje Activo, Modelación, GeoGebra

## **Abstract**

The importance of this topic lies in demonstrating how applications such as GeoGebra can enrich the student's learning process, providing teachers with a valuable didactic alternative for teaching. This translates into significant progress in the quality of education. This research aims to strengthen the study of the linear function as a tool to model problematic situations through the GeoGebra software. The methodological design adopted is based on an active learning approach, where students interact directly with the GeoGebra application.

The results revealed a notable improvement in the student's grades and their understanding of the concepts related to linear functions. This progress was evident through the workshops implemented in the teaching process. The research findings indicate the need for the institution to train teachers to be more prepared to use tools such as GeoGebra. In addition, it is recommended that an investment be made in adequate facilities, allowing students to have an environment conducive to more effective and meaningful learning. These measures will improve the quality of education at the Rafael Uribe Uribe Educational Institution and strengthen the understanding of fundamental concepts such as linear functions.

**Keywords:** Lineal function teaching, Activity learning, Modeling, GeoGebra

## Tabla de Contenidos

Resumen.....	4
Introducción .....	10
1. Formulación del Problema .....	11
1.2 Justificación.....	12
1.3 Objetivos .....	13
1.4 Delimitación del problema .....	14
2. Marco Referencial .....	16
2.1 Marco de Antecedentes .....	16
2.1.1 Antecedentes internacionales.....	16
2.1.2 Antecedentes Nacionales .....	18
2.1.3 Antecedentes Regionales .....	19
2.2 Marco legal.....	20
2.3 Comprendiendo las matemáticas a través de las funciones.....	24
2.3.1. La función lineal .....	28
2.4. La enseñanza de la función lineal a estudiantes CLEI.....	30
2.5 El uso de la herramienta GeoGebra para la enseñanza de la función lineal.....	30
2.4. La función lineal y sus aplicaciones .....	32
3. Diseño Metodológico.....	34
3.1 Enfoque de investigación .....	34
3.2 Tipo de investigación .....	36
3.3 Diseño de investigación .....	38

3.4	Variables.....	39
3.4.1	Variable independiente.....	39
3.4.2	Variable dependiente.....	39
3.4.3	Operacionalización de la variable dependiente.....	40
3.5	Población.....	41
3.6	Muestra.....	42
3.7	Instrumentos empleados en la investigación.....	43
3.7.1	Validez de los instrumentos.....	45
3.8	Componente ético.....	51
4.	Análisis de resultados.....	53
4.1	Análisis de los resultados instrumentos aplicados.....	54
4.2	Análisis del presaber.....	56
4.3	Hoja de trabajo 1.....	57
4.4	Hoja de trabajo 2.....	58
4.5	Análisis comparativo Sin GeoGebra Vs Con GeoGebra.....	59
4.6	Análisis de cuestionario de salida.....	61
4.7	Triangulación de la información.....	62
5.	Conclusiones y recomendaciones.....	66
5.1	Conclusiones.....	66
5.2	Recomendaciones.....	67
	Lista de Referencias.....	68
	Apéndices.....	71



## Lista de tablas

<b>Tabla 1.</b> Escala valorativa por el SIEE.....	37
<b>Tabla 2.</b> Rubrica para la recolección de datos .....	40
<b>Tabla 3.</b> Formas de solucionar problemas de ecuaciones lineales .....	41
<b>Tabla 4.</b> Muestra.....	43
<b>Tabla 5.</b> Rúbricas de evaluación .....	44
<b>Tabla 6.</b> Saberes previos.....	47
<b>Tabla 7.</b> Hojas de trabajo.....	48
<b>Tabla 8.</b> Rúbrica de Evaluación.....	49
<b>Tabla 9.</b> Formato para validar instrumentos por experto 1.....	49
<b>Tabla 10.</b> Formato para validar instrumentos por experto 2.....	50
<b>Tabla 11.</b> Formato para validar instrumentos por experto 3.....	51
<b>Tabla 12.</b> Resultados de instrumentos aplicados a los estudiantes .....	55
<b>Tabla 13.</b> Triangulación de la información.....	63

## Lista de Figuras

<b>Figura 1.</b> Función lineal en GeoGebra .....	29
<b>Figura 2.</b> Examen previo .....	57
<b>Figura 3.</b> Hoja de trabajo N° 1.....	58
<b>Figura 4.</b> Hoja de trabajo N°2.....	59
<b>Figura 5.</b> Análisis comparativo Sin GeoGebra Vs Con GeoGebra.....	60

## Introducción

Este estudio tiene como objetivo mejorar significativamente el proceso de enseñanza de los estudiantes del clei cinco (nocturno) de la institución educativa Rafael Uribe Uribe reforzando el concepto de funciones lineales a través del software interactivo de matemáticas dinámicas GeoGebra.

Se pretende hacer una intervención en la cuestión de cómo el uso del software GeoGebra contribuye a la comprensión del concepto de funciones lineales por parte de los estudiantes, y analizar si el uso de las Tic tiene incidencia en el aprendizaje. Para analizar los problemas que enfrentan las matemáticas y sus complejidades, los docentes, deben asumir su rol en el aula de manera significativa para que los estudiantes se sientan motivados y se puedan explorar mejor las habilidades. Es por esto, que esta investigación tiene como objetivo desarrollar una guía de estudio que involucre el uso de GeoGebra para explicar los conceptos y aplicaciones de las funciones lineales para el aprendizaje significativo en contextos reales.

## 1. Formulación del Problema

La institución educativa Rafael Uribe Uribe fue fundada como una escuela urbana, esto fue gracias al fondo ganadero de Antioquia ya que ellos fueron los que otorgaron el terreno, se dio en el año de 1977, en su principio comenzó con los grados de primero a quinto de primaria. En 1979 se da comienzo a la expansión de esta institución; en esta difícil labor tardaron 4 años para que las aulas del segundo bloque se construyeran. Desde 1990 iniciaron la construcción del completa y remodelaron las unidades sanitarias, ya con esta infraestructura se solicitó a la secretaria de educación de Antioquia, poder impartir educación a grados de la básica secundaria y media académica.

En el año 2002 se da inicio con la Estructurada en ciclos lectivos especiales integrados – CLEI, donde actualmente se desarrolla la práctica de aula, en el que se pretende implementar la presente propuesta de investigación en ciclo 5.

Los estudiantes que actualmente pertenecen a la institución son personas en extra-edad en la que buscan superarse y terminar su bachiller académico para incorporarse en la vida laboral.

Los estudiantes de ciclo 5 está conformado por 20 estudiantes, 14 hombres y 6 mujeres, en edades que oscilan entre los 18 y 25 años, los cuales asisten en horarios nocturnos después de jornadas laborales extensas en el municipio de la Pintada y aledaños, tomando como referencia que han dejado sus estudios regulares por factores económicos ya que la mayoría de estudiantes por no decir todos estudiantes del nocturno pertenecen a una clase media baja, donde deben de trabajar y ayudar económicamente a sus familias.

A lo anterior se suma, que los estudiantes descritos no tienen bases estructuras en el área de matemáticas, la intención de esta investigación es ayudar a esta población a utilizar herramientas tecnológicas a su favor, donde los software cumplan un mayor propositivo y donde

ellos puedan graficar y ver su crecimiento o variación económica en ilustraciones dinámicas, para esto se está capacitando a los estudiantes en el uso de aplicativos versátiles, para que en su trabajo del diario le sean mucho más útiles.

## **1.2 Justificación**

Cuando se realizó el análisis de la población Pintadeña se reconocen factores sociales, económicos y ambientales que demuestran que la población estudiantil en la modalidad nocturno de la I.E Rafael Uribe Uribe, tiene ciertas dificultades para comprender o retener el conocimiento sobre despeje en las ecuaciones lineales, en la que no se tienen elementos didácticos para el desarrollo adecuado debido al aprendizaje adquirido de manera errónea, es por esto, que el fin de esta investigación es presentar una propuesta didáctica que permita solucionar situaciones del contexto, teniendo en cuenta la aplicación del software de GeoGebra ya que como método de enseñanza es inigualable debido a su dinamismo, color y movimiento que caracteriza en sí a una función.

En la institución se cuenta con equipos tecnológicos básicos para la realización de esta propuesta, también los estudiantes podrán usar herramientas tecnológicas propias, los cuales les validan la información que se requiera, además, se actualizará al docente encargado del área de matemáticas, para que tengan mejores bases de conocimiento para emprender otros caminos educativos y puedan expandir todo su potencial.

Los posibles actores que se benefician de esta investigación son:

Los estudiantes, porque tendrán nuevos objetos matemáticos para un aprendizaje válido, además, les permite realizar una interacción con herramientas tecnológicas y encontrar modelos

matemáticos para solucionar situaciones de la cotidianidad percibida en temas agrarios, económicos y ambientales del municipio.

El enfoque que se le da a cada docente es distinto ya que muchos tomaran esta iniciativa como algo bueno y productivo para la educación de sus estudiantes y poder tener nuevas experiencias con nuevas formas de enseñanza

La comunidad es una de las más beneficiadas con esta iniciativa ya que el personal educativo va a salir mejor preparado para asumir sus retos laborales y tener un pensamiento matemático analítico y crítico, esto contribuirá a que toda la población se supere a sí misma y la región sea eje de personal mejor preparado.

Con el enfoque que se le da a esta propuesta, se puede asumir que como investigación en esta región será innovador ya que nunca se había presentado la oportunidad de realizar una propuesta de aula que contribuya a la formulación desde la modelación de la función lineal y permita solucionar situaciones problema, una gran base de conocimiento para fortalecer y aportar a la región.

### **1.3 Objetivos**

#### **Objetivo general.**

Fortalecer el estudio de la función lineal para modelar situaciones problema a través del software GeoGebra en el grado Clei Cinco De La Institución Educativa Rafael Uribe Uribe de la pintada, Antioquia

#### **Objetivos Específicos**

- Reconocer los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre solución de ecuaciones lineales y fraccionarias.

- Diseñar una estrategia didáctica que permita implementar el uso del software GeoGebra para modelar situaciones reales donde se apliquen las funciones lineales.
- Aplicar la estrategia de enseñanza para la consolidación del estudio de las funciones lineales a través de la modelación usando el software GeoGebra.
- Concluir con el análisis de los resultados de la implementación de la estrategia propuesta para los estudiantes para el fortalecimiento en el estudio de funciones lineales en estudiantes del clei cinco.

#### **1.4 Delimitación del problema**

Este es uno de los aspectos más importantes a tratar ya que para esto primordialmente necesitaremos del apoyo de los recursos tecnológicos y humanos de la institución en este caso de la I.E. Rafael Uribe Uribe.

En el contexto de tecnología es claro que aún falta estar a la vanguardia y ello puede ser un factor en contra ante este trabajo, pero se tienen enfoques más diseñados que sería algo muy llamativo para la juventud poder apoyar la resolución de problemas a través de la modelación matemática, con conocimientos en tecnología y una motivación mayor e interés por el aprendizaje.

En el grupo CLEI 5, se cuenta con una población de 26 hombres y 7 mujeres que oscilan en edades de 18 años y 25 años, donde muchos de los estudiantes no han tenido un acercamiento a herramientas tecnológicas, las cuales pueden incidir en el aprendizaje de manera positiva, debido a la estructura que crearan como un modelo mental para comprender e interpretar mejor los conocimientos que se enseñan en el grado indicado.

La mayoría de los estudiantes trabajan en la zona agrícola o ganadera. Lo que la propuesta, les permite a futuro, mejorar su situación laboral porque van a tener un razonamiento matemático más avanzado, tendrán métodos tecnológicos a su favor como el uso de GeoGebra, pueden analizar la cantidad de ganado que venden según la temporada del año, cuanto insumo agrícola pueden vender y a qué precio mirando los precios de los insumos, de tal forma que ellos analicen si, si es viable para ellos seguir en su trabajo o no, o simplemente buscas la manera de que si sea viable para todas las partes.

**Pregunta de investigación:**

¿Cómo diseñar una estrategia didáctica que permita fortalecer el estudio de la función lineal para modelar situaciones problema a través del software GeoGebra en el grado Clei Cinco De La Institución Educativa Rafael Uribe Uribe de la pintada, Antioquia?

***Preguntas auxiliares***

¿De qué manera el uso de herramientas tecnológicas permite el aprendizaje de las funciones lineales en de los estudiantes de CLEI cinco de la I.E. Rafael Uribe Uribe??

¿Cuál es la incidencia que se tendrá en la comunidad educativa con el uso de tecnología como estrategia didáctica para desarrollar un pensamiento crítico?

¿Cómo los estudiantes emplean en su cotidianidad el uso de las funciones lineales?

¿Qué cambios de registros se pueden evidenciar en el aprendizaje de las funciones lineales, llevándolo al campo de la modelación matemática?



## **2. Marco Referencial**

### **2.1 Marco de Antecedentes**

En el contexto de marco de antecedentes encontramos una gran variedad de elementos que nos ayudan a tener una visión más clara de lo que estamos buscando, un claro ejemplo de este campo es el mejor uso de las TIC, con ellas se fortalece el conocimiento de los estudiantes a la hora de aprender matemáticas; para los estudiantes y docentes manifiestan su conformidad y ganas de aprender a usar la tecnología a su favor, mucho más el uso de GeoGebra en la enseñanza de ecuaciones líneas ya que se convierte en algo gráfico para ellos, se debe aprovechar al máximo y más aún en la enseñanza de las matemáticas aplicadas, ya que facilita mejorar desempeños desde la Figura, movimiento y dinámica, pasar de lo complejo a lo sencillo, ya que es esencial para la vida de las personas. Se procede a realizar una búsqueda de antecedentes tanto nacionales como internacionales.

#### ***2.1.1 Antecedentes internacionales***

(Sagñay Valente, 2018) realizaron la investigación llamada: La utilización de GeoGebra, como recurso didáctico en el aprendizaje de funciones, para el décimo año de la unidad educativa Amelia gallegos Díaz. Esta investigación expone que los temas relacionados con funciones requieren que el estudiante observe gráficos y las características en los cuales en el tablero no se pueden apreciar claramente y es por ello por lo que pretenden utilizar el software GeoGebra como recurso didáctico para el aprendizaje de funciones. Otro punto interesante de esta investigación es cuando abordan el tema de la falta de estrategias didácticas y la innovación metodológica por parte del docente permitiendo que el estudiante demuestre poco interés por el aprendizaje matemático. El autor manifiesta que es una investigación no experimental ya que el

en ningún momento altero o modifíco las variables, solo se guía en el análisis de los datos del fenómeno.

Los resultados de esta investigación fueron los siguientes: en el momento procedimental el 63% de la población bajo análisis manifestaron gran comprensión del uso del aplicativo. En el momento evaluativo se vio un incremento considerable en la población ya que fue el 79%. Donde se evidencio que mediante el uso de este software se puede llegar a más población.

A su vez, Garijo-Alonso (2014) presenta una investigación en Enseñanza de funciones y gráficas en 1º bachillerato basado en el uso de GeoGebra. El objetivo es analizar, desarrollar e implementar el uso de las Tic, como lo define el autor, este análisis se hizo en 3 partes: investigación, búsqueda de método y la implementación que se da en el aula, donde los estudiantes tengan una mejor forma de aprender matemáticas y no solo un método tradicional como es el pizarrón sino de un contexto más actualizado como lo es la tecnología en la era moderna.

Como metodología el autor optó por enfocarse en el un estudio bibliográfico, donde solo busca fuentes confiables como estudios internacionales y demás, también se ayuda con el conocimiento de sus colegas donde implementan estrategias ya antes propuestas en otras investigaciones, y tienen métodos diferentes para los tres pasos de la investigación. El resultado de dicha investigación el autor anexa varios cuestionarios donde manifiesta que los estudiantes si se adaptaron mejor a esta propuesta de trabajo.

### ***2.1.2 Antecedentes Nacionales***

En el análisis bibliográfico se pudo detectar las siguientes propuestas de investigación, las cuales le aportarán al trabajo para el desarrollo de nuevos estilos tecnológicos y que sean interactivos con estudiantes.

Giraldo B.(2012) Diseñó e implementó una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno mediada en las nuevas tecnologías. En el trabajo antes relacionado se resalta el gran uso de las Tic como una herramienta eficaz y concisa donde el mayor involucrado siempre será el docente, los estudiantes y la tecnología, ya que para este trabajo el uso de GeoGebra era de vital importancia debido al dinamismo, movimiento y color que puede tener para la comprensión de temas específicos de las matemáticas. Crear una forma nueva de enseñanza, una didáctica distinta y poder implementarla, permite mejorar los aprendizajes en los estudiantes. En los resultados de esta investigación al realizar una nueva estrategia de enseñanza se puede concluir que el uso de GeoGebra es muy importante y eficaz para orientar ecuaciones lineales; no obstante, primero los docentes se deben capacitar lo suficiente para que los estudiantes tengan una mejor forma de adquirir el conocimiento.

En el rastreo, también se pudo revisar la propuesta investigativa de Martínez Gómez, (2013) que titula Apropiación del concepto de función usando el software GeoGebra. Fue utilizada la tecnología como enfoque principal, para desarrollar y motivar el aprendizaje de los estudiantes, el autor de este proyecto manifiesta su gran interés en la aplicación de diferentes estrategias didácticas donde se pueda evaluar a cada estudiante por separado, y se tenga en cuenta que los aprendices son diferentes y tienen diversas formas de adquirir conocimiento. El método didáctico del autor de esta investigación fue una metodología interactiva, donde

familiarizo los términos tecnológicos con los términos matemáticos, para así generar un interés particular en los estudiantes y ellos encontrarán relación aplicativa con el medio, también buscando que se sintieran identificados con lo que estaban haciendo, ya que facilita resultados positivos. El autor manifiesta que el uso de aplicativos tecnológicos es una gran base y fuente de trabajo para que los estudiantes aprendan función lineal en este caso específico.

Otra mirada se tiene con la investigación

### ***2.1.3 Antecedentes Regionales***

En la búsqueda de información regional encontramos la siguiente investigación de (Ruiz Mercado et al., 2022) el objetivo principal de esta investigación es fortalecer la resolución de problemas matemáticos de ecuaciones lineales de primer grado, donde el uso del software GeoGebra sea el eje central, ya que con este se puede graficar e implementar como una herramienta de conocimiento, la didáctica utiliza por este autor fue investigación-acción-participación. Como resultado tenemos que de un 100% el 85% de los estudiantes del grado 9° de la escuela normal superior de nuestra señora de las mercedes de zarzal (Antioquia).

Adquirieron un dominio de dicha aplicación tecnológica ya que fue de gran aprobación por ellos.

Por ultimo en la búsqueda de antecedentes regionales tenemos la investigación de (Pérez Montes, 2021) como objetivo principal era mejorar los resultado de las pruebas saber 9° en el área de matemáticas, para esto se implementó una didáctica constructivista donde los estudiantes se apasionarán por el conocimiento con el uso de aplicaciones tecnológicas, la implantación de las TIC con la aplicación de ejercicios para GeoGebra donde se vio el gran avance intelectual que han tenido desde su primer encuentro con este software. Como resultado se evidencia que se necesita con urgencia un cambio significativo en los modelos pedagógicos institucionales, donde se implemente más el uso de la tecnología.

## 2.2 Marco legal

En esta investigación, se tendrán en cuenta los lineamientos curriculares mencionados por el Ministerio de Educación Nacional MEN, siendo la ruta de verificación y cohesión que se da entre las estructuras de la malla curricular y también el alcance de las competencias y aprendizajes que deben tener los estudiantes.

A su vez, se tienen artículos que garantizan la educación mencionados en la Constitución Política de Colombia (1991) y en la ley general de educación (1994) CITARLAS (*Ley 115 de 1994. Ley General de Educación y desarrollos Reglamentarios, Bogotá, D.C, s. f.*)

La Constitución política de Colombia En el artículo 67. Define que la educación es un concepto primordial para la población colombiana, donde los niños y jóvenes de 5 a 16 años deben de tener educación. Esto ayuda a que la población tenga conocimiento en muchos ámbitos tanto como la de valore, ciencias y democracia entre otros. Para esto el estado debe de vigilar, administrar y corregir alguna falla que se esté dando en este ámbito para que toda la población colombiana tenga derecho a su educación. CITAR(*Ley 115 de 1994. Ley General de Educación y desarrollos Reglamentarios, Bogotá, D.C, s. f.*)

También se tienen en cuenta la Ley general de educación (ley 115 del 08 de febrero de 1.994), gracias a esta ley se protege la mayoría de población colombiana que asiste a colegios públicos, ya que ellos tienen como obligación ayudar a crecer en valores y formación personal de cada persona del territorio. Favorecer a cada familia o población que lo necesite, conforme a lo establecido en el artículo 67 de la constitución política de 1.991.

Desde el Plan Nacional de Educación 2016-2026 se motiva al desarrollo social y económico de la comunidad donde se busca que el comercio propio se vea afectado de una

manera positiva con este impulso que se le está otorgando a la comunidad, puesto que, si la sociedad se encuentra preparada, el desarrollo de su cultura será exitoso.

***Decreto 1290 de 2.009***

Con este decreto se toman los criterios más importantes y de mayor relevancia, porque es en este dónde el estado le otorga total libertad a la institución, la promoción de los estudiantes a niveles educativos como lo son la básica y media; además de hacer visible los elementos que involucren las asignaturas del núcleo común, por lo tanto, las matemáticas se hacen vida en el aula de clase.

Los lineamientos curriculares de matemáticas son fundamentales en una institución educativa, ya que orientan puntos básicos para evaluar desde las competencias genéricas y específicas del área, además, reitera el aprendizaje basado en problemas que conmemora a la organización a desarrollar los Derechos Básicos de Aprendizaje DBA y los Estándares Básicos de Competencia, como por ejemplo lo son (el ser, hacer y saber).

En otro ámbito tenemos los Estándares Básicos de Competencias de matemáticas EBS, los cuales han sido la ruta de aprendizaje en las aulas de clase, teniendo presente una información detallada, con mejores enfoques para el desarrollo de pensamiento crítico Nacional, M. d. (2006). Estándares Básicos de Competencias, Bogotá, Colombia

Así mismo, se mencionan los Derechos Básicos de Aprendizaje, que modelan situaciones en los estudiantes, obteniendo evidencias de aprendizaje, que serán necesarios para la interacción con el estudiante y reconocer las habilidades y nuevos conocimientos adquiridos, tomando como referencia la matriz que lleva a generar mejores resultados a nivel académico.

Se proporcionan la ruta para evidenciar a través del aprendizaje el progreso que tienen los estudiantes para la adquisición de nuevos conocimientos, los temas que cada estudiante debe

comprender para poder avanzar en su estudio; el maestro será didáctico para llevar al estudiante a comprender los contenidos temáticos y se pueda desenvolver mucho mejor.

Para explicar la función lineal, este trabajo investigativo se rige de los DBA de grado 9°, los cuales se mencionan a continuación, tomando como referencia la versión desde las evidencias de aprendizaje.

Nacional, M. d. (1998), hace referencia a los lineamientos curriculares de educación en Colombia están pensados para contribuir a la formación cognitiva y metodológica de los estudiantes. Para esto, se tendrá en cuenta los Derechos Básicos de Aprendizaje DBA, los cuales en matemáticas han sido adaptados y modificados en la Versión 2 del 2016, donde permite analizar las evidencias de aprendizaje que deben alcanzar los estudiantes (Nacional, M. d (2016).

En referencia a los Derechos Básicos de Aprendizaje DBA, se menciona que: “son un conjunto de principios que garantizan una educación de calidad para todos los estudiantes. Estos derechos se basan en el reconocimiento de las necesidades individuales de los estudiantes y su derecho a recibir una educación que promueva su desarrollo académico, social, emocional y ético”. (Nacional, M. d (2015).

Algunos de los derechos básicos de aprendizaje son:

1. Derecho a la igualdad de oportunidades.
2. Derecho a una educación inclusiva.
3. Derecho a una educación de calidad.
4. Derecho a la participación y la expresión:
5. Derecho a un entorno seguro y saludable.

Ahora bien, en cuanto a cómo utilizar estos derechos para el aprendizaje, es importante destacar que éstos son un marco normativo que guía las políticas educativas y la práctica

pedagógica. Su implementación requiere de una serie de estrategias y acciones concretas.

Algunas ideas para aplicar estos derechos en el aprendizaje dentro del aula podrán ser:

1. Personalización del aprendizaje: Adaptar los contenidos y métodos de enseñanza a las necesidades individuales de cada estudiante, reconociendo sus fortalezas y debilidades.

2. Fomentar la participación: Promover la participación de los estudiantes en la planificación de su aprendizaje, permitiéndoles tomar decisiones sobre qué y cómo aprender.

3. Ofrecer retroalimentación constructiva: Proporcionar retroalimentación oportuna y significativa a los estudiantes, centrada en el crecimiento y el desarrollo de sus habilidades y conocimientos.

4. Crear un entorno inclusivo: Establecer un ambiente de aula inclusivo y respetuoso, donde todos los estudiantes se sientan seguros y valorados.

5. Promover el desarrollo integral: Diseñar actividades que promuevan el desarrollo académico, social, emocional y ético de los estudiantes, reconociendo la importancia de su bienestar integral.

Para el caso de la investigación, tomando como referencia las evidencias de aprendizaje, se dan desde el DBA 5 que menciona: Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.

Estos lineamientos están pensados para el desarrollo de situaciones contextualizadas, con el fin de encontrar la aplicabilidad que se da en diversos espacios en los que se usen e implementen la línea recta o función lineal.



### **2.3 Comprendiendo las matemáticas a través de las funciones**

La historia de los eventos que desencadenaron el concepto de matemáticas se remonta a miles de años atrás cuando las civilizaciones antiguas comenzaron a desarrollar métodos para contar medir y resolver problemas prácticos.

En el siglo XX las matemáticas son cada vez más importantes por su complejidad, abstracción e ingenio que facilita la resolución de problemas, teniendo en cuenta los avances en la tecnología de la computación que permite al estudiante realizar no solo los cálculos, sino el y análisis matemáticos a una escala sin precedentes.

Hoy en día las matemáticas continúan siendo una disciplina fundamental en muchas áreas de la ciencia la tecnología la ingeniería y la economía. Se utilizan para resolver problemas complejos, modelar fenómenos y tomar decisiones informadas. Además, las matemáticas han evolucionado hacia áreas como la criptografía la inteligencia artificial y la ciencia de datos desempeñando un papel cada vez más importante en nuestras vidas diarias, para comprender de manera más profunda y significativa los conceptos matemáticos.

Asimismo, la historia de las matemáticas ofrece una forma interesante y divertida de presentar los temas lo que puede captar la atención de los estudiantes y aumentar su motivación para aprender; de hecho, al utilizar la historia de las matemáticas en el aula es importante pensar en cómo integrarla de manera efectiva en el currículo y en las actividades de enseñanza, donde se pueda evidenciar situaciones que lleve a los estudiantes a generar análisis crítico de acuerdo a la historia y al mundo actual., Es importante considerar algunos aspectos que deben plantearse desde las practicas pedagógicas que hacen los maestros en el aula.

Como primera medida, es necesario que se pueda introducir un concepto matemático a través de una historia: En lugar de comenzar una lección explicando directamente un nuevo

concepto se puede presentar una breve historia que involucre el concepto. Esto puede ayudar a despertar el interés de los estudiantes y les brinda un contexto en el que pueden relacionar el concepto matemático y su respectiva representación.

Un segundo apunte está en analizar los errores y los obstáculos históricos: La historia de las matemáticas está llena de errores y obstáculos que los matemáticos han enfrentado en su búsqueda del conocimiento propio. Analizar estos errores y obstáculos puede ayudar a los estudiantes a comprender las dificultades y desafíos que los matemáticos han enfrentado y también les permite reflexionar sobre sus propios errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

También es muy importante guiar al estudiante a investigar biografías de matemáticos destacados: Animar a los estudiantes a investigar y leer sobre la vida y obra de matemáticos famosos puede ser una forma interesante de aprender sobre la historia de las matemáticas. Los estudiantes pueden presentar sus hallazgos en clase y discutir cómo las contribuciones de estos matemáticos han influido en la disciplina.

En consecuencia, resolver problemas históricos: Desafiar a los estudiantes a resolver problemas matemáticos, puede ser una forma divertida y un reto que puede ser aplicado a varios conceptos y puedan entretejer una relación entre lo aprendido y lo demostrativo. Esto les permite experimentar cómo los matemáticos anteriores han utilizado estas ideas para resolver problemas del mundo real.

Para finalizar, es necesario hacer conexiones entre la historia y la matemática contemporánea: Al explorar la historia de las matemáticas es importante hacer conexiones que permite a los estudiantes a comprender y asimilar mejor los conceptos y métodos matemáticos para interpretar su evolución a lo largo del tiempo y la manera de aplicarlo en la actualidad.

Al utilizar la historia de las matemáticas como recurso didáctico los profesores pueden fomentar la comprensión y el interés de los estudiantes por la asignatura y ayudarlos a ver la disciplina como un objeto representacional que simplemente se requiere para resolver problemas reales.

Es importante tener presente que, esta propuesta se apoya en los aportes de Euler, siendo un matemático reconocido por ser quien introduce la expresión  $f(x)$  para denotar una función. Su influencia en el campo de las funciones y en el desarrollo del cálculo ha dejado una huella perdurable en la historia de las matemáticas. Liñán M. A. (2009)

A lo largo de su carrera Euler realizó importantes contribuciones al estudio de las funciones matemáticas, las cuales son fundamentales en la resolución de problemas matemáticos y se utilizan en diversos campos de la ciencia y la ingeniería.

Como lo habla Cuevas, C. A., & Delgado, M. (2016) la notación  $f(x)$  es comúnmente utilizada en matemáticas para representar una función. Esta notación se utiliza para expresar que  $f$  es una función de una variable  $x$ . La letra  $f$  se utiliza para denotar la función y la variable  $x$  representa el argumento de la función. Cuando se utiliza la notación  $f(x)$  se puede interpretar como "la función  $f$  evaluada en  $x$ " o "el valor de la función  $f$  cuando se le otorga el valor  $x$  como argumento". En otras palabras,  $f(x)$  representa el resultado de aplicar la función  $f$  a un valor  $x$  específico.

Es importante tener en cuenta que el uso de la notación  $f(x)$  no se limita a una letra específica para denotar la función. En algunas ocasiones se utilizan otras letras como  $g(x)$ ,  $h(x)$ . etc. Dependiendo del contexto y la elección del autor.

Por ejemplo, si tenemos la función  $f(x) = 2x + 3$  se puede interpretar esto como sigue: para cualquier valor de  $x$  que le demos a la función  $f$  esta nos devolverá el resultado de multiplicar ese valor por 2 y luego sumarle 3.

Es importante destacar que la notación  $f(x)$  es solo una convención de escritura que se utiliza para representar funciones matemáticas. No tiene un significado abstracto o profundo en sí misma, pero es una forma eficiente y comúnmente aceptada de expresar funciones.

Toda función puede establecer relaciones matemáticas con modelos reales basados en aplicaciones. Porras, T. F. (2011) indica que las funciones se deben apoyar en el modelo de S. Toulmin citado en Delgado (2003), en la cual buscan encontrar que las funciones sean vistas en una constitución conceptual, procesos o problemas matemáticos (p.11)

También se tiene la iniciativa de Roldan, E. (2013) donde se menciona que el aprendizaje de la función lineal hace grandes aportes al pensamiento variacional, siendo necesario para el desarrollo del pensamiento abstracto (p.9). El conocer la función lineal, es importante que sea aplicada a situaciones de la vida real.

Por otro lado, es implícito que se pueda desarrollar desde los modelos matemáticos, en la que se experimentan situaciones para llevar a cabo el concepto de la función lineal, teniendo un aprendizaje de los elementos que la relacionan en ella.

Por último, hay que mencionar que Aguilar, A. (2015) da la posibilidad de que a través del uso de herramientas tecnológicas permita y favorezca el aprendizaje, en la cual usando una metodología con el uso del software GeoGebra como recurso matemático, para desarrollar la capacidad de comunicación y representa ideas, entender y comprender las formas gráficas, analíticas y tabular de la función lineal, generando una simulación con los aportes de la conversión entre dichos registros (p.13)

Los estudiantes de la clase aprenderán sobre el tema de funciones lineales y su aplicación en problemas de la vida cotidiana. Con la ayuda de la herramienta GeoGebra podrán visualizar y explorar ejemplos prácticos que les permitirán comprender mejor los conceptos y aplicarlos en distintas situaciones.

Durante el curso se les enseñará cómo identificar graficar y analizar funciones lineales, así como también cómo resolver problemas de modelos utilizando estas funciones. Los estudiantes podrán observar cómo los cambios en los coeficientes y constantes de una función lineal afectan su comportamiento y cómo interpretar estas variaciones en términos de la situación problemática que se presenta.

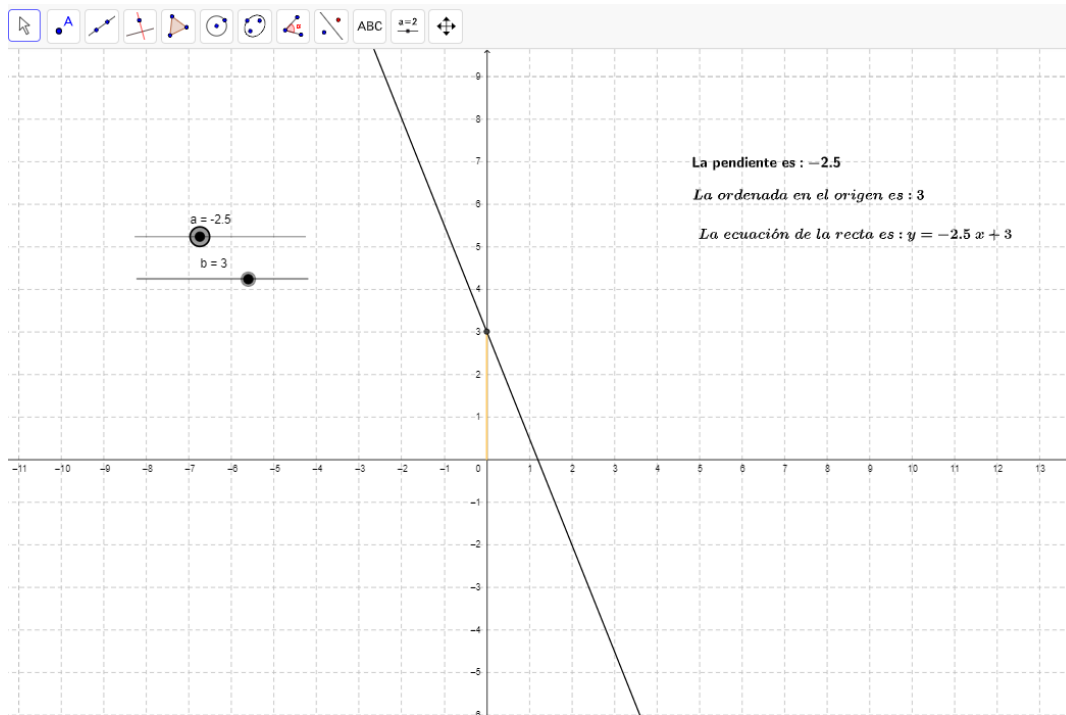
Además, se les brindará la oportunidad de trabajar en proyectos individuales o en grupo en los cuales deberán aplicar los conceptos y herramientas aprendidos en clase para resolver problemas reales de su entorno. Estos proyectos fomentarán el pensamiento crítico la creatividad y la capacidad de aplicar los conocimientos de matemáticas en situaciones prácticas. A

### ***2.3.1. La función lineal***

Como lo nombra Sastre et al., (2008) en su trabajo, la función lineal es uno de los conceptos fundamentales en el estudio de las matemáticas específicamente en el álgebra y el análisis y juega un papel importante en diversas aplicaciones en campos como la física, la economía y la ingeniería.

Una función lineal es aquella que puede ser representada por una ecuación de la forma  $f(x) = mx + b$  donde  $m$  y  $b$  son constantes. El término "lineal" se refiere a que la gráfica de la función es una línea recta en un sistema de coordenadas cartesianas.

**Figura 1.**  
*Función lineal en GeoGebra*



La función lineal tiene propiedades particulares que la distinguen de otras funciones. Por ejemplo, su pendiente ( $m$ ) determina la inclinación de la línea mientras que el término independiente ( $b$ ) determina el punto en el que la línea intercepta el eje  $y$ , es decir el valor de  $f(0)$ .

El concepto de función lineal se remonta a la antigua Grecia donde los matemáticos como Euclides y Apolonio ya utilizaban las propiedades de las líneas rectas en geometría. Sin embargo, fue en el siglo XVII cuando el matemático francés René Descartes desarrolló el sistema de coordenadas cartesianas que permitió una representación gráfica más precisa de las relaciones entre variables. Sastre (2008)

Desde entonces el estudio de las funciones lineales ha evolucionado y se ha profundizado en diversas áreas de las matemáticas. Además de ser una herramienta fundamental en el álgebra

las funciones lineales también se utilizan en el cálculo diferencial e integral donde su simplicidad y propiedades son útiles para el análisis de fenómenos físicos y otros problemas aplicados.

#### **2.4. La enseñanza de la función lineal a estudiantes CLEI**

En la Institución Educativa Nuestra Señora de los Dolores en Quinchía Risaralda, Colombia se ha trabajado en el desarrollo de una ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal mediante la modelación de situaciones. Se centra en cómo los estudiantes aprenden el concepto de función lineal a partir de tareas de modelación en contexto. Campeón Becerra et al., (2018)

Aldana B. E (2018) ha avanzado y se ha especializado en el término de ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal. Busca que estudiantes desarrollen el pensamiento variacional mediante el reconocimiento, percepción y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos Hernández (2019)

Villa O., J. (año) ha interiorizado sus trabajos investigativos en el desarrollo del pensamiento variacional y aprendizaje del concepto de función lineal a través de diferentes registros semióticos. Hernández (2019); así mismo, Duval (2006) hace referencia a los diferentes registros semióticos que pueden llegar a diferenciar los estudiantes, los cuales le permiten encontrar la transformación de dichos registros en una conversión para comprender el concepto de la función lineal.

#### **2.5 El uso de la herramienta GeoGebra para la enseñanza de la función lineal**

La herramienta GeoGebra es un software matemático que combina la geometría y el álgebra permitiendo a los estudiantes explorar, visualizar y analizar conceptos matemáticos de

manera interactiva. El GeoGebra fue creado por el matemático austriaco Markus Hohenwarter en el año 2001 como parte de su tesis doctoral Pérez & Vargas (2019).

El GeoGebra es un micro mundo computacional que permite visualizar y comprender los fenómenos que pueden llegar a desarrollarse con el uso de la modelación matemática.

En cuanto a la enseñanza de la función lineal GeoGebra ha sido ampliamente utilizado para introducir y explorar este concepto. La función lineal es una de las primeras funciones que se estudian en matemáticas y es fundamental para comprender conceptos más avanzados como la pendiente la intersección con los ejes coordenados y las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales. (Duval,2006)

GeoGebra permite a los estudiantes trazar gráficas de funciones lineales de forma interactiva lo que les ayuda a visualizar la relación entre las variables involucradas. También pueden manipular los coeficientes que definen la ecuación de la recta como la pendiente y la ordenada al origen para ver cómo estos cambios afectan a la gráfica.

Además, GeoGebra proporciona herramientas de cálculo automático que ayudan a los estudiantes a determinar la pendiente la ordenada al origen y otros aspectos importantes de la función lineal. También permite resolver sistemas de ecuaciones lineales de forma rápida y sencilla.

La importancia de utilizar GeoGebra para la enseñanza de la función lineal radica en su capacidad para hacer abstractos conceptos matemáticos más accesibles y comprensibles para los estudiantes. Al poder manipular y visualizar las gráficas de las funciones lineales de forma interactiva los estudiantes pueden experimentar y descubrir patrones y relaciones matemáticas por sí mismos lo que les ayuda a construir una comprensión más profunda de este concepto fundamental.



## 2.4. La función lineal y sus aplicaciones

(*Función lineal y aplicaciones*, 2015) habla La función lineal es un concepto fundamental en matemáticas y tiene diversas aplicaciones prácticas en varios campos. Una función lineal se define como una relación matemática de la forma  $(f(x) = mx + b)$ , donde  $(m)$  es la pendiente de la recta y  $(b)$  es la ordenada al origen. Aquí hay algunas aplicaciones comunes de las funciones lineales:

### 1. Modelos Financieros:

- En finanzas, las funciones lineales se utilizan para modelar el crecimiento de inversiones a lo largo del tiempo.

- Pueden representar también costos fijos y variables en un negocio.

### 2. Física y Cinemática:

- En física, las funciones lineales describen el movimiento uniforme, donde la posición de un objeto varía linealmente con respecto al tiempo.

- La ley de Hooke en la mecánica de materiales también es un ejemplo de una función lineal.

### 3. Estadísticas y Regresión Lineal:

- En estadísticas, la regresión lineal se utiliza para modelar la relación entre dos variables, asumiendo que esta relación es lineal.

- Es útil para predecir valores futuros basados en datos históricos.

### 4. Ing. Eléctrica y Electrónica:

- Las leyes de Ohm describen la relación lineal entre la corriente, la resistencia y el voltaje en un circuito eléctrico.

### 5. Programación Lineal:

- En optimización, la programación lineal utiliza funciones lineales para maximizar o minimizar una función objetivo sujeta a restricciones lineales.

6. Economía:

- En economía, las funciones lineales pueden modelar relaciones de oferta y demanda.

7. Geometría Analítica:

- Las ecuaciones lineales se utilizan para representar líneas en el plano cartesiano.

8. Control de Calidad:

- En la industria, las funciones lineales pueden usarse para controlar y mejorar la calidad de un producto.

Estas son solo algunas de las muchas aplicaciones de las funciones lineales. Su simplicidad y facilidad de interpretación las hacen herramientas valiosas en una variedad de disciplinas.

### **3. Diseño Metodológico.**

La metodología de investigación se caracteriza por fomentar un aprendizaje activo, dado que permite a los estudiantes involucrarse directamente con la aplicación GeoGebra, facilitando así la resolución de problemas de aplicación en la vida real. En el contexto de mi trabajo de grado, se considera de vital importancia que los estudiantes del colegio nocturno Rafael Uribe Uribe participen activamente en este proceso.

#### **3.1 Enfoque de investigación**

El enfoque de investigación de trabajo de grado es cualitativo, debido a la naturaleza del tema que se está investigando, permite describir en conjunto elementos que reconoce desde el atributo sistematización para profundizar en aspectos que serán relevantes. Este trabajo consiste en analizar el uso de GeoGebra en la resolución de ecuaciones lineales.

La elección de un enfoque cualitativo se debe a que se debe comprender en profundidad las experiencias y percepciones de los estudiantes al utilizar esta herramienta tecnológica en el aprendizaje de las ecuaciones lineales. Se considera una fase explorativas, donde pueda tomarse en cuenta cómo los estudiantes interactúan con GeoGebra, reconociendo sus dificultades y qué estrategias utilizan para resolver con ecuaciones lineales.

La metodología cualitativa permite recopilar y analiza una información detallada, además de analizarlos, empleando instrumentos como entrevistas observaciones y análisis de documentos. Se podrá indagar desde las experiencias individuales de los estudiantes y obtener una descripción completa de cómo GeoGebra influye en su aprendizaje de las ecuaciones lineales.

Además, al utilizar un enfoque cualitativo se podrá capturar la dinámica y las interacciones sociales que se producen en el aula mientras los estudiantes utilizan GeoGebra.

Esto dará una visión más completa de cómo esta herramienta tecnológica se integra en el contexto educativo y cómo influye en la construcción del conocimiento matemático.

En resumen, el enfoque de investigación es cualitativo, porque se requiere revisar desde la observación y detalle de las experiencias de los estudiantes al utilizar GeoGebra en la resolución de ecuaciones lineales y comprensión de fenómenos para ser desarrollados en el aula a través de la resolución de problemas. El enfoque cualitativo permite obtener unos elementos presentados en datos que ayudará a comprender cómo esta herramienta tecnológica se utiliza en el contexto educativo y cómo afecta el aprendizaje de las ecuaciones lineales.

Sampieri (2004) sostiene que la investigación cualitativa involucra la recolección y análisis de datos no numéricos para comprender fenómenos complejos y explorar las experiencias significados y perspectivas de los participantes. Considera fundamental el uso de métodos como la observación directa las entrevistas abiertas y el análisis de contenido que permiten capturar la riqueza y diversidad de los datos cualitativos.

En consecuencia, es preciso reconocer lo que Sampieri (2004) validan que la investigación cualitativa se basa en la interpretación y comprensión de los datos en su contexto y busca generar teorías para construir conceptos o descubrir patrones a partir de la interacción con los sujetos de estudio. En este tipo de investigación el proceso no se puede separar de los resultados ya que el investigador está inmerso en la recopilación y análisis de datos lo cual implica una interacción activa y subjetiva.

Además, Pérez & Vargas (2019) citando a Sampieri, resaltan la flexibilidad y adaptabilidad de la investigación cualitativa ya que permite que el proceso de indagación se ajuste a medida que se descubren nuevos hallazgos y se profundiza en las comprensiones. Asimismo, considera importante que el investigador sea reflexivo y consciente de su papel y

sesgos en el proceso de investigación y que se asegure de la validez y confiabilidad de sus hallazgos a través de la triangulación de diferentes fuentes de datos y la revisión por pares.

Denzin & Lincoln, (2011) reconocido sociólogo y experto en investigación cualitativa sostiene que ésta es una herramienta fundamental para comprender la complejidad y diversidad del mundo social. Para él esta forma de investigación se caracteriza por su enfoque en la interpretación y comprensión profunda de los fenómenos sociales en lugar de buscar generalizaciones y causas universales. (2011)

En su obra Denzin destaca la importancia de la subjetividad y perspectivas individuales en la investigación cualitativa. Para él el investigador debe situarse dentro del contexto social y cultural que está estudiando, reconociendo que su propio punto de vista también es subjetivo. Además, considera que la investigación cualitativa promueve la participación de los sujetos estudiados dándoles voz y permitiendo que sean escuchadas en el proceso de investigación. Esto implica un enfoque más horizontal y colaborativo donde los participantes se convierten en cocreadores de conocimiento.(Denzin & Lincoln, 2011).

Los instrumentos que se diseñan y se implementan son no estructurados, lo que implica una buena formulación a partir de las necesidades que se encuentran en el aula para que los aprendizajes sean totalmente significativos.

### **3.2 Tipo de investigación**

El presente estudio empleó diferentes enfoques para su investigación.

- En primer lugar, se utilizó el enfoque cualitativo, debido a que en la recolección de datos se consideran atributos que facilitan la manera de recopilar una situación, a partir de los elementos dados en el SIEE, por lo que puede interpretarse en la tabla

número 1 se habla sobre las diferentes valoraciones que toman para evaluar el progreso del estudiante.

**Tabla 1.**  
*Escala valorativa por el SIEE*

Valoración	Cualitativa	Rango numérico
Superior	Superior	4.7 – 5.0
Alto	Alto	4.0 – 4.6
Básico	Básico	3.0 – 3.9
Bajo	Bajo	1.0 – 2.9

- Para un segundo momento, se considera que esta escala valorativa, permite la utilización de técnicas estadísticas para la presentación de gráficas y el análisis de resultados lo cual ayudó a alcanzar los objetivos propuestos.
- En cuanto al tiempo, este estudio se considera transversal ya que la recopilación de la información necesaria se lleva a cabo en un período de tiempo determinado.
- En términos de investigación documental se realizaron búsquedas exhaustivas en distintos recursos como tesis monografías y artículos científicos actuales no inferiores a 10 años. Esto proporciona una base teórica sólida para el presente trabajo.
- Por último, en relación con el lugar donde se desarrolló la investigación se lleva a cabo en la "Unidad Educativa Rafael Uribe Uribe" de manera presencial en las aulas de clase. Esto permitió abordar directamente la problemática presentada en dicho lugar.

### **3.3 Diseño de investigación**

Se espera encontrar que la función lineal ofrece una aproximación adecuada en la mayoría de los casos estudiados permitiendo explicar y predecir con precisión el comportamiento de las variables involucradas en las situaciones problemáticas analizadas.

Con base en estos resultados se proponen recomendaciones y aplicaciones prácticas de la función lineal en la resolución de problemáticas en diversas áreas del conocimiento. Esto podría incluir la optimización de procesos la toma de decisiones en el ámbito empresarial la planificación de recursos entre otros.

En resumen, se espera demostrar que la función lineal es una herramienta valiosa y eficiente en la resolución de situaciones problemáticas brindando una base sólida para la toma de decisiones y la búsqueda de soluciones óptimas en diferentes contextos.

#### **Reconociendo desde los instrumentos**

El uso del software libre GeoGebra como una herramienta para apoyar el aprendizaje de las matemáticas, puede entenderse como todo aquello que genera un proceso dinámico y visualmente atractivo, logrando un impacto positivo en los estudiantes, debido al movimiento y aplicación que se da entre los objetos matemáticos presentados; en consecuencia, permite que pueda obtenerse un gran aprendizaje de las ecuaciones lineales. Al permitir a los estudiantes visualizar y manipular gráficas y ecuaciones de manera interactiva con GeoGebra, puede ayudar a los estudiantes a comprender mejor los conceptos y representaciones visuales de las ecuaciones lineales lo que a su vez podría mejorar su rendimiento académico en esta área. Para esta investigación, se espera que se puedan medir indicadores cualitativos con la escala de valoración anteriormente mencionada por el SIEE, con el desempeño en exámenes la capacidad para resolver problemas de aplicación y la opinión de los estudiantes sobre la utilidad de GeoGebra en

su aprendizaje. Los resultados de este estudio pueden ser utilizados para informar y mejorar las prácticas de enseñanza de ecuaciones lineales en las instituciones educativas.

### **3.4 Variables**

#### ***3.4.1 Variable independiente***

##### **GeoGebra como herramienta educativa.**

GeoGebra como herramienta educativa.

#### ***3.4.2 Variable dependiente***

##### **Rubrica para la recolección de datos**

La tabla 2, Rubrica para la recolección de datos se desarrolla a partir de 3 momentos A, B y C, los cuales se describen en el reconocimiento de saberes previos, explicación y ejecución de un modelo matemático en la función lineal a través del GeoGebra y finalmente una evaluación final.



**Tabla 2.***Rubrica para la recolección de datos*

<b>Grupo participante de la recolección de datos</b>				
<b>Variab</b> les	<b>Etapas</b>	<b>Pasos</b>	<b>Instrumento de control</b>	
GeoGebra como herramienta educativa.	A. Reconocimiento de saberes previos	1. Prueba previa del grupo para hacer un diagnóstico	Asistencia a las clases	
		2. Chequeo de las evaluaciones ya realizados		
		3. Valoración en la escala de SIEE de las evaluaciones	Aplicación del Instrumento 1	
	B. Explicación y ejecución del modelo usando GeoGebra	4. Después de un tiempo determinado se invita a los grupos a compartir sus respuestas y se da la oportunidad de que cada grupo exponga sus ideas al resto de los participantes.		Diseño e implementación de los instrumentos elaborados
		5. fase aplicativa utilizando GeoGebra en la Sala de Cómputo nos permite llevar a la práctica los conceptos y resultados matemáticos aprendidos en clase de manera interactiva y visual.		
		6. se aplican talleres o evaluaciones sobre los temas antes mencionados en clase.		Acercamiento al software GeoGebra
	C. Evaluación final	7. evaluación a todo el grupo.		
		8. Calificación en la escala SIEE de las valoraciones obtenidas		Registro de notas

### 3.4.3 Operacionalización de la variable dependiente

De acuerdo con Solar, H. et., al (2015) se desarrollan los procesos de modelación a partir de los instrumentos planteados para realizar el análisis, así como se muestra en la tabla

**Tabla 3.***Formas de solucionar problemas de ecuaciones lineales*

<b>Variable dependiente</b>	<b>Procesos</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Ítems</b>	<b>Instrumentos</b>
Formas de solucionar problemas de ecuaciones lineales	Identificar las características de un modelo lineal	Determinar la equivalencia de la ecuación lineal propuesta.	4	Instrumento 1. Saberes previos
		Implementar la solución correspondiente a la reducción	7	
		Contextualización de como implementar la reducción, para solucionar ecuaciones lineales.	8	
		Verificar la relación en la sustitución de la ecuación lineal propuesta.	1	
	Interpretar la expresión (gráfica, tabla, algebraica) y construir la expresión del modelo	Contextualización de como implementar la sustitución, para solucionar ecuaciones lineales	5	Instrumento 2.
		Implementar la solución correspondiente a la sustitución	10	
		Verificar la relación en la igualación de la ecuación lineal propuesta.	2	
	Reflexionar sobre la modelación: sus fases y la solución en situaciones problema	Implementar la solución correspondiente a la igualación	6	Instrumento final
		Contextualización de como implementar la igualación, para solucionar ecuaciones lineales	9	
			3	

### 3.5 Población

La población seleccionada para la implementación de este proyecto de grado consiste en los estudiantes del nivel CLEI 5 del colegio Rafael Uribe Uribe. Estos estudiantes desempeñarán un papel fundamental en la ejecución y evaluación de la investigación llevada a cabo en el marco de este trabajo.

### 3.6 Muestra.

La muestra poblacional de este trabajo investigativo, se realiza con todos los estudiantes del Clei 5 del nocturno del Colegio Rafael Uribe Uribe de La Pintada, Antioquia, donde consta de una población de 20 estudiantes. Donde el proceso tendrá 3 momentos.

Dividir su propuesta en 3 etapas es una estrategia efectiva para organizar su investigación. A continuación, detallaré cada una de las etapas:

1. Variable comparativa sin GeoGebra: En esta etapa, usted recopilará información sobre los conocimientos previos de los estudiantes en relación con el tema de las ecuaciones lineales y su aplicación en la vida cotidiana. Esto le permitirá al estudiante tener una base sobre la cual construir su intervención.

2. Implementación de GeoGebra y explicación de las ecuaciones lineales: En esta etapa, se utilizará el software GeoGebra como herramienta para enseñar y explicar las ecuaciones lineales a los estudiantes. Puede diseñar actividades prácticas y dinámicas para promover su comprensión y aplicación en situaciones de la vida cotidiana.

3. Variable comparativa con GeoGebra: En esta etapa, los estudiantes pondrán a prueba sus conocimientos y habilidades adquiridas mediante un examen final que involucra la utilización del software GeoGebra. Esto le permitirá evaluar el impacto de su propuesta de investigación y medir el nivel de comprensión alcanzado por los estudiantes.

**Tabla 4.**  
*Muestra*

Grupo	Asignatura	Modalidad	CLEI	N° de	Género	Género
				estudiantes	F	M
Grupo de trabajo	Matemática	Nocturno	5	20	6	14
TOTAL				20	6	14

### **3.7 Instrumentos empleados en la investigación**

En un primer paso, se emplearon los siguientes instrumentos. Se inició con la ejecución de un reconocimiento de saberes previos a través de un diagnóstico, cuyo propósito fundamental era determinar el grado de conocimiento que poseían los estudiantes antes de llevar a cabo la investigación. Como siguiente paso, se llevaron a cabo talleres y actividades en los que se utilizó GeoGebra para modelar y fortalecer la comprensión de los estudiantes acerca de las funciones lineales en contextos de problemas específicos. Estas actividades fueron diseñadas con el objetivo de enriquecer su conocimiento en este ámbito.

Finalmente, se administraron una evaluación previa y un examen final en los que se evaluaron 10 preguntas relacionadas con el tema de líneas rectas. Estas evaluaciones permitieron a los estudiantes aplicar lo aprendido en las clases previas y demostrar su comprensión del tema.

**Tabla 5.***Rúbricas de evaluación*

Valoración	Objetivos alcanzados			
	Comienzo (dos puntos)	En proceso (tres puntos)	Aprobado (cuatro puntos)	Sobresaliente (cinco puntos)
Convierte información o situaciones en formulas o expresiones matemáticas	El estudiante no transforma los datos o los números desconocidos de un grupo de ecuaciones lineales en una imagen visual de dos líneas en un plano.	El alumno convierte los datos o valores desconocidos de un sistema de ecuaciones lineales en una representación gráfica de dos líneas en el plano, aunque no los representa adecuadamente.	El alumno convierte y establece conexiones entre los valores desconocidos de un sistema de ecuaciones lineales en una representación gráfica de dos líneas en el plano, aunque no las representa adecuadamente.	El estudiante convierte y crea conexiones entre los valores desconocidos de un sistema de ecuaciones lineales en una representación gráfica de dos líneas en el plano, y los representa de manera precisa.
Expresar entendimiento acerca de las conexiones matemáticas a través de datos y situaciones.	El estudiante no comunica de forma oral el conjunto de soluciones que nos brinda el resultado de un sistema de ecuaciones lineales; en lugar de ello, se limita a examinar la respuesta obtenida.	El estudiante comunica de manera oral el conjunto de soluciones que se deriva del valor de un sistema de ecuaciones lineales, en relación con la situación problemática dada.	El estudiante comunica de manera oral el conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales, sin embargo, no representa de manera adecuada la representación gráfica de la situación problemática dada.	El alumno comunica de forma oral el conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales y presenta de manera adecuada la representación gráfica de la situación problemática proporcionada.
Emplea tácticas y métodos para descubrir principios generales.	El estudiante no elige las tácticas apropiadas para encontrar el conjunto de soluciones en un sistema de ecuaciones lineales que involucra dos variables desconocidas.	El estudiante elige las tácticas apropiadas para encontrar el conjunto de soluciones en un sistema de ecuaciones lineales con dos variables desconocidas, sin	El estudiante elige y utiliza las estrategias apropiadas para encontrar el conjunto de soluciones en un sistema de ecuaciones lineales con dos	El estudiante elige y utiliza las tácticas apropiadas con precisión y rigor matemático para encontrar el conjunto de soluciones en un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

		embargo, no las ejecuta de manera correcta.	incógnitas, aunque lo hace sin la precisión matemática necesaria.	
Sustenta declaraciones acerca de conexiones de variación y similitud.	El estudiante no justifica las potenciales soluciones en un sistema de ecuaciones lineales ni reconoce los datos relacionados con la situación presentada.	El estudiante no respalda las posibles soluciones en un sistema de ecuaciones lineales, pero sí reconoce los datos relacionados con la situación presentada.	El estudiante comprende las posibles soluciones en un sistema de ecuaciones lineales y reconoce los datos de la situación planteada, aunque no los justifica de manera clara y rigurosa.	El estudiante es capaz de justificar de manera clara y rigurosa las posibles soluciones en un sistema de ecuaciones lineales, identificando además los datos relacionados con la situación presentada.

### 3.7.1 Validez de los instrumentos

Para validar los instrumentos, se tiene en cuenta la experticia de tres docentes en ejercicio, altamente capacitados han sido identificados para llevar a cabo la validación de los instrumentos de trabajo que se utilizarán en el trabajo de grado. Cada uno de ellos aporta un conjunto único de habilidades y conocimientos que desempeñarán un papel crucial en la organización y la implementación efectiva de dichos instrumentos.

La primera persona en este proceso es la Ing. Indira Marcela B., quien actualmente ocupa el cargo de docente en la Institución Educativa La Milagrosa de Viterbo, Caldas, específicamente en el área de matemáticas. Gracias a su experiencia y especialización en matemáticas, la Ing. Indira Marcela B. aportará una valiosa perspectiva que asegurará que los instrumentos sean adecuados y pertinentes para medir conceptos matemáticos, lo que es fundamental para el éxito del trabajo de grado.

La segunda persona involucrada es el Licenciado en Filosofía, el señor Juan Camilo S., quien actualmente desempeña la función de docente en el Colegio Occidente de Anserma, Caldas. Aunque su formación es en filosofía, su enfoque crítico y perspicaz será de gran utilidad para la revisión de aspectos teóricos y conceptuales del trabajo de grado, aportando así una dimensión adicional a la validación.

Por último, el Mgtr. Juan Pablo G., actualmente ejerce como docente en la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe. Su conocimiento previo y su experiencia en la institución donde se llevará a cabo el trabajo de grado hacen que el Mgtr. Juan Pablo G. sea un recurso invaluable para la validación de los instrumentos, aportando una perspectiva práctica y local que es esencial para una implementación efectiva.

La colaboración de estas tres personas, cada una aportando desde su área de experiencia y conocimiento, contribuirá a garantizar la calidad, relevancia y pertinencia de los instrumentos de trabajo, lo que en última instancia fortalecerá el proceso de investigación y el éxito del trabajo de grado.

En la tabla 5, se puede verificar que los docentes revisores emplearon una calificación a escala, de acuerdo con los ítems a desarrollar, como lo son saberes previos, diagnóstico en la tabla 6 y también se tiene presente la rúbrica de evaluación, la cual puede ver en la tabla 7.

En cada una de ellas se verificó la pertinencia, la coherencia, lenguaje claro y conciso y también la claridad con la que fue escrito cada uno de los instrumentos. Esta puede verse en la tabla 8.

**Tabla 6.***Saberes previos*

Nombre del docente	Rango de escala				
	1. Totalmente en desacuerdo	2. En desacuerdo	3. Ni de acuerdo ni en desacuerdo	4. De acuerdo	5. Totalmente de acuerdo.
Ing. Indira Marcela B.				x	
Lic. Juan Camilo S.				x	
Mgtr. Juan Pablo G.				x	
Total				3	

La recomendación realizada por la Ing. Indira Marcela B. sobre la propuesta de trabajo es valiosa y ofrece sugerencias importantes para mejorar la calidad y la efectividad de la investigación.

#### 1. Modificación en la Redacción del Ejercicio 4

- La Ing. Indira Marcela B. sugiere corregir la redacción del ejercicio 4 para que sea más específica y clara. Debería indicar: "Consulte qué es una función afín y una función lineal". Esto garantizará que los estudiantes consulten ambos conceptos, ya que el uso del conector "o" podría dar lugar a malentendidos.

- Además, se recomienda que los estudiantes, a partir de las definiciones consultadas, identifiquen las diferencias fundamentales entre ambas funciones. Esto fomentará una comprensión más profunda de los conceptos.

#### 2. Inclusión de un Ejercicio Contextual

- La Ing. Indira Marcela B. sugiere la incorporación de al menos un ejercicio que tenga un contexto más real o práctico. Por ejemplo, relacionar distancia y tiempo o el número de



artículos vendidos con el precio. Estos ejercicios permitirán a los estudiantes ver la aplicabilidad de las funciones lineales en situaciones del mundo real, lo que les ayudará a comprender que no son conceptos abstractos, sino que tienen aplicaciones concretas.

En general, la propuesta de trabajo se considera sólida, pero estas mejoras recomendadas por la Ing. Indira Marcela B. enriquecerán la experiencia de aprendizaje de los estudiantes y asegurarán que obtengan una comprensión más completa de las funciones lineales y afines.

**Tabla 7.**  
*Hojas de trabajo*

Nombre del docente	Rango de escala				
	1. Totalmente en desacuerdo	2. En desacuerdo	3. Ni de acuerdo ni en desacuerdo	4. De acuerdo	5. Totalmente de acuerdo.
Ing. Indira Marcela B.					x
Lic. Juan Camilo S.					x
Mgtr. Juan Pablo G.					x
Total					3

En la Tabla 7, se aborda la discusión de la rúbrica de evaluación, donde el Mgtr. Juan Pablo G. propone un enfoque alternativo para la evaluación. En su recomendación, el Mgtr. Juan Pablo G. establece un criterio mínimo para los estudiantes, que consiste en que deben ser capaces de transformar los datos o los números desconocidos de un conjunto de ecuaciones lineales en una representación visual de dos líneas en un plano. Esto implica que los estudiantes deben ser capaces de traducir la información numérica en una representación gráfica, lo que constituye un aspecto fundamental en la comprensión de las ecuaciones lineales.

En la Tabla 8 se indica que los profesionales responsables de revisar la rúbrica de evaluación expresan que esta se encuentra "De acuerdo", ya que abarca todos los puntos de vista relevantes para la evaluación. Consideran que la rúbrica de evaluación está lista para ser implementada.

**Tabla 8.**  
*Rúbrica de Evaluación*

Nombre del docente	Rango de escala				
	1. Totalmente en desacuerdo	2. En desacuerdo	3. Ni de acuerdo ni en desacuerdo	4. De acuerdo	5. Totalmente de acuerdo.
Ing. Indira Marcela B.				x	
Lic. Juan Camilo S.				x	
Mgtr. Juan Pablo G.				x	
Total				3	

En la Tabla 9, la Ingeniera Indira Marcela B. destaca que tanto el examen previo como las dos hojas de evaluación y la evaluación final están bien organizados. Manifiesta que todos los instrumentos de aplicación están debidamente preparados y tienen una estructura sólida para su implementación.

**Tabla 9.**  
*Formato para validar instrumentos por experto 1*

Instrumento	Pertinencia	Coherencia	Uso del lenguaje matemático	Claridad
Docente. Ing. Indira Marcela B. <b>Instrumento 1</b> <i>Saberes previos</i>	Excelente	Excelente	Excelente	Excelente
<b>Instrumento 2</b> <i>Hoja de trabajo</i>	Excelente	Excelente	Excelente	Excelente

<b>Instrumento 3</b> <i>Rúbrica de evaluación</i>	Excelente	Excelente	Excelente	Excelente
--	-----------	-----------	-----------	-----------

En la validación de los instrumentos, la Tabla 10 y 11, arrojó resultados excelentes en términos de claridad, uso del lenguaje y pertinencia de las aplicaciones. El docente de filosofía argumenta que todos los instrumentos para este proyecto están completamente acordes a la planificación de este.

**Tabla 10.**  
*Formato para validar instrumentos por experto 2*

Instrumento	Pertinencia	Coherencia	Uso del lenguaje matemático	Claridad
Docente. Lic. Juan Camilo S.				
<b>Instrumento 1</b> <i>Saberes previos</i>	Excelente	Excelente	Excelente	Excelente
<b>Instrumento 2</b> <i>Hoja de trabajo</i>	Excelente	Excelente	Excelente	Excelente
<b>Instrumento 3</b> <i>Rúbrica de evaluación</i>	Excelente	Excelente	Excelente	Excelente

En la Tabla 11, el Mgtr Juan Pablo G., actualmente docente de Matemáticas y Física en el Colegio Rafael Uribe Uribe, expresa su punto de vista sobre la importancia de todos los instrumentos en el entorno. Como miembro de la población, destaca la relevancia de implementar cada uno de los instrumentos para orientar de manera efectiva el desarrollo del proyecto.

**Tabla 11.***Formato para validar instrumentos por experto 3*

Instrumento	Pertinencia	Coherencia	Uso del lenguaje matemático	Claridad
Docente. Mgtr. Juan Pablo G.				
<b>Instrumento 1</b> <i>Saberes previos</i>	Excelente	Excelente	Excelente	Excelente
<b>Instrumento 2</b> <i>Hoja de trabajo</i>	Excelente	Excelente	Excelente	Excelente
<b>Instrumento 3</b> <i>Rúbrica de evaluación</i>	Excelente	Excelente	Excelente	Excelente

### 3.8 Componente ético

El proceso de socialización del consentimiento informado ha sido completado exitosamente habiendo obtenido las firmas correspondientes por parte de todos los miembros de la muestra estudiantil y población involucrada en mi trabajo de grado. Es importante destacar que todos los participantes son mayores de edad lo cual exonera la responsabilidad de socializar el consentimiento informado con los padres de familia.

El consentimiento informado es un elemento primordial en cualquier estudio o investigación ya que garantiza que los participantes estén plenamente informados sobre los objetivos procedimientos riesgos y beneficios de su participación. Este documento proporciona a los participantes la capacidad de tomar decisiones de manera consciente y voluntaria asegurando así su autonomía y respetando sus derechos como individuos.

Como investigador he seguido todos los protocolos éticos y legales establecidos en este proceso. He proporcionado información clara y detallada sobre el estudio respondiendo cualquier pregunta o duda que los participantes pudieran tener. Además, he garantizado la confidencialidad y privacidad de los datos recopilados durante la realización del estudio.

En virtud de la edad legal de los participantes no fue necesario incluir a los padres de familia en el proceso de socialización del consentimiento informado. Sin embargo, esto no implica que se haya descuidado la importancia de informar adecuadamente a los participantes y garantizar su comprensión plena de los aspectos relevantes del estudio.

#### 4. Análisis de resultados

Para este capítulo, es importante mencionar que se tiene en cuenta las teorías expuestas por Maaß (2006) y Solar, H. et., al (2015), en la cual se busca relacionar tanto las fases como los procesos de modelización.

Para proporcionar un análisis detallado de los resultados obtenidos en la investigación, se siguió el siguiente proceso: En una primera etapa, se realizó una prueba llamada saberes previos, esto con el fin de diagnosticar a los estudiantes con respecto a sus conocimientos previos en solución de ecuaciones lineales y fraccionarias y su relación con el tema de sistemas de ecuaciones lineales, en estudiantes de Clei cinco del colegio nocturno Rafael Uribe Uribe.

A continuación, se llevaron a cabo clases teóricas y prácticas, siguiendo las pautas curriculares recomendadas por el Ministerio de Educación y el currículo de la institución, tomando como referencia la rúbrica didáctica para el desarrollo de la clase, se estructuraron con segmentos que comprendían introducción, desarrollo, utilización de recursos, asignación de tareas, evaluación y conclusión.

En el transcurso de estas clases, se introduce el uso del software GeoGebra como herramienta para la resolución gráfica de sistemas de ecuaciones lineales. Los estudiantes interactuaron directamente con las funcionalidades del software libre, lo que les permitió visualizar de manera gráfica y resolver dichos sistemas.

GeoGebra es un software educativo que combina geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficos, cálculo y estadísticas en una única plataforma. Está diseñado para ayudar a los estudiantes y profesores a explorar y enseñar matemáticas y ciencias de manera interactiva. GeoGebra es una herramienta poderosa para visualizar conceptos matemáticos y experimentar con ellos, lo que facilita la comprensión de temas complicados.

Como lo habla Arteaga V. et al., (2019) El software GeoGebra fue desarrollado por Markus Hohenwarter, un matemático austriaco, y fue lanzado por primera vez en 2001. Hohenwarter es ampliamente reconocido como el principal autor y creador de GeoGebra. La plataforma ha evolucionado y se ha expandido con el tiempo, y ha sido utilizada en todo el mundo en entornos educativos para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias.

GeoGebra es gratuito y de código abierto, lo que significa que cualquiera puede acceder a su código fuente y personalizarlo según sus necesidades. Esto ha contribuido a su popularidad y a su amplia adopción en la comunidad educativa.

Por último, se administró una evaluación final con el uso del GeoGebra, con el propósito de medir el nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes después de haber empleado GeoGebra en su comprensión de sistemas de ecuaciones lineales.

#### **4.1 Análisis de los resultados instrumentos aplicados**

En la Tabla 1, Escala Valorativa del SIEE Sistema Institucional de Evaluación de los estudiantes Nacional, M. d. (1998) Lineamientos Curriculares de Matemáticas.

anteriormente expuesta, se establecen los parámetros que serán empleados para llevar a cabo la evaluación de cada fase de este procedimiento, por esta razón, es necesario reconocer que, desde este sistema, se implementan los procesos valorativos que inciden en el estudiante al momento de analizar su desempeño académico.

En la tabla 9, y teniendo en cuenta que la población de muestra para este análisis se compone de 20 estudiantes y su representación del 100% del grupo, se observó que previo a la implementación del aplicativo GeoGebra, únicamente cinco participantes obtuvieron una calificación superior, lo que corresponde al 25% de la muestra.

Después de la realización de talleres y cuestionarios, se evidenció que los estudiantes adquirieron un conocimiento representativo, debido a que se logró una mayor claridad para la comprensión de un objeto matemático. Esto se refleja que los estudiantes mejoraron significativamente sus resultados en las evaluaciones de manera cuantitativa tras la implementación de GeoGebra.

**Tabla 12.**  
*Resultados de instrumentos aplicados a los estudiantes*

<b>Estudiante</b>	<b>Valoración prueba diagnóstica</b>	<b>Sin el uso de GeoGebra Hoja de trabajo 1</b>	<b>Con el uso de GeoGebra Hoja de trabajo 2</b>	<b>Evaluación final</b>
1. AAA	3,2	4,5	5,0	4,4
2. APAF	3,0	4,1	4,5	5,0
3. ALL	1,0	4,0	4,5	4,0
4. CHS	2,2	4,0	5,0	4,0
5. CRMV	2,0	5,0	4,5	4,4
6. DBX	1,0	4,5	5,0	4,0
7. DGL	1,0	4,3	4,0	4,2
8. GCCE	3,0	4,0	4,5	5,0
9. GCAF	2,4	4,2	5,0	4,2
10. HCJD	2,0	4,8	4,5	5,0
11. MJSM	1,6	4,0	5,0	4,6
12. MJJ	3,6	5,0	4,5	4,2
13. MLJF	3,4	4,3	5,0	4,0
14. ORKV	1,4	5,0	5,0	4,2
15. PLG	2,2	4,0	5,0	5,0
16. QVGE	1,8	4,2	4,5	4,8
17. RGS	1,1	4,0	5,0	5,0
18. RHLM	1,0	4,2	4,5	4,2
19. RGS	1,4	4,4	5,0	4,6
20. VTHE	1,8	4,0	4,5	4,0
<b>Promedio</b>	<b>2,0</b>	<b>4,3</b>	<b>4,7</b>	<b>4,4</b>



## 4.2 Análisis del presaber

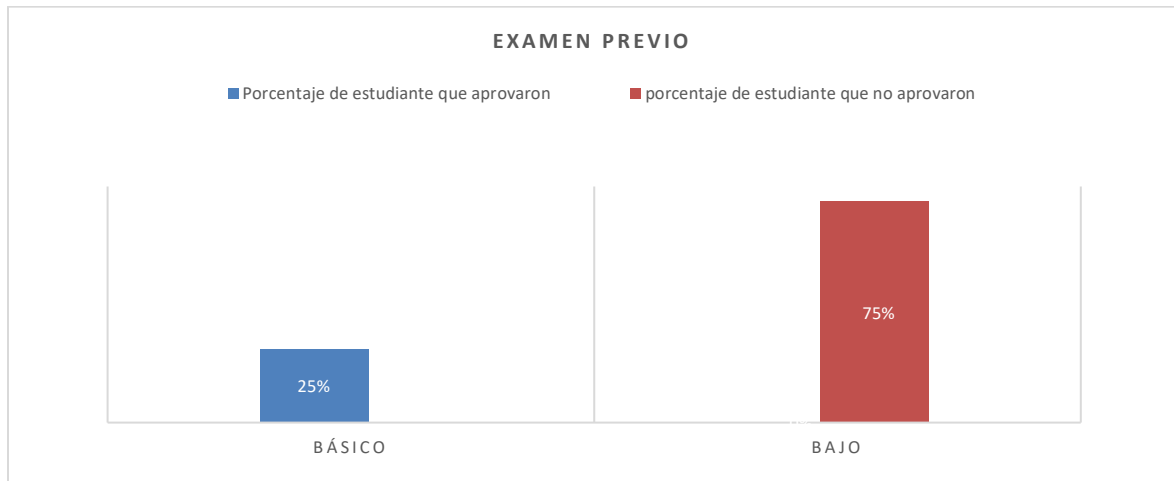
Se llevó a cabo una prueba de examen previo con el objetivo de evaluar el nivel de comprensión de los estudiantes del Clei 5 del colegio Rafael Uribe Uribe en los conceptos de línea recta, distancia entre puntos y punto intermedio. En esta evaluación, se observó que, de un grupo de 20 estudiantes, 5 de ellos demostraron conocimiento previo del tema y obtuvieron una calificación básica según los criterios de evaluación definidos en la tabla 1. En contraste, los 15 estudiantes restantes proporcionaron respuestas erróneas, resultando en una calificación baja de acuerdo con los mismos estándares previamente establecidos.

El examen incluyó tenía cinco preguntas, dos preguntas específicas que involucraban el uso de la aplicación Fields Área Measure. La primera pregunta requería que los estudiantes midieran las dimensiones de un área rectangular en su entorno, registrando las longitudes de los lados como "a" y "b," y luego calcularan el área del rectángulo con estos valores. La pregunta posterior cuestionaba la relación entre este cálculo de área y la noción de distancia entre dos puntos en un plano cartesiano.

La segunda pregunta les pedía medir la longitud de dos segmentos de una línea recta en su entorno, registrando las longitudes como "d1" y "d2," y posteriormente explorar la diferencia entre estos dos valores. Además, se indagaba sobre cómo esta diferencia se relacionaba con el concepto de punto medio. Estas preguntas se diseñaron para evaluar la comprensión de los estudiantes sobre la relación entre el cálculo de áreas, distancias y el concepto de punto medio en un contexto práctico.

Es relevante señalar que los cinco estudiantes que respondieron adecuadamente a estas preguntas lo hicieron de manera asertiva, ya que la aplicación demostró ser intuitiva, lo que les permitió abordar estas cuestiones sin mayores dificultades.

**Figura 2.**  
*Examen previo*



### 4.3 Hoja de trabajo 1

La implementación del primer taller se basó en la utilización de métodos matemáticos para calcular la distancia euclidiana entre dos puntos en un espacio bidimensional, el punto medio entre dos puntos, y la pendiente de una línea recta. Los alumnos fueron desafiados a aplicar fórmulas matemáticas específicas para obtener estos datos, lo que requirió una comprensión profunda de los conceptos matemáticos subyacentes.

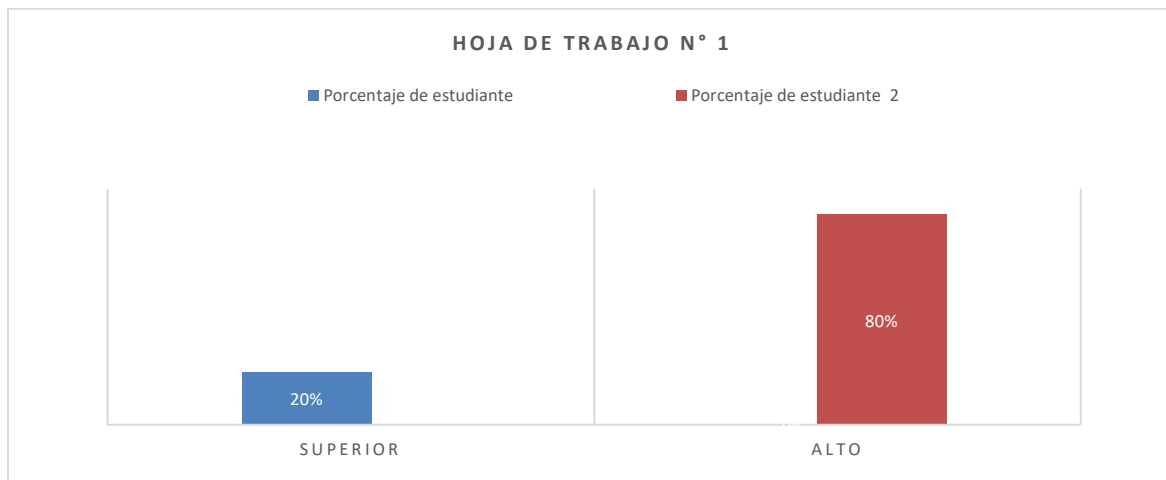
La evaluación del taller se centró en la observación del trabajo en el aula y en el desarrollo de la actividad práctica. Se destacó la colaboración y apoyo mutuo entre los estudiantes, ya que se alentó la discusión y el intercambio de ideas para resolver dudas y problemas. Además, los estudiantes buscaron la validación de sus resultados acercándose al maestro para confirmar la corrección de sus cálculos y enfoques.

Resulta relevante subrayar que todos los estudiantes lograron alcanzar calificaciones que variaron entre "básico," "alto" y "superior," según los criterios de calificación estipulados en la

tabla 1. Esto refleja un nivel satisfactorio de dominio de los conceptos matemáticos, así como la eficacia de la colaboración y el enfoque centrado en el aprendizaje en el entorno del taller.

### Figura 3.

Hoja de trabajo N° 1



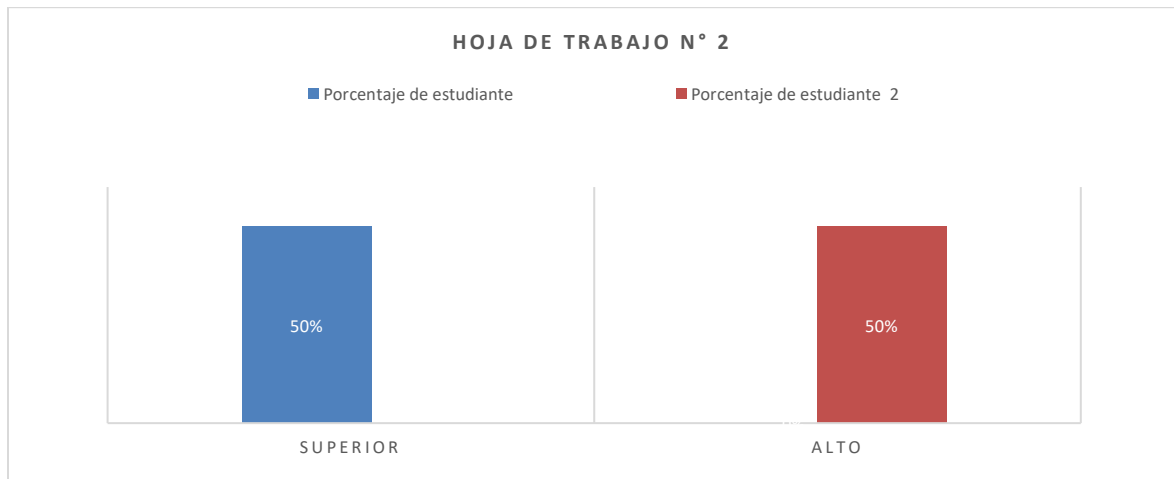
#### 4.4 Hoja de trabajo 2.

En el presente taller se implementó una clase práctica que incorporó tecnología, específicamente la plataforma GeoGebra, para abordar los conceptos finales relacionados con la línea recta, incluyendo el cálculo de la distancia entre puntos, el punto intermedio y las pendientes. Este enfoque generó un significativo interés entre los estudiantes, quienes demostraron una receptividad positiva hacia la aplicación de tecnología en el proceso de aprendizaje. Su motivación y participación en el taller reflejaron un alto grado de compromiso y disposición para el aprendizaje.

La evaluación se centró en la observación del compromiso y la actitud de los estudiantes durante la clase. A pesar de la naturaleza desafiante de un taller que consistía en responder a 10 preguntas, todos los estudiantes lograron completarlo con éxito. Dado que el enfoque temático del taller promovía la colaboración y el trabajo en grupo, se fomentó la interacción entre los estudiantes para abordar dudas y llevar a cabo conjuntamente el taller.

Las calificaciones obtenidas se ajustaron a la escala de calificación establecida en la Tabla N° 1, y los estudiantes demostraron un rendimiento destacado. De los 20 estudiantes en la muestra, 10 obtuvieron calificaciones categorizadas como "alto" y los otros 10 estudiantes alcanzaron calificaciones catalogadas como "superior". Esto indica que el 50% de la muestra logró una calificación de "alto", mientras que el otro 50% obtuvo una calificación de "superior", reflejando un equilibrio en el rendimiento de los estudiantes.

**Figura 4.**  
*Hoja de trabajo N°2*



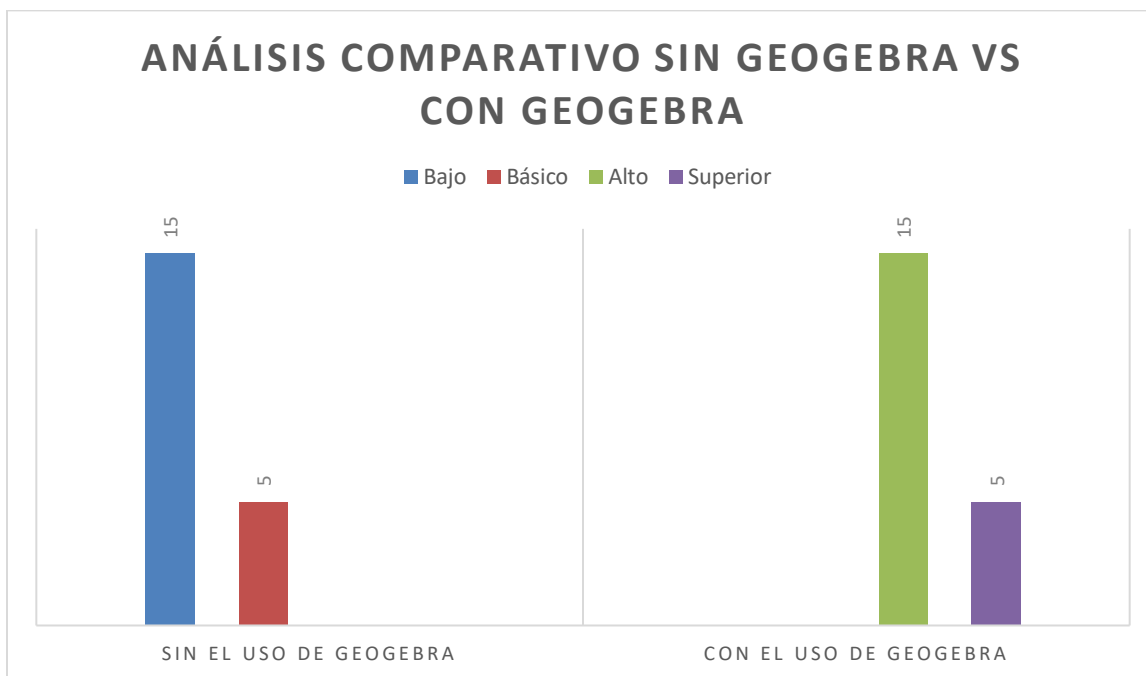
#### **4.5 Análisis comparativo Sin GeoGebra Vs Con GeoGebra**

En la siguiente representación gráfica, se presenta información relevante relacionada con la evaluación de los estudiantes del Clei 5. Inicialmente, se administró un examen previo a la muestra de 20 estudiantes. Los resultados indicaron que 5 de ellos obtuvieron calificaciones

consideradas como "básico" de acuerdo con los estándares establecidos en la Tabla 1, mientras que los restantes 15 estudiantes obtuvieron calificaciones categorizadas como "bajo".

Posteriormente, se llevó a cabo una comparación gráfica de estos resultados con los obtenidos en la evaluación final. En esta evaluación, 15 estudiantes lograron calificaciones catalogadas como "alto", y los otros 5 estudiantes obtuvieron calificaciones clasificadas como "superior". Este análisis pone de manifiesto un cambio positivo significativo en el desempeño de los estudiantes, indicando un notable progreso en su comprensión y dominio de los conceptos evaluados.

**Figura 5.**  
*Análisis comparativo Sin GeoGebra Vs Con GeoGebra*



#### 4.6 Análisis de cuestionario de salida.

Se diseña un instrumento con preguntas abiertas, en donde se valora la percepción del estudiante frente a las actividades realizadas durante la implementación de los instrumentos elaborados en el desarrollo de la investigación. Para este se tiene 4 preguntas de las cuales se analiza de acuerdo con lo expuesto por los estudiantes.

A la primera pregunta: ¿Considera que la implementación del uso de tecnologías contribuye a la comprensión e interpretación de conceptos matemáticos como la línea, punto medio, distancia entre dos puntos, etc.?, 20 estudiantes contestaron SI, y 0 NO, en donde expresan opiniones como el estudiante 1.AAA indica que, al utilizar tecnologías, los conceptos matemáticos pueden vincularse con situaciones de la vida real. Por ejemplo, la distancia entre dos puntos en un mapa o las coordenadas de un punto medio en un gráfico de ventas. Esto hace que los conceptos sean más relevantes y significativos, mientras que el estudiante 3. ALL menciona que Las tecnologías permiten a los estudiantes visualizar de manera interactiva conceptos matemáticos. Por ejemplo, pueden ver cómo se mueven los puntos en un plano al explorar líneas y segmentos.

En la segunda pregunta se manifiesta ¿Las aplicaciones empleadas en el aula de clase como GeoGebra y Fields Área Measure le dejaron algún aprendizaje para solucionar problemas en la cotidianidad? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_ por qué, donde los 20 estudiantes respondieron de forma positiva, donde el estudiante 12.MJJ. Argumenta lo siguiente. A través del uso de estas aplicaciones, puedo desarrollar habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas. Pero el estudiante 10. HCJD. Aborda esta pregunta de la siguiente manera. Las aplicaciones pueden ayudar me a aplicar conceptos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana. Por ejemplo, GeoGebra puede utilizarse para explorar conceptos geométricos y de álgebra en

contextos prácticos, lo que me prepara para abordar problemas del mundo real que requieren habilidades matemáticas.

En la tercera pregunta se les pregunta ¿Cree que es importante continuar empleando recursos tecnológicos para promover un pensamiento analítico, crítico y reflexivo en la enseñanza de las matemáticas? SI \_\_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_ por qué, donde todos los estudiantes respondieron que sí, la respuesta del estudiante 15.PLG, Fue la siguiente, Las herramientas tecnológicas permiten la personalización del aprendizaje. Los estudiantes pueden avanzar a su propio ritmo y abordar desafíos más avanzados o repasar conceptos en los que necesitan más práctica, lo que fomenta la reflexión sobre su propio aprendizaje.

#### **4.7 Triangulación de la información**

Para Denzin (1970) en todo análisis cualitativo, es importante considerar la triangulación, ya que esto permite contrastar los datos recolectados con teorías expuestas por autores, también desde el diseño metodológico y con investigadores que relacionan el problema.

Por esta razón, se expone una triangulación de la información basada en lo expuesto por los investigadores, lo cual busca conjugar lo que afirman Maaß (2006) y Solar, H. et., al (2015), en la cual se busca relacionar tanto las fases como los procesos de modelización, integrándolas desde la perspectiva de comprender la modelación de la función lineal en situaciones problema.

En la tabla 13, se confrontan las fases y procesos anteriormente mencionados, con lo desarrollado en esta investigación a través de los instrumentos aplicados,

**Tabla 13.**

*Triangulación de la información*

Fases  Procesos de modelación	Identificar las características de un modelo de función lineal	Interpretar la expresión (gráfica, tabla, algebraica) y construir la expresión del modelo	Reflexionar sobre la modelación: fases y solución a situaciones problema
Interpretar	En la fase inicial de explorar funciones, el enfoque se centra en entender conceptos fundamentales. Esto implica conocer qué es una función: una relación que asigna a cada valor de entrada (variable independiente) un valor correspondiente de salida (variable dependiente).	Esta fase de implementación gráfica proporciona una comprensión visual de las funciones, permitiendo una exploración más profunda de sus características y comportamientos específicos. La combinación de representación gráfica con conceptos teóricos fortalecerá la comprensión global de las funciones.	En esta etapa, es crucial analizar y concluir lo aprendido por los estudiantes. Este proceso es esencial para evaluar la efectividad de la didáctica empleada. Observar cómo los estudiantes han asimilado los conceptos y habilidades relacionadas con las funciones gráficas proporciona información valiosa sobre si la estrategia de enseñanza fue adecuada.
Validar	Validar la comprensión de los conceptos básicos sobre funciones lineales requiere llevar a cabo una evaluación. Este enfoque no solo mide el nivel de conocimiento de los estudiantes, sino que también ofrece información valiosa sobre las fortalezas y áreas de mejora en la enseñanza.	La fase de implementación gráfica, al proporcionar una representación visual de las funciones, facilita una exploración más profunda de sus características y comportamientos específicos. La combinación de esta representación gráfica con los conceptos teóricos fortalecerá la comprensión global de las funciones. Esta sinergia entre la visualización y los principios teóricos permite a los estudiantes no solo ver cómo se manifiestan las	En esta etapa, resulta crucial analizar y concluir lo aprendido por los estudiantes. Este proceso se torna esencial para evaluar la efectividad de la didáctica empleada. Observar cómo los estudiantes han asimilado los conceptos y habilidades relacionadas con las funciones gráficas brinda información valiosa sobre si la estrategia de enseñanza fue adecuada y si los objetivos de aprendizaje se han alcanzado de manera satisfactoria. La evaluación de estos



Simplificar	<p>Validar la comprensión de los conceptos básicos sobre funciones lineales requiere llevar a cabo una evaluación. Este enfoque no solo mide el nivel de conocimiento de los estudiantes, sino que también ofrece información valiosa sobre las fortalezas y áreas de mejora en la enseñanza.</p>	<p>funciones en gráficos, sino también entender los fundamentos subyacentes, logrando así una comprensión más completa y sólida del tema.</p> <p>La implementación gráfica facilita una exploración más profunda de las funciones al ofrecer una representación visual. Combinar esta representación gráfica con conceptos teóricos fortalecerá la comprensión global. Esta sinergia permite a los estudiantes no solo ver las funciones en gráficos, sino también entender los fundamentos subyacentes, logrando así una comprensión más completa del tema.</p>	<p>resultados permite a los educadores adaptar y mejorar sus enfoques pedagógicos para lograr un aprendizaje más efectivo y significativo.</p> <p>En esta etapa, es fundamental analizar y concluir lo aprendido por los estudiantes para evaluar la efectividad de la enseñanza. Observar cómo han asimilado conceptos y habilidades relacionadas con funciones gráficas brinda información valiosa sobre la adecuación de la estrategia de enseñanza y el logro de objetivos. La evaluación de estos resultados permite a los educadores ajustar sus enfoques para un aprendizaje más efectivo.</p>
Matematizar	<p>Para verificar la comprensión de los conceptos fundamentales de funciones lineales, es necesario realizar una evaluación matemática. Este enfoque no solo cuantifica el grado de conocimiento de los estudiantes, sino que también proporciona datos significativos sobre las áreas en las que demuestran fortalezas y aquellas que requieren mejoras en la metodología de enseñanza.</p>	<p>La implementación gráfica enriquece la exploración de funciones al proporcionar una representación visual. La integración de esta representación gráfica con conceptos teóricos fortalecerá la comprensión global del tema. Esta sinergia permite a los estudiantes no solo visualizar las funciones en gráficos, sino también comprender los principios subyacentes, alcanzando así una comprensión más profunda y</p>	<p>En esta fase, resulta esencial realizar un análisis matemático y conclusiones sobre el aprendizaje de los estudiantes para evaluar la eficacia de la enseñanza. Observar la asimilación de conceptos y habilidades relacionadas con funciones gráficas proporciona datos valiosos sobre la pertinencia de la estrategia pedagógica y el logro de los objetivos educativos. La evaluación de estos resultados capacita a los educadores para ajustar</p>

Trabajar en las matemáticas

Para validar la comprensión de los conceptos fundamentales de funciones lineales, es imperativo llevar a cabo una evaluación matemática. Este enfoque no solo cuantifica el nivel de conocimiento de los estudiantes, sino que también ofrece datos significativos sobre las áreas en las que exhiben fortalezas y aquellas que necesitan mejoras en la metodología de enseñanza. Esto implica la aplicación de problemas y ejercicios matemáticos que desafíen la comprensión teórica y la capacidad de aplicar esos conocimientos en situaciones prácticas.

matemáticamente sólida del tema.

La implementación gráfica enriquece la exploración matemática de funciones al ofrecer una representación visual. Al integrar esta representación gráfica con los conceptos teóricos, se refuerza la comprensión integral del tema. Esta sinergia capacita a los estudiantes no solo para visualizar funciones en gráficos, sino también para comprender los fundamentos matemáticos subyacentes, logrando así una comprensión más profunda y sólida del tema. En este contexto, se fomenta el trabajo activo y práctico en las matemáticas para fortalecer el aprendizaje.

sus enfoques de manera matemáticamente fundamentada, buscando un aprendizaje más efectivo y significativo. En esta fase, es esencial llevar a cabo un análisis matemático y extraer conclusiones sobre el aprendizaje de los estudiantes para evaluar la eficacia de la enseñanza. La observación de la asimilación de conceptos y habilidades relacionadas con funciones gráficas proporciona datos valiosos sobre la relevancia de la estrategia pedagógica y el logro de los objetivos educativos. La evaluación de estos resultados capacita a los educadores para ajustar sus enfoques de manera fundamentada en las matemáticas, con el objetivo de lograr un aprendizaje más efectivo y significativo.

---

## 5. Conclusiones y recomendaciones.

### 5.1 Conclusiones

En el marco de este trabajo de grado, la pregunta central se enfocó en diseñar una estrategia didáctica efectiva para fortalecer el estudio de funciones lineales y su aplicación en la resolución de situaciones problema utilizando el software GeoGebra en el grado Clei Cinco de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe en La Pintada, Antioquia. La evaluación de esta estrategia y su impacto en el aprendizaje de los estudiantes revela resultados altamente satisfactorios.

Durante la implementación de la estrategia didáctica de aprendizaje activo, los estudiantes se involucraron activamente con GeoGebra, participando en la resolución de problemas de la vida cotidiana que requerían el uso de funciones lineales. Esta metodología les permitió comprender y aplicar conceptos matemáticos de una manera más significativa y práctica.

Los resultados obtenidos revelan una mejora significativa tanto en las notas como en el conocimiento de los estudiantes con respecto al tema de las funciones lineales. Las calificaciones de los estudiantes mejoraron de manera consistente, lo que indica que la estrategia didáctica implementada tuvo un impacto positivo en su rendimiento académico. Además, se observó un aumento en su comprensión de cómo las funciones lineales pueden modelar situaciones del mundo real, lo que demuestra que la estrategia facilitó una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos.

## 5.2 Recomendaciones

**Ampliación de la Estrategia a Otros Niveles Educativos:** Dado el éxito de esta estrategia en el grado Clei Cinco, se recomienda considerar su ampliación a otros niveles educativos dentro de la institución. La metodología activa y el uso de GeoGebra pueden beneficiar a estudiantes de diferentes edades, promoviendo un entendimiento profundo de las funciones lineales desde etapas tempranas.

**Continuo Desarrollo de Contenidos Interdisciplinarios:** La experiencia demuestra que el enfoque interdisciplinario, donde se aplican funciones lineales a situaciones de la vida cotidiana, es efectivo. Se sugiere la creación de más ejemplos y proyectos interdisciplinarios que involucren no solo las matemáticas, sino también otras materias como física, economía o ciencias sociales, para fortalecer la comprensión de la utilidad de las matemáticas en diversos campos.

**Evaluación Periódica de la Estrategia:** Se recomienda realizar evaluaciones periódicas para medir la sostenibilidad a largo plazo de la estrategia y su impacto en el rendimiento académico de los estudiantes. Esto permitirá ajustar la estrategia según las necesidades cambiantes de los estudiantes y garantizar su eficacia continua.

**Promoción de la Colaboración Docente:** Fomentar la colaboración entre docentes para compartir buenas prácticas y recursos relacionados con GeoGebra. Establecer reuniones periódicas o grupos de trabajo donde los educadores puedan intercambiar ideas y lecciones exitosas facilitará una implementación más efectiva de la herramienta.

## Lista de Referencias


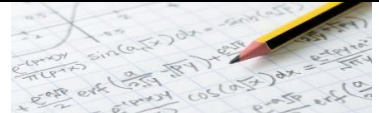
- Arteaga, E., Medina, J. F., Del Sol Martínez, J. L., (2019). El Geogebra: Una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. Conrado, 15(70), 102-108.
- Campeón, M. C., Aldana, E., & Villa-Ochoa, J. A. (2018). Ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal mediante la modelación de situaciones. Sophia, 14(2), 115-126.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2011). The SAGE Handbook of Qualitative Research. SAGE.
- Función lineal y aplicaciones. (2015, 9 junio). MATEMATICA 2015.  
<https://www201501.wordpress.com/funcion-lineal-y-aplicaciones/>
- Garijo-Alonso, L. (2014). Enseñanza de funciones y gráficas en 1o Bachillerato basado en el uso de GeoGebra [masterThesis]. <https://reunir.unir.net/handle/123456789/2432>
- Giraldo Buitrago, H. (2012). Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función lineal en el grado noveno mediada en las nuevas tecnologías: Estudio de caso en el Colegio Marymount grupo 9° B del municipio de Medellín. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/10911>
- Ley 115 de 1994. Ley General de Educación y desarrollos Reglamentarios, Bogotá,D.C. (s. f.). Recuperado 8 de mayo de 2023, de <https://siteal.iiiep.unesco.org/bdnp/189/ley-1151994-ley-general-educacion>
- Martín, J. Y. (s. f.). La función lineal y sus aplicaciones en ciencias administrativas y económicas. <https://ediciones.usta.edu.co/index.php/publicaciones/ciencias-sociales/la-funci%C3%B3n-lineal-y-sus-aplicaciones-en-ciencias-administrativas-y-econ%C3%B3micas-detail>

- Martínez Gómez, J. N. (2013). Apropiación del concepto de función usando el software Geogebra. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/11914>
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje • V.2. vol 2(2), 88.
- Nacional, M. d. (2006). Estándares Baásicos de Competencias, Bogotá, Colombia.
- Pérez, E. G., & Vargas, V. (2019). Secuencia didáctica para el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con GeoGebra. *AMIUTEM*, 7(2), Article 2.
- Pérez Montes, P. E. (2021). Implementación de software Geogebra como estrategia didáctica constructiva para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno [Trabajo de grado - Maestría, Universidad de Cartagena]. <https://doi.org/10.57799/11227/2054>
- Roldán Cruz, E. (2013). El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica.
- Ruiz, D. E., Rivadeneira, J. C., González, M. A., & Ortega, W. R. (2022). Implementación de una estrategia didáctica para la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas, una visión desde las ecuaciones lineales a través del software de GeoGebra [Trabajo de grado - Maestría, Universidad de Cartagena]. <https://doi.org/10.57799/11227/1714>
- Sagñay Valente, J. A. (2018). La utilización de GeoGebra, como recurso didáctico en el aprendizaje de funciones, para el décimo año de la Unidad Educativa Amelia Gallegos Díaz. Periodo 2016 – 2017 [Tesis pregrado, Riobamba]. <http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/4557>
- Sastre, V., Rey, G., & Boubée, C. (2008). El concepto de función a través de la historia. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 16, 141-155.

Solar, H., Deulofeu, J., Azcárate, C. (2015) Competencia de modelización en interpretación de gráficas funcionales. Enseñanza de las Ciencias, 33.2, pp. 191-210

## Apéndices

### Apéndice A. Saber previo

 <b>IE RAFAEL URIBE URIBE</b>	Institución educativa Rafael Uribe Uribe Matemáticas Clei: 5	
--	--	--

DOCENTE: Neil Alzate Londoño



#### EXAMEN PREVIO:

La finalidad de llevar a cabo esta evaluación previa es realizar una medición inicial del nivel de conocimiento de los estudiantes con relación a los conceptos de linealidad, punto medio y distancia entre puntos, independientemente de si tienen experiencia previa en estos temas. El propósito principal es determinar el punto de partida de cada estudiante en relación con estos conceptos y evaluar su comprensión inicial, incluso si no han tenido exposición previa a los mismos. Esta actividad está diseñada para establecer una línea base del conocimiento de cada estudiante en el ámbito específico de estos conceptos matemáticos. Como anteriormente lo habíamos discutido ya todos tienen la APP de Fields Área Measure.

1. Abre la aplicación Fields Área Measure y selecciona un área rectangular en tu entorno. A continuación, calcula la longitud de un lado del rectángulo como "a" y la longitud del otro lado como "b". Luego, calcula el área del rectángulo utilizando los valores de "a" y "b". ¿Cómo se relaciona este cálculo de área con la distancia entre dos puntos en un plano cartesiano?
2. Utiliza Fields Área Measure para medir la longitud de dos segmentos de una línea recta en tu entorno. Registra las longitudes como "d1" y "d2". ¿Cuál es la diferencia entre d1 y d2? ¿Cómo se relaciona esto con el concepto de punto medio?
3. Selecciona un área en Fields Área Measure que tenga forma de triángulo. Utilizando las medidas de los lados del triángulo, calcula su área. Luego, compara este resultado con la fórmula del área de un triángulo ( $A = 1/2 * \text{base} * \text{altura}$ ).  
¿Qué te dice esto sobre la relación entre el área y la pendiente de la base del triángulo?
4. Toma una fotografía de un entorno con dos puntos claramente visibles y utiliza Fields Área Measure para medir la distancia entre estos dos puntos en la imagen.  
¿Cómo se relaciona esta distancia con el concepto de distancia entre puntos en un plano cartesiano?
5. Elige una ubicación en tu entorno donde haya un terreno inclinado (una pendiente). Mide el área de la superficie inclinada utilizando Fields Área Measure. Luego, compara este valor con el concepto de pendiente en geometría. ¿Cómo se relacionan el área medida y la pendiente en este contexto?



## Apéndice B. Taller 1. Sin la aplicación de GeoGebra

 <b>IE RAFAEL URIBE URIBE</b>	Institución educativa Rafael Uribe Uribe. Materia: Matemáticas Clei: 5 Taller 1 sin uso del GeoGebra	
--	--	---

Docente: Neil Alzate.

### Taller 1. sin la aplicación de GeoGebra

La temática central de este taller es la geometría analítica, con un enfoque en conceptos relacionados con la línea recta, el punto medio, la distancia entre puntos y la pendiente. El propósito principal de esta actividad es aplicar los conceptos matemáticos discutidos en la clase reciente para abordar las siguientes cuestiones de manera precisa y técnica.

Dados dos puntos cualesquiera  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ , definimos la distancia entre ellos,  $d(A, B)$ , como la longitud del segmento que los separa.

Cuando los puntos se encuentran ubicados sobre el eje  $x$  o en una recta paralela a este eje, la distancia entre los puntos corresponde al valor absoluto de la diferencia de sus abscisas.

Ejemplo: La distancia entre los puntos  $(-4, 0)$  y  $(5, 0)$  es  $4 + 5 = 9$  unidades.

Cuando los puntos se encuentran ubicados sobre el eje  $y$  o en una recta paralela a este eje, la distancia entre los puntos corresponde al valor absoluto de la diferencia de sus ordenadas.

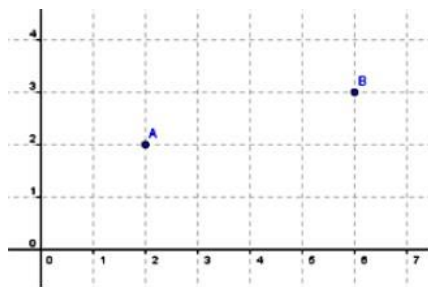
Ahora si los puntos se encuentran en cualquier lugar del sistema de coordenadas, la distancia queda determinada por la relación:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Para demostrar esta relación se deben ubicar los puntos  $A(x_1, y_1)$  y  $B(x_2, y_2)$  en el sistema de coordenadas, luego formar un triángulo rectángulo de hipotenusa  $AB$  y emplear el teorema de pitágoras.

Ejemplo:

Hallar la distancia entre los puntos  $A(2, 2)$  y  $B(6, 3)$



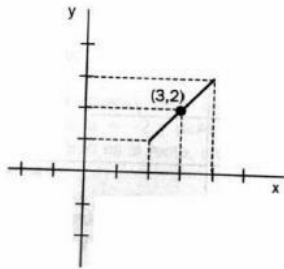
$$d(A, B) = \left| \vec{AB} \right| = \sqrt{(6-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17} u$$

### Coordenadas del punto medio de un segmento

Las coordenadas del punto medio de un segmento  $(x_m, y_m)$  cuyos extremos vienen dados por los puntos  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  son:

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

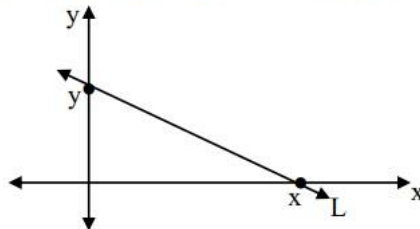
**Ejemplo:** Hallar las coordenadas del punto medio del segmento cuyos extremos son: (2,1) y (4,3)



$$x_m = \frac{2+4}{2} = 3 \quad y_m = \frac{1+3}{2} = 2$$

### Puntos de intersección de una recta con los ejes coordenados

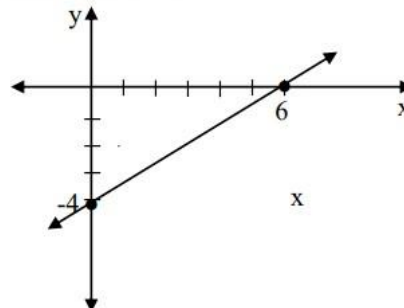
Según la gráfica que se muestra a continuación, los puntos donde la recta L corta al eje x son de la forma  $(x, 0)$  y donde corta al eje y, de la forma  $(0, y)$ .



#### **Ejemplo:**

Hallar la intersección de la recta  $2x - 3y = 12$  con los ejes coordenados:

- Intersección con el eje x : se hace  $y = 0$   
Resulta:  $2x = 12$   
de donde :  $x = 6$   
Así la recta corta al eje x en el punto  $(6, 0)$
- Intersección con el eje y : se hace  $x = 0$   
Resulta:  $-3y = 12$   
de donde :  $y = -4$   
Así la recta corta al eje y en el punto  $(0, -4)$

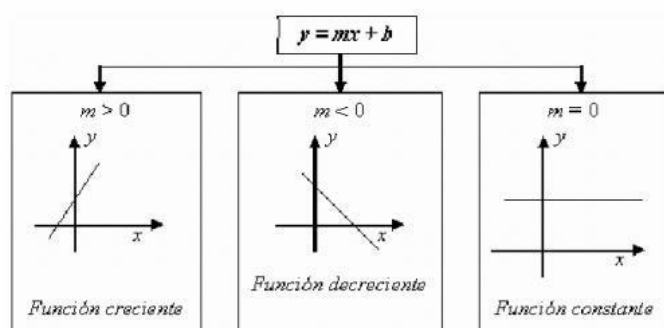


### La pendiente de la recta.

La pendiente de una recta en un sistema de representación rectangular (de un plano cartesiano), suele estar representada por la letra  $m$ , y está definida como la diferencia en el eje Y dividido por la diferencia en el eje X para dos puntos distintos en una recta. En la siguiente ecuación se describe:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

En el siguiente cuadro se clasifican las rectas según el valor de la pendiente:



### Distintas formas de la ecuación de la recta

#### Ecuación de la recta

Dado que una función se puede representar por medio de una expresión algebraica, y además una función afín se representa por una línea recta, la expresión

$$y = mx + b$$

Representa una línea recta.

La expresión  $y = mx + b$  se denomina ecuación de la recta. En esta ecuación  $m$  es la pendiente y  $b$  es el valor de  $y$  en el cual la recta corta al eje  $y$ , este valor se llama  $y$ -intercepto.

#### Ecuación de la recta cuando se conoce la pendiente y el $y$ -intercepto

Para determinar la ecuación de una recta cuando se conoce la pendiente  $m$ , y el  $y$ -intercepto  $b$ , se reemplazan estos valores en la ecuación.

$$y = mx + b$$

Por ejemplo:

La ecuación de la recta cuya pendiente es  $-3$  y que corta el eje  $y$  en  $-1$  es:

$$y = mx + b$$
$$y = -3x - 1$$

Aunque para representar la recta en el plano cartesiano se pueden buscar dos puntos y trazar la recta que los contiene, un método práctico es el siguiente:

Se ubica en el plano cartesiano el punto (0,-1) que es el punto en el cual la recta corta al eje y. como la pendiente es igual a 3, entonces por cada unidad que aumenta el valor de la variable x, la variable y aumenta 3 unidades, por lo tanto la recta pasa por el punto (1,2)

### **Ecuación de la recta cuando se conoce un punto y la pendiente**

Como ya se estableció, cuando se conoce el valor de la pendiente m, y el y-intercepto b, la ecuación de la recta se expresa como:

$$y = mx + b$$

También se puede determinar la ecuación de la recta a partir del valor de la pendiente y de un punto diferente al punto en el cual la recta corta al eje y.

Ejemplo:

La pendiente es 5 y pasa por el punto (2,3)

$$y = 5x + b$$

Hallar b:

$$\text{Punto (2,3) } x=2; y = 3$$

$$y = mx + b$$

$$3 = 5(2) + b$$

$$3 = 10 + b$$

$$-10 + 3 = b$$

$$-7 = b$$

La ecuación de la recta cuya pendiente es igual a 5 y que pasa por el punto (2,3) es:

$$y = 5x + b$$

$$y = 5x + (-7)$$

$$y = 5x - 7$$

### **Ecuación punto pendiente**

Cuando se conoce un punto (x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>) por el que pasa la recta y la pendiente m, al reemplazar en la expresión general para calcular la pendiente, para la cualquier punto (x, y) de la recta se cumple que:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Por tanto:

La ecuación de la recta cuando se conoce un punto y la pendiente es:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Aunque para representar la recta en el plano cartesiano se pueden buscar dos puntos y trazar la recta que los contiene, un método práctico es el siguiente:

Se ubica en el plano cartesiano el punto  $(0,-1)$  que es el punto en el cual la recta corta al eje  $y$ . como la pendiente es igual a 3, entonces por cada unidad que aumenta el valor de la variable  $x$ , la variable  $y$  aumenta 3 unidades, por lo tanto la recta pasa por el punto  $(1,2)$

### **Ecuación de la recta cuando se conoce un punto y la pendiente**

Como ya se estableció, cuando se conoce el valor de la pendiente  $m$ , y el  $y$ -intercepto  $b$ , la ecuación de la recta se expresa como:

$$y = mx + b$$

También se puede determinar la ecuación de la recta a partir del valor de la pendiente y de un punto diferente al punto en el cual la recta corta al eje  $y$ .

### **Actividad 1. Distancia entre dos puntos.**

1. Halla la distancia entre los puntos dados:

- a.  $P(4,5); Q(2,1)$       d.  $P(8,-1); Q(0,-4)$
- b.  $P(-1,6); Q(3,-2)$       e.  $P(6,-3); Q(2,-3)$
- c.  $P(4,0); Q(5,8)$       f.  $P(5,-3); Q(6,-7)$

2. Halla la distancia entre  $A$  y  $B$  en cada caso:

- a.  $A(-7, 4), B(6, 4)$       b.  $A(3, 4), B(3, 9)$       c.  $A(-5, 11), B(0, -1)$

3. Encuentro la longitud de los lados de los triángulos cuyos vértices son los puntos dados:

- a.  $A(3,2), B(7,-1), C(-4,-5)$
- b.  $P(0,4); Q(0,5), R(12,4)$
- c.  $E(-1,2); F(4,0), G(0,-6)$
- d.  $H(3,2); I(2,1), J(6,-2)$

4. Encuentra el perímetro del cuadrilátero cuyos vértices son  $A(-5, 4), B(2,6), C(4, 2)$  y  $D(-1, -1)$ .

5. Demuestra que el triángulo  $ABC$ , de vértices  $A(-2, 0), B(0, 6)$  y  $C(2, 0)$  es un triángulo isósceles.

## Actividad 2. Coordenadas del punto medio de un segmento.

(Trabajo en clase)

1. Calcule las coordenadas del punto medio del segmento de extremos A (2a,a), B(1,3), sabiendo que la distancia entre A y B es de 5 unidades.
2. Encuentre en los siguientes ejercicios las coordenadas del punto medio del segmento formados por los extremos dados.
  - a. A (3,3), B (8,-2)
  - b. A (-7,4), B (1,-11)
  - c. A (0,3) B (-4,1)
  - d. A (4.7,1.8) , B (3.2, -2.6)
  - e. A (2, 8) y B(4, 0)
  - f. A (-2, 3) y B(1, 5)
  - g. A (3, 1) y B(-1, -5)
  - h. A (-2, -3) y B(-4, 3)
3. Los puntos A (-4, -5 ), B( 4, 2 ) y C( 1, 6 ) forman un triángulo. Graficar el triángulo que se forma al unir los puntos medios de cada lado del triángulo original.
4. Las coordenadas de los vértices consecutivos de un paralelogramo son A ( 2 , 0 ) y B ( 9 , 4 ). Las coordenadas del centro M son M ( 4 , 3.5 ). Hallar las coordenadas de los otros dos vértices C y D.
5. Sea un cuadrilátero *ABCD* de vértices: A (-4,-1); B (4,1); C (3,4) y D (-1,3).
  - a) Ubica los puntos en un sistema cartesiano.
  - b) Determina los puntos medios M y N de AD y BC.
  - c) Comprueba que  $MN = \frac{AB + CD}{2}$
6. Dadas las siguientes rectas encuentra la intersección de ellas con los ejes coordenados:
  - a.  $x - 2y = 2$
  - b.  $3x - 6y = 18$
  - c.  $x + \frac{1}{2}y = 1$
  - d.  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 1$

**Actividad No. 3.** Ecuación y pendiente de la recta. Fecha de en clase)

1. Ejercicios para discusión: Dibuja la recta que pasa por los puntos dados y halla la pendiente para cada caso. Utiliza un plano cartesiano para cada recta.

- 1) (-3,4) y (6, -2)
- 2) (-3, -4) y (3, 2)
- 3) (-4, 2) y (3, 2)
- 4) (2, 4) y (2, -3)

2. Supongamos que se tienen 4 rectas  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  y  $L_4$  de modo que :

$L_1$  pasa por los puntos: A(1, 2) y B(2, 1)

$L_2$  pasa por los puntos: P(1, 2) y Q(5,2)

$L_3$  pasa por los puntos: D(1,2) y E(1,-5)

$L_4$  pasa por los puntos: R(1,2) y T(-2,-6)

- a. Grafica cada una de éstas rectas en un mismo sistema de ejes cartesianos.
- b. Calcula la pendiente de cada una de éstas rectas.
- c. Establece conclusiones válidas en relación a la inclinación de cada una de estas rectas con respecto al eje x y compáralo con el valor de su pendiente.
- d. ¿Qué ocurre cuando  $y_2 = y_1$ ?, ¿y si  $x_2 = x_1$ ?

3. Interpreta y dibuja las siguientes situaciones:

a.  $m = \frac{2}{3}$

b.  $m = \frac{-2}{3}$

4. Dado el cuadrilátero ABCD cuyos vértices son los puntos A(1,2), B(5,2), C(3,4) y D(7,4)


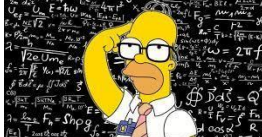
- a. Demuestra que éste cuadrilátero es un paralelogramo.
- b. Calcula el perímetro del paralelogramo.

5. Decimos que tres o más puntos son colineales cuando pertenecen a una misma línea recta, determina, en cada caso, si los puntos son o no colineales. Realiza además el gráfico

correspondiente:

A(2, 3) ; B(4, 5) ; C(6, 7)

A(-5, 1) ; B(1, 15) ; C(-4, 15)

 <b>IE RAFAEL URIBE URIBE</b>	Institución educativa RafaelUribe Uribe. Materia: Matemáticas Clei: 5 Taller N°2 con la aplicación de GeoGebra	
--	---	---

## Taller N°2 con la aplicación de GeoGebra

La temática principal de este taller se centra en la geometría analítica, específicamente en los conceptos relacionados con las ecuaciones de la línea recta, cálculos de puntos medios, determinación de distancias entre puntos y el cálculo de pendientes. Estos conceptos se aplicarán de manera práctica utilizando la implementación de la plataforma GeoGebra, que previamente ha sido abordada en el proceso de enseñanza.

### Taller de línea recta con GeoGebra Nombre del estudiante:

Instrucciones:

- Utiliza la aplicación GeoGebra en tu dispositivo para resolver las preguntas.
  - Cada pregunta está diseñada para ayudarte a aplicar conceptos de geometría analítica en situaciones de la vida real.
  - Puedes utilizar GeoGebra para realizar cálculos y gráficos si es necesario. Preguntas:
1. En GeoGebra, crea un punto A con coordenadas (3, 2). Luego, crea otro punto B con coordenadas (-1, 5). Encuentra las coordenadas del punto medio de la línea que conecta A y B.
  2. Imagina que estás planificando un viaje en automóvil desde tu casa (A) hasta la casa de tu amigo (B). Utiliza GeoGebra para encontrar la distancia entre tu casa y la de tu amigo en kilómetros. Supón que las coordenadas de A son (3, 4) y las de B son (-2, 7).
  3. Diseña una línea recta que represente la trayectoria de un tren que viaja desde una estación A a una estación B. Las coordenadas de A son (0, 0) y las de B son (6, 12). Calcula la pendiente de esta línea y describe su significado en el contexto del viaje en tren.
  4. Imagina que estás planeando una carrera de ciclismo desde tu casa (A) hasta un parque (B). Utiliza GeoGebra para encontrar la pendiente de la ruta que conecta ambos puntos. Supón que las coordenadas de A son (1, 2) y las de B son (5, 8). ¿Qué significa esta AA pendiente en el contexto de tu carrera?
  5. Crea un triángulo en GeoGebra. Luego, calcula el área del triángulo utilizando las coordenadas de sus vértices. ¿Cómo puedes relacionar este cálculo con la geometría analítica y la distancia entre puntos?



6. Imagina que estás navegando en un bote desde un punto A a un punto B en un lago. Utiliza GeoGebra para determinar la distancia que debes navegar. Supón que las coordenadas de A son  $(-3, 1)$  y las de B son  $(2, 6)$ .
7. Trazar un gráfico en GeoGebra que represente la relación entre el tiempo (eje horizontal) y la distancia (eje vertical) que recorre un ciclista en un recorrido lineal. Utiliza la ecuación de la línea y muestra cómo se relaciona con la distancia entre puntos.
8. Un avión vuela desde una ciudad A a una ciudad B. Las coordenadas de A son  $(-4, 3)$  y las de B son  $(2, 9)$ . Utiliza GeoGebra para encontrar la distancia en línea recta entre ambas ciudades. ¿Cómo se relaciona esto con la geometría analítica?
9. Imagina que estás diseñando un parque de skate en un terreno vacío. Utiliza GeoGebra para encontrar la longitud de la línea que representa la pista de skate en metros. Supón que las coordenadas de los puntos de inicio y final son  $(-2, -3)$  y  $(4, 5)$ , respectivamente.
10. Crea un gráfico en GeoGebra que muestre la relación entre la velocidad (eje horizontal) y el tiempo (eje vertical) de un coche que viaja en línea recta. Describe cómo la pendiente de la línea en el gráfico se relaciona con la velocidad del coche.

Evaluación:

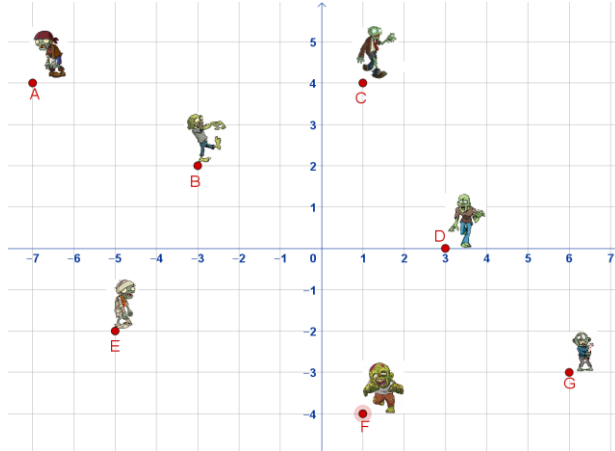
- Cada pregunta se evaluará en función de la precisión de la respuesta y la aplicación adecuada de conceptos de geometría analítica.

Nota: \_\_\_\_\_

Este taller busca que los estudiantes apliquen los conceptos de geometría analítica en situaciones de la vida real utilizando GeoGebra como herramienta. Los resultados ayudarán a evaluar su comprensión de estos conceptos y su capacidad para aplicarlos en contextos prácticos.

## Apéndice D. Taller final: la línea recta

### Actividad 1. Neutralizando Zombis



¡¡¡Socorro!!!!.

Estos 7 zombis monstruosos se han escapado.

Lo peor es que no se pueden mover más por la cuadrícula, entonces para neutralizarlos, se debe indicar la posición en la que se encuentra para que se queden quietos.

a) Indique el punto en el que está ubicado en el plano cada zombie

$A(-7,4)$      $B( \quad , \quad )$      $C( \quad , \quad )$   
 $D( \quad , \quad )$      $E( \quad , \quad )$      $F( \quad , \quad )$

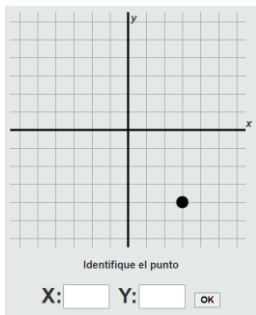
b) Calcule la distancia a la que se encuentran los siguientes zombis  
 Distancia entre  $\overline{BC}$      $d(E, D)$      $d(A, G)$

c) Hallar el punto medio entre

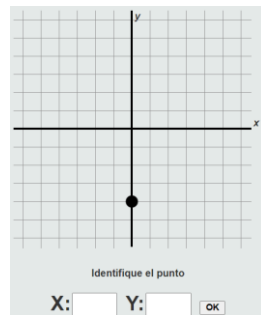
$AF$      $EC$      $AD$      $BG$

### Actividad 2. Identifique el punto en el plano cartesiano

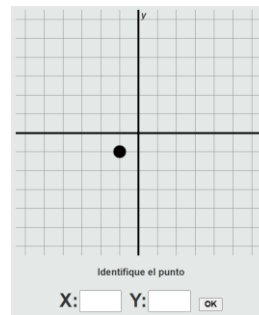
a)



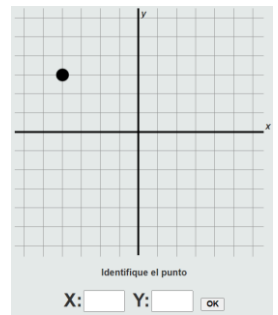
b)



c)



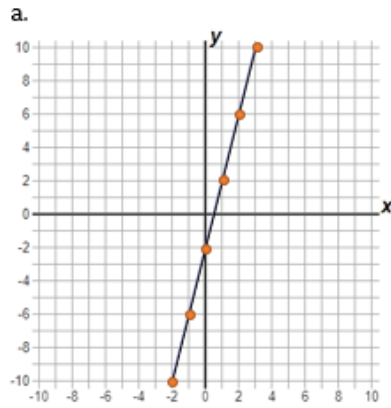
d)



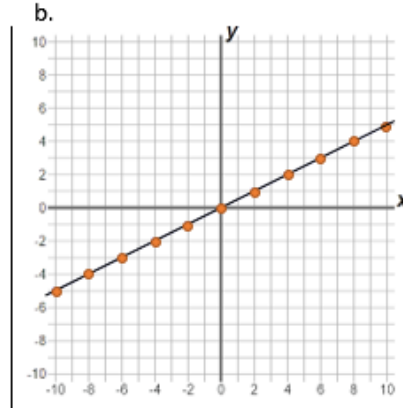
**Actividad 3.** Trace en el cuaderno una línea que pasa por los puntos:

a. (1,2) y (3,4)    b. (-2,1) y (-4,4)    c. (-3,-2) y (-1,-7)

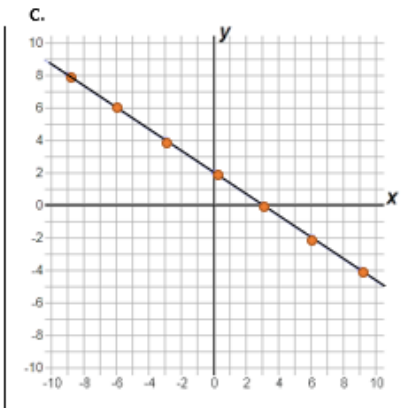
**Actividad 4.** En las siguientes gráficas identifique gráficamente la pendiente de la recta. Indique si es creciente o decreciente. Consulte qué es una función afín o si es lineal y deje la descripción en el cuaderno). Las gráficas deben ser escritas en el cuaderno con regla.



$$m = \text{---}$$



$$m = \text{---}$$



$$m = \text{---}$$

**Actividad 5.** Encontrar la pendiente de las siguientes rectas que pasan por los puntos. Puede basarse en el siguiente ejemplo:

Ejemplo 1. Hallar la pendiente de la recta que pasa por los puntos  $A(-2, -5)$  y  $B(6, 11)$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11 - (-5)}{6 - (-2)} = \frac{11 + 5}{6 + 2} = \frac{16}{8} = 2$$

Por lo tanto, la pendiente de la recta es  $m = 2$

Ejemplo 2. Hallar la pendiente de la recta que pasa por los puntos  $A(8, 3)$  y  $B(-5, 4)$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 3}{-5 - 8} = \frac{1}{-13} = -\frac{1}{13}$$

Por lo tanto, la pendiente de la recta es  $m = -\frac{1}{13}$

- $(2, 2)$  y  $(6, 4)$ .
- $(-2, 3)$  y  $(7, -2)$
- $(-4, -4)$  y  $(6, 2)$
- $(1, 3)$  y  $(2, 6)$
- $(-1, 2)$  y  $(2, -4)$
- $(2, 5)$  y  $(-2, 1)$

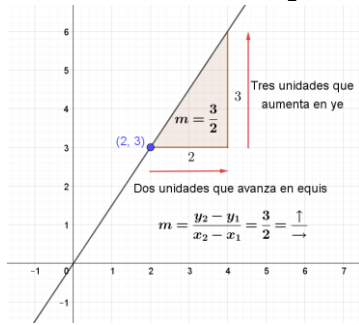
**Actividad 6.** Graficar las siguientes funciones lineales conociendo un punto en el plano cartesiano y la pendiente. Puede basarse en el ejemplo

La manera de interpretarla la pendiente gráficamente

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{elevación en } y}{\text{avance en } x} = \frac{\uparrow \text{ ó } \downarrow}{\rightarrow}$$

Y se lee: por tanto que avanza en equis  $\rightarrow$  aumenta  $\uparrow$  o disminuye  $\downarrow$  en ye.

Ejemplo: Sea el punto (2,3), y  $m = \frac{3}{2}$



Ejercicios de la actividad 6.

Graficar las siguientes funciones lineales conociendo un punto en el plano cartesiano y la pendiente

- Pasa por el punto (2,4) y la pendiente  $m = 1$
- Pasa por el punto (3,1) y la pendiente  $m = -\frac{1}{3}$
- Pasa por el punto (-3,2) y la pendiente  $m = -3$
- Pasa por el punto (0,3) y la pendiente  $m = 5$
- Pasa por el punto (-6, -1) y la pendiente  $m = \frac{2}{3}$
- Pasa por el punto (1,0) y la pendiente  $m = \frac{3}{5}$
- Pasa por el punto (1,3) y la pendiente  $m = \frac{4}{5}$

Actividad 7. Halle la ecuación de la recta que pasa por el siguiente punto y se conoce la pendiente. Puede basarse en el ejemplo y lo enseñado de la opción 1 o 2.

Ejemplo 1: Opción 1.

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (2,5) y tiene pendiente  $m = -2$

Solución:

Tomamos la ecuación dada  $y - y_1 = m(x - x_1)$

Reemplazamos los valores  $y - 5 = -2(x - 2)$

Desarrollamos el paréntesis  $y - 5 = -2x + 4$

Despejamos y  $y = -2x + 4 + 5$

Sumamos los números  $y = -2x + 9$

Encontramos la ecuación de la recta

$$y = -2x + 9$$



Ejemplo 2: Opción 2

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (1, -2) y tiene pendiente  $m = 3$

$$\begin{aligned} y &= mx + b \\ -2 &= (3)(1) + b \\ -2 &= 3 + b \\ -2 - 3 &= b \\ -5 &= b \end{aligned}$$

Reemplazando m y b se tiene

La ecuación de la recta  $y = 3x - 5$

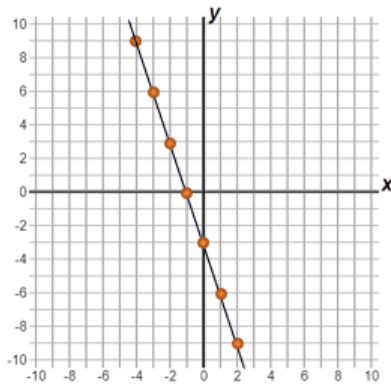
Ejercicios de la actividad 7. Halla la ecuación de la recta en los siguientes casos y gráfíquelas

- $m = 3$  pasa por el punto (4,1)
- $m = 5$  pasa por el punto (1,2)
- $m = -2$  pasa por el punto (3,7)
- $m = -4$  pasa por el punto (-1, -2)

Actividad 8. Halle la ecuación de la recta que pasa por los siguientes puntos. Nota: Determine primero la pendiente de la recta luego use el punto  $(x_1, y_1)$  para hallar la ecuación de la recta

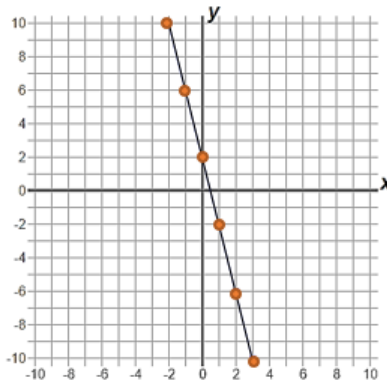
- a.  $(3,5)$  y  $(0,11)$
- b.  $(-3,7)$  y  $(7,-3)$
- c.  $(4,2)$  y  $(4,-6)$
- d.  $(2,8)$  y  $(-5,8)$

Actividad 9. En las siguientes gráficas, identifique la pendiente y un punto del plano cartesiano. Luego halle la ecuación de la recta con la ecuación punto pendiente  $y - y_1 = m(x - x_1)$ . Hacer el procedimiento



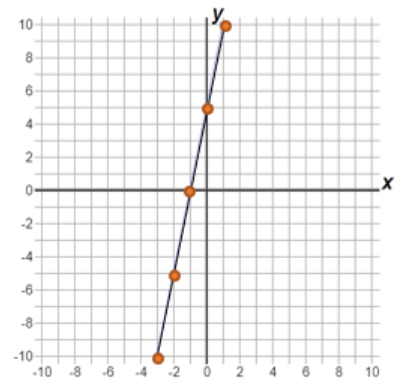
$m = \text{---}, (x, y)$

Ecuación de la recta  $y = mx + b$



$m = \text{---}, (x, y)$

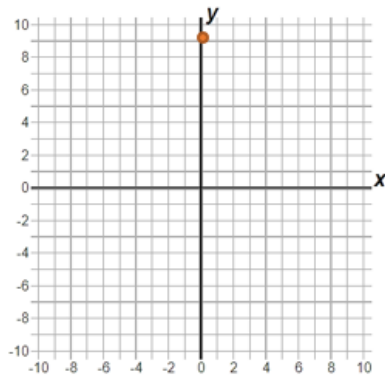
Ecuación de la recta  $y = mx + b$



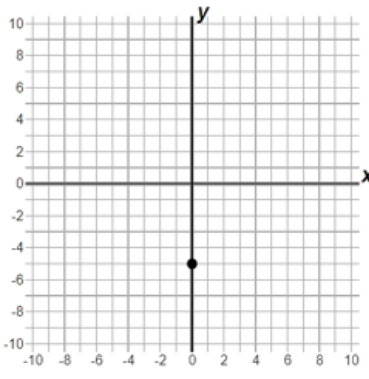
$m = \text{---}, (x, y)$

Ecuación de la recta  $y = mx + b$

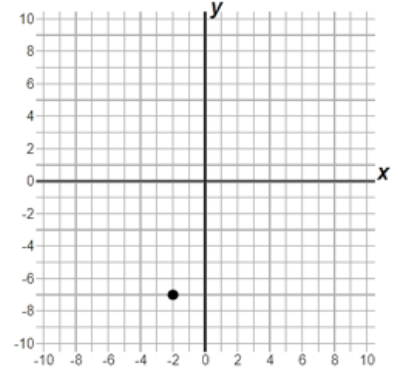
Actividad 10. Realice la gráfica de las siguientes funciones lineales. Use la tabla de valores para cuando  $x = 0$ , y use otro punto. Cuál es la pendiente. Indicar si es creciente o decreciente.



$y = 2x + 9$



$y = 4x - 5$



$y = -3x - 1$

Apéndice E.

Instrumentos de valoración final

Nombre estudiante: \_\_\_\_\_

Objetivo: Analizar la percepción de los estudiantes para comprender conceptos matemáticos a partir del uso del GeoGebra y dar solución a situaciones reales de la función lineal.

1. ¿Considera que la implementación del uso de tecnologías contribuye a la comprensión e interpretación de conceptos matemáticos como la línea, punto medio, distancia entre dos puntos, etc.? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_ por qué

---

---

---

2. ¿Las aplicaciones empleadas en el aula de clase como GeoGebra y Fields Área Measure le dejaron algún aprendizaje para solucionar problemas en la cotidianidad? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_ por qué

---

---

---

3. ¿Cree que es importante continuar empleando recursos tecnológicos para promover un pensamiento analítico, crítico y reflexivo en la enseñanza de las matemáticas? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_ por qué

---

---

---

4. ¿Fue enriquecedor el uso de tecnología, en área de matemáticas, y que cree que utilizaras en un futuro esta implementación? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_ por qué

---

---

---

## Apéndice F. Consentimiento informado

### Consentimiento Informado

Yo \_\_\_\_\_ con documento de identidad número \_\_\_\_\_ en calidad de estudiante de la jornada nocturna de la institución educativa Rafael Uribe Uribe, mayor de edad y plenamente capaz para ejercer mis derechos manifiesto mi consentimiento para participar voluntariamente en el proyecto de grado titulado "Estudio de la función lineal en la modelación de situaciones problema a través del software GeoGebra".

Entiendo y acepto que el proyecto de grado implica la toma de registros fotográficos registros audiovisuales grabaciones de vídeo entre otros medios de registro con el fin de recopilar información relevante para el desarrollo y sustento del proyecto de grado.

Además, entiendo y acepto que en dichos registros no se identificará mi rostro ni se divulgará información personal que permita mi identificación directa garantizando así mi privacidad y confidencialidad.

Asimismo, autorizo al investigador del proyecto de grado Neil Alzate Londoño a utilizar los registros obtenidos durante mi participación en el proyecto para su análisis procesamiento divulgación y/o publicación siempre y cuando se preserve mi anonimato y confidencialidad.

Entiendo que mi participación en el proyecto de grado es voluntaria y que puedo retirar mi consentimiento en cualquier momento sin que esto genere consecuencias negativas para mi relación estudiantil o académica con la institución educativa.

Asimismo, declaro que he recibido explicaciones detalladas sobre la naturaleza objetivo y alcance del proyecto de grado, así como sobre los procedimientos y medidas adoptadas para garantizar mi privacidad y confidencialidad.

En virtud de lo expuesto manifiesto mi pleno y libre consentimiento para participar en el proyecto de grado antes mencionado autorizando expresamente la toma de registros fotográficos registros audiovisuales grabaciones de vídeo entre otros medios de registro de acuerdo con lo establecido en este documento.

Firma: \_\_\_\_\_

Nombre completo: \_\_\_\_\_

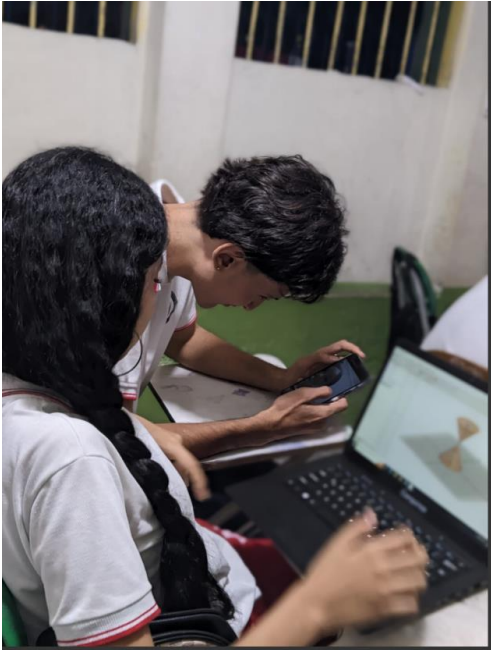
Documento de identidad: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Lugar: \_\_\_\_\_

Teléfono de contacto: \_\_\_\_\_

Algunos registros fotográficos que evidencian la practica pedagógica e investigativa







Universidad<sup>®</sup>  
Católica  
de Manizales

VIGILADA MINEDUCACIÓN

*Obra de Iglesia  
de la Congregación*



Hermanas de la Caridad  
*Dominicas de La Presentación*  
de la Santísima Virgen

*Universidad Católica de Manizales*  
Carrera 23 # 60-63 Av. Santander / Manizales - Colombia  
PBX (6)8 93 30 50 - [www.ucm.edu.co](http://www.ucm.edu.co)